

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ  
И АНАЛИЗ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ**

---

# ПРОГНОЗИРОВАНИЕ – ВСЕГДА ЛИ ОСУЩЕСТВИМО?

- *Скажите нам, что ждет нас в будущем, чтобы мы знали, что вы боги.*  
(Исаия 41:23)

Примеры известных предсказаний о компьютерах.

- *"Я думаю, в мире найдётся рынок от силы для 5 компьютеров"* (Томас Ватсон-старший, президент IBM, 1943)
- *Вес компьютеров в будущем не будет превышать 1,5 тонны.* (Популярная Механика, 1949)
- *«Нет никаких причин для того, чтобы кто-нибудь захотел иметь компьютер у себя дома».* (Кен Олсен, президент компании Digital Equipment, 1977 г.)



# ИСХОДНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

- Временной ряд - последовательность наблюдаемых значений какого-либо признака, упорядоченных в неслучайные моменты времени. Отличием анализа временных рядов от анализа случайных выборок является предположение о равных промежутках времени между наблюдениями и их хронологический порядок.

Если рассматривать значения одного признака у одного объекта в равноотстоящие моменты времени, то последовательность  $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)$  называют *одномерным временным рядом*.

Если регистрировать значения  $p$  признаков у одного объекта, то говорят о статистическом анализе *многомерного временного ряда*  $X(t) = (x^1(t_k), x^2(t_k), \dots, x^p(t_k)), \quad k=1, 2, \dots, N$

# ПРИМЕРЫ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Примеры временных рядов:

- рыночные цены
  - объемы продаж в торговых сетях
  - объемы потребления и цены электроэнергии
  - объемы грузовых и пассажирских перевозок
  - дорожный трафик (прогнозирование пробок)
-



# ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

1. *Долговременные*, формирующие общую тенденцию в изменении анализируемого признака  $x(t)$ . Обычно описывается при помощи монотонной в течении достаточно длительного периода времени функции  $f(t)$ , называемой *трендом*.
2. *Сезонные*, формирующие периодически повторяющиеся в определенное время года колебания анализируемого признака. Описывается периодической функцией  $\varphi(t)$  с периодом, кратным сезонам.
3. *Циклические*, формирующие изменения анализируемого признака, обусловленные действием долговременных циклов экономической, демографической или астрономической природы. Описывается функцией  $\psi(t)$ .
4. *Случайные*, не поддающиеся учету и регистрации. Их воздействие обуславливает *стохастическую природу* анализируемого признака. Обозначается  $\varepsilon(t)$

# ОБЩИЕ МОДЕЛИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

*Аддитивная форма*

$$x(t) = \lambda_1 f(t) + \lambda_2 \varphi(t) + \lambda_3 \psi(t) + \varepsilon(t), \quad (1)$$

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & \text{фактор участвует в формировании} \\ & \text{уровней ряда } x(t) \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

*Мультипликативная форма*

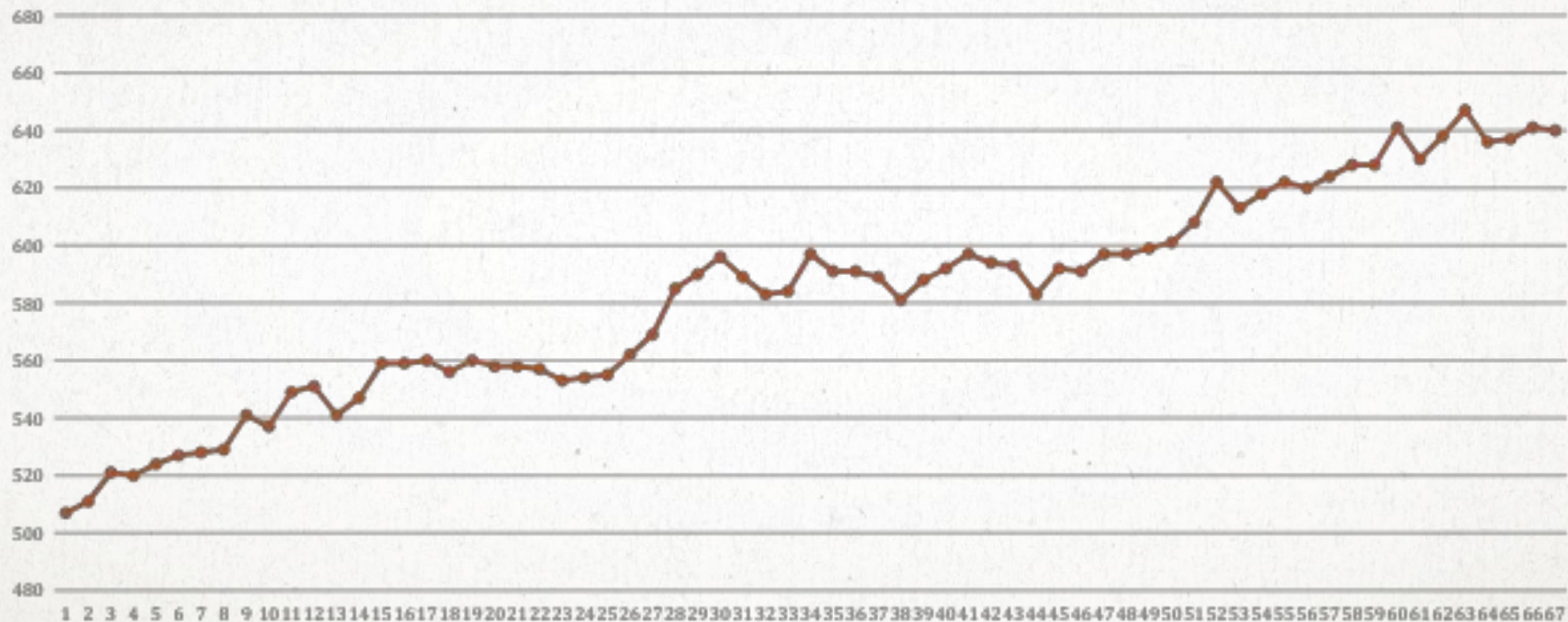
$$x(t) = f(t)^{\lambda_1} * \varphi(t)^{\lambda_2} * \psi(t)^{\lambda_3} * \varepsilon(t)$$

$$\ln x(t) = \lambda_1 \ln f(t) + \lambda_2 \ln \varphi(t) + \lambda_3 \ln \psi(t) + \ln \varepsilon(t)$$



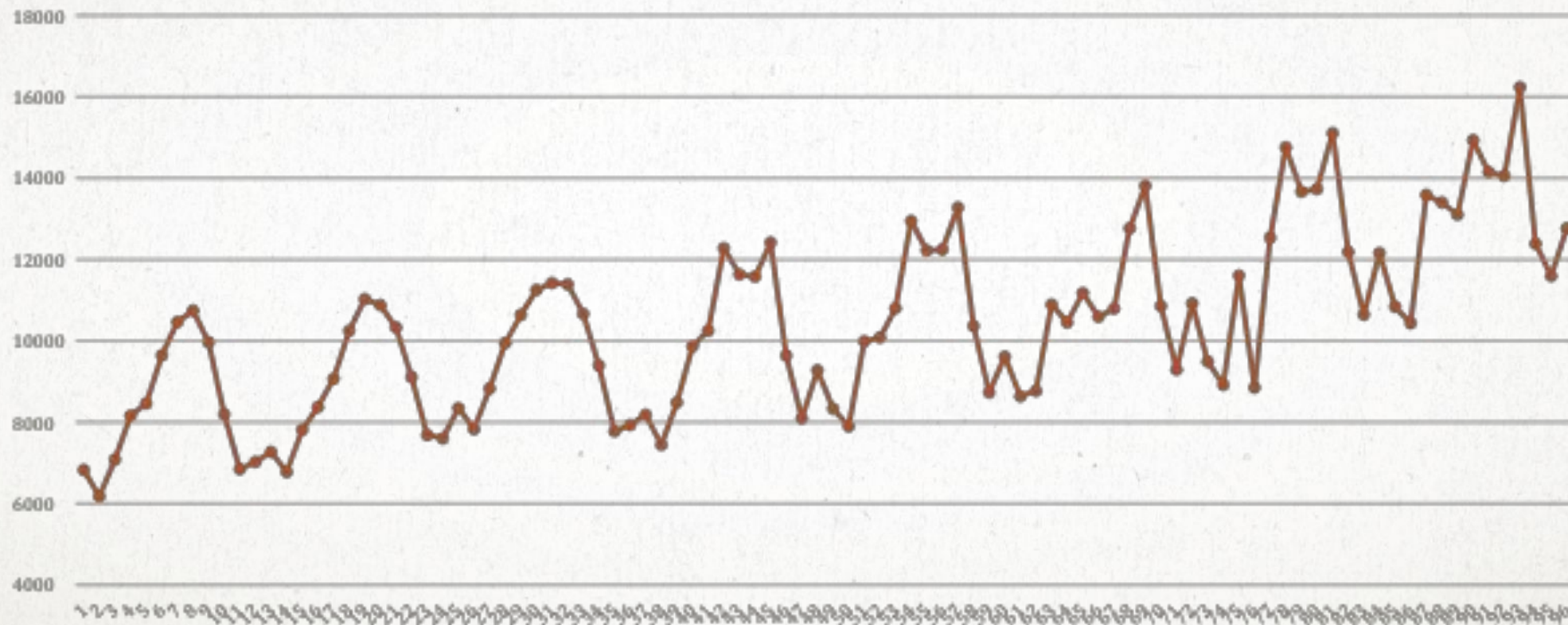
# ПРИМЕРЫ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

IBM, 1961.



# ПРИМЕРЫ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

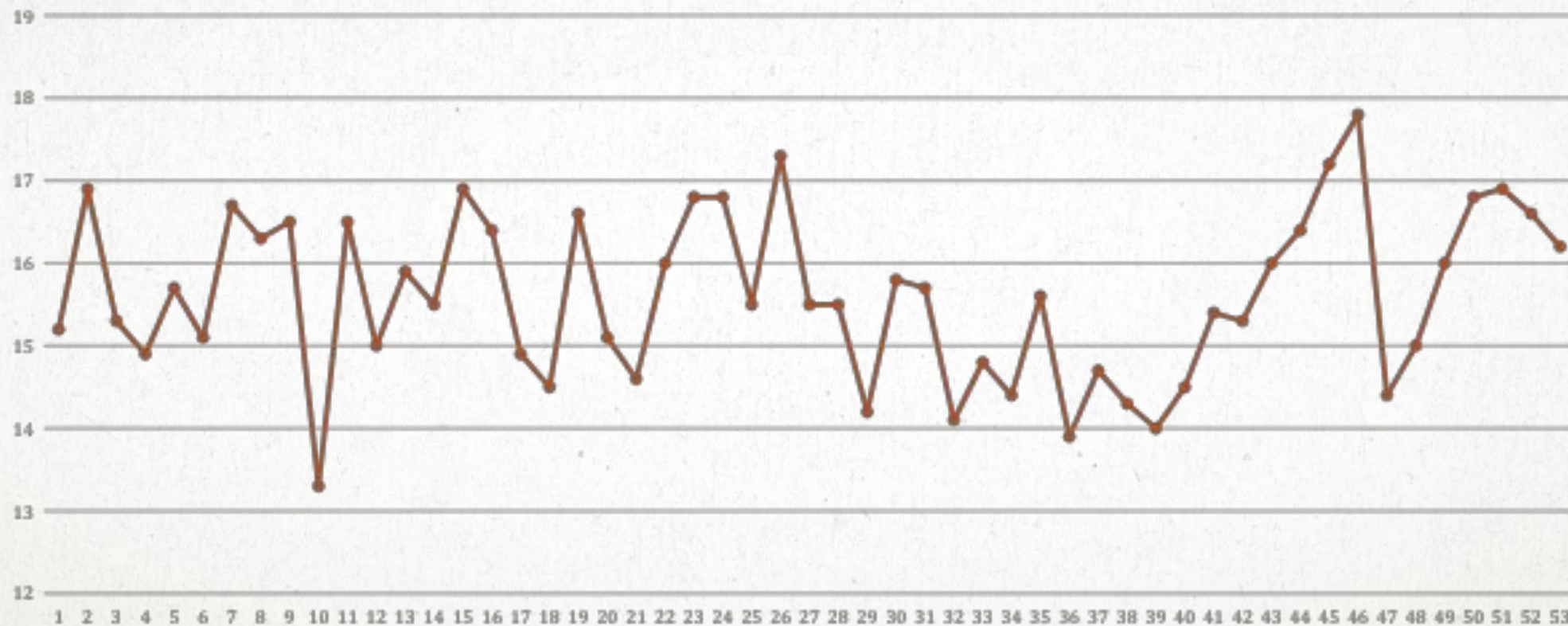
Среднемесячные температуры в Москве, 1963-1970 гг.





# ПРИМЕРЫ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Средняя температура в Москве, 1884-1939 гг.



# ЗАДАЧИ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

По имеющейся траектории анализируемого временного ряда  $x(t)$  требуется:

- Определить, какие из неслучайных составляющих  $f(t)$ ,  $\varphi(t)$  и  $\psi(t)$  присутствуют в разложении (1)
- Построить оценки для тех неслучайных функций, которые присутствуют в разложении (1)
- Подобрать модель, адекватно описывающую поведение «случайной составляющей  $\varepsilon(t)$ , и статистически оценить параметры этой модели



# ТЕСТИРОВАНИЕ НАЛИЧИЯ/ОТСУТСТВИЯ НЕСЛУЧАЙНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

- Если неслучайные составляющие отсутствуют (ряд является стационарным), то ряд состоит из статистически независимых наблюдений, случайно варьирующихся около некоторого постоянного уровня  $a$ , т.е.

$$H_0: M(x(t)) = a = \text{const}$$

Иначе, существует зависимость от времени неслучайной составляющей анализируемого временного ряда (ряд является нестационарным)

$$H_1: M(x(t)) \neq \text{const}$$

# ВИДЫ ПРОГНОЗОВ

- Прогноз может быть краткосрочным, среднесрочным и долгосрочным.
- **Краткосрочный прогноз** представляет собой прогноз на несколько шагов вперед, т.е. осуществляется построение прогноза не более чем на 3% от объема наблюдений или на 1-3 шага вперед.
- **Среднесрочный прогноз** - это прогноз на 3-5% от объема наблюдений, но не более 7-12 шагов вперед; также под этим типом прогноза понимают прогноз на один или половину сезонного цикла. Для построения краткосрочных и среднесрочных прогнозов вполне подходят статистические методы.
- **Долгосрочный прогноз** - это прогноз более чем на 5% от объема наблюдений.



# КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ ПРОГНОЗА

Среднее абсолютное отклонение

$$MAD = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|}{n}$$

Среднеквадратичная ошибка

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i|^2}{n}$$

Максимальное абсолютное отклонение

$$MAXD = \max |\hat{y}_i - y_i|$$

Абсолютное среднее процентной ошибки

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| * 100\%$$

# МЕТОДЫ СГЛАЖИВАНИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА

*Простая скользящая средняя*

$$s_t = \frac{y_{t-1} + y_{t-2} + y_{t-3} + \dots + y_{t-n}}{n}$$

*Экспоненциальная скользящая средняя (ЭСС)*

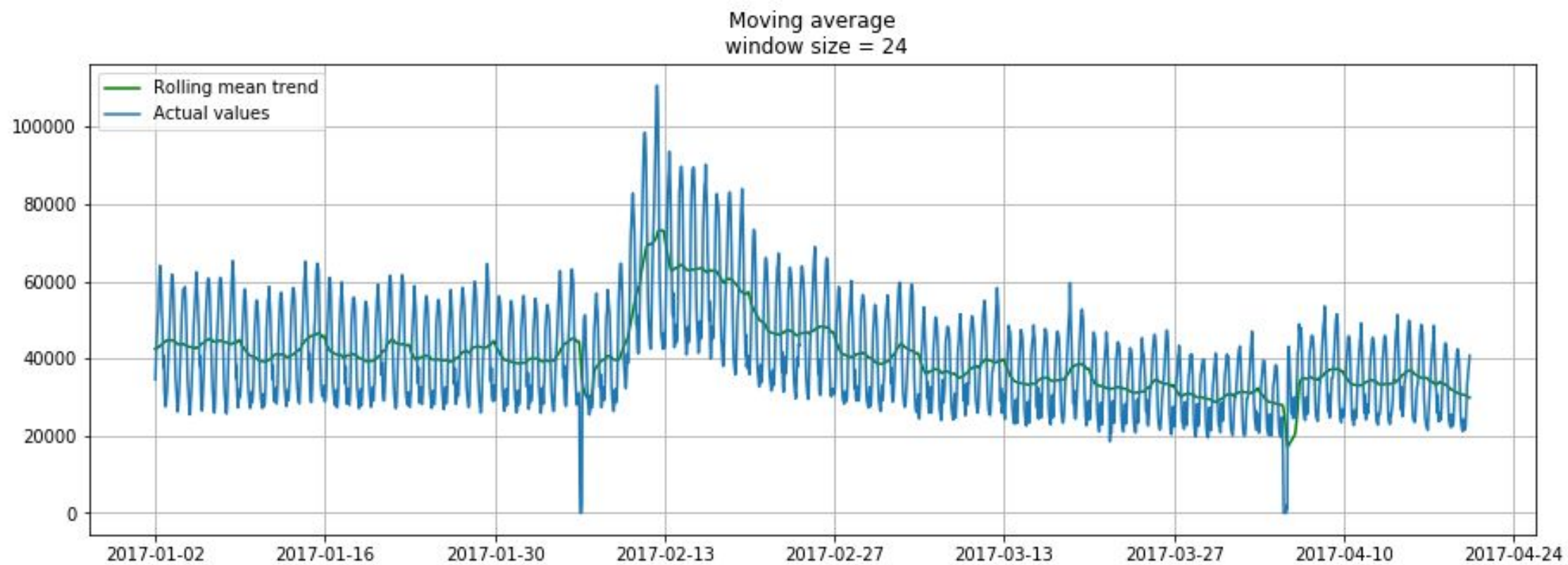
$$s_t = \alpha y_{t-1} + (1 - \alpha) s_{t-1}$$

Где

- $\alpha \in [0,1]$  – параметр сглаживания,
- $y_{t-1}$  – фактическое значение исследуемого показателя за предшествующий период
- $s_{t-1}$  – экспоненциальная скользящая средняя для предшествующего периода.



# ГРАФИК ПРОСТОЙ СКОЛЬЗЯЩЕЙ СРЕДНЕЙ



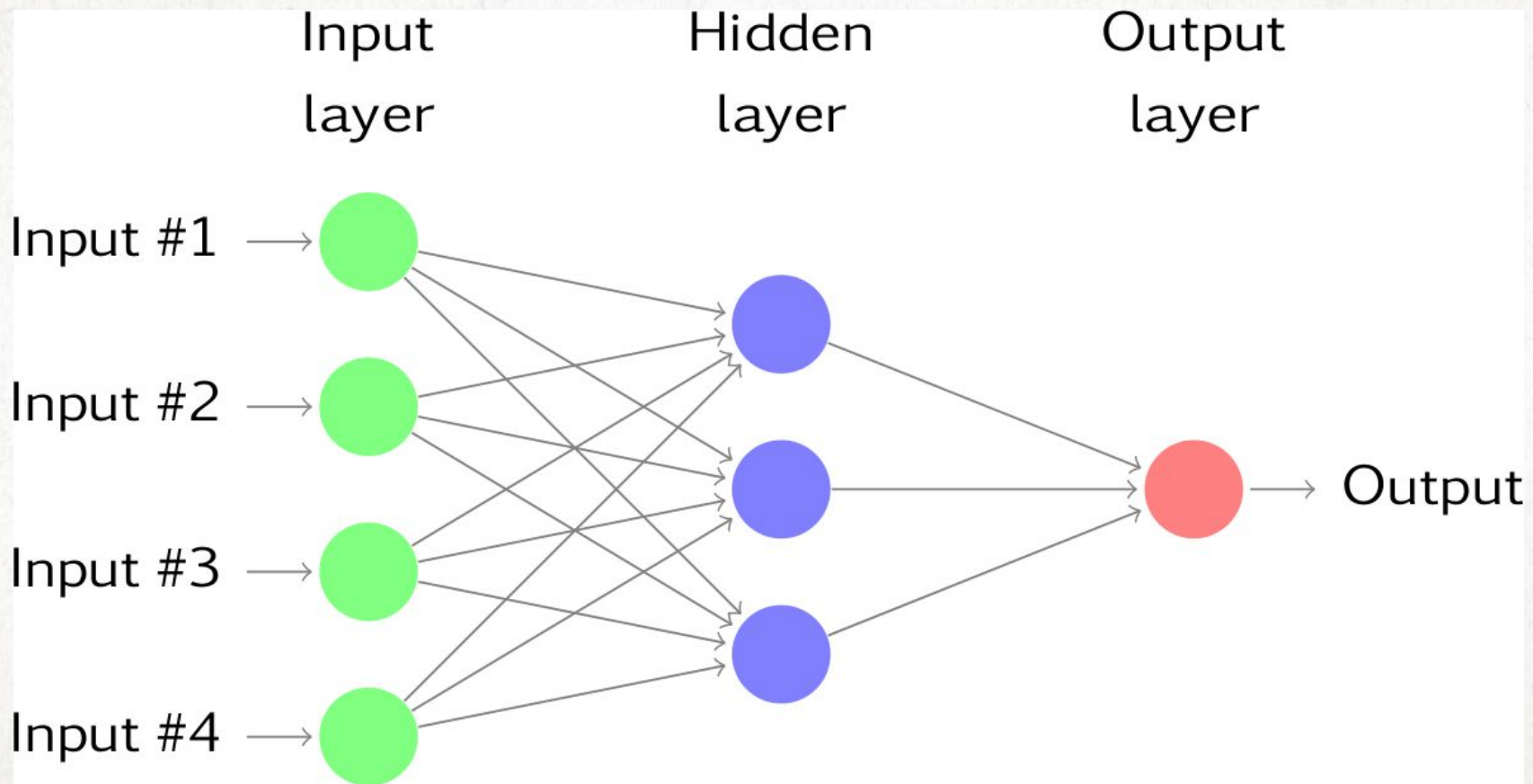
# ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ АВТОРЕГРЕССИИ

- В роли признаков -  $n$  предыдущих наблюдений ряда:

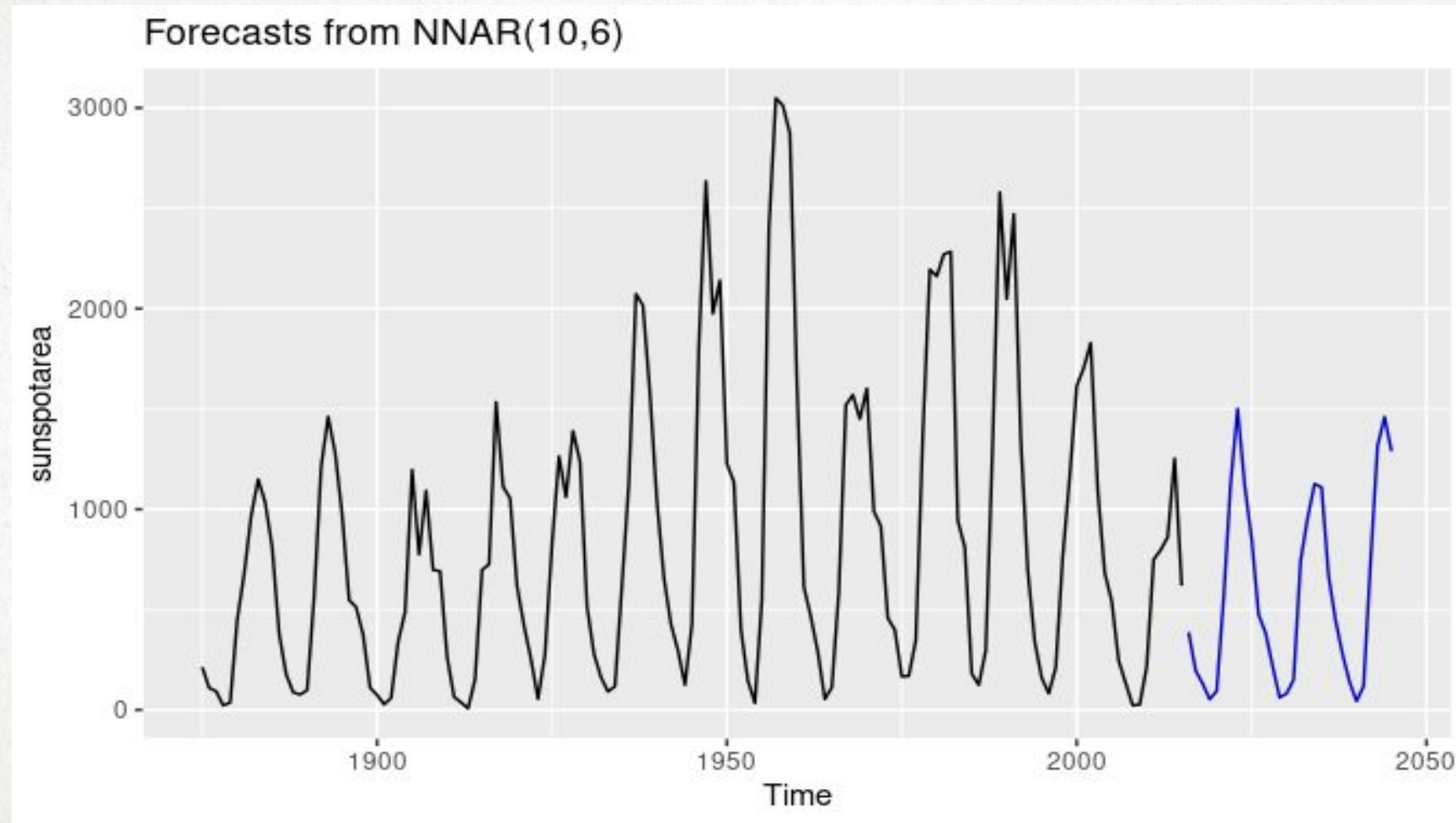
$$\hat{y}_{t+1}(w) = \sum_{j=1}^n w_j y_{t-j+1}, \quad w \in \mathbb{R}^n$$



# НЕЙРОСЕТЕВЫЕ МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ



# ПРОГНОЗ ЧИСЛА ПЯТЕН НА СОЛНЦЕ





# ЛИТЕРАТУРА

**Прогнозирование: принципы и практика**

Роб Джей Хайндман и Джордж Афанасопулос

<https://otexts.com/fpp2/>

