

Компьютерная арифметика

§ 27. Хранение в памяти целых чисел

1

Целые числа

Целые числа без знака (*unsigned*)



Беззнаковые данные – не могут быть отрицательными



$$78 = 1001110_2$$

Целые числа со знаком (*signed*)



Положительные и отрицательные числа



$$\begin{aligned} 78 &= 01001110_2 \\ -78 &= 11001110_2 \end{aligned}$$

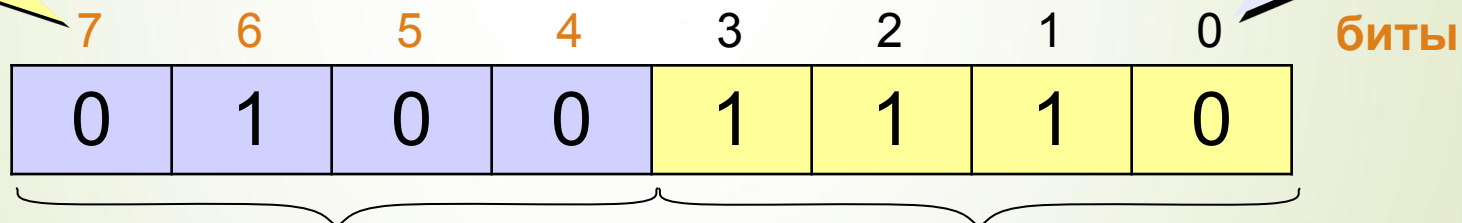
Целые числа без знака (*unsigned*)

Беззнаковые данные – не могут быть отрицательными.

$$78_{10} = 01001110_2$$

старший

младший



старший полубайт
старшая цифра

младший полубайт
младшая цифра

4_{16}

E_{16}

$$1001110_2 = 4E_{16}$$

Алгоритм кодирования:

1. Перевести число в двоичную систему счисления.
2. Дополнить слева незначащими нулями до нужной разрядности

Целые числа без знака

Пример. Представить число 52_{10} в двоичном виде в восьмибитовом представлении в формате целого без знака.

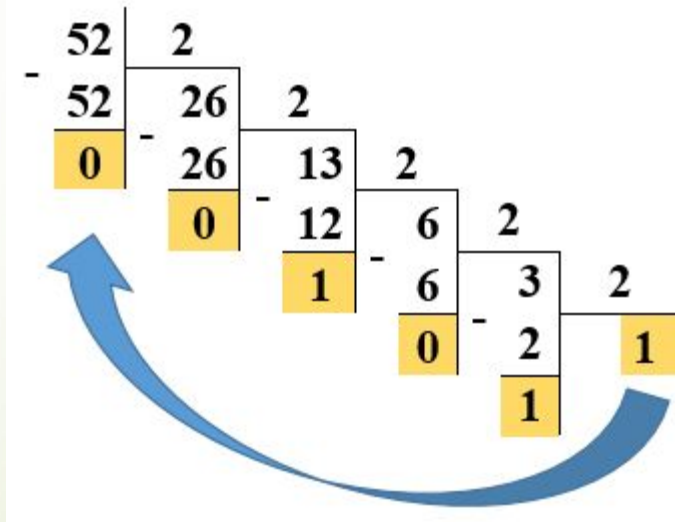
Решение.

1) Перевести число 52 из 10 в 2 систему счисления

$$52_{10} = 110100_2$$

2) Записать число в разрядную сетку, начиная с младшего разряда (бита)

3) Незаполненные старшие разряды заполнить нулями



Старший бит

7 6 5 4 3 2



Младший бит

Целые числа без знака

Пример. Представить число 52_{10} в двоичном виде в 16-разрядном представлении в формате целого без знака.

Решение.

1) Перевести число 52 из 10 в 2 систему счисления

$$52_{10} = 110100_2$$

2) Записать число в разрядную сетку, начиная с младшего разряда (бита)

3) Незаполненные старшие разряды заполнить нулями

Старший
разряд

Младший
разряд

15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0

Диапазон целых чисел без знака

Минимальное значение

0

Максимальное значение

$2^K - 1$

K , битов	8	16	32	64
$X_{\max} = 2^K - 1$	255	65 535	4 294 967 295	18 446 744 073 709 551 615



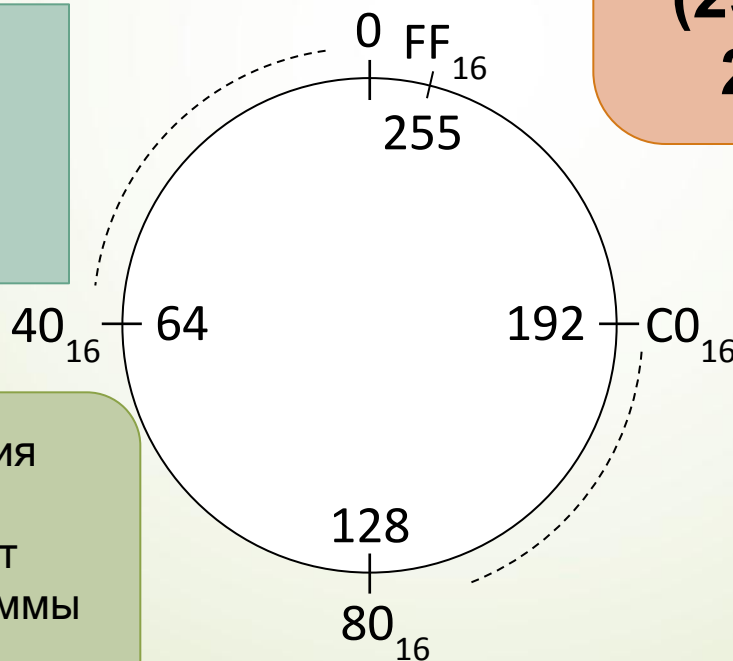
Целые числа без знака

Что будет, если увеличить максимальное число в K -битной ячейке на 1? Пусть $K=8$, добавим единицу к числу 255_{10}

$$\begin{array}{r} 255_{10} = 1111\ 1111_2 \\ 1_{10} = 0000\ 0001_2 \\ \hline 1\ 0000\ 0000_2 \end{array}$$

Отбросим несуществующий разряд. Получим **$255+1=0$**

! Факт переполнения фиксируется процессором, но выполнение программы не прерывается



При K разрядах арифметика выполняется по модулю 2^K , т.е. при $K=8$
 $(255+1) \bmod 256 = 256 \bmod 256 = 0$

Что получим, вычитая 1 из минимального значения 0?
 Ответ: 255_{10}

Целые числа со знаком



Сколько места требуется для хранения знака?

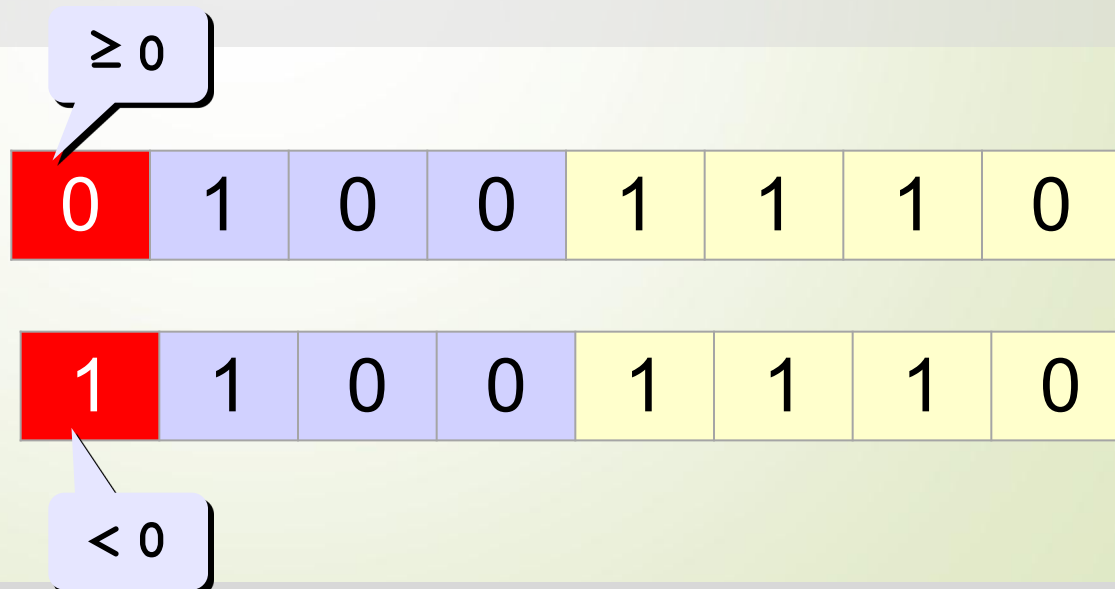
Старший (знаковый) бит числа определяет его знак.

Если он равен 0, число положительное,
если 1, число отрицательное.

Прямой код – это представление числа в двоичной системе счисления, при этом первый разряд отводится под знак числа.

$$78 = 1001110_2$$

$$-78 = -1001110_2$$



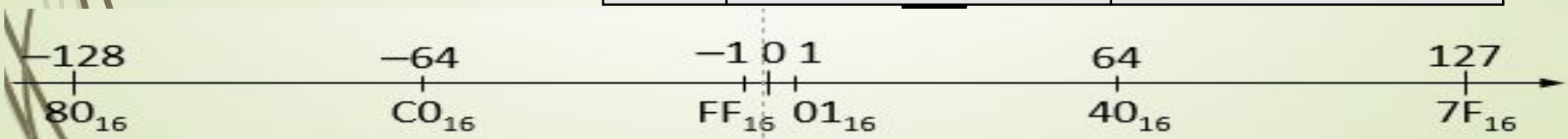
Диапазон целых чисел со знаком

Минимальное значение

Максимальное значение

Число 0 относится к положительным числам

K	X_{\min}	X_{\max}
8	-128	127
16	-32 768	32 767
32	-2 147 483 648	2 147 483 647
64	-2^{63}	$2^{63} - 1$



Целые числа со знаком

Обратный код для положительного числа в двоичной системе счисления совпадает с прямым кодом.

Обратный код для отрицательного числа все цифры положительного числа заменяются на противоположные (1 на 0, 0 на 1).

$$52_{10} = 110100_2$$

Прямой код

0	0	1	1	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Обратный код

0	0	1	1	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

$$-52_{10} = -110100_2$$

Прямой код

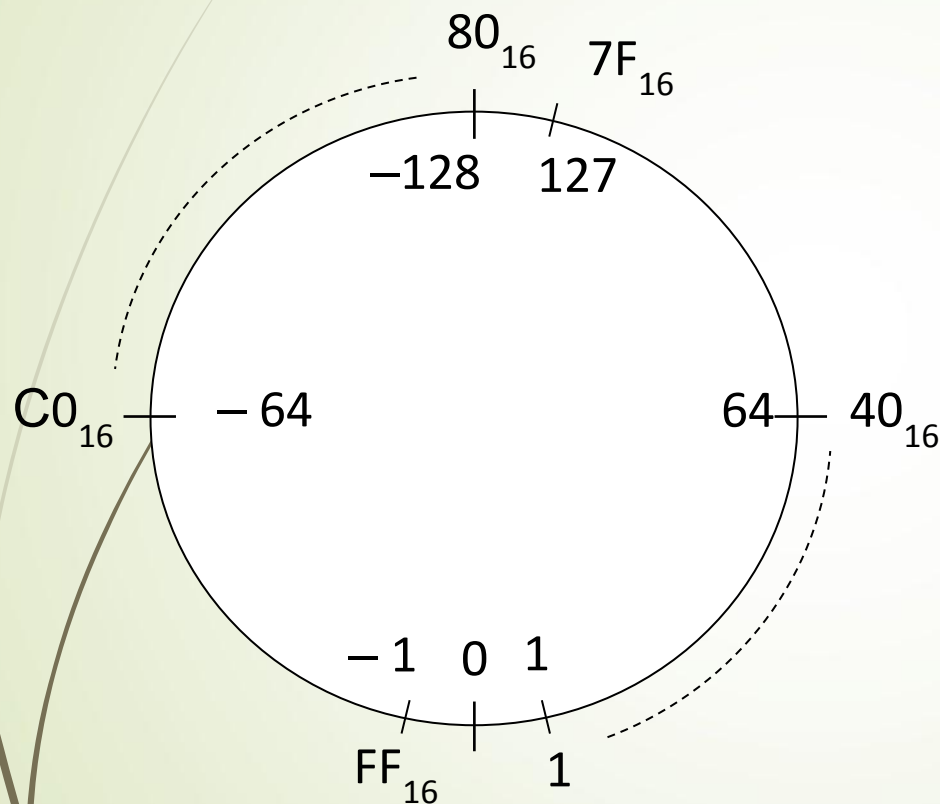
1	0	1	1	0	1	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Обратный код

1	1	0	0	1	0	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---

Кольцо для целых чисел со знаком для $K=8$

Граничных значений два: 127 и -128



$$127+1=?$$

Выполните проверку самостоятельно, используя образец слайда 7

Хранение целых чисел

Общее количество значений со знаком и без знака одинаково, но их диапазоны сдвинуты друг относительно друга на числовой оси (рис. 4.8).

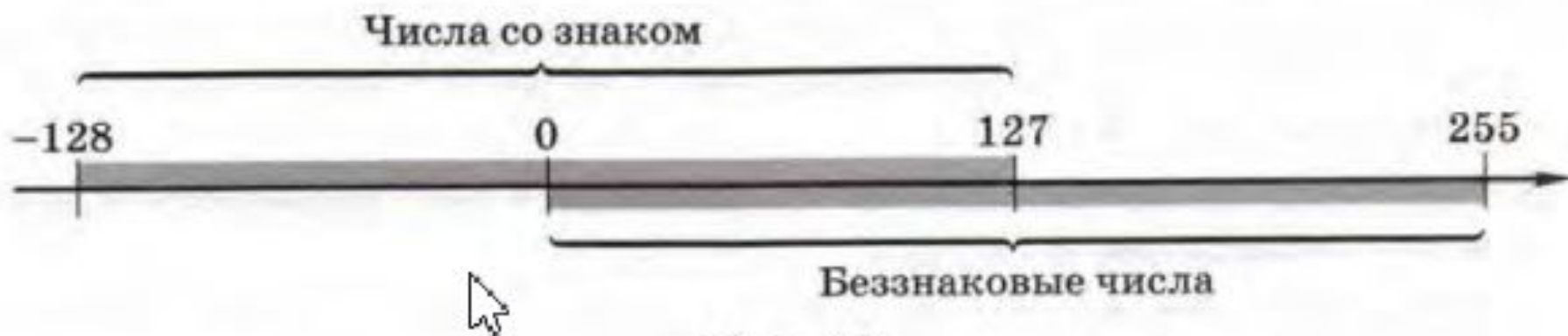


Рис. 4.8

Домашнее задание

Выучить п. 27

Выполнить письменно №1, 2, 3 стр 235

1. Цвет пикселя изображения кодируется как целое беззнаковое число. Найдите максимальное количество цветов при двух- и трёхбайтовом кодировании.
2. Используя арифметику 8-разрядных чисел без знака, выполните действия: $250 + 10$ и $8 - 10$. Объясните полученные результаты.
3. Выполните сложение десятичных чисел $65530 + 9$ в 16-битной арифметике без знака.