АЧХ

- АЧХ

$$H(\omega) = \sqrt{H \cdot H^*}\Big|_{z=\exp(j\omega T)} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{[1 - b \cdot e^{-j\omega T}] \cdot [1 - b \cdot e^{j\omega T}]}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + b^2 - 2b \cdot \cos \omega T}}$$

- (4)

ФЧХ

- ФЧХ

$$\varphi(\omega) = \arg H(z)\Big|_{z=\exp(j\omega T)} =$$

$$= arctg\frac{\operatorname{Im} H(z)}{\operatorname{Re} H(z)}\Bigg|_{z=\exp(j\omega T)} =$$

- $$= -arctg\frac{b\cdot\sin\omega T}{1-b\cdot\cos\omega T} \qquad (5)$$

АЧХ

- Из (4) следует, что
- при $b > 0$ имеем фильтр нижних частот, а
- при $b < 0$ – фильтр верхних частот.
-
- При $b > 0$ из (4) находим, что АЧХ имеет максимальное значение H_{max} на частоте $f = 0$, а минимальное значение H_{min} – на частоте $f = \pm f_s /2$ (т.е. при $\omega T = \pm \pi/2$):
-
- $$H_{\max} = H(0) = \frac{1}{1-b}$$ (6), $$H_{\min} = H(f_s/2) = \frac{1}{1+b}$$ (7).

АЧХ и АЧХ

- Для определенных областей изменения аргумента ωT получаем еще более простые формулы :

$$K(\omega) \cong \frac{1}{\sqrt{1+(\omega T/\varepsilon)^2}}, \qquad \varepsilon, (\omega T)^2 << 1 \qquad (12),$$

$$K(\omega) \cong \frac{\varepsilon}{2\cdot\sin(\omega T/2)}, \qquad \varepsilon << 1, \quad \omega T > (3 \div 4)\cdot\varepsilon \qquad (13),$$

$$\varphi(\omega) \cong -arctg\,\frac{\omega T}{\varepsilon}, \qquad \omega T < \varepsilon << 1 \qquad (14).$$

Полоса пропускания

- Формулы (12) и (14) описывают поведение АЧХ и ФЧХ РЦФ 1-порядка в полосе пропускания, а формула (13) – поведение АЧХ в полосе задерживания.
- Обычно ширину полосы пропускания *Δf* ФНЧ определяют из условия

$$K(\Delta f) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (15).$$

- Сравнивая (12) и (15), получаем $2\pi\Delta f\, T = \varepsilon$, откуда имеем:

$$\Delta f \cong \frac{\varepsilon \cdot f_s}{2\pi}, \qquad \varepsilon << 1 \qquad (16).$$

Расчет коэффициента b

- Если заданы частота дискретизации и полоса фильтра, то значение его коэффициента *b* (или *ε = 1 – b*) можно определить по формулам
-
-

$$b = 1 - \frac{2\pi \cdot \Delta f}{f_s} \qquad \varepsilon = \frac{2\pi \cdot \Delta f}{f_s}$$

-
- (17), (18).

Групповое время задержки

Важным параметром является так называемое групповое время задержки (ГВЗ) *τ(ω)*, которое определяется как производная от фазы по частоте:

$$\tau(\omega)=d\phi(\omega)/d\omega \,.$$

- Для ГВЗ получим следующую формулу:
-
- $$\tau(\omega)=\left| bT\cdot\frac{b-\cos\omega T}{1+b^2-2b\cdot\cos\omega T}\right| \qquad (19).$$

Групповое время задержки

- Обычно ГВЗ имеет смысл рассматривать лишь в полосе пропускания фильтра. Для этого случая формулу (19) можно существенно упростить:

$$\tau(\omega) \cong T \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (\omega T)^2}, \qquad \omega T < \varepsilon << 1 \qquad (20).$$

- На нулевой частоте ***τ(0) ≅ T/ε*** , а на краю полосы пропускания ***τ(Δf) ≅ T/2ε*** .

Время задержки импульса

- Время задержки $\tau_з$ импульса определим из условия достижения выходным сигналом фильтра уровня, равного половине установившегося значения:
  - $y(\tau_з) = 0{,}5\, y_\infty$.
- При $\varepsilon \ll 1$ из (23) получим
  - $n_з \cong 0{,}7 / \varepsilon$,
- откуда для времени задержки имеем
-
- $$\tau_з \cong \frac{0{,}7}{\varepsilon} T \qquad (24).$$

Время нарастания

- Время нарастания $\tau_н$ переходной характеристики определим из условия
  - $\tau_н = (n_{0,9} - n_{0,1})\, T$,
- где $n_{0,9}$ и $n_{0,1}$ - количество периодов частоты дискретизации, за которое переходная характеристика достигает, соответственно, уровня 0,9 и 0,1 от установившегося значения y_∞ .
- При ε << 1 из (23) получим
-
- $$\tau_н \cong \frac{2{,}2}{\varepsilon} T \qquad (25).$$