

Представление числовой информации
с помощью систем счисления.
Перевод чисел в позиционных
системах счисления.



Система счисления – знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.



Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A (10), B (11), C (12), D (13), E (14), F (15)

Развернутая форма записи числа

$$A_{10} = a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot 10^{-m}$$

Свернутая форма записи числа

$$A_{10} = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0, a_{-1} \dots a_{-m}$$

ПРИМЕР: Представить число в десятичной системе счисления в развернутой форме записи

$$\overset{2}{1} \overset{1}{4} \overset{0}{2}, \overset{-1}{3} \overset{-2}{5}_{10} = 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

ВЫПОЛНИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

$$\overset{3}{5} \overset{2}{4} \overset{1}{3} \overset{0}{0}, \overset{-1}{1} \overset{-2}{2}_{10} =$$

Развернутая форма записи числа

$$A_2 = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 2^0 + a_{-1} \cdot 2^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot 2^{-m}$$

Свернутая форма записи числа

$$A_2 = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0, a_{-1} \dots a_{-m}$$

ПРИМЕР: Представить число в двоичной системе счисления в развернутой форме записи

$$101,01_2 = 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2}$$

ВЫПОЛНИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

$$10,11_2 =$$

Шестнадцатеричная система счисления

X_{10}	X_{16}	X_2
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111

X_{10}	X_{16}	X_2
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Развернутая форма записи числа

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

Свернутая форма записи числа

$$A_q = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0, a_{-1} \dots a_{-m}$$

ПРИМЕР: Представить число в системе счисления с заданным основанием в развернутой форме записи

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 6 & 7 & 3, & 2 \end{matrix} 2_8 = 6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 3 \cdot 8^0 + 2 \cdot 8^{-1}$$

$$\begin{matrix} 1 & 0 & -1 \\ 8 & A, & F \end{matrix} 16 = 8 \cdot 16^1 + A \cdot 16^0 + F \cdot 16^{-1}$$

ВЫПОЛНИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & 1, & 7 \end{matrix} 8 =$$

$$\begin{matrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ 5 & 9 & F, & B \end{matrix} 16 =$$

Число записывается в развернутой форме и производятся вычисления.

ПРИМЕР: Перевести число из системы счисления с заданным основанием в десятичную систему счисления

$$10,11_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{1}{4} = 2,75_{10}$$

$$67,5_8 = 6 \cdot 8^1 + 7 \cdot 8^0 + 5 \cdot 8^{-1} = 6 \cdot 8 + 7 \cdot 1 + 5 \cdot \frac{1}{8} = 55,625_{10}$$

$$19F_{16} = 1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + F \cdot 16^0 = 1 \cdot 256 + 9 \cdot 16 + 5 \cdot 1 = 415_{10}$$

ВЫПОЛНИТЬ САМОСТОЯТЕЛЬНО

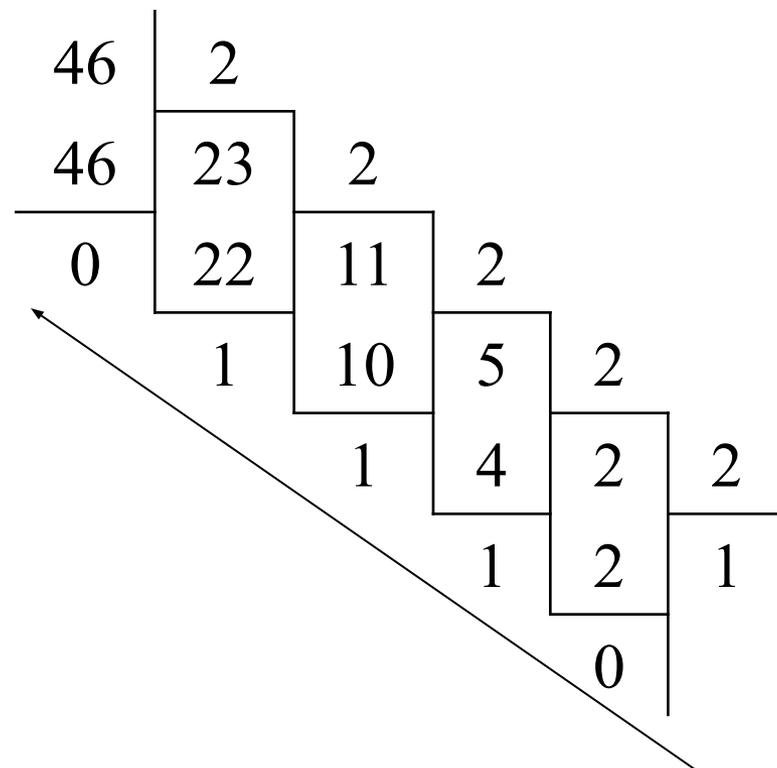
$$110,01_2 =$$

Перевод целых десятичных чисел в двоичную систему счисления:

1. Последовательно выполнить деление исходного целого десятичного числа и получаемых целых частных на основание системы (на 2) до тех пор, пока не получится частное, меньшее 2.
2. Записать полученные остатки в обратной последовательности.

ПРИМЕР: Перевести целое десятичное число в двоичную систему счисления

$$46 = 101110_2$$



1. Последовательно выполнять умножение исходной десятичной дроби и получаемых дробных частей произведений на основание системы (на 2) до тех пор, пока не получится нулевая дробная часть или не будет достигнута требуемая точность вычислений.
2. Записать полученные целые части произведения в прямой последовательности.

ПРИМЕР: Перевести число из десятичной системы счисления в двоичную систему счисления (точность вычислений - 5 знаков после запятой)

$$\begin{array}{r}
 * \quad 0,0625 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 0,1250
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 * \quad 0,125 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 0,250
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 * \quad 0,25 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 0,50
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 0,5 \\
 \hline
 \quad \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 1,0
 \end{array}
 \quad
 0,0625 = 0,0001_2$$

ПРИМЕР: Перевести числа из десятичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления (точность вычислений - 5 знаков после запятой)

$$\begin{array}{r|l} 46 & 8 \\ - 40 & 5 \\ \hline 6 & \end{array}$$

$$46 = 56_8$$

$$\begin{array}{r} * 0,0625 \\ \hline 8 \\ 0,5000 \end{array} \quad \begin{array}{r} * 0,5 \\ \hline 8 \\ 4,0 \end{array}$$

$$0,0625 = 0,04_8$$

$$\begin{array}{r|l} 46 & 16 \\ - 32 & 2 \\ \hline 14 & \end{array}$$

$$46 = 2E_{16}$$

$$\begin{array}{r} * 0,0625 \\ \hline 16 \\ 3750 \\ + 625 \\ \hline 1,0000 \end{array} \quad 0,0625 = 0,1_{16}$$

Домашнее задание

Выполнить задания:

1. Перевести следующие числа в десятичную систему счисления:
а) $10110111,1011_2$; б) $563,44_8$; в) $1C4, A_{16}$

2. Перевести следующие числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления: а) 120_{10} ; б) 37_{10}

3. Перевести следующие числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления (точность вычислений - 5 знаков после запятой): а) $0,345$; б) $217,375^*$