Методы решения тригонометрических уравнений .

Цели урока:

10.1.3.5 уметь решать простейшие тригонометрические уравнения.

Повторите алгоритмы решения простейших тригонометрических уравнений:

- https://bilimland.kz/ru/subject/algebra/10-klass/prostejshie-trigonometricheskie-uravneniya-i-ix-resheniya?mid=%info%

Методы решения тригонометрических уравнений

- Разложение на множители
- Сведение к алгебраическому уравнению
- Введение вспомогательного угла
- Универсальная подстановка
- Сведение к однородному уравнению
- Использование формул преобразования суммы в произведение и обратно
- Применение формул понижения степени
- Обращение к условию равенства одноименных тригонометрических функций
- Использование свойства ограниченности функций (метод оценки)

Рекомендации по решению тригонометрических уравнений

1. Если аргументы функций одинаковые, попробовать получить одинаковые функции, использовав формулы без изменения аргументов.

2. Если аргументы функций отличаются в два раза, попробовать получить одинаковые аргументы, использовав формулы двойного аргумента.

3. Если аргументы функций отличаются в четыре раза, попробовать их привести к промежуточному двойному аргументу.

4. Если есть функции одного аргумента, степени свыше первой, попробовать понизить степень, используя формулы понижения степени или формулы сокращенного умножения.

5. Если есть сумма одноименных функций первой степени с разными аргументами (вне случаев 2,3), попробовать преобразовать сумму в произведение для появления общего множителя.

6. Если есть сумма разноимённых функций первой степени с разными аргументами (вне случаев 2, 3), попробовать использовать формулы приведения, получить затем случай 5.

7. Если в уравнении есть произведение косинусов (синусов) различных аргументов, попробовать свести его к формуле синус двойного аргумента, умножив и разделив это выражение на синус (косинус) подходящего аргумента:

$$\cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 4x = \frac{2\sin x \cos x \cos 2x \cos 4x}{2\sin x} = \ldots$$

8. Если в уравнении есть числовое слагаемое (множитель), то его можно представить в виде значений функции угла. Например:

$$\sqrt{3}\sin x + \cos x = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x + \frac{1}{2}\cos x\right) = 2\left(\cos\frac{\pi}{6}\sin x + \sin\frac{\pi}{6}\cos x\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$$

Виды тригонометрических уравнений

2) Однородные уравнения второй степени:

Решаются делением на $\cos^2 x$ (или $\sin^2 x$) и методом введения новой переменной.

$$a\cdot\sin^2x + b\cdot\sin x\cdot\cos x + c\cdot\cos^2x = 0$$

Разделим обе части на $\cos^2x$. Получим квадратное уравнение:

$$a\cdot tg^2x + b\cdot tgx + c = 0.$$

Пример. Решить уравнение: $3\sin^2 x + 4\sin x\cdot\cos x + 5\cos^2 x = 2.$

Решение. $3\sin^2 x + 4\sin x\cdot\cos x + 5\cos^2 x = 2\sin^2 x + 2\cos^2 x,$

$\sin^2 x + 4\sin x\cdot\cos x + 3\cos^2 x = 0,$

$tg^2 x + 4\,tg\,x + 3 = 0,$ отсюда $y^2 + 4y + 3 = 0,$

корни этого уравнения: $y_1 = -1,\ y_2 = -3,$ отсюда

1) $tg\,x = -1,$ 2) $tg\,x = -3,$

Ответ: $-\dfrac{\pi}{4} + \pi k,\ k\in Z;\ -arctg\,3 + \pi n,\ n\in Z$

Методы решения тригонометрических уравнений.

1.Сводимые к квадратным

Решаются методом введения новой переменной

$$a\cdot\sin^2 x + b\cdot\sin x + c=0$$

Пусть $\sin x = p$, где $|p| \le 1$, тогда $a\cdot p^2 + b\cdot p + c = 0$

Найти корни, вернуться к замене и решить простые уравнения.

Пример. Решите уравнение: $2\cos^2 x+5\sin x + 1 = 0$.

Выразив $\cos^2 x$ через $1-\sin^2 x$, получим уравнение:

$2-2\sin^2 x+5\sin x + 1 = 0;$

$2\sin^2 x -5\sin x - 3 = 0.$ *Введем новую переменную, обозначив* $\sin x$ через а.

Тогда уравнение примет вид: $2\cdot a^2 - 5\cdot a - 3 = 0$.

$a=3,\ a=-\frac{1}{2}.$

Если $a = 3$, то $\sin x = 3$. Решений нет.

Если $a=-\frac{1}{2}$, то $\sin x = -\frac{1}{2}$.

$x= (-1)^{к}\arcsin(-\frac{1}{2}) +\pi k,\ k\epsilon Z;$

$x= (-1)^{к+1}\arcsin\frac{1}{2} +\pi k,\ k\epsilon Z;$

$x= (-1)^{к+1}\frac{\pi}{3}+\pi k,\ k\epsilon Z;$

Методы решения тригонометрических уравнений.

Решение.

2. Метод разложения на множители.

Путем разложения левой части уравнения на множители и когда правая часть равна нулю.

Пример. Решите уравнение: $2\sin 2x\cos 2x=3\cos 2x$.

$2\sin 2x\cos 2x=3\cos 2x$; $2\sin 2x\cos 2x-3\cos 2x=0$; $\cos 2x(2\sin 2x-3)=0$;

$\cos 2x=0$ *или* $2\sin 2x-3=0$;

$2x=\frac{\pi}{2}+\pi k, k\in Z$; $\sin 2x=1{,}5$;

$x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k, k\in Z$; *1,5 не принадлежит* $[-1;1]$, *поэтому решений нет.*

Ответ: $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k, k\in Z$.

Метод понижения степени

$$2\sin^2 x + \cos 4x = 0$$

$$2\cdot\frac{1}{2}(1-\cos 2x)+\cos 2\cdot 2x = 0$$

$$1-\cos 2x+\cos^2 2x-\sin^2 2x = 0$$

$$\cos^2 2x-\cos 2x+\cos^2 2x = 0$$

$$2\cos^2 2x-\cos 2x = 0$$

$$\cos 2x(2\cos 2x-1) = 0$$

1) $\cos 2x = 0$ *или* 2) $2\cos 2x - 1 = 0$

$2x = \frac{\pi}{2}+\pi k,\ k\in Z$

$x = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2},\ \ k\in Z.$

$\cos 2x = \frac{1}{2}$

$2x = \pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ \ n\in Z$

$x = \pm\frac{\pi}{6}+\pi n,\ \ n\in Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{4}+\frac{\pi k}{2},\ \ k\in Z;$ $x = \frac{\pi}{6}+\pi n,\ \ n\in Z;$ $x = -\frac{\pi}{6}+\pi m,\ \ m\in Z$

Решите уравнения:

$\sin(5x - \pi) = 0;$

$4\cos^2 x - 8\cos x = -3;$

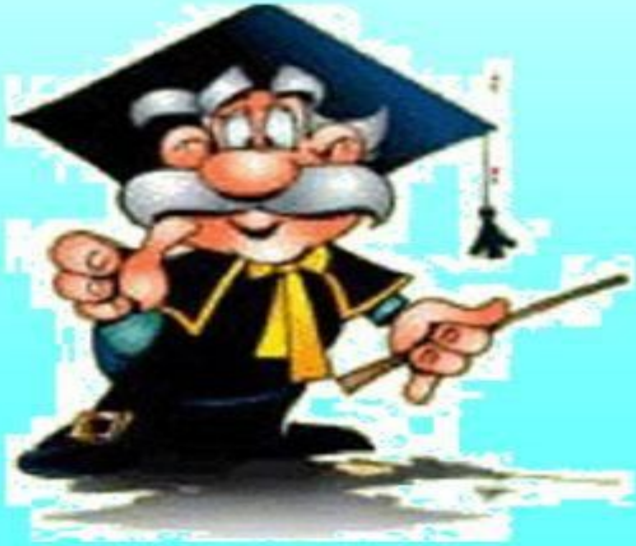
$4\cos^2 x - 3 = 0;$

Рефлексия. Закончите предложения:

- \- я узнал(а)…
- \- у меня вызвали затруднения …
- \- я не понял (а)…

- Все задания старайся сделать сам. Но если возникнут трудности, можешь обратиться ко мне за помощью. Сфотографируй свою работу и отправь мне на проверку на электронный адрес: AlgebraGeometria81011@yandex.com

Спасибо за внимание!



MyShared