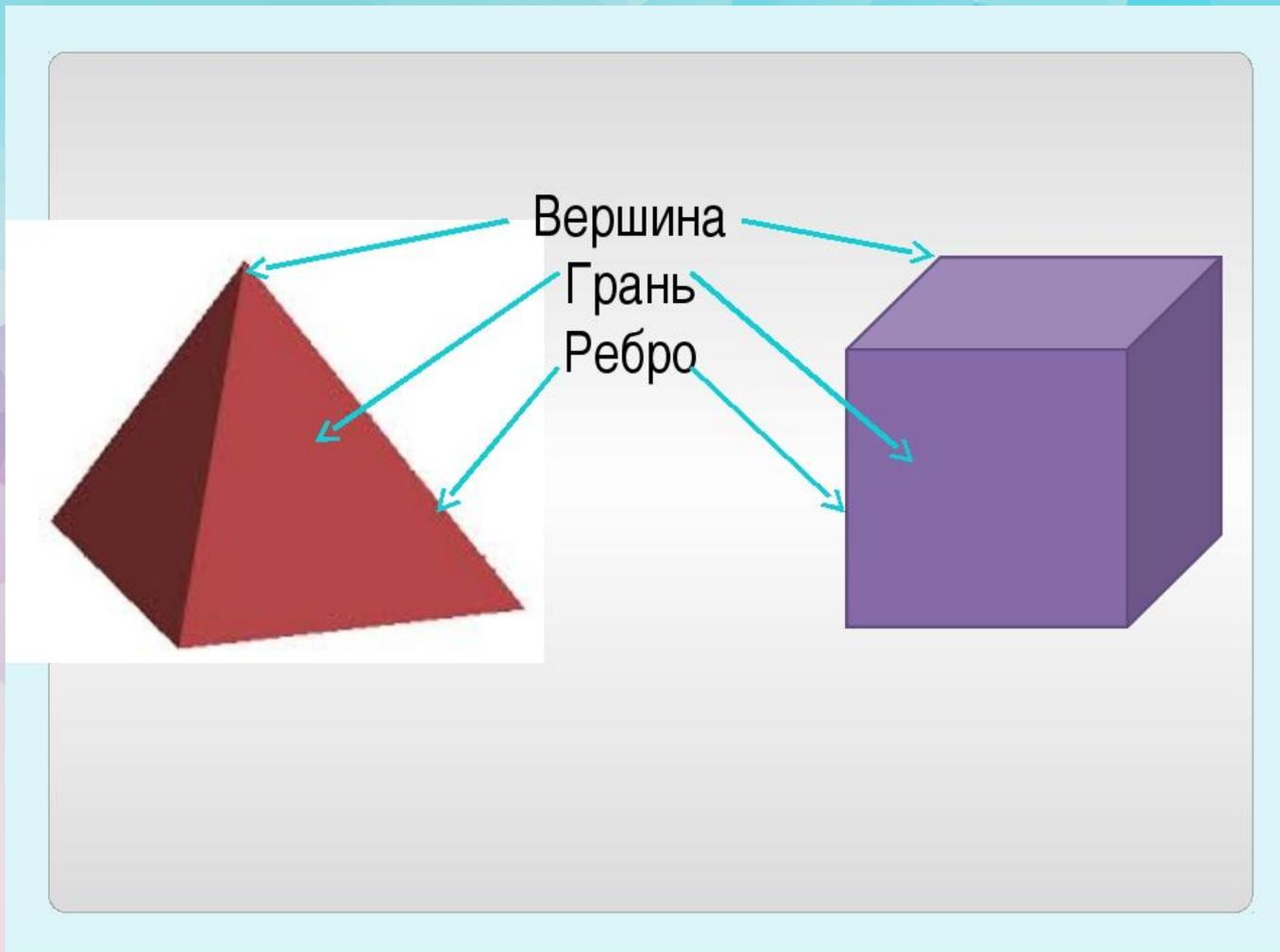


# **МНОГОГРАННИКИ**

## ***ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ***

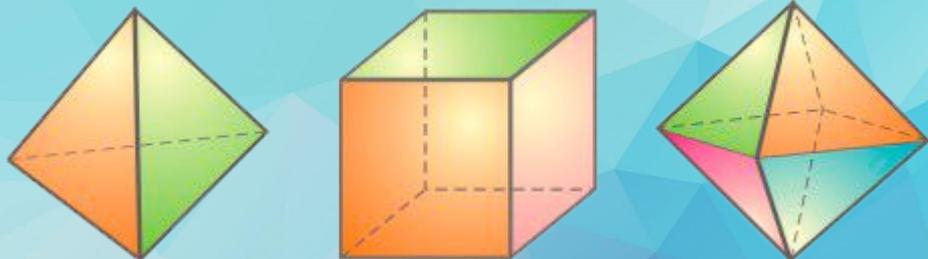
**Многогранник** – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая геометрическое тело.

Многоугольники, составляющие многогранную поверхность, называются ее **гранями**; стороны многоугольников называются **ребрами**, а вершины - **вершинами многогранной поверхности**.

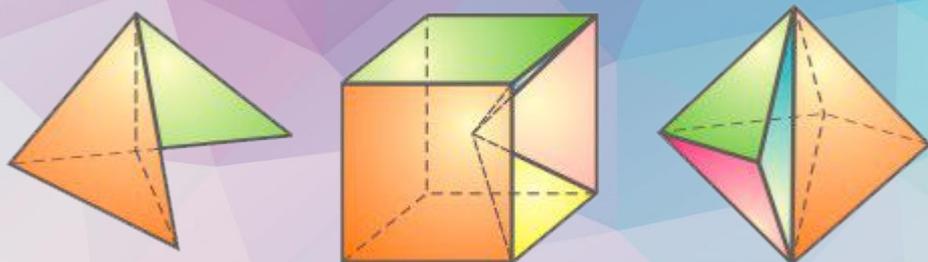


Многогранники могут быть **выпуклые и невыпуклые**.

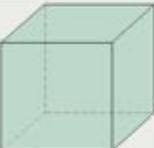
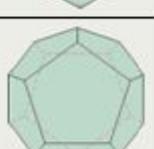
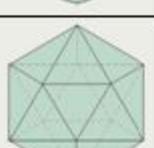
Многогранник называется **выпуклым**, если отрезок соединяющий любые две точки, принадлежащие данному многограннику, полностью принадлежит данному многограннику



Многогранник называется **невыпуклым**, если можно построить отрезок не принадлежащий полностью данному многограннику, но соединяющий две точки, принадлежащие данному многограннику.

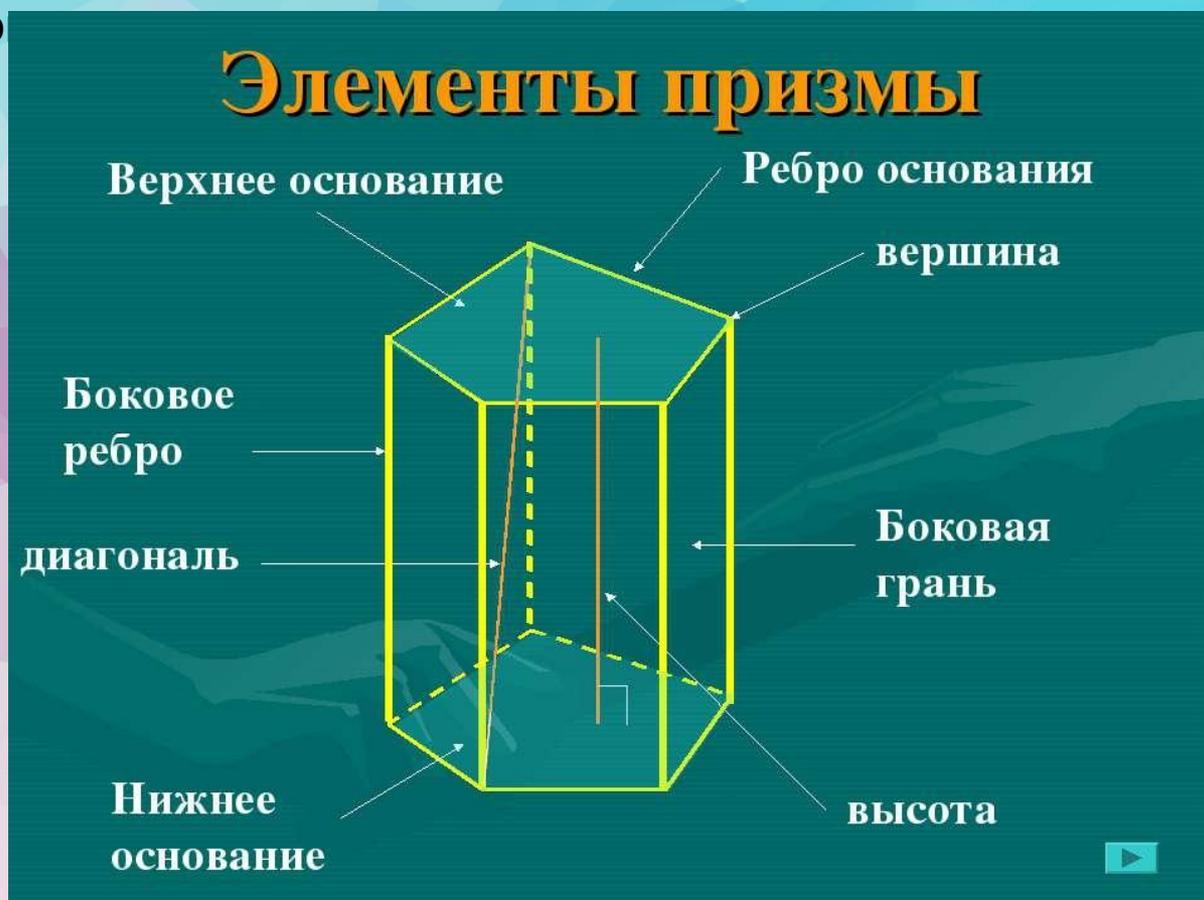


## Некоторые характеристики правильных многогранников

Многогранники	1 – число сторон у каждой грани 2 – число вершин 3 – число рёбер 4 – число граней 5 – число рёбер при вершине					a – длина ребра многогранника S – площадь полной поверхности V – объём многогранника R – радиус описанной сферы r – радиус вписанной сферы			
	1	2	3	4	5	S	V	R	r
	3	4	6	4	3	$a^2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$	$\frac{\sqrt{6}}{4}a$	$\frac{\sqrt{6}}{12}a$
	4	8	12	6	3	$6a^2$	$a^3$	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$	$\frac{1}{2}a$
	3	6	12	8	4	$2a^2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$	$\frac{\sqrt{2}}{2}a$	$\frac{\sqrt{6}}{6}a$
	5	20	30	12	3	$3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$	$\frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$	$\frac{a\sqrt{3}}{4}(1+\sqrt{5})$	$\frac{a}{4}\sqrt{10+\frac{22}{\sqrt{5}}}$
	3	12	30	20	5	$5a^2\sqrt{3}$	$\frac{5}{12}(3+\sqrt{5})a^3$	$\frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$	$\frac{a}{4\sqrt{3}}(3+\sqrt{5})$

**Призмой** называется многогранник, состоящий из двух плоских многоугольников, которые лежат в разных плоскостях и совмещаются параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников. Многоугольники называются **основаниями призмы**, а отрезки, соединяющие их соответствующие вершины – **боковыми рёбрами призмы**.

**Высотой призмы** называется любой из перпендикуляров, проведённых из точки одно



Призма называется **прямой**, если её рёбра перпендикулярны плоскостям оснований. В противном случае призма называется **наклонной**.

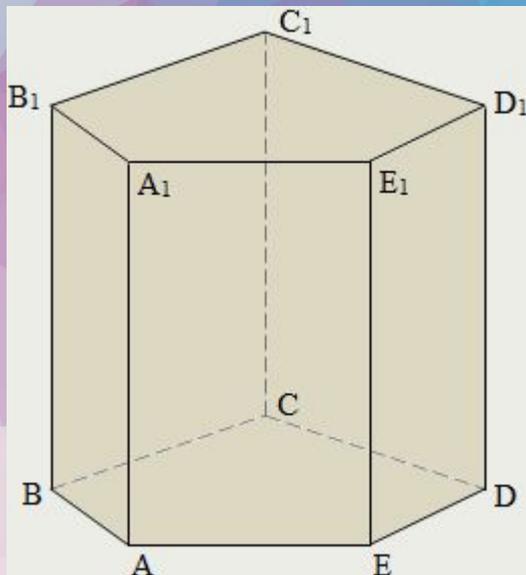
**Боковые грани** прямой призмы – прямоугольники.

**Боковое ребро** прямой призмы является её высотой.

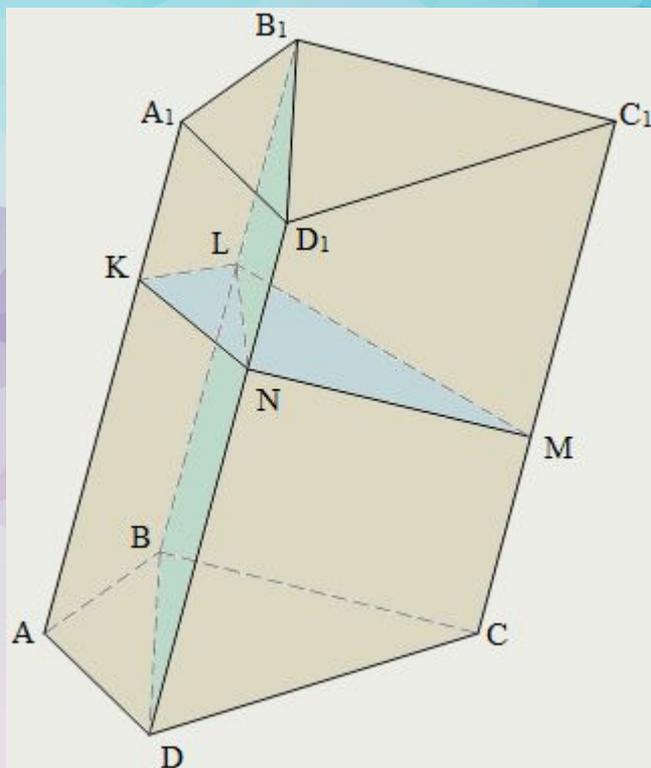
**Боковая поверхность прямой призмы** равна произведению периметра основания на высоту призмы:

$$S_{\text{б}} = P_{\text{осн}} \cdot AA_1.$$

Прямая призма называется **правильной**, если её основания являются правильными многоугольниками.



**Сечения призмы** плоскостями, параллельными боковым рёбрам, являются параллелограммами. В частности, параллелограммами являются диагональные сечения. Это сечения плоскостями, проходящими, через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани:  
 $BB_1D_1D$  – диагональное сечение.



**Пирамидой** (например, SABCDE) называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника (пятиугольник ABCDE) – **основания пирамиды**, точки (S), не лежащей в плоскости основания, – **вершины пирамиды** и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания.

Отрезки (SA, SB, SC, SD, SE), соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **боковыми ребрами**.

Поверхность пирамиды состоит из основания (пятиугольник ABCDE) и боковых граней. Каждая боковая грань – треугольник. Одной из его вершин является вершина пирамиды, а противоположной стороной – сторона основания пирамиды:

$\triangle SAB$ ,  $\triangle SBC$ ,  $\triangle SCD$ ,  $\triangle SDE$ ,  $\triangle SEA$  – боковые грани.

**Боковой поверхностью пирамиды** называется сумма площадей ее боковых граней.

**Высотой пирамиды** (SO) называется перпендикуляр, опущенный из

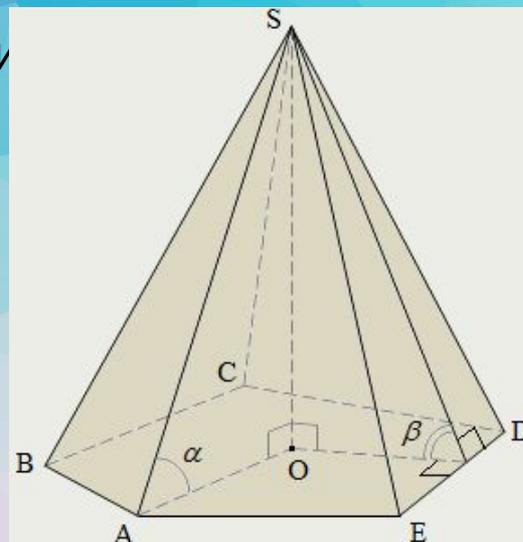
**Объем пирамиды** равен трети

произведения площади основания на высоту пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot h.$$

**Площадь полной поверхности** любой пирамиды равна сумме площадей боковой поверхности и основания:

$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{осн}}.$$



вершины

**Сечения пирамиды плоскостями**, проходящими через ее вершину, представляют собой треугольники. В частности, треугольниками являются диагональные сечения. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды.

