

A4X

- A4X

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \sqrt{H \cdot H^*} \Big|_{z=\exp(j\omega T)} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{[1 - b \cdot e^{-j\omega T}] \cdot [1 - b \cdot e^{j\omega T}]} } = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 + b^2 - 2b \cdot \cos \omega T}} \end{aligned} \tag{4}$$

ФЧХ

- ФЧХ

$$\begin{aligned}\varphi(\omega) &= \arg H(z) \Big|_{z=\exp(j\omega T)} = \\ &= \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im} H(z)}{\operatorname{Re} H(z)} \Big|_{z=\exp(j\omega T)} = \\ &= -\operatorname{arctg} \frac{b \cdot \sin \omega T}{1 - b \cdot \cos \omega T}\end{aligned}$$

(5)

АЧХ

- Из (4) следует, что
- при $b > 0$ имеем фильтр нижних частот, а
- при $b < 0$ – фильтр верхних частот.
-
- При $b > 0$ из (4) находим, что АЧХ имеет максимальное значение H_{max} на частоте $f=0$, а минимальное значение H_{min}^{max} – на частоте $f = \pm f_s / 2$ (т.е. при $\omega T = \pm \pi/2$):

$$H_{max} = H(0) = \frac{1}{1-b} \quad (6),$$

$$H_{min} = H(f_s / 2) = \frac{1}{1+b} \quad (7).$$

АЧХ и АЧХ

- Для определенных областей изменения аргумента ωT получаем еще более простые формулы :

-
- $$K(\omega) \cong \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega T / \varepsilon)^2}}, \quad \varepsilon, (\omega T)^2 \ll 1 \quad (12),$$
-

- $$K(\omega) \cong \frac{\varepsilon}{2 \cdot \sin(\omega T / 2)}, \quad \varepsilon \ll 1, \quad \omega T > (3 \div 4) \cdot \varepsilon \quad (13),$$
-

- $$\varphi(\omega) \cong -\operatorname{arctg} \frac{\omega T}{\varepsilon}, \quad \omega T < \varepsilon \ll 1 \quad (14).$$

Полоса пропускания

- Формулы (12) и (14) описывают поведение АЧХ и ФЧХ РЦФ 1-порядка в полосе пропускания, а формула (13) – поведение АЧХ в полосе задерживания.
- Обычно **ширину полосы пропускания Δf ФНЧ** определяют из условия

$$K(\Delta f) \stackrel{(15)}{=} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- Сравнивая (12) и (15), получаем **$2\pi\Delta f T = \varepsilon$** , откуда имеем:

$$\Delta f \cong \frac{\varepsilon \cdot f_s}{2\pi}, \quad \varepsilon \ll 1 \quad (16).$$

Расчет коэффициента b

- Если заданы частота дискретизации и полоса фильтра, то значение его коэффициента b (или $\varepsilon = 1 - b$) можно определить по формулам

-
-
- $$b = 1 - \frac{2\pi \cdot \Delta f}{f_s}$$

(17),

- $$\varepsilon = \frac{2\pi \cdot \Delta f}{f_s}$$

(18).

Групповое время задержки

Важным параметром является так называемое групповое время задержки (ГВЗ) $\tau(\omega)$, которое определяется как производная от фазы по частоте:

$$\tau(\omega) = d\phi(\omega)/d\omega .$$

- Для ГВЗ получим следующую формулу:

-

$$\tau(\omega) = \left| bT \cdot \frac{b - \cos \omega T}{1 + b^2 - 2b \cdot \cos \omega T} \right| \quad (19).$$

-

Групповое время задержки

- Обычно ГВЗ имеет смысл рассматривать лишь в полосе пропускания фильтра. Для этого случая формулу (19) можно существенно упростить:

-
- $$\tau(\omega) \cong T \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (\omega T)^2}, \quad \omega T < \varepsilon \ll 1$$
-
-

(20).

- На нулевой частоте $\tau(0) \cong T/\varepsilon$, а на краю полосы пропускания $\tau(\Delta f) \cong T/2\varepsilon$.

Время задержки импульса

- Время задержки τ_3 импульса определим из условия достижения выходным сигналом фильтра уровня, равного **половине** установившегося значения:

- $y(\tau_3) = 0,5 y_\infty$.

- При $\varepsilon \ll 1$ из (23) получим

- $n_3 \cong 0,7 / \varepsilon$,

- откуда для времени задержки имеем

- $$\tau_3 \cong \frac{0,7}{\varepsilon} T \quad (24).$$

Время нарастания

- **Время нарастания τ_H** переходной характеристики определим из условия

- $\tau_H = (n_{0,9} - n_{0,1}) T,$

- где $n_{0,9}$ и $n_{0,1}$ - количество периодов частоты дискретизации, за которое переходная характеристика достигает, соответственно, уровня 0,9 и 0,1 от установившегося значения y_∞ .
- При $\varepsilon \ll 1$ из (23) получим

- $$\tau_H \cong \frac{2,2}{\varepsilon} T \quad (25).$$