

# **Виды кривых, замечательные кривые. Окружность и круг.**

Работу выполнила Носкова П.С.  
Группа ЗНОу-218

При обучении геометрических фигур, кривых на уроках математики преподавателю необходимо создать у учеников правильные геометрические образы, развить пространственные представления, вооружить их навыками черчения и измерения, сравнения, анализа, которые имеют большое жизненно - практическое значение.

Знакомство с кривыми и изучение их свойств углубит знания, геометрические представления, повысит интерес к геометрии; создаст содержательную основу для дальнейшего изучения математики, физики и других наук.

# Виды кривых

```
graph TD; A[Виды кривых] --> B[Кривые первого порядка]; A --> C[Кривые второго порядка]; A --> D[Кривые третьего порядка];
```

Кривые первого  
порядка

Кривые третьего  
порядка

Кривые второго  
порядка

# Кривые первого порядка

Линия первого порядка на плоскости определяется алгебраическим уравнением первой степени относительно декартовых координат  $x$  и  $y$ :

$$Ax + By + C = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) определяет прямую на плоскости.

## Кривые второго порядка

Кривой второго порядка называется линия, уравнение которой в декартовой системе координат имеет

$$\text{вид: } Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \quad (2)$$

где хотя бы один из коэффициентов  $A$ ,  $B$ ,  $C$  не равен нулю.

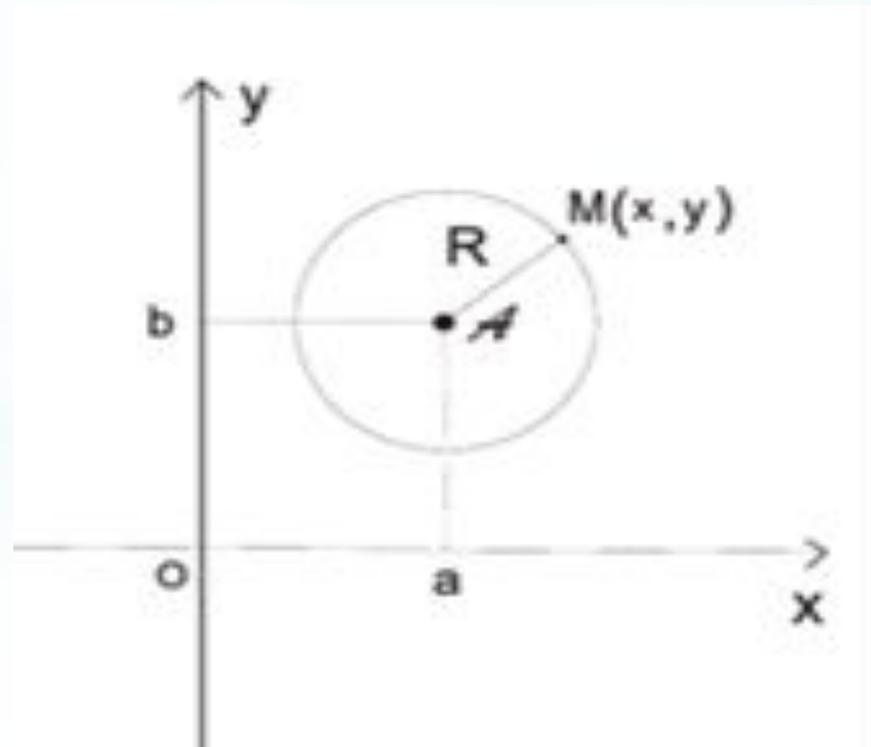
Уравнение (2) определяет кривую линию, которая называется кривой второго порядка.

# Кривыми второго порядка могут быть:

- окружность;
- эллипс;
- гиперболоа;
- парабола;
- их вырождения.

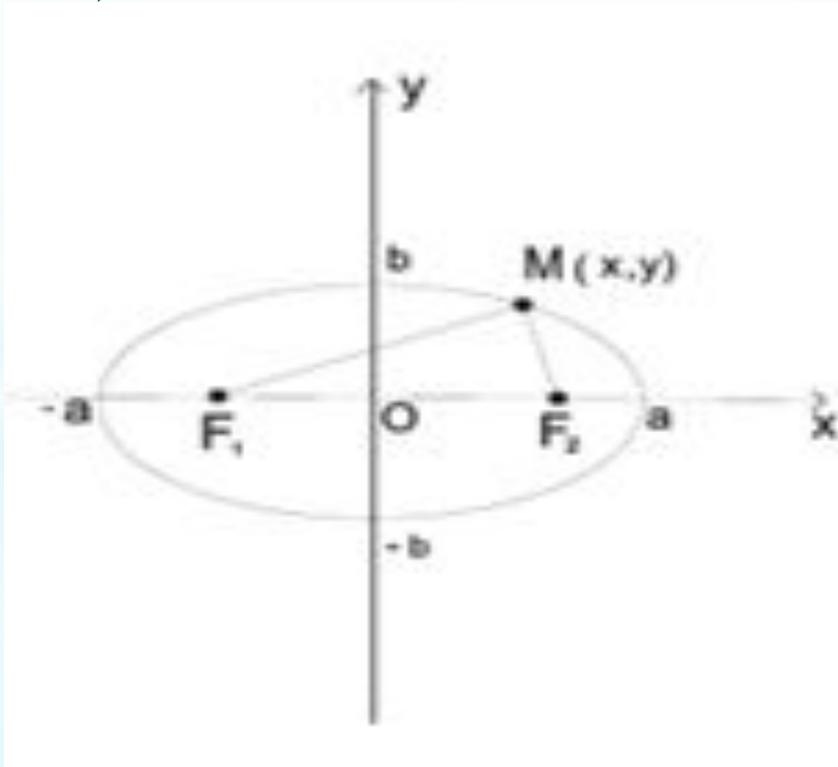
## Окружность.

Окружностью называется геометрическое место точек  $M(x, y)$  плоскости, расстояние которых до данной точки  $A(a, b)$  этой плоскости (называемой центром этой окружности) есть величина постоянная  $R$  - радиус окружности.



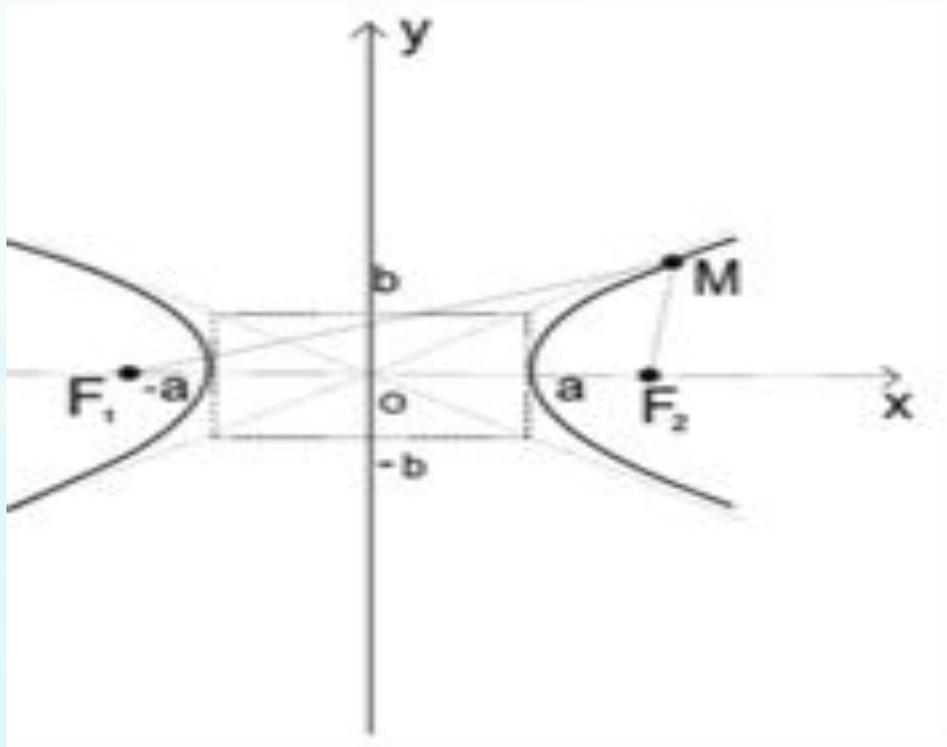
# Эллипс

Эллипсом называется геометрическое место точек  $M(x, y)$  плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  этой плоскости (называемых фокусами этого эллипса) есть величина постоянная



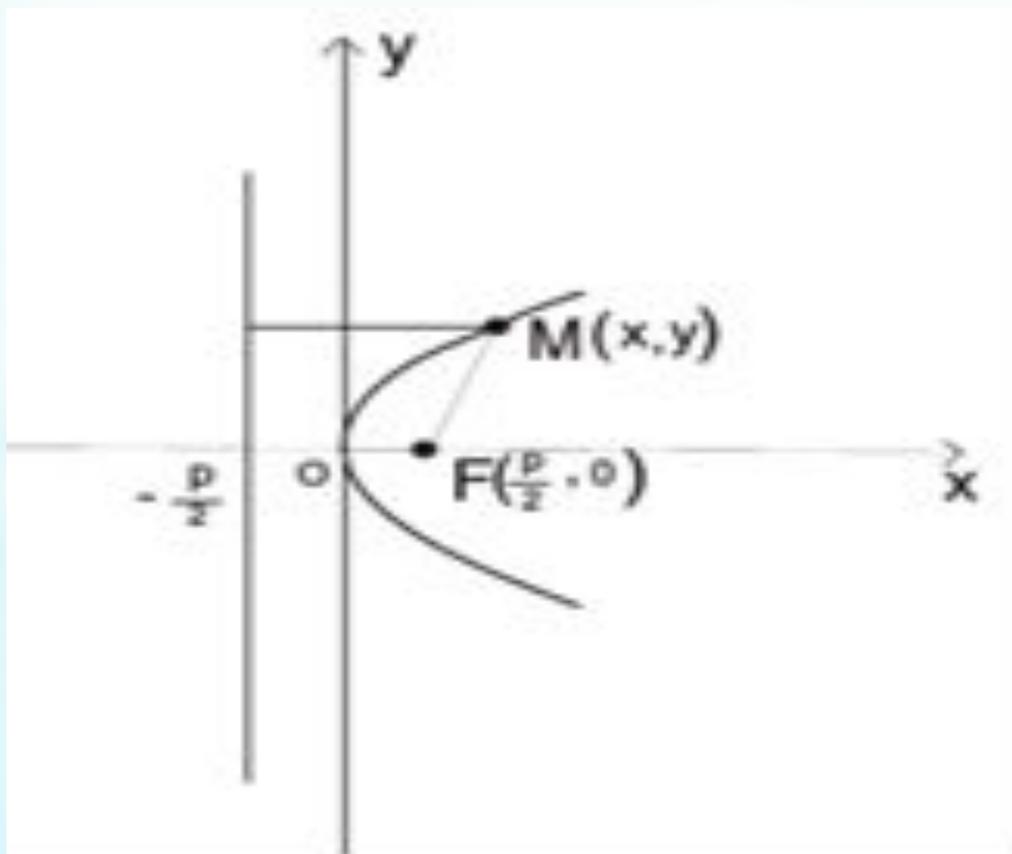
## Гипербола

Гиперболой называется геометрическое место точек  $M(x, y)$  плоскости, разность расстояний которых до двух данных точек  $F_1$  и  $F_2$  этой плоскости (называемых фокусами этой гиперболы) есть величина постоянная.



## Парабола

Параболой называется геометрическое место точек  $M(x, y)$  плоскости, равноотстоящих от данной точки  $F$  этой плоскости (называемой фокусом) и данной прямой (называемой директрисой параболы), предполагая, что на ней не лежит эта точка  $F$ .

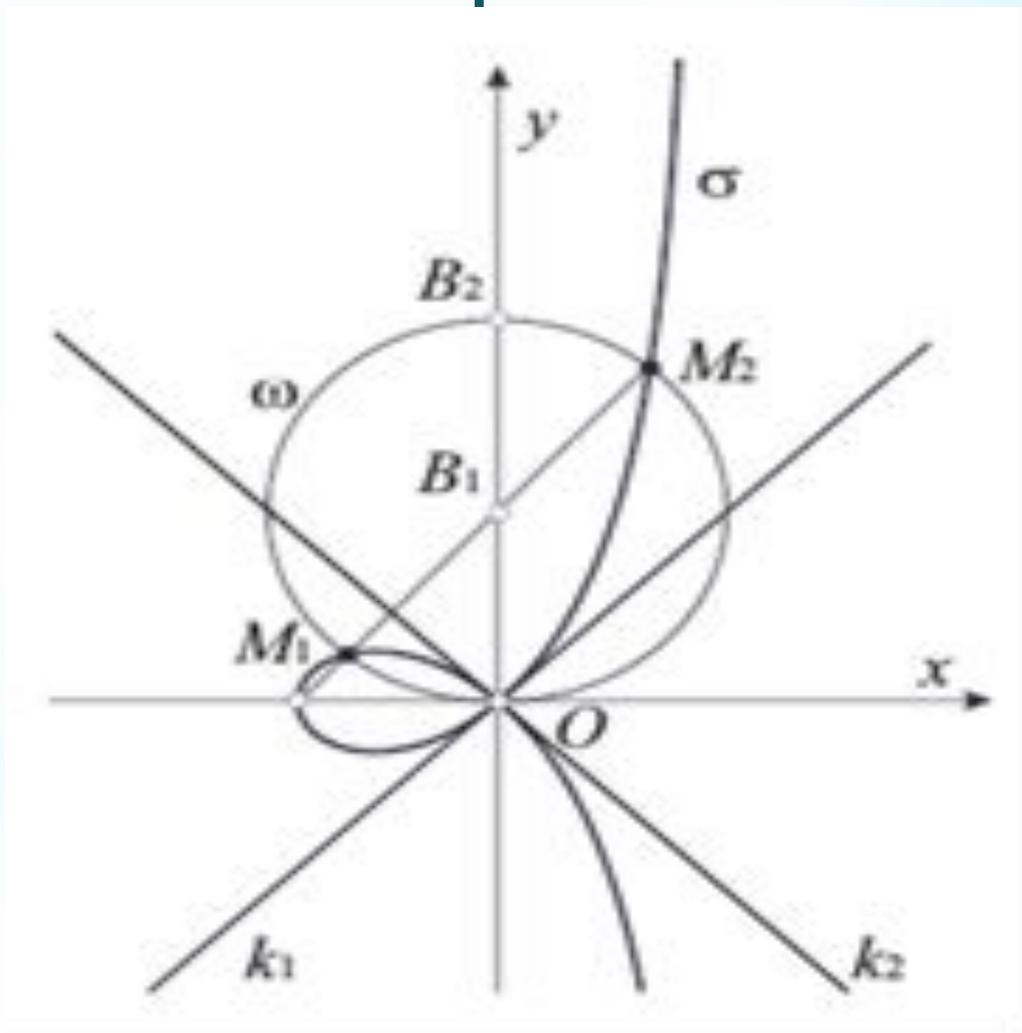


# Кривые третьего порядка

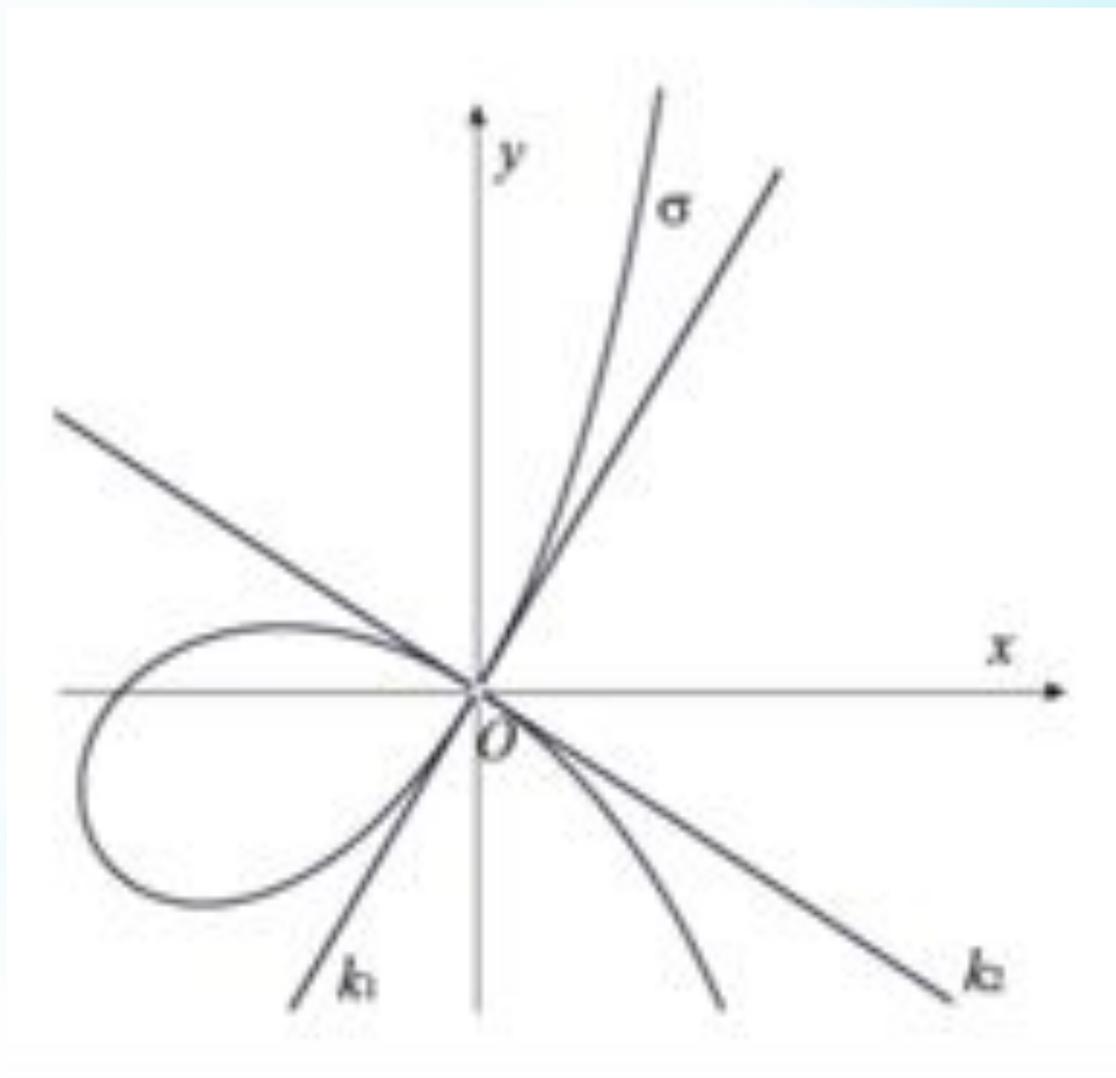
Примером кривой третьего порядка рассмотрим строфоиду.

Алгебраическая кривая в Евклидовой плоскости называется циркулярной, если она проходит через абсолютные циклические точки. Циркулярная кривая 3-го порядка называется строфоидой, если она имеет двойную узловую точку с ортогональными касательными в этой точке.

Неприводимая строфоида с осью симметрии называется прямой.



Без оси симметрии - наклонной или косо́й.



# Примеры задач из учебника Н.Б. Истоминой и М.И.Моро.

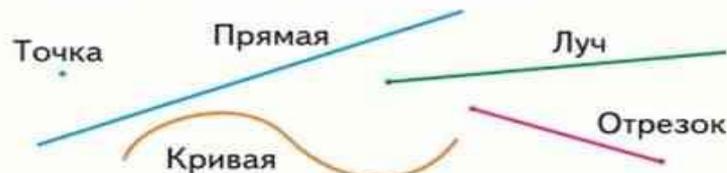
Примеры из учебников Н.Б. Истомина и М.И. Моро направлены на изучение геометрических тем, на построение кривых линий, окружностей, отрезков.

КАКОЙ  
ОТРЕЗОК  
САМЫЙ  
ДЛИННЫЙ?

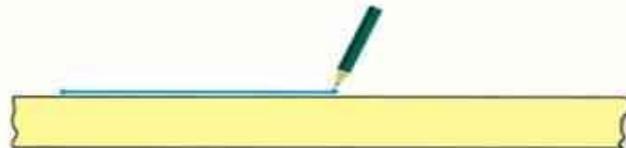


## Точка. Кривая линия. Прямая линия. Отрезок. Луч

Будем учиться распознавать и изображать точку, прямую и кривую линии, отрезок, луч.

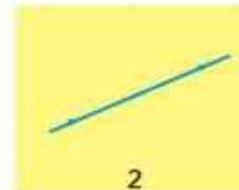
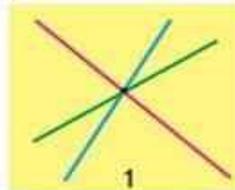


Прямую линию, отрезок и луч чертят по линейке. Проведи по линейке прямую линию. Её можно продолжить в обе стороны. Теперь начерти отрезок. Поставь в тетради 2 точки. Возьми линейку, положи её, как показано на рисунке, соедини точки по линейке. Точки — концы отрезка.



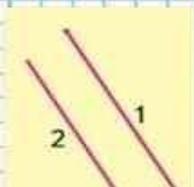
У отрезка есть начало и конец, а у луча только начало. Начерти луч.

Сколько прямых линий можно провести через одну точку (рис. 1)? через две точки (рис. 2)?

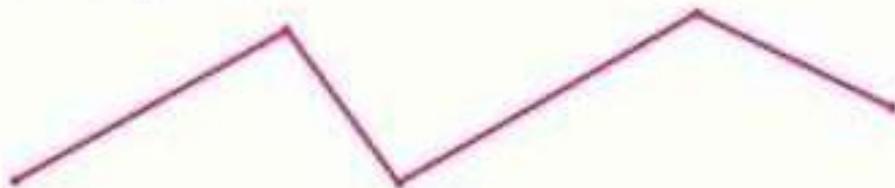


# М.И.Моро

Найди и покажи на рисунке кривые линии, отрезки, лучи.



Сколько звеньев у ломаной на чертеже?  
Сколько вершин?



43

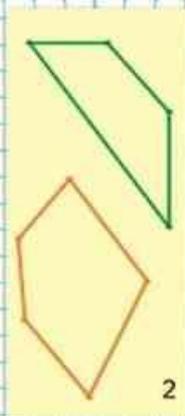
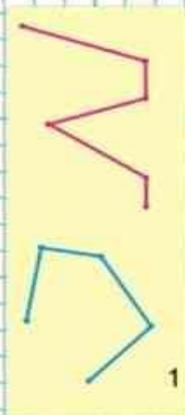
?

# М.И.Моро

## Ломаная линия

Ломаная линия не похожа на прямую линию, но её тоже чертят по линейке. Узнаем почему.

СРАВНИ:



**Ломаные линии** составлены из отрезков (рис. 1, 2 на полях). Эти отрезки — **звенья ломаной**. У ломаной линии конец одного отрезка — начало другого, кроме концов ломаной (рис. 1). Никакие два соседние звена не лежат на одной прямой. Концы каждого звена — **вершины ломаной**. Ломаные на рисунке 1 называются **незамкнутыми**, а на рисунке 2 — **замкнутыми**.

Найди на чертеже ломаную. Объясни свой выбор.



Начерти в тетради ломаную из трёх звеньев. Сколько у неё вершин? Начерти ломаную из трёх звеньев с тремя вершинами. Какая фигура получилась?

# Н. Б. Истомина

## ТОЧКА. ПРЯМАЯ И КРИВАЯ ЛИНИИ

**122.** Учись проводить прямые линии.

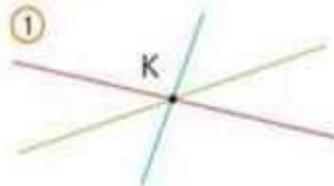


**123.** Поставь в тетради точку. Проведи через неё прямую линию.

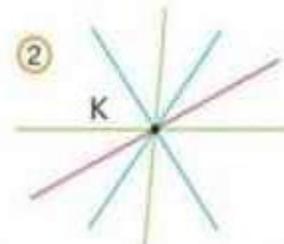


- Можно ли провести через эту же точку ещё одну прямую линию? Ещё две прямые линии?
- Сколько прямых линий провели через точку К?

①



②

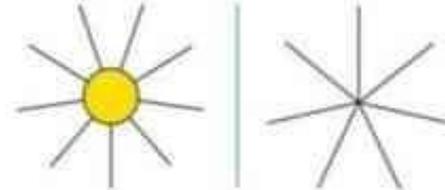


Точка К — точка пересечения прямых линий.

# Н. Б. Истомина

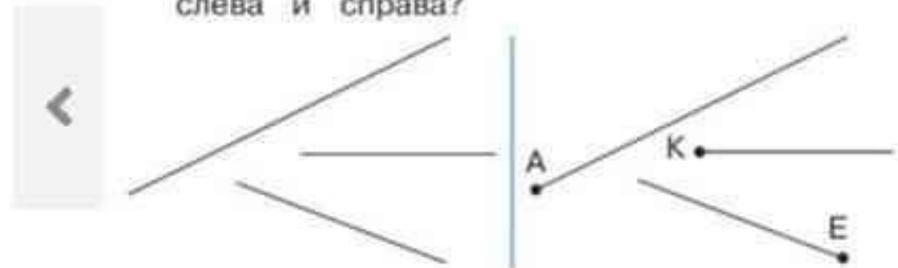
## ЛУЧ

**134.** Чем похожи и чем отличаются рисунки слева и справа?



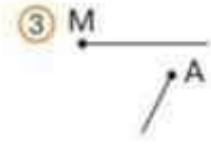
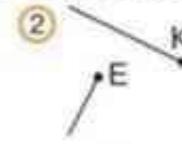
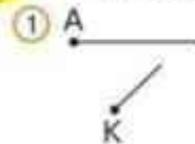
- Что обозначают цифры 9, 7?

**135.** Чем похожи и чем отличаются фигуры слева и справа?



- Как называются фигуры на рисунке слева?
- Догадайся, как называются фигуры на рисунке справа.

**136.** Какие лучи пересекутся в точке, а какие никогда не пересекутся?



# Н. Б. Истомина

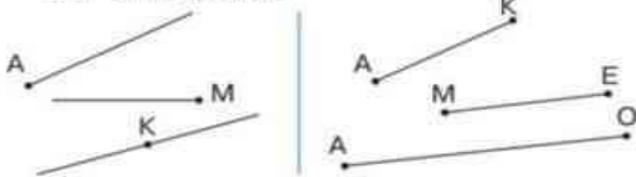
## ОТРЕЗОК. ДЛИНА ОТРЕЗКА

**140.** Отметь в тетради две точки и соедини их по линейке.

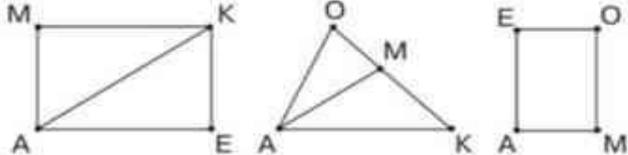
**1** У тебя получился **отрезок**. Концы отрезка обозначают буквами.



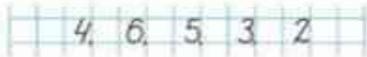
**141.** Чем похожи фигуры слева и справа? Чем отличаются?



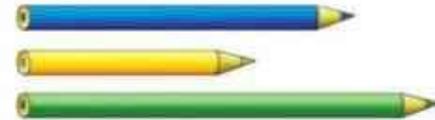
**142.** Назови отрезки, которые ты видишь на каждом рисунке.



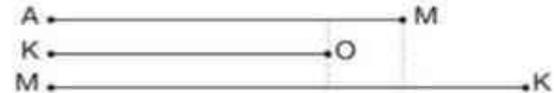
**1** Выбери цифру, которой можно записать количество отрезков на каждом рисунке.



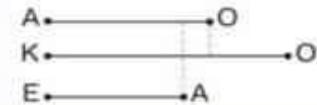
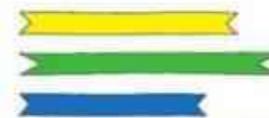
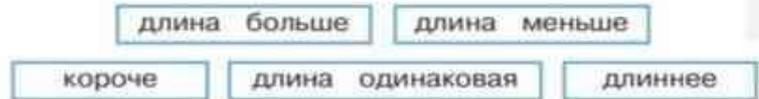
**143.** Какой карандаш длиннее? Какой короче?



**144.** Какой отрезок длиннее? Какой короче?



**145.** Расскажи, что нарисовано на картинках, пользуясь словами:



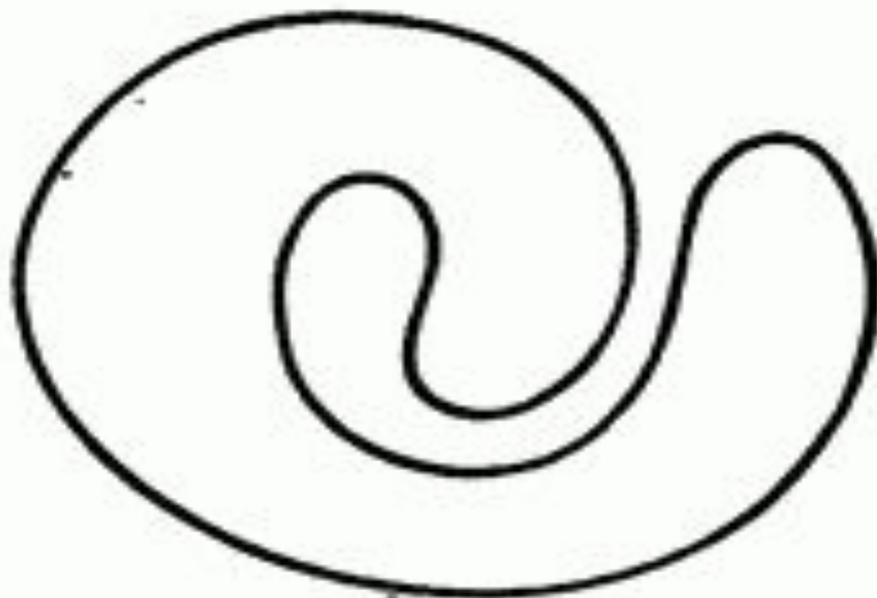
# ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ КРИВЫЕ

Часто мы не замечаем, что в жизни нас окружает множество кривых. Мы встречаем их в быту, архитектуре, природе. Даже в древнейшие времена уже были использованы при построении различных архитектурных строений знания и свойства о кривых.

Кривой Жордана называется образ непрерывного инъективного отображения окружности или отрезка в пространство. В случае окружности кривая называется замкнутой кривой Жордана, а в случае отрезка — жордановой дугой или простой дугой.

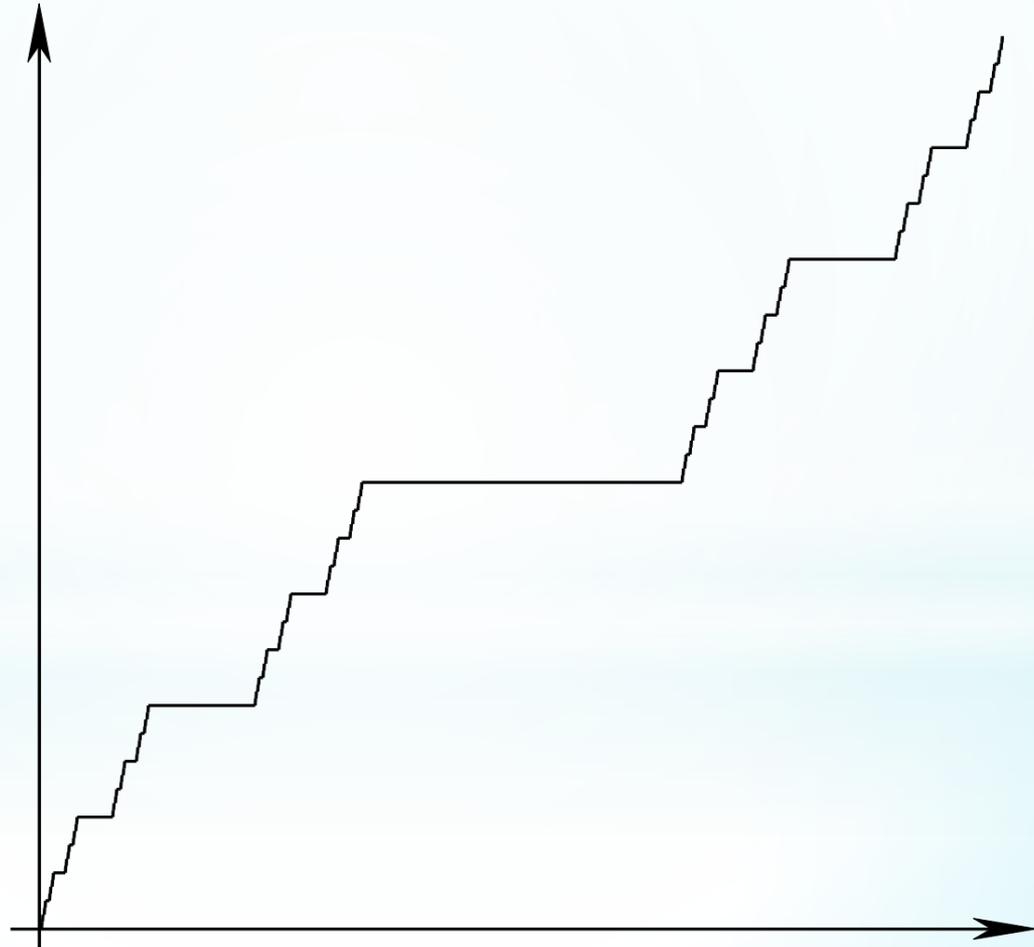


*Кривая Жордана*



*Замкнутая кривая Жордана*

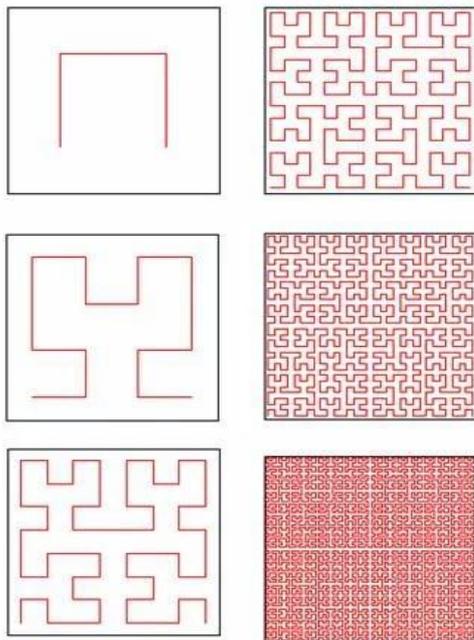
Канторовой кривой называется компактное связное подмножество плоскости такое, что его дополнение всюду плотно.



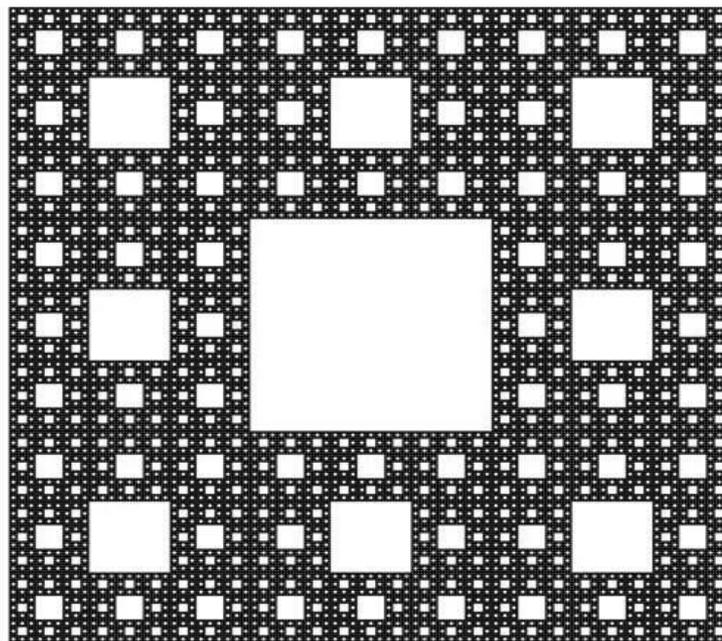
# Кривой Урысона называется связное компактное топологическое пространство Стопологической размерности 1.

## ПРИМЕРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Кривая Пеано соответствует условиям Жордана



Ковер Серпинского соответствует определениям Кантора и Урысона



Улитка Паскаля - плоская кривая определённого типа. Названа по имени Этьена Паскаля, впервые рассмотревшего её.

### Улитка Паскаля

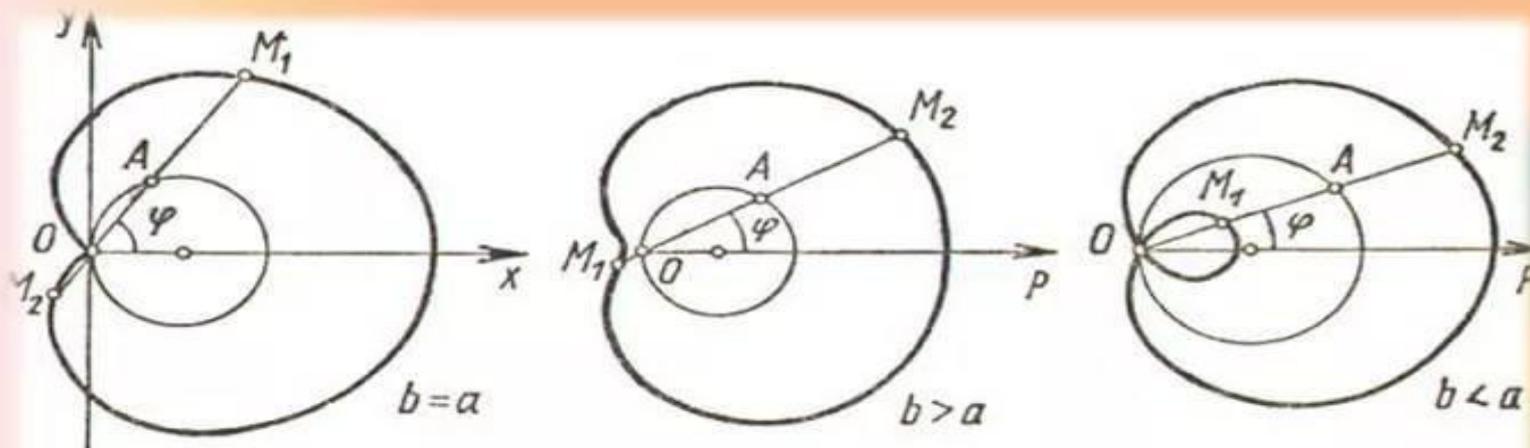
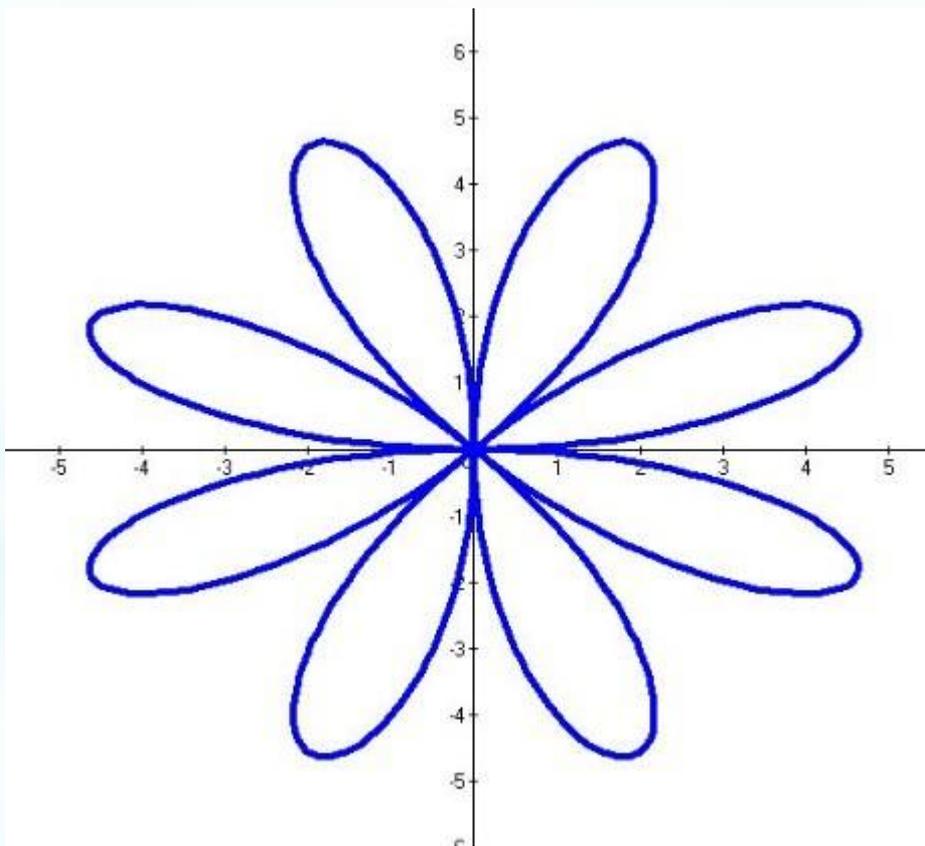


Рис. 7.13

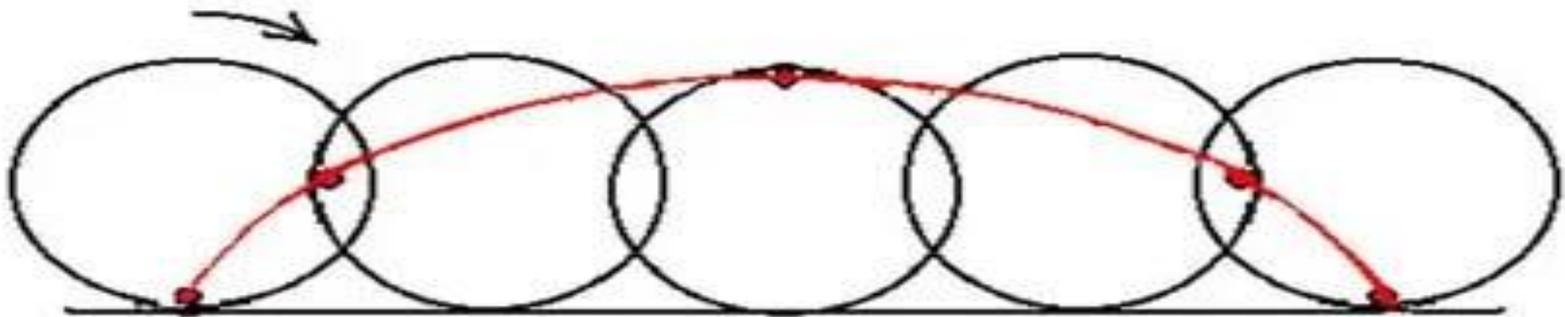
## Роза Гранди

Как-то раз итальянский геометр [Гвидо Гранди](#) (1671-1742) создал розы. Розы радуют глаз правильными и плавными линиями, но их очертания не каприз природы - они predeterminedены специально подобранными математическими зависимостями.

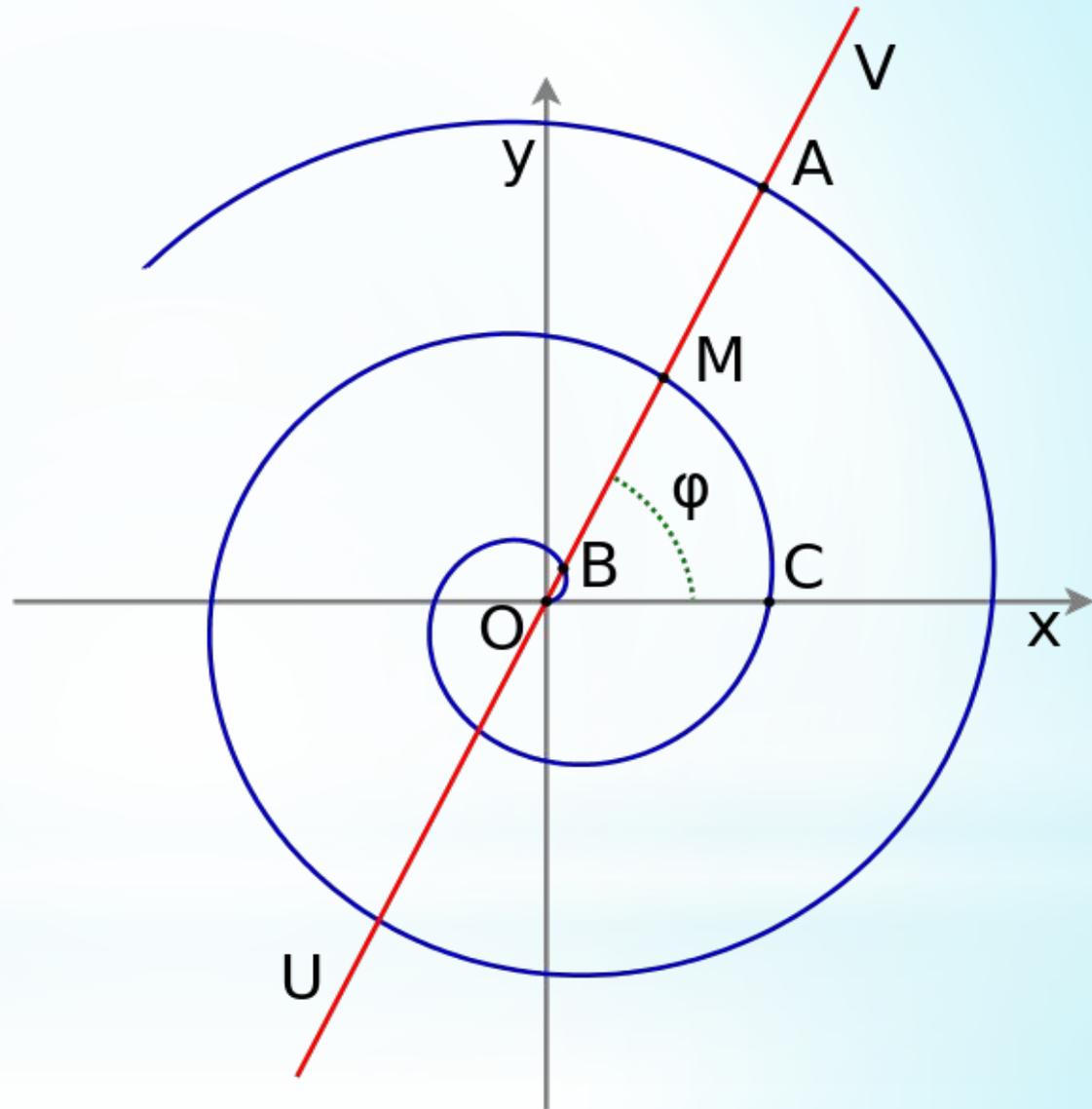


Циклоидой именуют кривую, которая описывает точка окружности, катящейся без скольжения по неподвижной прямой.

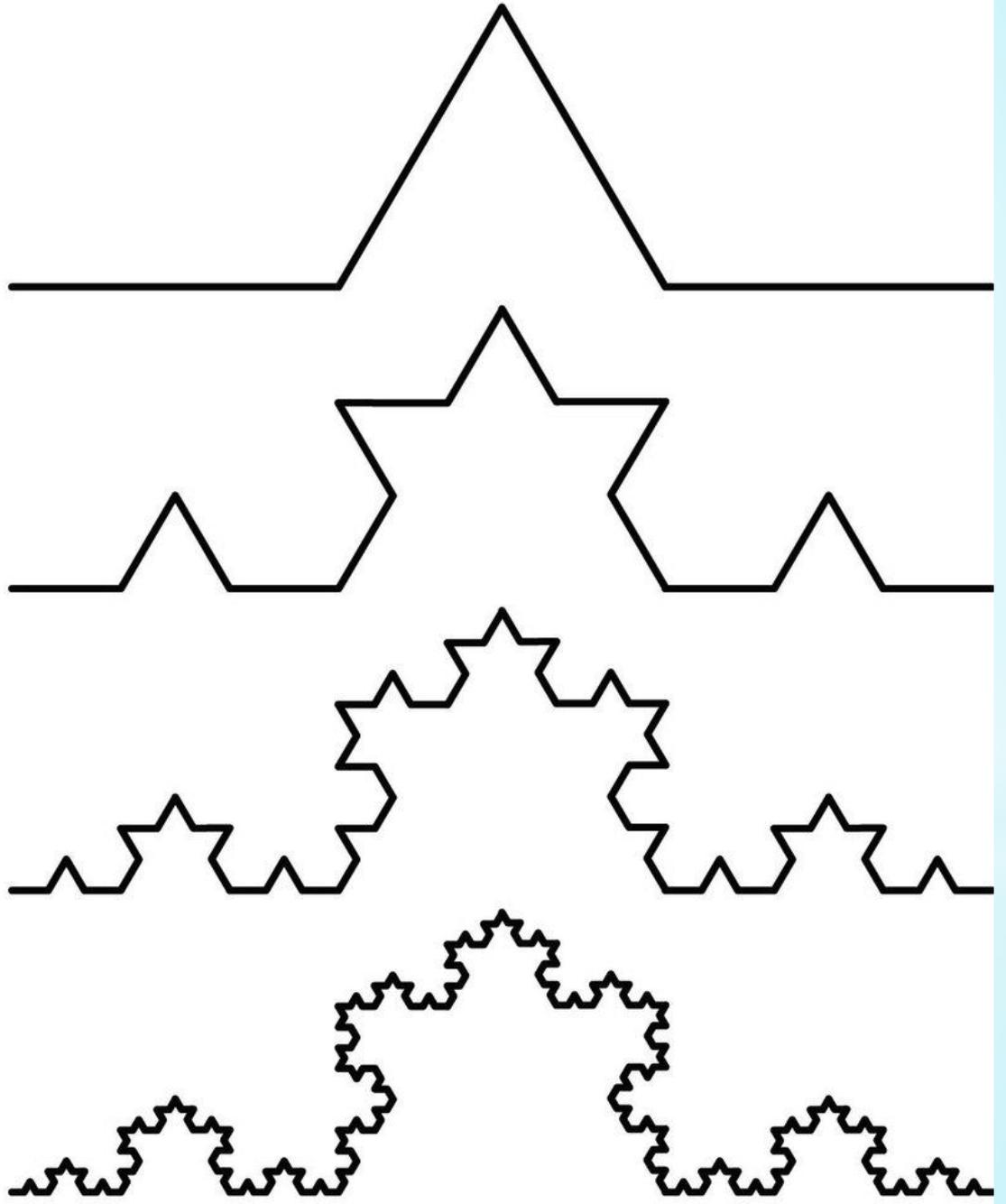
Циклоида



**Архимедова спираль** - плоская кривая, описываемая точкой  $M$ , равномерно движущейся по прямой  $OA$ , в то время как эта прямая равномерно вращается в плоскости вокруг одной из своих точек  $O$ .



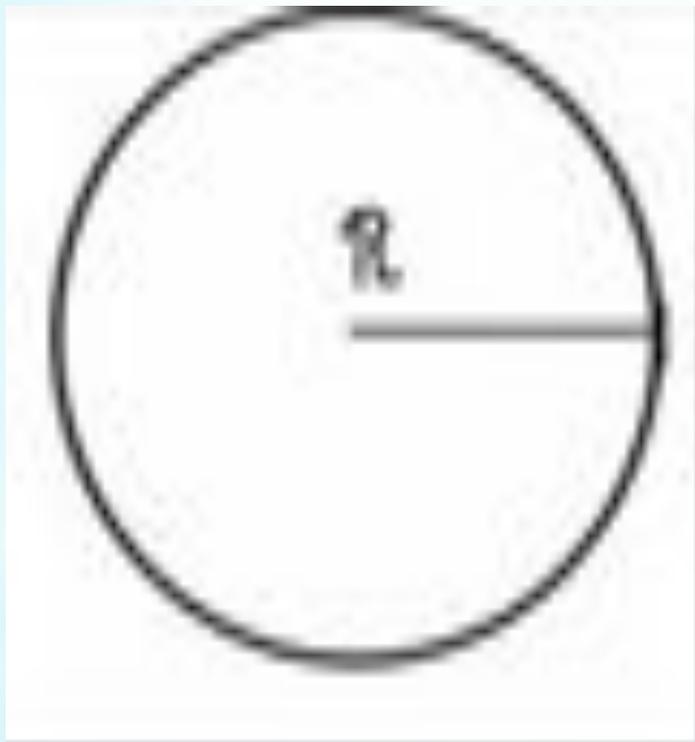
**Кривая Коха**  
примечательна  
тем, что она  
непрерывна.



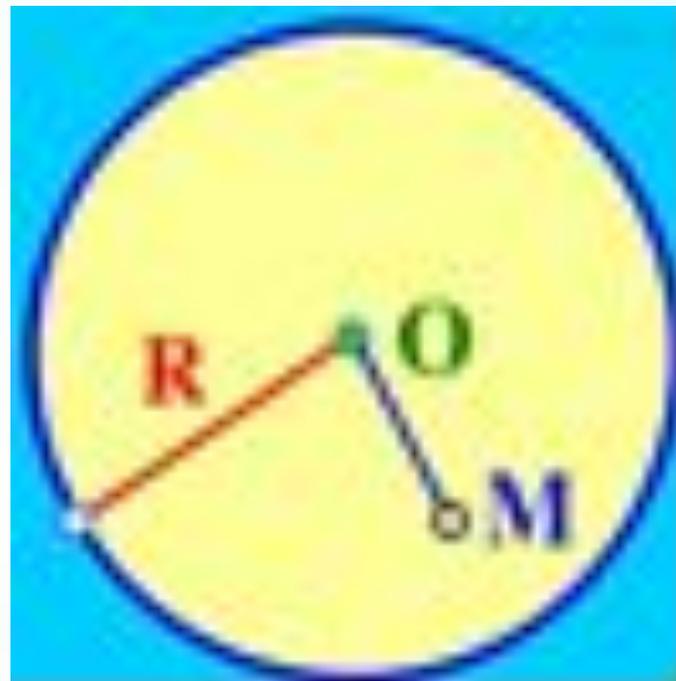
# ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ

Окружность - это замкнутая плоская кривая, которая состоит из всех точек на плоскости, равноудалённых от заданной точки. Эта точка называется центром окружности. Отрезок, который соединяет центр с какой-либо точкой окружности, называется радиусом. Также радиусом называется и длина этого отрезка. Внутренность окружности называется кругом;

окружность



круг



\* УМК «Школа России» М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова

\* В программе по математике авторского коллектива под руководством М.И. Моро, в 3-ем классе ученики знакомятся с понятиями круг и окружность. Знакомство с этими фигурами осуществляется на уровне представлений.



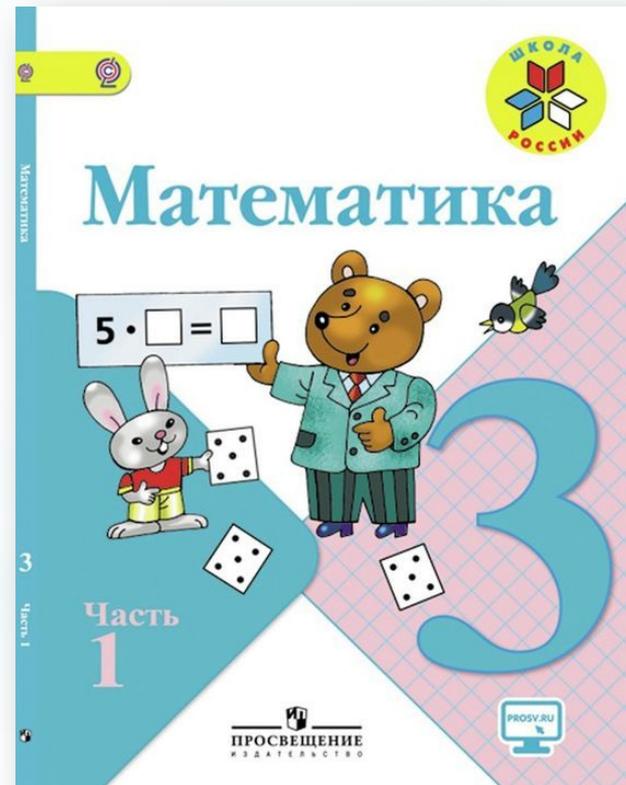
# \* Ученики должны научиться:

- \* узнавать круг и окружность,
- \* знать, что окружность — это линия, являющаяся границей круга;
- \* уметь строить с помощью циркуля окружность;
- \* знать, что такое радиус и диаметр окружности (круга).

Для решения этих учебных задач используются различные практические упражнения. При их подборе, выборе методов и приемов работы с ними необходимо учитывать те подходы к определению окружности и круга, которые имеют место в школьном курсе геометрии.

\* 3 класс 1  
часть

*Тема урока:*  
*«Круг. Окружность»*

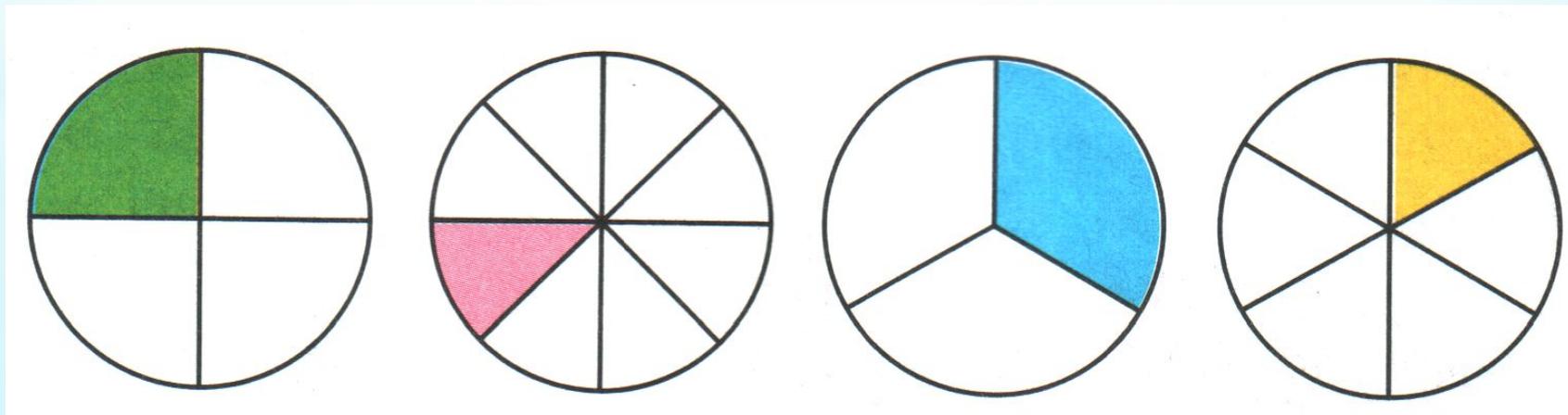


# \* Образовательные задачи урока:

- Сформировать первоначальные представления об окружности и ее элементах (центр, радиус, диаметр);
- познакомить с новым чертежным инструментом - циркулем и правилами техники безопасности в обращении с колющим предметом;
- содействовать развитию внимания, мышления, познавательной активности учащихся, их интереса к предмету, умения строить окружность и радиус с помощью циркуля и линейки;

# \* «Доли»

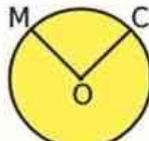
- \* Раздел, в котором проходит изучение темы «Круг. Окружность» - «Доли».
- \* Назовите, какие доли круга получились на каждом чертеже.
- \* Сравните, какая доля больше:
  - *одна восьмая или одна четвёртая;*
  - *одна третья или одна шестая.*



## Окружность. Круг



1



2

На рисунке 1 — **окружность**. Окружность можно начертить с помощью циркуля.

Для этого острый конец циркуля должен оставаться в одной точке и расстояние между ножками циркуля не должно меняться.

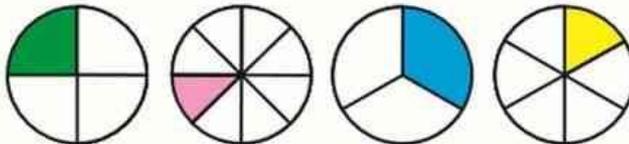
На рисунке 2 — **круг**.

Точка  $O$  — **центр** окружности (круга).

Отрезок, который соединяет центр окружности с какой-нибудь её точкой, — это **радиус** окружности (круга). Например, отрезки  $OC$ ,  $OM$ .

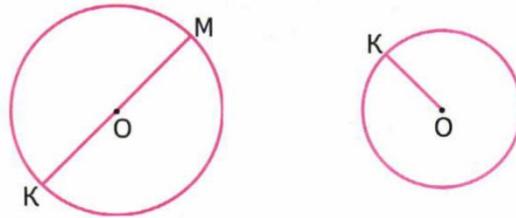
**Радиусы одной окружности (круга) равны.**

1. Начерти окружность. Раскрась круг.
2. Рассмотрим, на сколько равных частей разделён каждый круг одного и того же радиуса. Назови, какие доли круга получились на каждом чертеже.



Какая доля больше: одна восьмая или одна четвёртая? одна третья или одна шестая круга?

3. Измерь радиус каждой окружности и начерти окружности с такими же радиусами, но с центром в одной и той же точке.



4. Из 30 кг семян подсолнечника получают 6 кг масла. Сколько килограммов масла можно получить из 25 кг семян подсолнечника?
5. Из 20 кг кедровых орехов можно получить 5 кг масла. Сколько кедровых орехов надо взять, чтобы получить 20 кг масла?
6.  $78 - (72 - 62) \cdot 4$        $54 : 9 + 8 \cdot 5$        $80 : 10 \cdot 8$   
 $37 + (25 - 15) \cdot 3$        $32 : 8 + 6 \cdot 7$        $50 : (10 \cdot 5)$   
 $49 - (64 - 44) : 2$        $36 : 4 + 7 \cdot 8$        $60 : (2 \cdot 5)$
7. Папа и Лёня делают цветник квадратной формы. Папа сказал: «Сделаем так, чтобы сторона нашего квадрата была на 12 м меньше его периметра». Узнай, какой будет длина стороны этого цветника, и начерти его план, на котором 1 см будет изображать 2 м.



Начерти в тетради любую окружность. Проведи в ней радиус и измерь его.

КАКОЕ  
ЧИСЛО  
ЛИШНЕЕ?

4

8

6

9

2

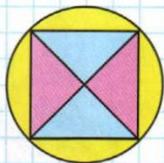
10



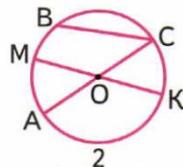
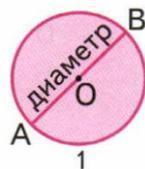


**Диаметр  
окружности  
(круга)**

**НАЧЕРТИ:**



Отрезок, который проходит через центр окружности ( $O$ ) и соединяет две точки окружности ( $A$  и  $B$ ), — это **диаметр окружности (круга)** (рис. 1). Диаметры одной окружности (круга) равны. Почему? Назови диаметры окружности на рисунке 2.



Возьми любой круг и убедись с помощью перегибания, что диаметр делит круг пополам.

- 1) Вырежи полоску бумаги длиной 12 см. Раздели её с помощью перегибания на 4 равные части. Раскрась одну четвертую часть полоски. Как узнать длину этой части?  
2) Длина одной четвертой части полоски равна 3 см. Как узнать длину всей полоски?
2. Длина одной третьей части отрезка равна 4 см. Узнай длину всего отрезка.

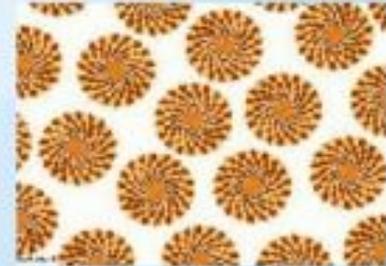
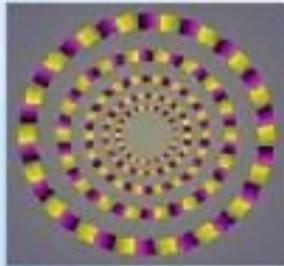
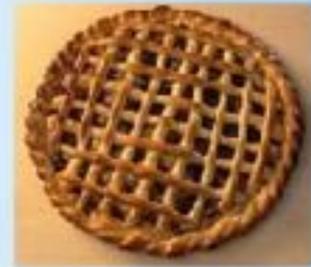
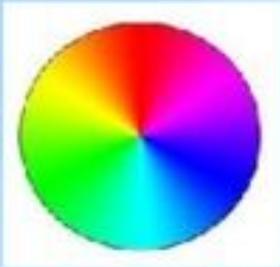
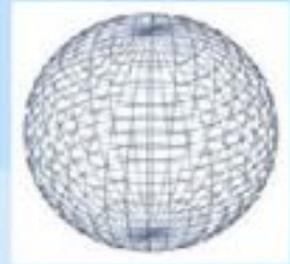


3. Маленькая перемена длится 5 мин, что составляет четвертую часть большой перемены. Сколько минут длится большая перемена?
4.  $(28 + 12) : 4$        $81 : 9 + 42 : 6$        $90 - 40 : 10$   
 $57 - (37 - 15)$        $8 \cdot 7 - 6 \cdot 9$        $14 + 56 : 7$   
 $100 - 90 : 10$        $63 : 9 + 72 : 8$        $60 - 42 + 8$

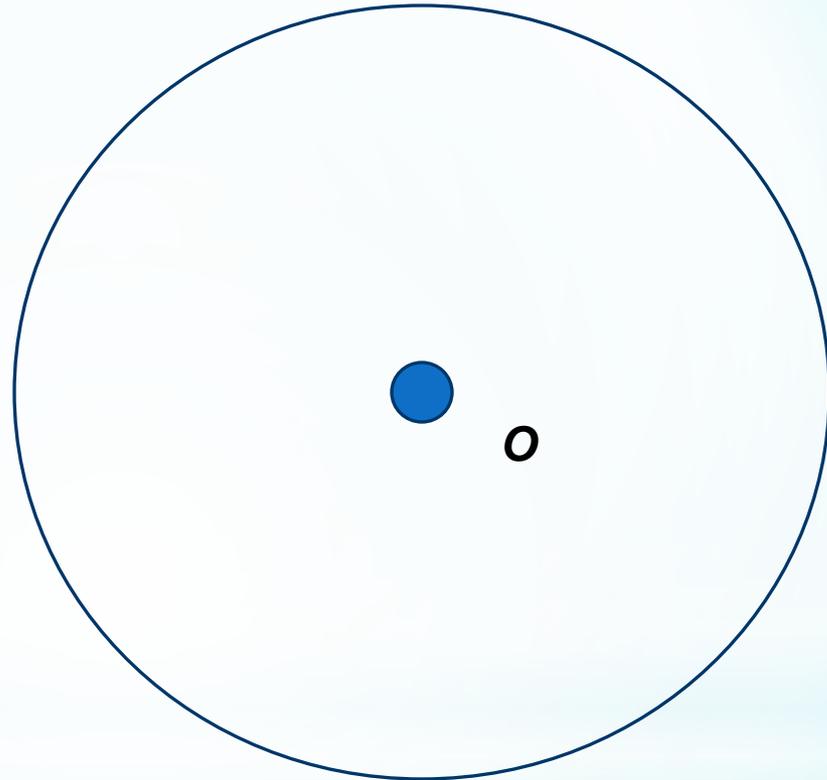
?

Половину тетради составляют 6 листов. Сколько всего листов в тетради?

# Что объединяет эти предметы?

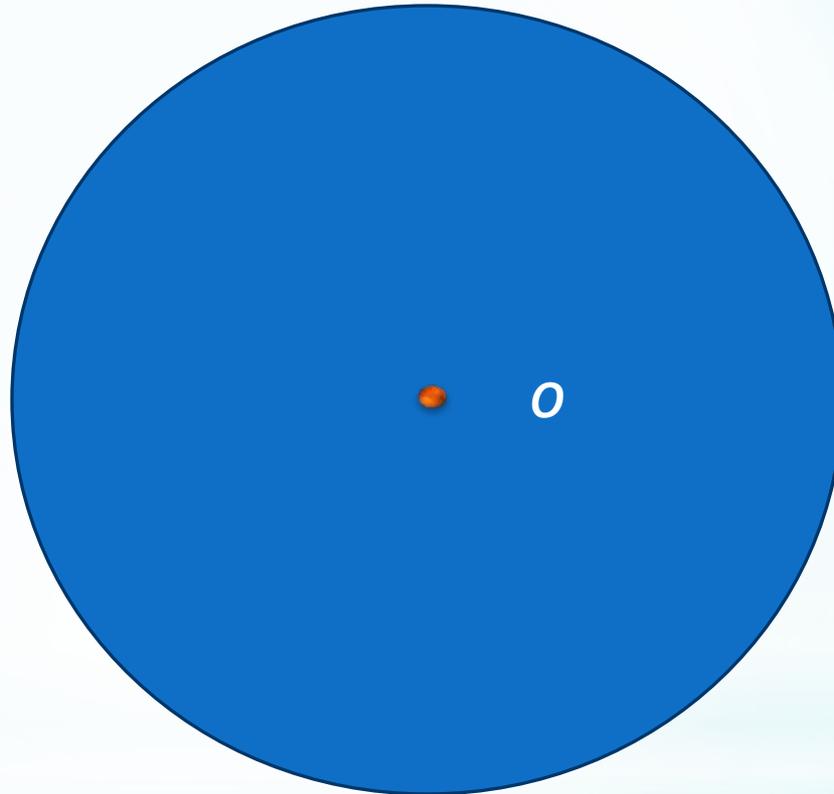


# Это - окружность



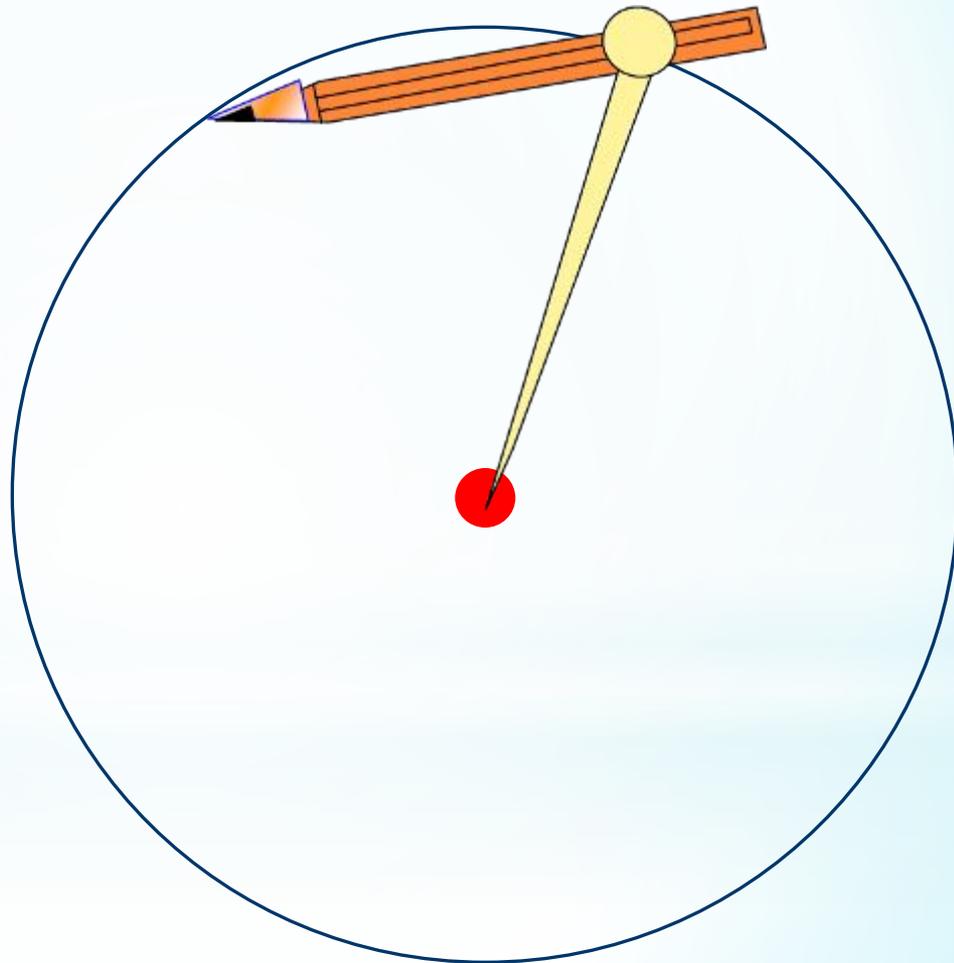
**ОКРУЖНОСТЬ** – замкнутая линия, все точки которой равноудалены от точки  $O$  (центра окружности).

\* Это - круг



**Круг** – часть плоскости, ограниченная окружностью.

*\* Учимся строить окружность!*



# *Алгоритм*

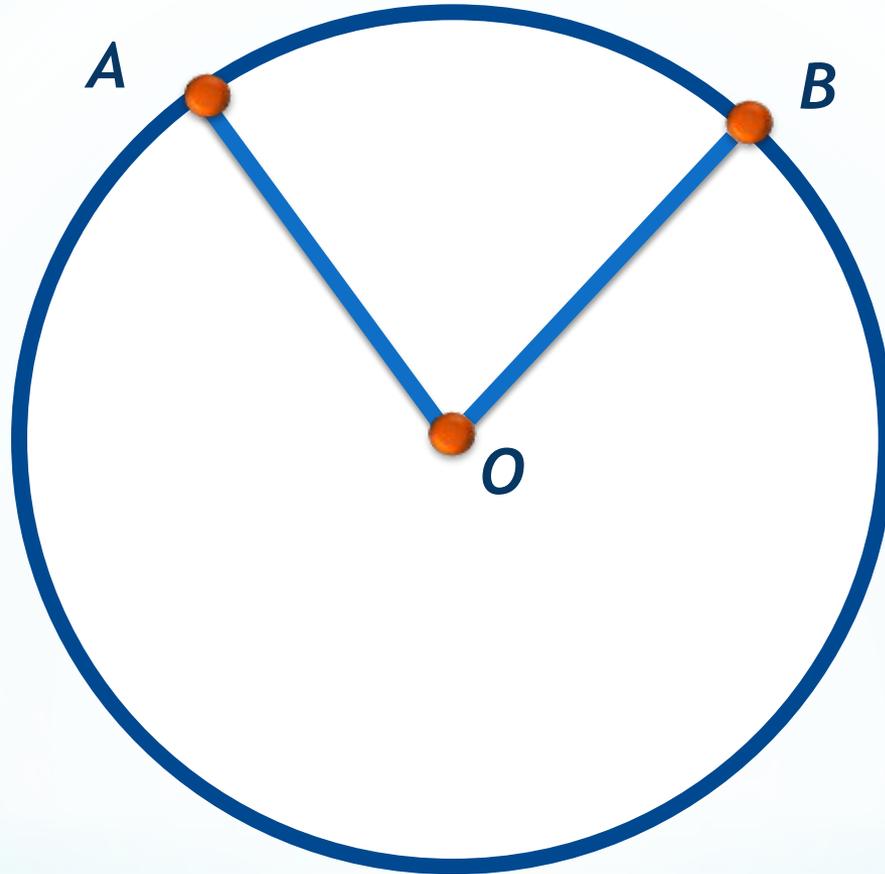
**1 . Определяем центр окружности.**

**2. Обозначаем центр окружности точкой.**

**3. Выбираем с помощью линейки радиус окружности.**

**4. Ставим «ножку» циркуля ( с иглой) в центр окружности.**

**5. Концом, где грифель рисуем окружность.**



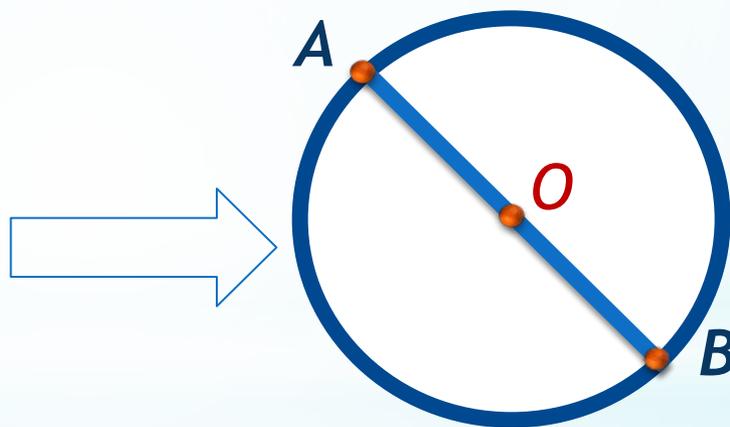
**AO - радиус  
окружности**

**OB - радиус  
окружности**

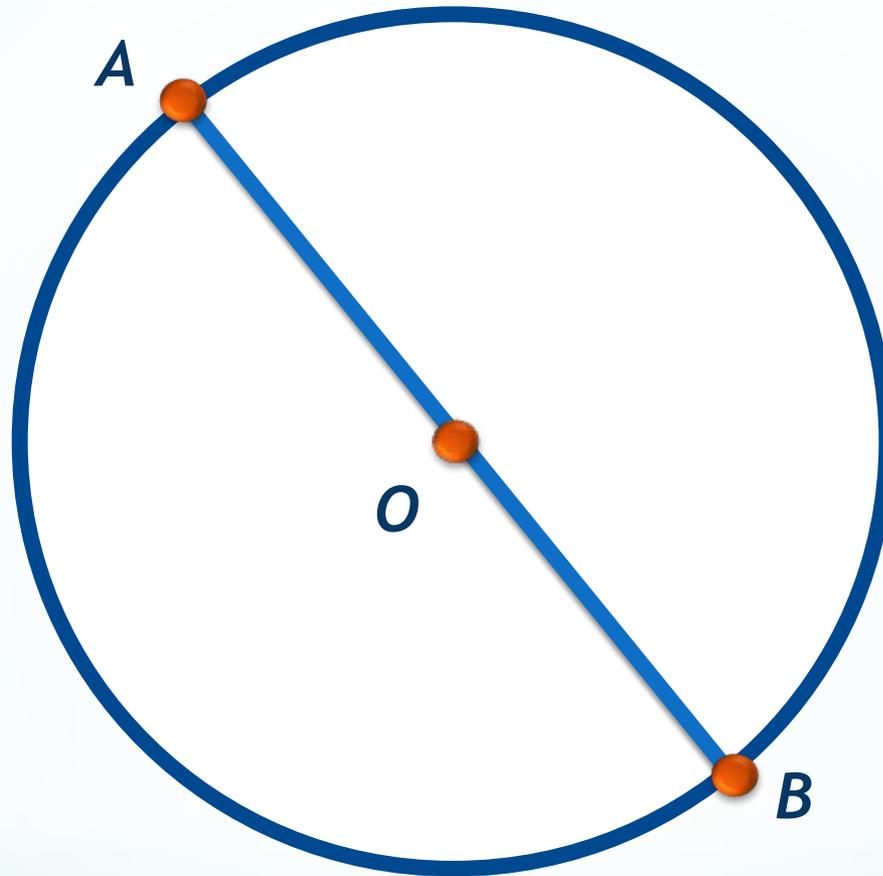
**Радиусы одной окружности равны**

**ДИАМЕТР** (от греч. поперечник) - отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через центр.

Посмотрите на рисунок и сравните длину радиуса с длиной диаметра.



**Диаметр в два раза больше радиуса.**



**AO - радиус  
окружности**

**AB - диаметр  
окружности**

- \* Очень важное значение при усвоении понятий окружность и круг имеют задания, направленные на воспроизведение знаний и их применение.
- \* 1. Работа в парах. Ученики, сидящие за одной партой, составляют словесные портреты круга и окружности и читают их друг другу.
- \* 2. Сад «Окружностей и кругов». С помощью кругов и окружностей ученики должны нарисовать рисунок.
- \* 3. Геометрические орнаменты.
  - \* – Продолжите орнаменты на всю ширину тетради.
  - \* Придумайте свои орнаменты, где бы использовались круги, окружности или части из них.
- \* 4. Составление загадок о круге, об окружности.

\* Как итог можно добавить, что работа по формированию навыков должна проводиться постепенно почти на каждом уроке ( и не только на уроках математики).

\* **Итог**

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной задачей в преподавании состоит в развитии у младших школьников геометрических представлений. Их необходимо научить обобщать изученный материал, изображать на чертежах заданную фигуру, уметь видеть геометрические образы и выполнять определенные измерения.