

**МИРЭА**  
**КУБО-01-19**  
**КУБО-02-19**

Практическое занятие 1

24.02.2022

Доцент базовой кафедры №539 (ГосНИИАС) Чекин Андрей  
Юрьевич

# Тема занятия

- Создание модели поступательного движения тела

# Разработка модели

1 Основа модели: система из двух обыкновенных дифференциальных уравнения первого порядка:

- Изменение скорости поступательного движения (второй закон Ньютона)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{F}{m}$$

где  $V$  – поступательная скорость вдоль оси движения [м/с]

$t$  – время [с]

$F$  – сумма сил, действующих на тело [Н]

$m$  – масса [кг]

- Изменение координаты

$$\frac{dX}{dt} = V$$

$X$  – координата (высота) [м]

# Разработка модели

## 2. Силы действующие на тело:

- вдоль вертикальной оси:

- сила тяжести

$$F_g = mg$$

где  $g$  – ускорение свободного падения  $9,81 \text{ м/с}^2$

- сила аэродинамическая

$$F_a = c \frac{\rho V^2}{2} S$$

где  $c$  – коэффициент аэродинамический,  $\rho$  – плотность воздуха,  $S$  – характерная площадь

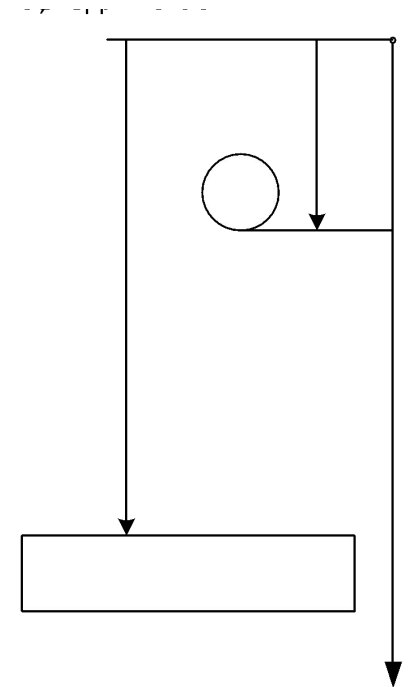
- сила контактного взаимодействия

$$F_c = \begin{cases} k_{stiff} \Delta + k_{damp} V; & \text{при } H > H_c \\ 0; & \text{при } H \leq H_c \end{cases}$$

где  $k_{stiff}$  – коэффициент жесткости,  $\Delta = H - H_c$  – деформация,  $k_{damp}$  – коэффициент демпфирования (гашения удара)

- вдоль горизонтальной оси силы отсутствуют

## 3 Начальные скорости и координаты зависят от задачи и от выбранной системы координат



# Метод моделирования

1. Решение обыкновенного дифференциального уравнения методом Эйлера первого порядка

- Решим ОДУ вида

$$\frac{dy}{dt} = f(y, x, t)$$

с начальными условиями  $y(0) = y_0$  численным методом Эйлера первого порядка.

- Представим  $dy$  как разность решений  $(y_{i+1} - y_i)$  в моменты времени с номерами шагов  $(i + 1)$  и  $i$  соответственно, с интервалом времени между шагами (шагом интегрирования)  $\Delta t$ . Тогда ОДУ можно представить в виде

$$\frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} = f(y, x, t)$$

- Отсюда значение решения на последующем шаге относительно предыдущего можно определить по формуле

$$y_{i+1} = y_i + (f(y, x, t))\Delta t$$