

Первообразна

я



A blackboard with a yellow border containing the mathematical formula for a double integral:
$$\iint_{\Omega} \sqrt{H(x,y)} dx dy$$



Первообразная

Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$ на некотором промежутке, если для всех x из этого промежутка



$$F'(x) = f(x)$$

Операцию, обратную дифференцированию называют интегрированием.

Например :

1) $(x^2)' = 2x$ *значит для $f(x) = 2x$,*
есть первообразная $F(x) = x^2$

2) $(\sin x)' = \cos x$
значит $F(x) = \sin x$ – первообразная
для $f(x) = \cos x$

3) *Доказать, что $F(x) = 2x^3 + 4x$ – первообразная*
для $f(x) = 6x^2 + 4$

$$F'(x) = (2x^3 + 4x)' = 6x^2 + 4 = f(x)$$



Основное свойство первообразных

Если $F(x)$ – первообразная для функции $f(x)$ на некотором промежутке, то функция $F(x)+C$ также является первообразной функции $f(x)$ на этом промежутке, где C – произвольная постоянная.

Например : $(x^2 - 2)' = 2x$
 $(x^2)' = 2x$ $(x^2 + 0,5)' = 2x$
 $(x^2 + 3)' = 2x$ значит для $f(x) = 2x$

первообразная $F(x) = x^2 + C$



Таблица первообразных

$f(x)$	$F(x)$	$f(x)$	$F(x)$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$
$k - \text{const}$	$kx + C$	$\mathbf{0}$	\mathbf{C}
$\mathbf{1}$	$x + C$	e^x	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$
$\cos x$	$\sin x + C$	$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$

Например :

$$1) f(x) = x^3, \quad F(x) = \frac{x^4}{4} + C$$

$$2) f(x) = x^6, \quad F(x) = \frac{x^7}{7} + C$$

$$3) f(x) = 5, \quad F(x) = 5x + C$$

$$4) f(x) = \cos x, \quad F(x) = \sin x + C$$

5) Найти первообразную график которой

проходит через точку $A(2;1)$ для $f(x) = \frac{1}{x^3}$

$$f(x) = x^{-3}$$

$$F(x) = \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{1}{2x^2} + C$$

$$1 = -\frac{1}{2 \cdot 2^2} + C$$

Считаем
 $\frac{1}{8}$

$$F(x) = -\frac{1}{2x^2} + 1\frac{1}{8}$$



Три правила нахождения первообразных

Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а $G(x)$ – первообразная для $g(x)$, то $F(x) + G(x)$ есть первообразная для $f(x) + g(x)$.

$$1) f(x) = 2 + x, \quad F(x) = 2x + \frac{x^2}{2} + C$$

$$2) f(x) = \sin x - 3,$$

$$F(x) = -\cos x - 3x + C$$



**Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k –
постоянная, то функция $kF(x)$ есть
первообразная**

для $kf(x)$.

Постоянную выносят за знак первообразной

Например:

$$1) f(x) = 5x, \quad F(x) = 5 \cdot \frac{x^2}{2} + C$$

$$2) f(x) = -3 \cos x, \quad F(x) = -3 \sin x + C$$

$$3) f(x) = 12x^3 + 8x, \quad F(x) = 12 \cdot \frac{x^4}{4} + 8 \cdot \frac{x^2}{2} + C = \\ = 3x^4 + 4x^2 + C$$



Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b – постоянные, причем $k \neq 0$, то функция $F(kx + b)$

Например:

есть первообразная для $f(kx + b)$.

$$1) f(x) = \sin 2x, \quad F(x) = \frac{1}{2}(-\cos 2x) + C$$

$$2) f(x) = \cos \frac{x}{3}, \quad F(x) = 3 \sin \frac{x}{3} + C$$

$$3) f(x) = (4 - 5x)^7, \quad F(x) = -\frac{1}{5} \frac{(4 - 5x)^8}{8} + C = -\frac{(4 - 5x)^8}{40} + C$$

$$4) f(x) = \frac{1}{\sin^2(3x - 1)}, \quad F(x) = -\frac{1}{3} \operatorname{ctg}(3x - 1) + C$$