

# A4X

- A4X

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \sqrt{H \cdot H^*} \Big|_{z=\exp(j\omega T)} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{[1 - b \cdot e^{-j\omega T}] \cdot [1 - b \cdot e^{j\omega T}]} } = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + b^2 - 2b \cdot \cos \omega T}} \end{aligned} \tag{4}$$

# ФЧХ

• ФЧХ

$$\varphi(\omega) = \arg H(z) \Big|_{z=\exp(j\omega T)} =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} H(z)}{\operatorname{Re} H(z)} \Big|_{z=\exp(j\omega T)} =$$

$$= -\operatorname{arctg} \frac{b \cdot \sin \omega T}{1 - b \cdot \cos \omega T}$$

(5)

# АЧХ

- Из (4) следует, что
- при  $b > 0$  имеем фильтр нижних частот, а
- при  $b < 0$  – фильтр верхних частот.
- 
- При  $b > 0$  из (4) находим, что АЧХ имеет максимальное значение  $H_{max}$  на частоте  $f=0$ , а минимальное значение  $H_{min}^{max}$  – на частоте  $f = \pm f_s / 2$  (т.е. при  $\omega T = \pm \pi/2$ ):

$$H_{max} = H(0) = \frac{1}{1-b} \quad (6),$$

$$H_{min} = H(f_s / 2) = \frac{1}{1+b} \quad (7).$$

# АЧХ и АЧХ

- Для определенных областей изменения аргумента  $\omega T$  получаем еще более простые формулы :

- 
- $$K(\omega) \cong \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T / \varepsilon)^2}}, \quad \varepsilon, (\omega T)^2 \ll 1 \quad (12),$$
-

- $$K(\omega) \cong \frac{\varepsilon}{2 \cdot \sin(\omega T / 2)}, \quad \varepsilon \ll 1, \quad \omega T > (3 \div 4) \cdot \varepsilon \quad (13),$$
-

- $$\varphi(\omega) \cong -\operatorname{arctg} \frac{\omega T}{\varepsilon}, \quad \omega T < \varepsilon \ll 1 \quad (14).$$

# Полоса пропускания

- Формулы (12) и (14) описывают поведение АЧХ и ФЧХ РЦФ 1-порядка в полосе пропускания, а формула (13) – поведение АЧХ в полосе задерживания.
- Обычно **ширину полосы пропускания  $\Delta f$  ФНЧ** определяют из условия

$$K(\Delta f) \stackrel{(15)}{=} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- Сравнивая (12) и (15), получаем  **$2\pi\Delta f T = \varepsilon$** , откуда имеем:

$$\Delta f \cong \frac{\varepsilon \cdot f_s}{2\pi}, \quad \varepsilon \ll 1 \quad (16).$$

# Расчет коэффициента $b$

- Если заданы частота дискретизации и полоса фильтра, то значение его коэффициента  $b$  (или  $\varepsilon = 1 - b$ ) можно определить по формулам

- 
- 
- $$b = 1 - \frac{2\pi \cdot \Delta f}{f_s}$$

(17),

- $$\varepsilon = \frac{2\pi \cdot \Delta f}{f_s}$$

(18).

# Групповое время задержки

Важным параметром является так называемое групповое время задержки (ГВЗ)  $\tau(\omega)$ , которое определяется как производная от фазы по частоте:

$$\tau(\omega) = d\phi(\omega)/d\omega .$$

- Для ГВЗ получим следующую формулу:

- 

$$\tau(\omega) = \left| bT \cdot \frac{b - \cos \omega T}{1 + b^2 - 2b \cdot \cos \omega T} \right| \quad (19).$$

-

# Групповое время задержки

- Обычно ГВЗ имеет смысл рассматривать лишь в полосе пропускания фильтра. Для этого случая формулу (19) можно существенно упростить:

- 
- $$\tau(\omega) \cong T \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (\omega T)^2}, \quad \omega T < \varepsilon \ll 1$$
- 
- 

(20).

- На нулевой частоте  $\tau(0) \cong T/\varepsilon$ , а на краю полосы пропускания  $\tau(\Delta f) \cong T/2\varepsilon$ .



# Время задержки импульса

- Время задержки  $\tau_3$  импульса определим из условия достижения выходным сигналом фильтра уровня, равного **половине** установившегося значения:

- $y(\tau_3) = 0,5 y_\infty$  .

- При  $\varepsilon \ll 1$  из (23) получим

- $n_3 \cong 0,7 / \varepsilon$  ,

- откуда для времени задержки имеем

- $$\tau_3 \cong \frac{0,7}{\varepsilon} T \quad (24).$$

# Время нарастания

- **Время нарастания  $\tau_H$**  переходной характеристики определим из условия

- $\tau_H = (n_{0,9} - n_{0,1}) T,$

- где  $n_{0,9}$  и  $n_{0,1}$  - количество периодов частоты дискретизации, за которое переходная характеристика достигает, соответственно, уровня 0,9 и 0,1 от установившегося значения  $y_\infty$ .
- При  $\varepsilon \ll 1$  из (23) получим

- $$\tau_H \cong \frac{2,2}{\varepsilon} T \quad (25).$$