

Виды кривых, замечательные кривые. Окружность и круг.

Работу выполнила Носкова П.С.
Группа ЗНОу-218

При обучении геометрических фигур, кривых на уроках математики преподавателю необходимо создать у учеников правильные геометрические образы, развить пространственные представления, вооружить их навыками черчения и измерения, сравнения, анализа, которые имеют большое жизненно - практическое значение.

Знакомство с кривыми и изучение их свойств углубит знания, геометрические представления, повысит интерес к геометрии; создаст содержательную основу для дальнейшего изучения математики, физики и других наук.

Виды кривых

```
graph TD; A[Виды кривых] --> B[Кривые первого порядка]; A --> C[Кривые второго порядка]; A --> D[Кривые третьего порядка];
```

Кривые первого
порядка

Кривые третьего
порядка

Кривые второго
порядка

Кривые первого порядка

Линия первого порядка на плоскости определяется алгебраическим уравнением первой степени относительно декартовых координат x и y :

$$Ax + By + C = 0 \quad (1)$$

Уравнение (1) определяет прямую на плоскости.

Кривые второго порядка

Кривой второго порядка называется линия, уравнение которой в декартовой системе координат имеет

$$\text{вид: } Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0 \quad (2)$$

где хотя бы один из коэффициентов A , B , C не равен нулю.

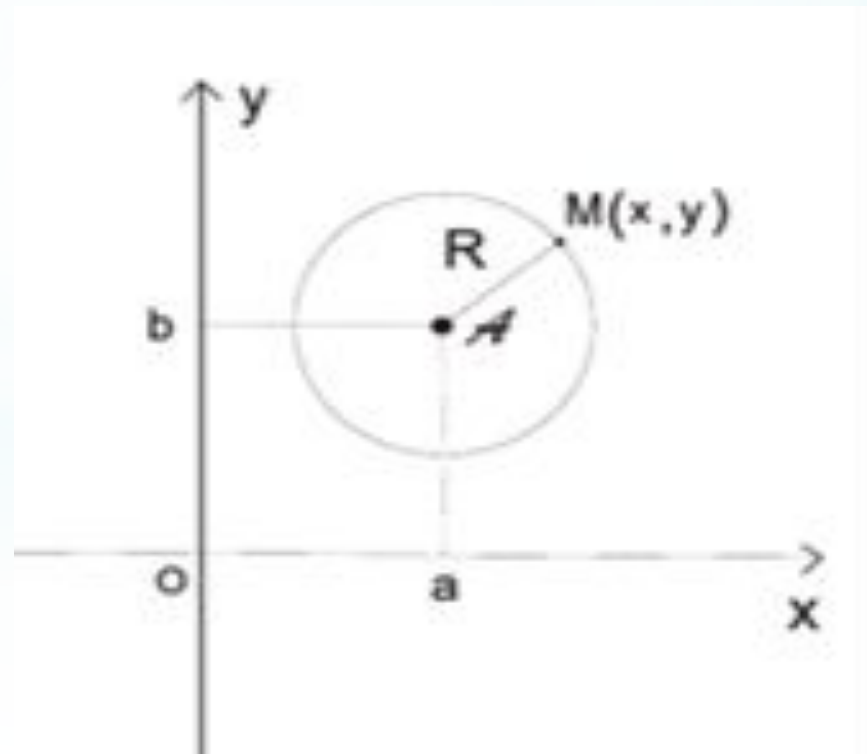
Уравнение (2) определяет кривую линию, которая называется кривой второго порядка.

Кривыми второго порядка могут быть:

- окружность;
- эллипс;
- гиперболоа;
- парабола;
- их вырождения.

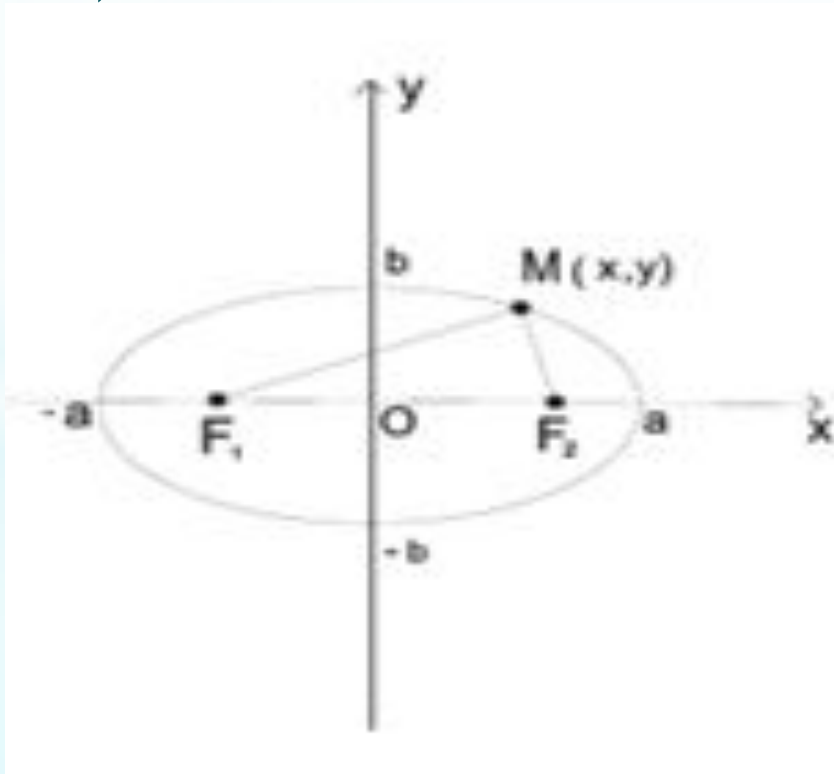
Окружность.

Окружностью называется геометрическое место точек $M(x, y)$ плоскости, расстояние которых до данной точки $A(a, b)$ этой плоскости (называемой центром этой окружности) есть величина постоянная R - радиус окружности.



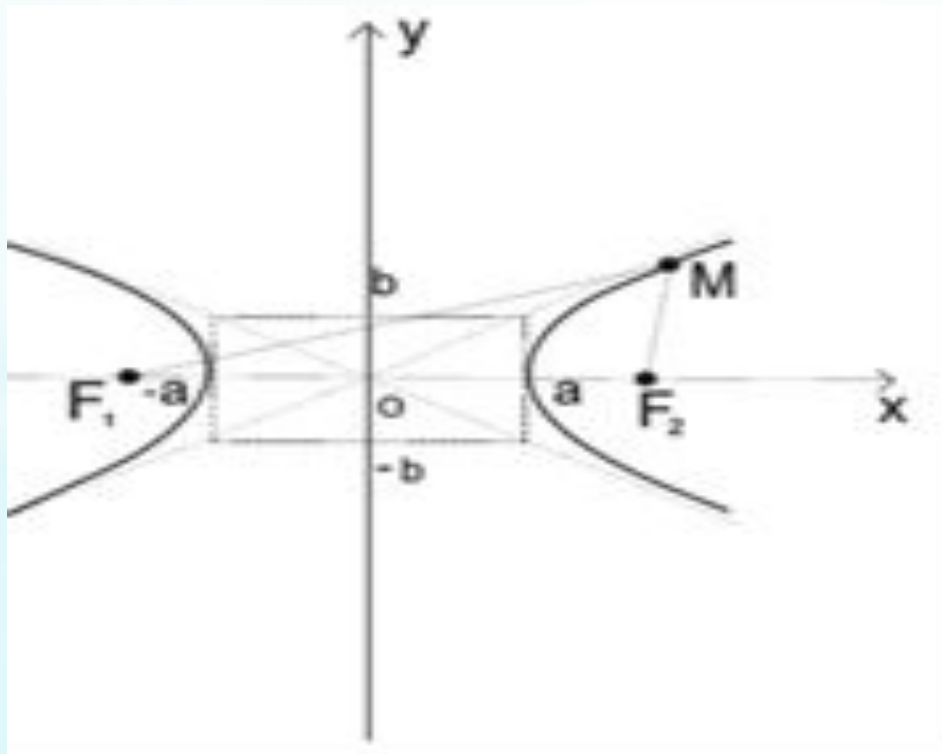
Эллипс

Эллипсом называется геометрическое место точек $M(x, y)$ плоскости, сумма расстояний которых до двух данных точек F_1 и F_2 этой плоскости (называемых фокусами этого эллипса) есть величина постоянная



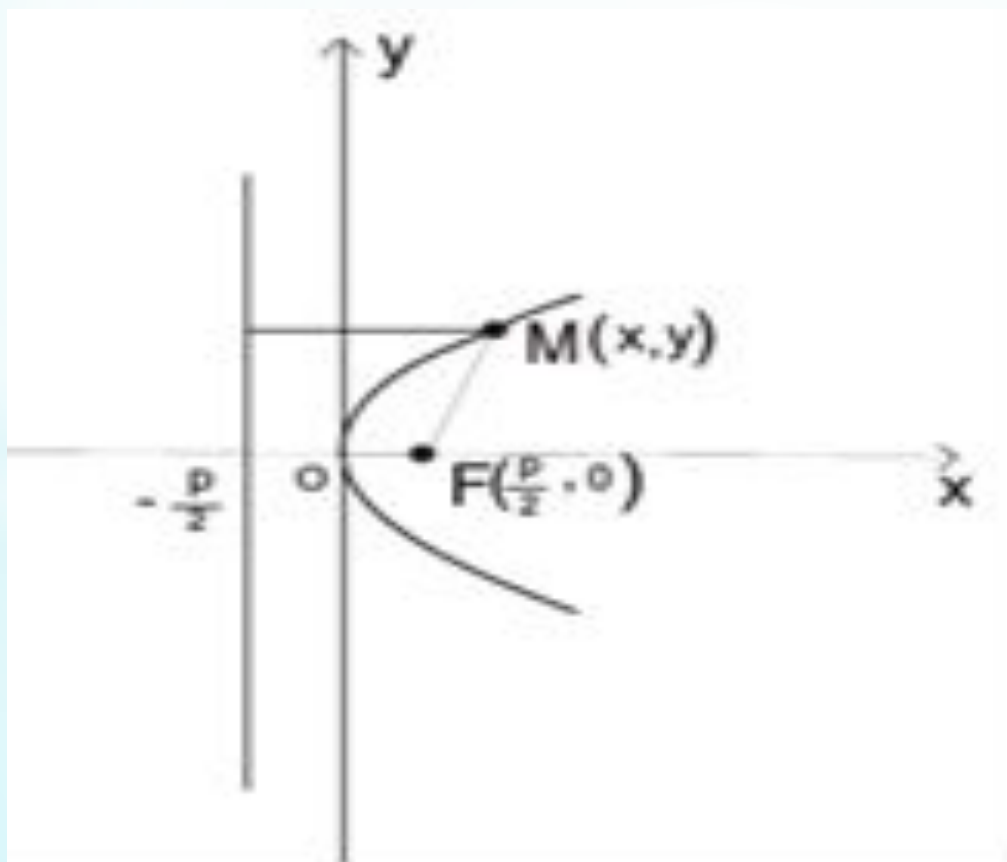
Гипербола

Гиперболой называется геометрическое место точек $M(x, y)$ плоскости, разность расстояний которых до двух данных точек F_1 и F_2 этой плоскости (называемых фокусами этой гиперболы) есть величина постоянная.



Парабола

Параболой называется геометрическое место точек $M(x, y)$ плоскости, равноотстоящих от данной точки F этой плоскости (называемой фокусом) и данной прямой (называемой директрисой параболы), предполагая, что на ней не лежит эта точка F .

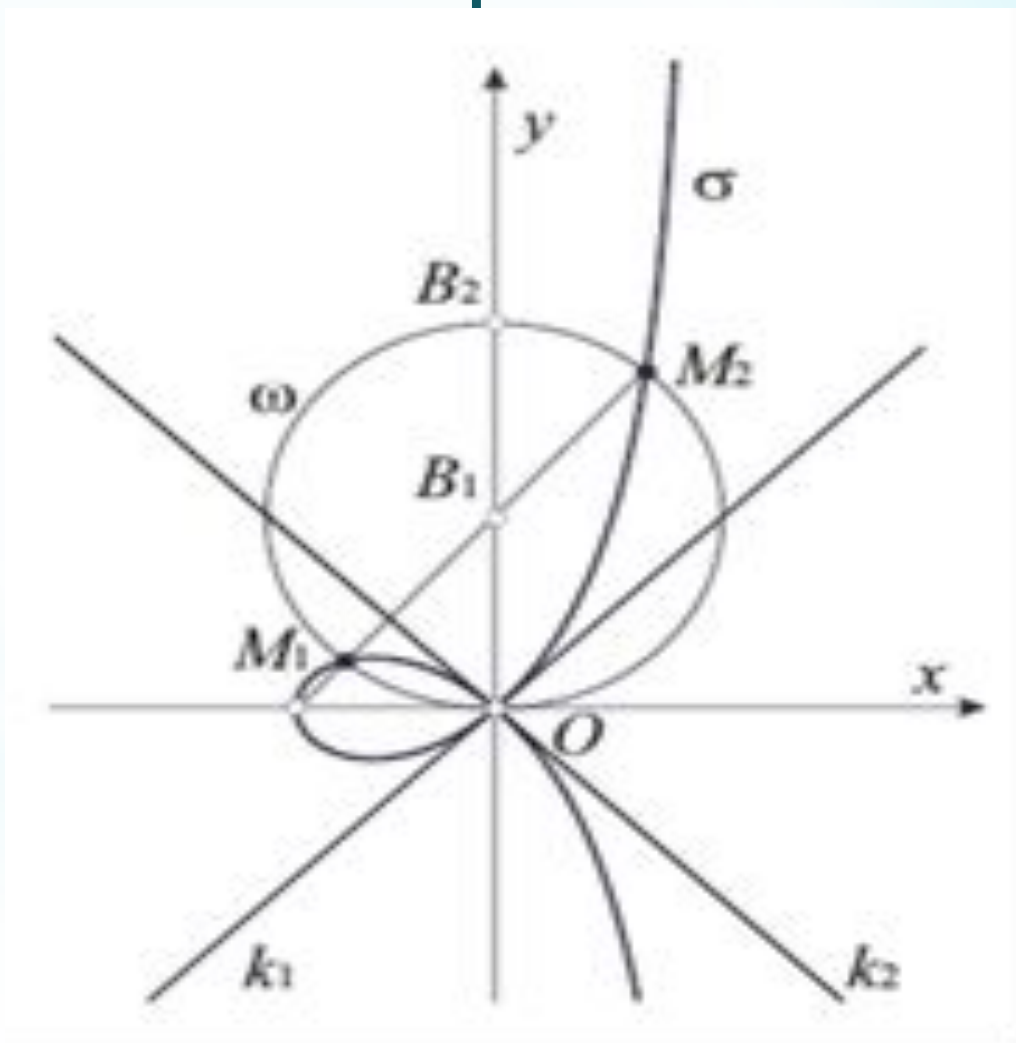


Кривые третьего порядка

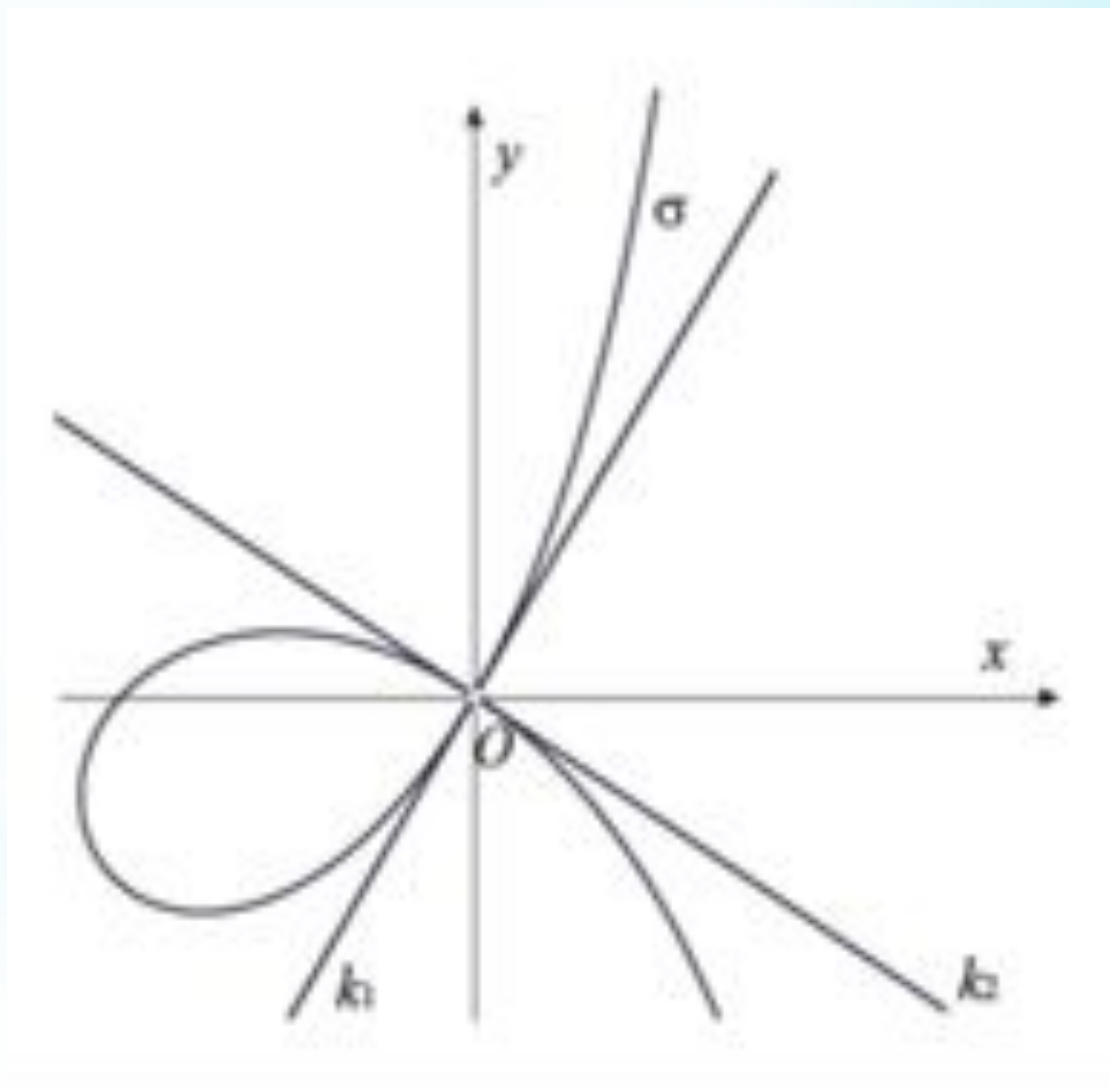
Примером кривой третьего порядка рассмотрим строфоиду.

Алгебраическая кривая в Евклидовой плоскости называется циркулярной, если она проходит через абсолютные циклические точки. Циркулярная кривая 3-го порядка называется строфоидой, если она имеет двойную узловую точку с ортогональными касательными в этой точке.

Неприводимая строфоида с осью симметрии называется прямой.



Без оси симметрии - наклонной или косо́й.



Примеры задач из учебника Н.Б. Истоминой и М.И.Моро.

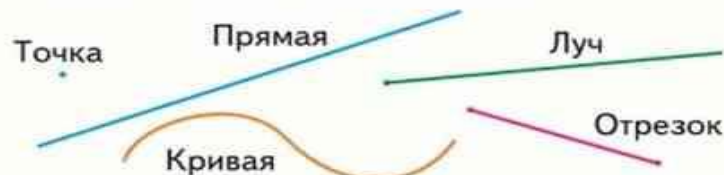
Примеры из учебников Н.Б. Истомина и М.И. Моро направлены на изучение геометрических тем, на построение кривых линий, окружностей, отрезков.

КАКОЙ
ОТРЕЗОК
САМЫЙ
ДЛИННЫЙ?

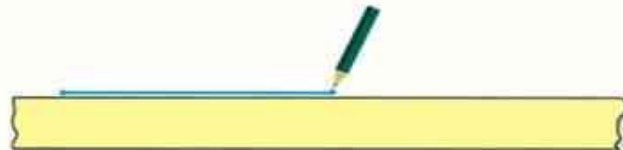


Точка. Кривая линия. Прямая линия. Отрезок. Луч

Будем учиться распознавать и изображать точку, прямую и кривую линии, отрезок, луч.

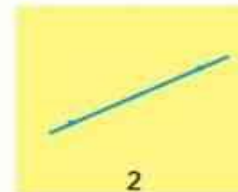
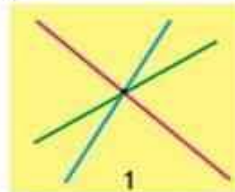


Прямую линию, отрезок и луч чертят по линейке. Проведи по линейке прямую линию. Её можно продолжить в обе стороны. Теперь начерти отрезок. Поставь в тетради 2 точки. Возьми линейку, положи её, как показано на рисунке, соедини точки по линейке. Точки — концы отрезка.



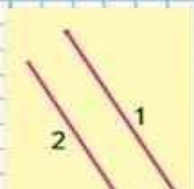
У отрезка есть начало и конец, а у луча только начало. Начерти луч.

Сколько прямых линий можно провести через одну точку (рис. 1)? через две точки (рис. 2)?



М.И.Моро

Найди и покажи на рисунке кривые линии, отрезки, лучи.



Сколько звеньев у ломаной на чертеже?
Сколько вершин?



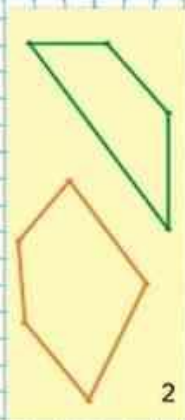
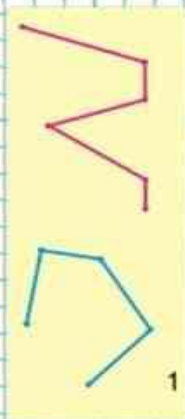
43

М.И.Моро

Ломаная линия

Ломаная линия не похожа на прямую линию, но её тоже чертят по линейке. Узнаем почему.

СРАВНИ:



Ломаные линии составлены из отрезков (рис. 1, 2 на полях). Эти отрезки — **звенья ломаной**. У ломаной линии конец одного отрезка — начало другого, кроме концов ломаной (рис. 1). Никакие два соседние звена не лежат на одной прямой. Концы каждого звена — **вершины ломаной**. Ломаные на рисунке 1 называются **незамкнутыми**, а на рисунке 2 — **замкнутыми**.

Найди на чертеже ломаную. Объясни свой выбор.



Начерти в тетради ломаную из трёх звеньев. Сколько у неё вершин? Начерти ломаную из трёх звеньев с тремя вершинами. Какая фигура получилась?

Н. Б. Истомина

ТОЧКА. ПРЯМАЯ И КРИВАЯ ЛИНИИ

122. Учись проводить прямые линии.

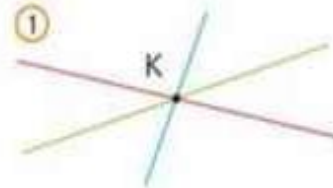


123. Поставь в тетради точку. Проведи через неё прямую линию.

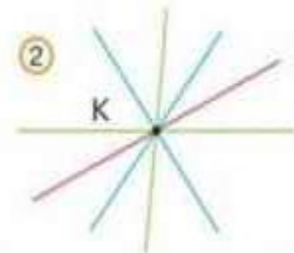


- Можно ли провести через эту же точку ещё одну прямую линию? Ещё две прямые линии?
- Сколько прямых линий провели через точку К?

①



②

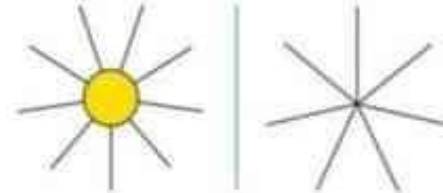


! Точка К — точка пересечения прямых линий.

Н. Б. Истомина

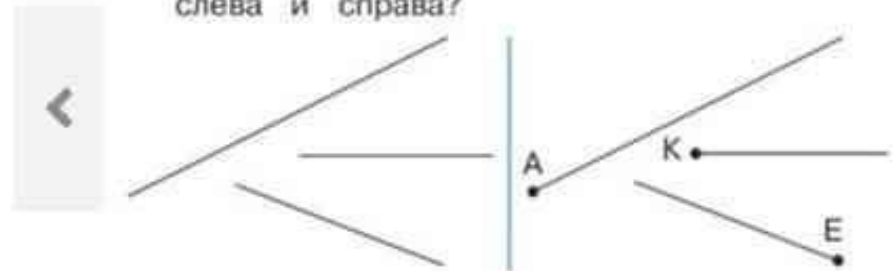
ЛУЧ

134. Чем похожи и чем отличаются рисунки слева и справа?



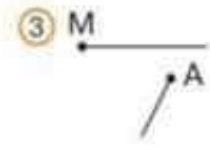
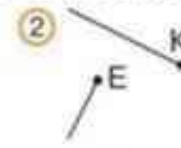
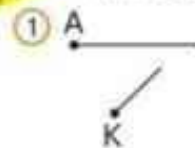
- Что обозначают цифры 9, 7?

135. Чем похожи и чем отличаются фигуры слева и справа?



- Как называются фигуры на рисунке слева?
- Догадайся, как называются фигуры на рисунке справа.

136. Какие лучи пересекутся в точке, а какие никогда не пересекутся?



Н. Б. Истомина

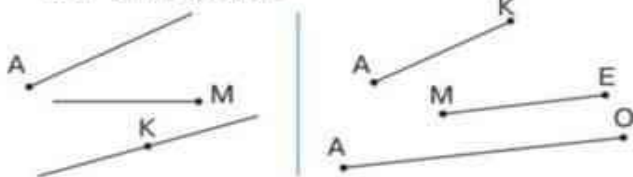
ОТРЕЗОК. ДЛИНА ОТРЕЗКА

140. Отметь в тетради две точки и соедини их по линейке.

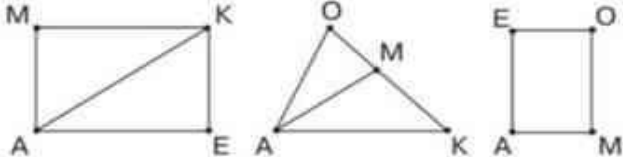
1 У тебя получился **отрезок**. Концы отрезка обозначают буквами.



141. Чем похожи фигуры слева и справа? Чем отличаются?



142. Назови отрезки, которые ты видишь на каждом рисунке.

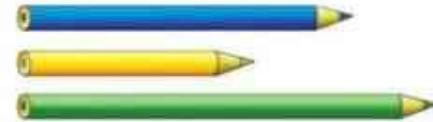


1 Выбери цифру, которой можно записать количество отрезков на каждом рисунке.



65

143. Какой карандаш длиннее? Какой короче?



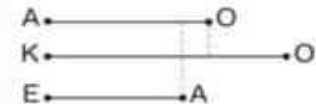
144. Какой отрезок длиннее? Какой короче?



145. Расскажи, что нарисовано на картинках, пользуясь словами:

длина больше длина меньше

короче длина одинаковая длиннее



66

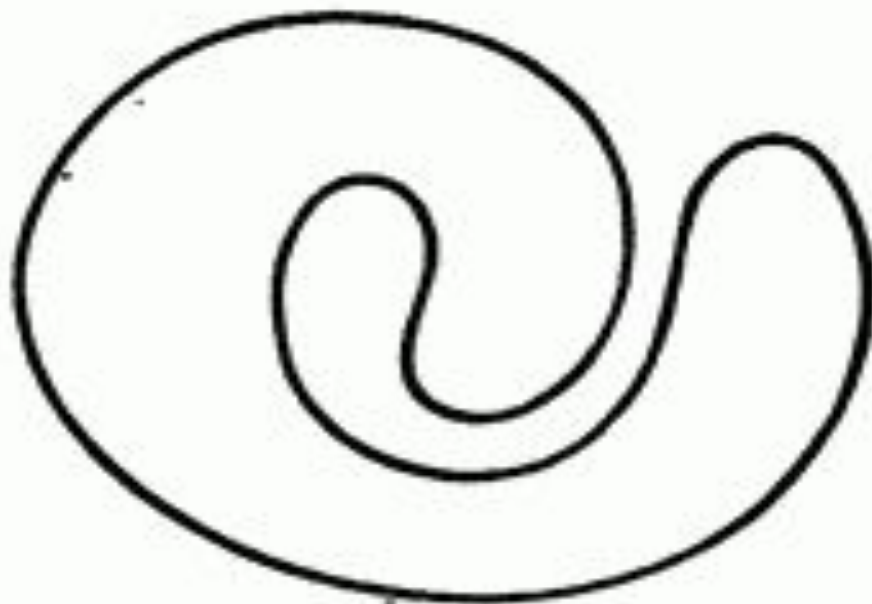
ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ КРИВЫЕ

Часто мы не замечаем, что в жизни нас окружает множество кривых. Мы встречаем их в быту, архитектуре, природе. Даже в древнейшие времена уже были использованы при построении различных архитектурных строений знания и свойства о кривых.

Кривой Жордана называется образ непрерывного инъективного отображения окружности или отрезка в пространство. В случае окружности кривая называется замкнутой кривой Жордана, а в случае отрезка — жордановой дугой или простой дугой.

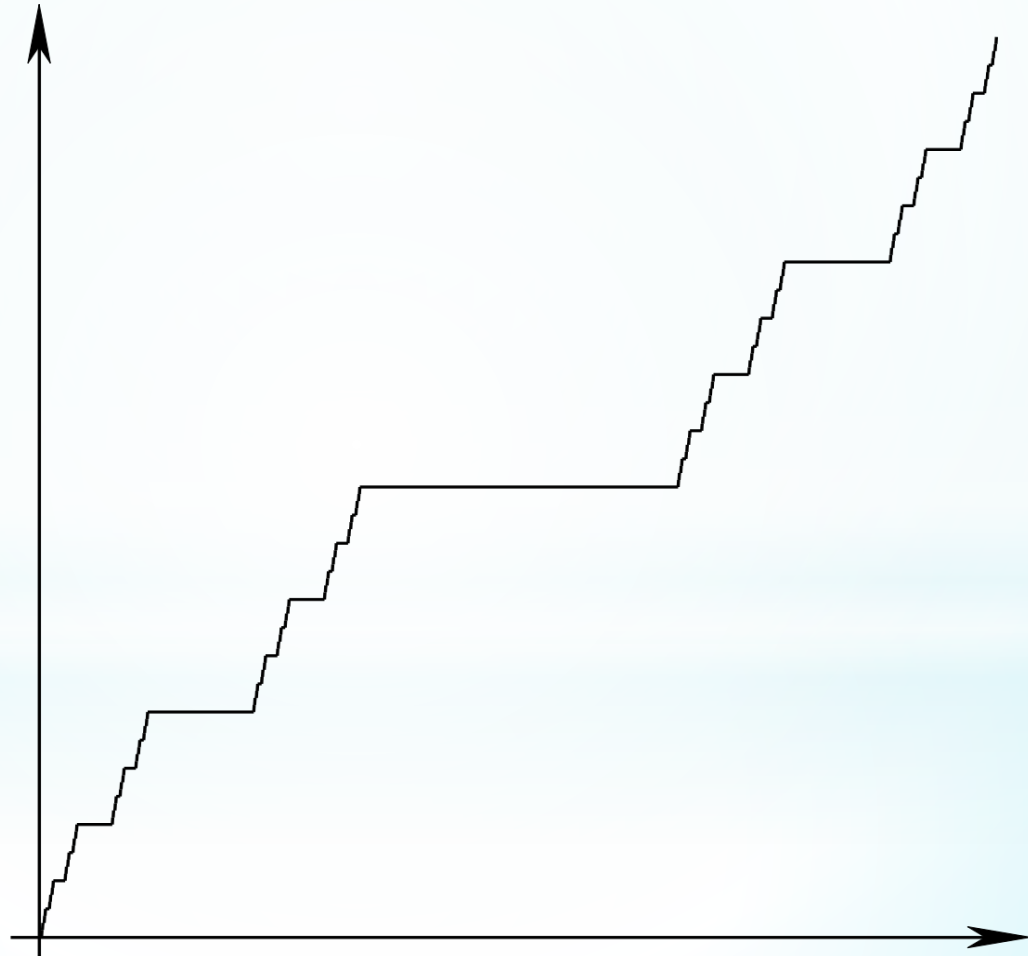


Кривая Жордана



Замкнутая кривая Жордана

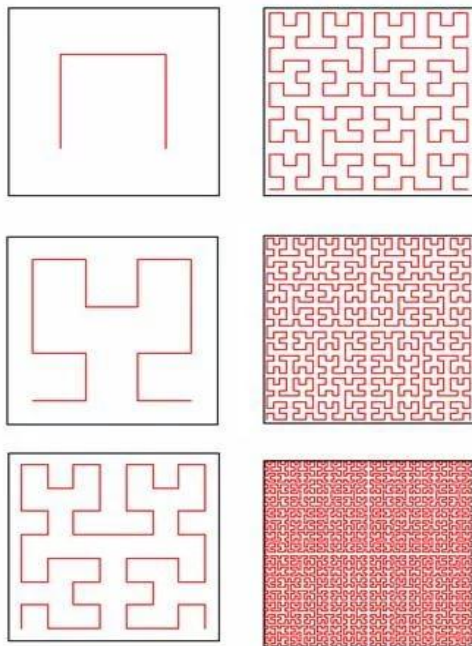
Канторовой кривой называется компактное связное подмножество плоскости такое, что его дополнение всюду плотно.



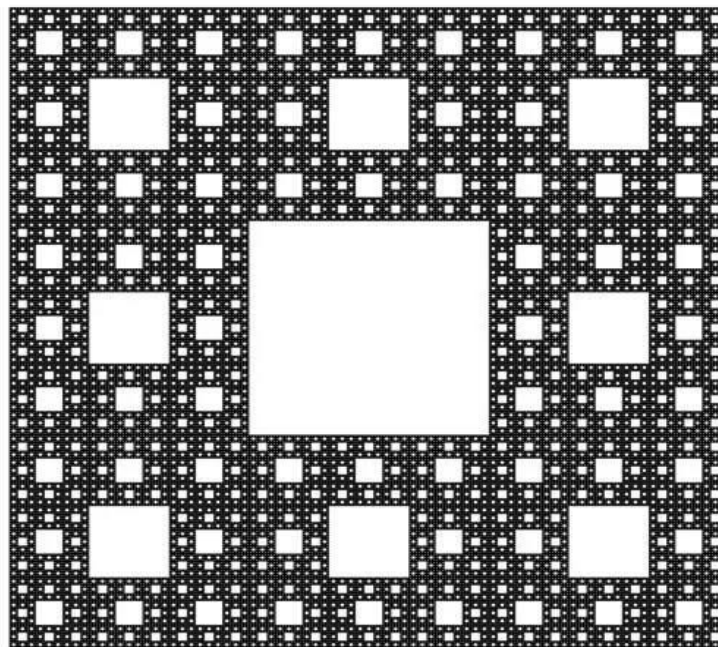
Кривой Урысона называется связное компактное топологическое пространство Стопологической размерности 1.

ПРИМЕРЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ КРИВЫХ

Кривая Пеано соответствует условиям Жордана



Ковер Серпинского соответствует определениям Кантора и Урысона



Улитка Паскаля - плоская кривая определённого типа. Названа по имени Этьена Паскаля, впервые рассмотревшего её.

Улитка Паскаля

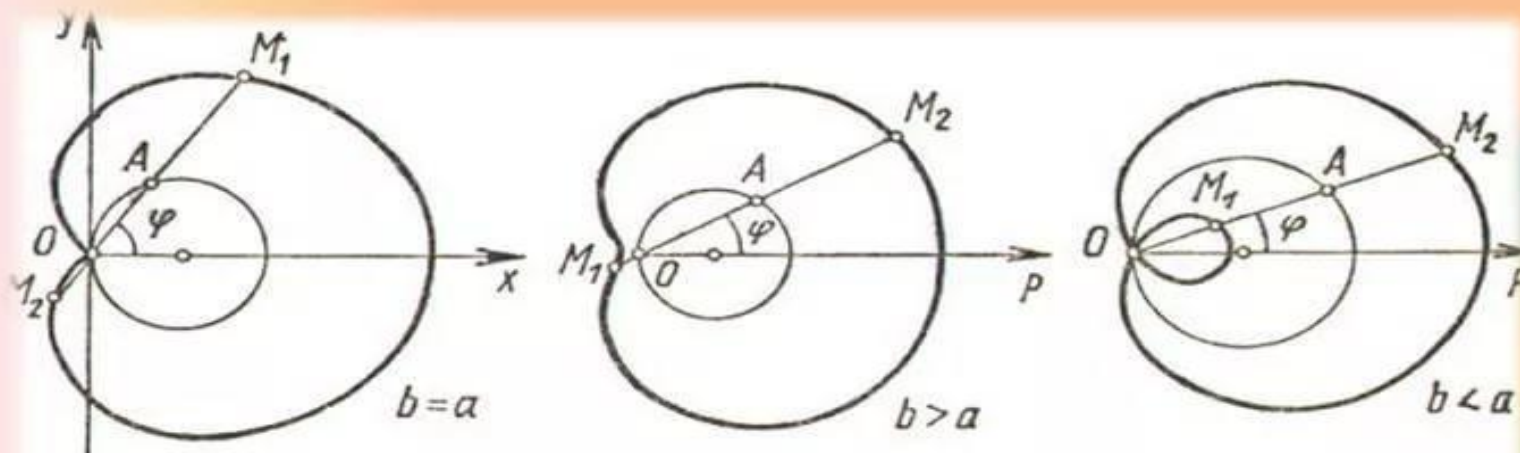
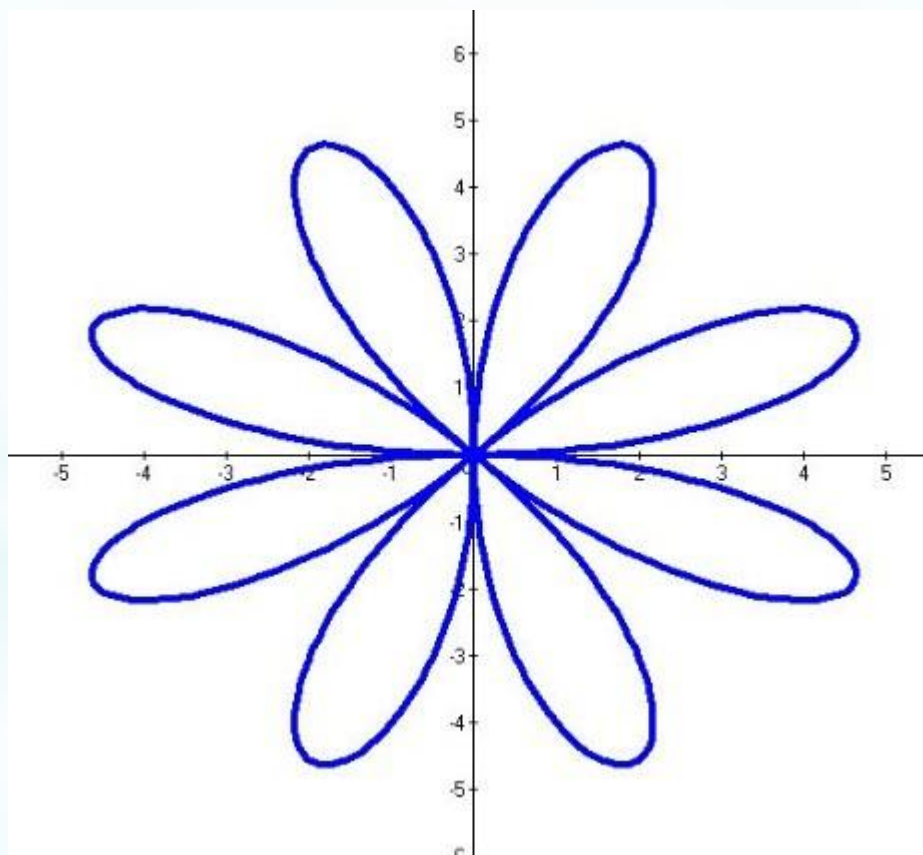


Рис. 7.13

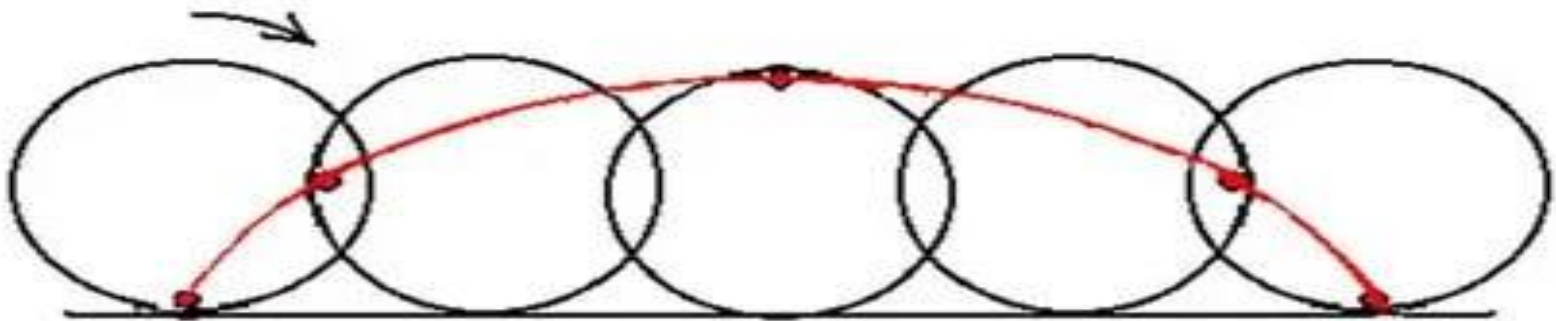
Роза Гранди

Как-то раз итальянский геометр [Гвидо Гранди](#) (1671-1742) создал розы. Розы радуют глаз правильными и плавными линиями, но их очертания не каприз природы - они predetermined специально подобранными математическими зависимостями.

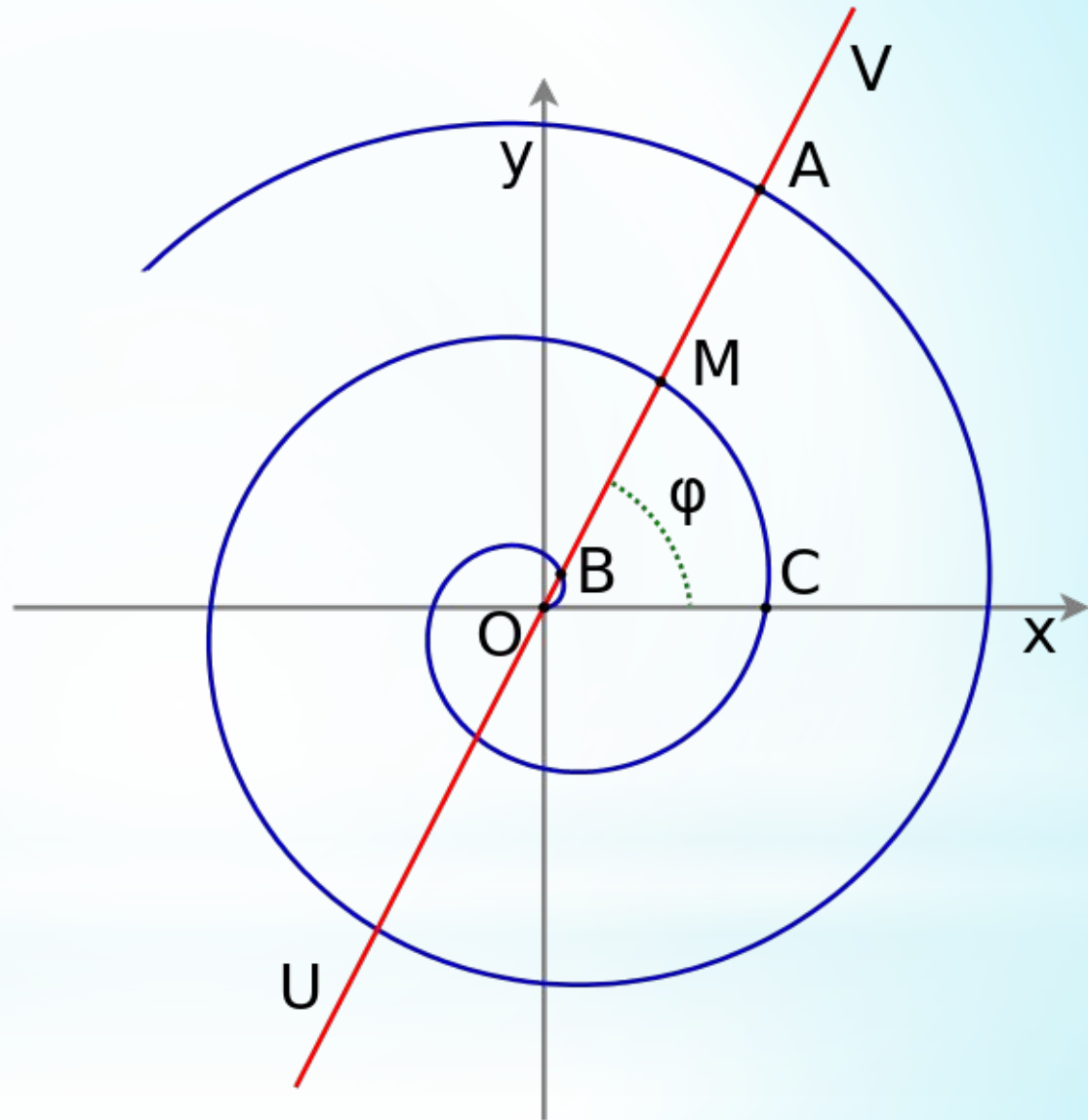


Циклоидой именуют кривую, которая описывает точка окружности, катящейся без скольжения по неподвижной прямой.

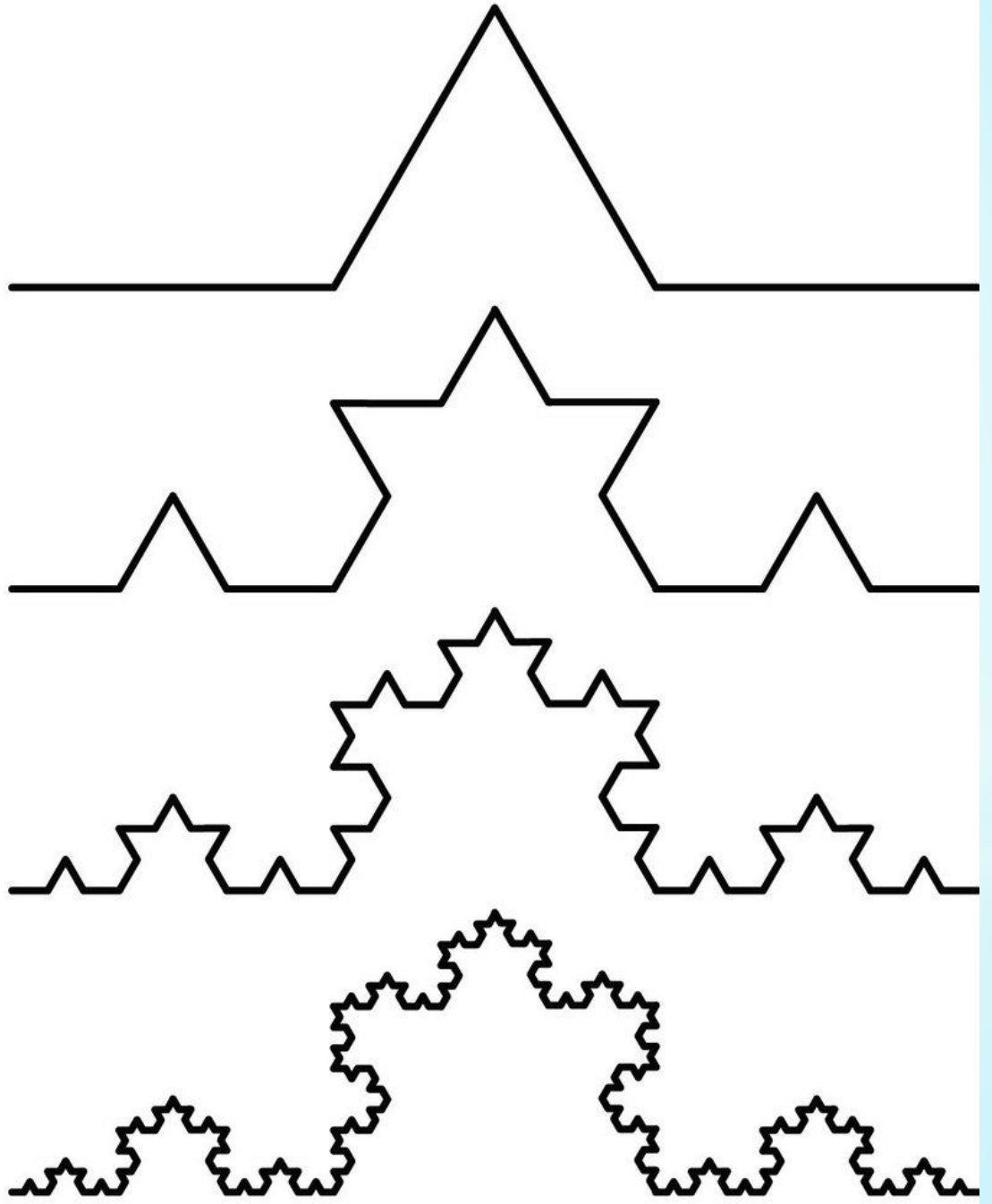
Циклоида



Архимедова спираль - плоская кривая, описываемая точкой M , равномерно движущейся по прямой OA , в то время как эта прямая равномерно вращается в плоскости вокруг одной из своих точек O .



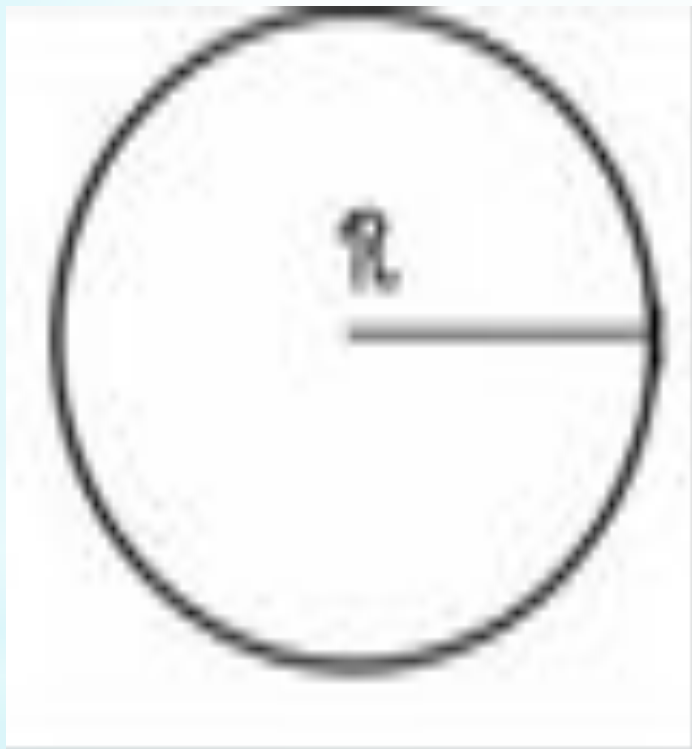
Кривая Коха
примечательна
тем, что она
непрерывна.



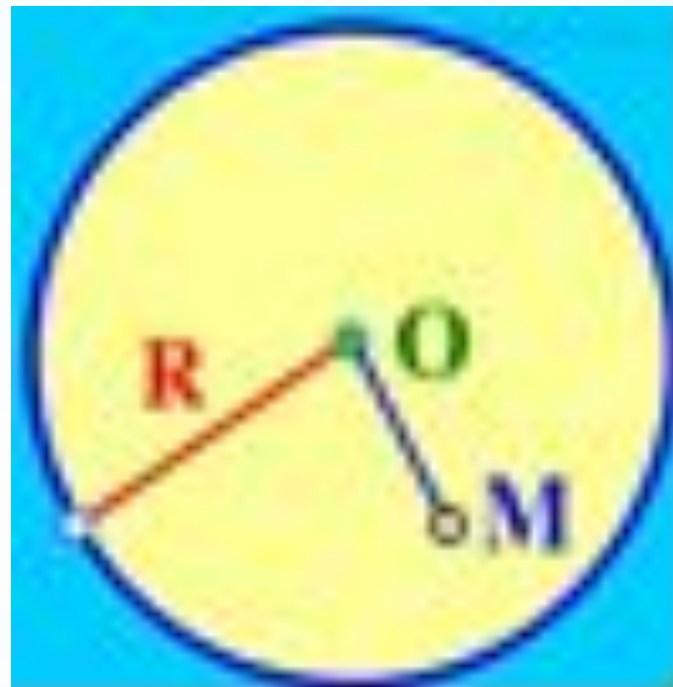
ОКРУЖНОСТЬ И КРУГ

Окружность - это замкнутая плоская кривая, которая состоит из всех точек на плоскости, равноудалённых от заданной точки. Эта точка называется центром окружности. Отрезок, который соединяет центр с какой-либо точкой окружности, называется радиусом. Также радиусом называется и длина этого отрезка. Внутренность окружности называется кругом;

окружность



круг



* УМК «Школа России» М. И. Моро, С. И. Волкова, С. В. Степанова, М. А. Бантова, Г. В. Бельтюкова

* В программе по математике авторского коллектива под руководством М.И. Моро, в 3-ем классе ученики знакомятся с понятиями круг и окружность. Знакомство с этими фигурами осуществляется на уровне представлений.



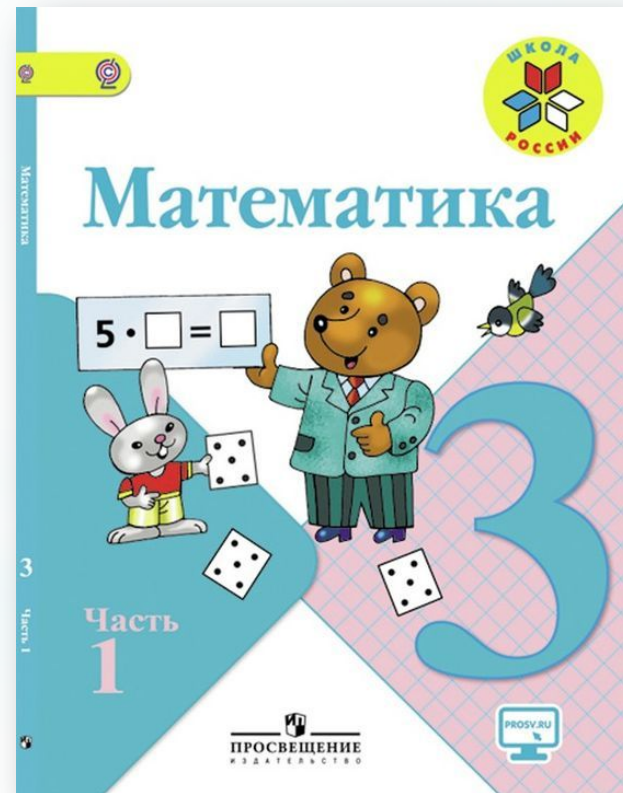
* Ученики должны научиться:

- * узнавать круг и окружность,
- * знать, что окружность — это линия, являющаяся границей круга;
- * уметь строить с помощью циркуля окружность;
- * знать, что такое радиус и диаметр окружности (круга).

Для решения этих учебных задач используются различные практические упражнения. При их подборе, выборе методов и приемов работы с ними необходимо учитывать те подходы к определению окружности и круга, которые имеют место в школьном курсе геометрии.

* 3 класс 1
часть

Тема урока:
«Круг. Окружность»

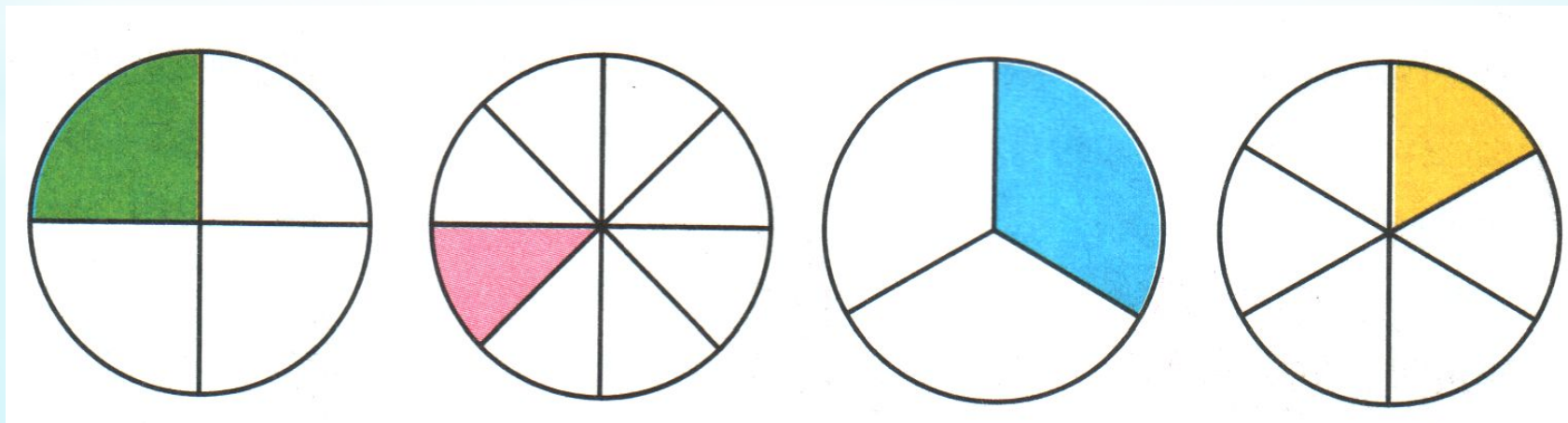


* Образовательные задачи урока:

- Сформировать первоначальные представления об окружности и ее элементах (центр, радиус, диаметр);
- познакомить с новым чертежным инструментом - циркулем и правилами техники безопасности в обращении с колющим предметом;
- содействовать развитию внимания, мышления, познавательной активности учащихся, их интереса к предмету, умения строить окружность и радиус с помощью циркуля и линейки;

* «Доли»

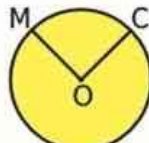
- * Раздел, в котором проходит изучение темы «Круг. Окружность» - «Доли».
- * Назовите, какие доли круга получились на каждом чертеже.
- * Сравните, какая доля больше:
 - *одна восьмая или одна четвёртая;*
 - *одна третья или одна шестая.*



Окружность. Круг



1



2

На рисунке 1 — **окружность**. Окружность можно начертить с помощью циркуля.

Для этого острый конец циркуля должен оставаться в одной точке и расстояние между ножками циркуля не должно меняться.

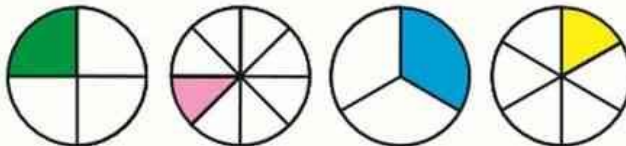
На рисунке 2 — **круг**.

Точка O — **центр** окружности (круга).

Отрезок, который соединяет центр окружности с какой-нибудь её точкой, — это **радиус** окружности (круга). Например, отрезки OC , OM .

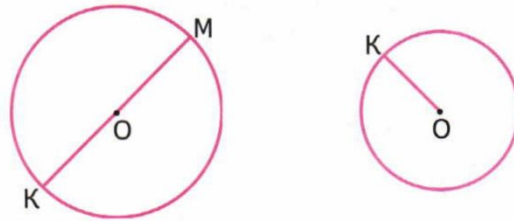
Радиусы одной окружности (круга) равны.

1. Начерти окружность. Раскрась круг.
2. Рассмотрим, на сколько равных частей разделён каждый круг одного и того же радиуса. Назови, какие доли круга получились на каждом чертеже.



Какая доля больше: одна восьмая или одна четвёртая? одна третья или одна шестая круга?

3. Измерь радиус каждой окружности и начерти окружности с такими же радиусами, но с центром в одной и той же точке.



4. Из 30 кг семян подсолнечника получают 6 кг масла. Сколько килограммов масла можно получить из 25 кг семян подсолнечника?
5. Из 20 кг кедровых орехов можно получить 5 кг масла. Сколько кедровых орехов надо взять, чтобы получить 20 кг масла?
6. $78 - (72 - 62) \cdot 4$ $54 : 9 + 8 \cdot 5$ $80 : 10 \cdot 8$
 $37 + (25 - 15) \cdot 3$ $32 : 8 + 6 \cdot 7$ $50 : (10 \cdot 5)$
 $49 - (64 - 44) : 2$ $36 : 4 + 7 \cdot 8$ $60 : (2 \cdot 5)$
7. Папа и Лёня делают цветник квадратной формы. Папа сказал: «Сделаем так, чтобы сторона нашего квадрата была на 12 м меньше его периметра». Узнай, какой будет длина стороны этого цветника, и начерти его план, на котором 1 см будет изображать 2 м.



Начерти в тетради любую окружность. Проведи в ней радиус и измерь его.

КАКОЕ
ЧИСЛО
ЛИШНЕЕ?

4

8

6

9

2

10

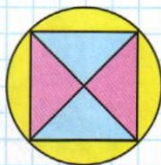


?

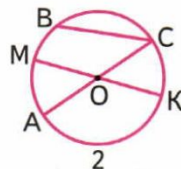


**Диаметр
окружности
(круга)**

НАЧЕРТИ:

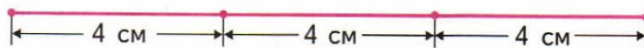


Отрезок, который проходит через центр окружности (O) и соединяет две точки окружности (A и B), — это **диаметр окружности (круга)** (рис. 1). Диаметры одной окружности (круга) равны. Почему? Назови диаметры окружности на рисунке 2.



Возьми любой круг и убедись с помощью перегибания, что диаметр делит круг пополам.

- 1) Вырежи полоску бумаги длиной 12 см. Раздели её с помощью перегибания на 4 равные части. Раскрась одну четвертую часть полоски. Как узнать длину этой части?
2) Длина одной четвертой части полоски равна 3 см. Как узнать длину всей полоски?
2. Длина одной третьей части отрезка равна 4 см. Узнай длину всего отрезка.

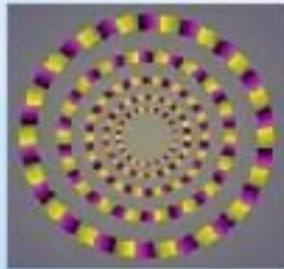
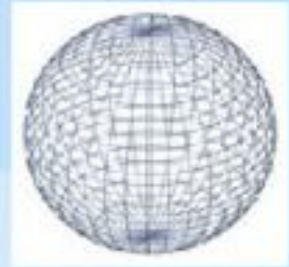


3. Маленькая перемена длится 5 мин, что составляет четвертую часть большой перемены. Сколько минут длится большая перемена?
4. $(28 + 12) : 4$ $81 : 9 + 42 : 6$ $90 - 40 : 10$
 $57 - (37 - 15)$ $8 \cdot 7 - 6 \cdot 9$ $14 + 56 : 7$
 $100 - 90 : 10$ $63 : 9 + 72 : 8$ $60 - 42 + 8$

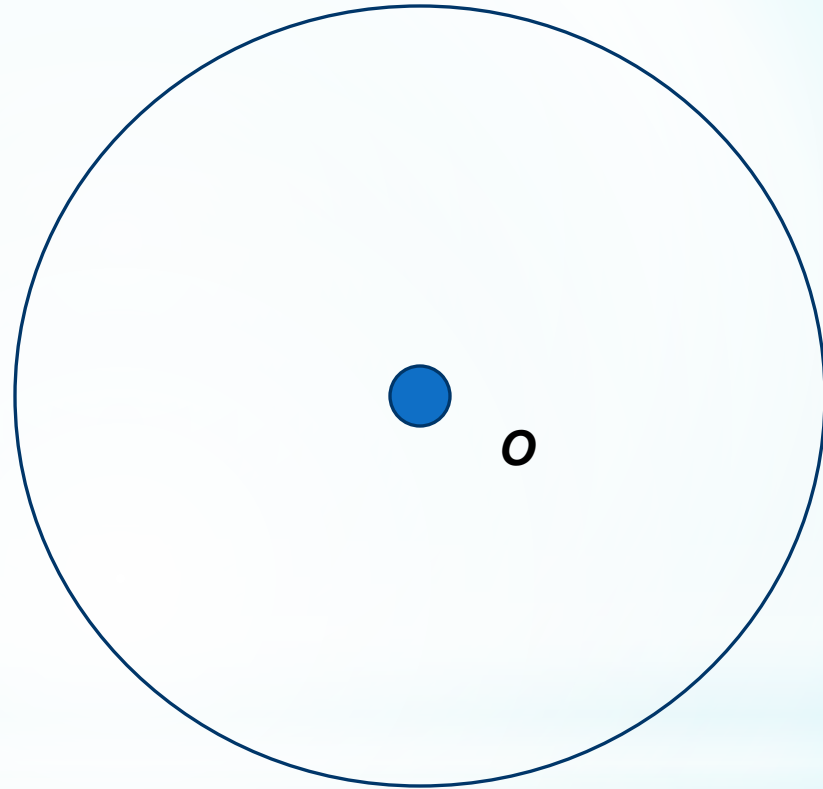
?

Половину тетради составляют 6 листов. Сколько всего листов в тетради?

Что объединяет эти предметы?

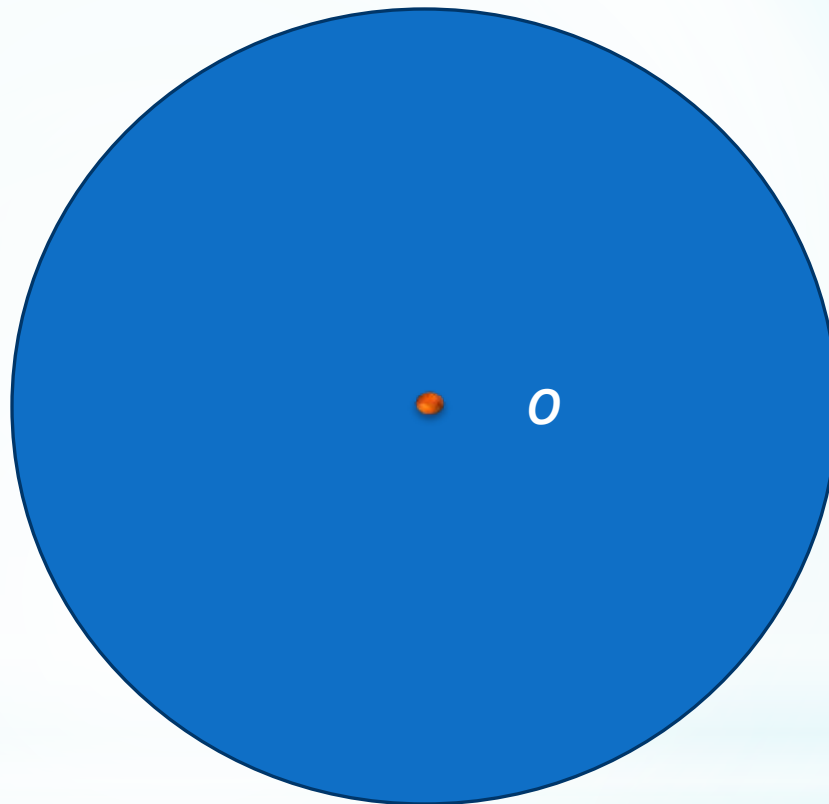


Это - окружность



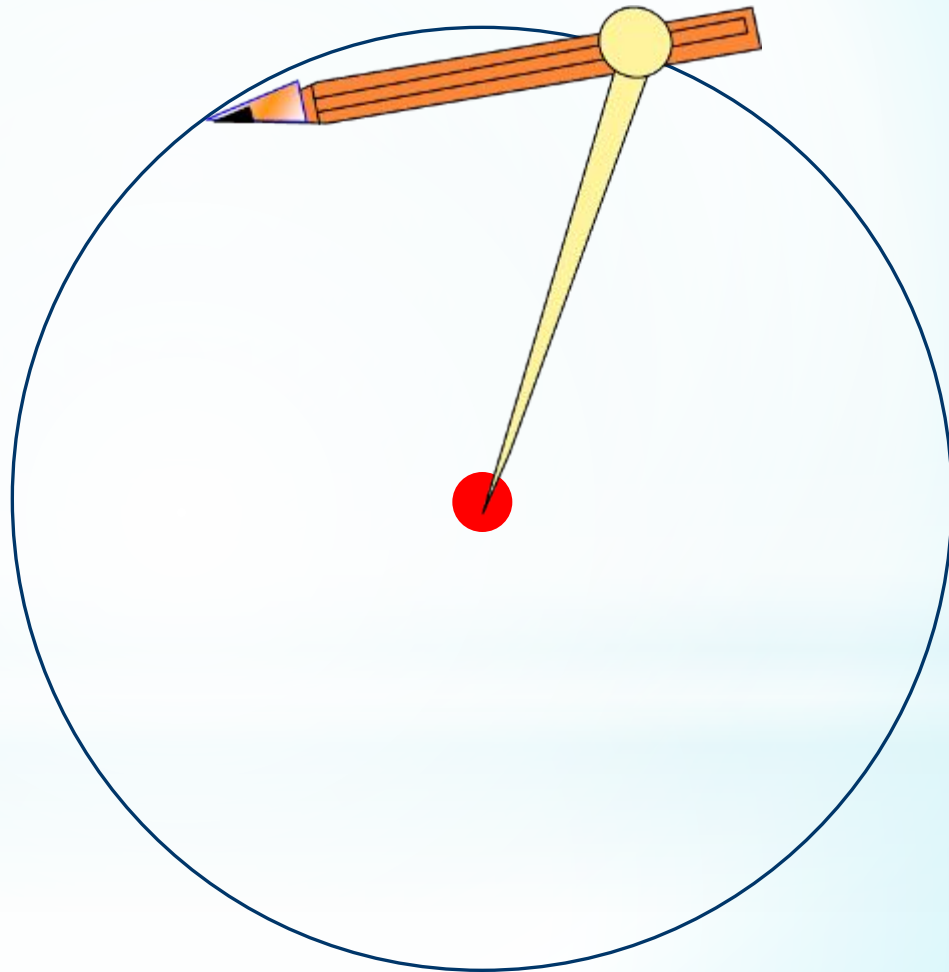
ОКРУЖНОСТЬ – замкнутая линия, все точки которой равноудалены от точки O (центра окружности).

* Это - круг



Круг – часть плоскости, ограниченная окружностью.

** Учимся строить окружность!*



Алгоритм

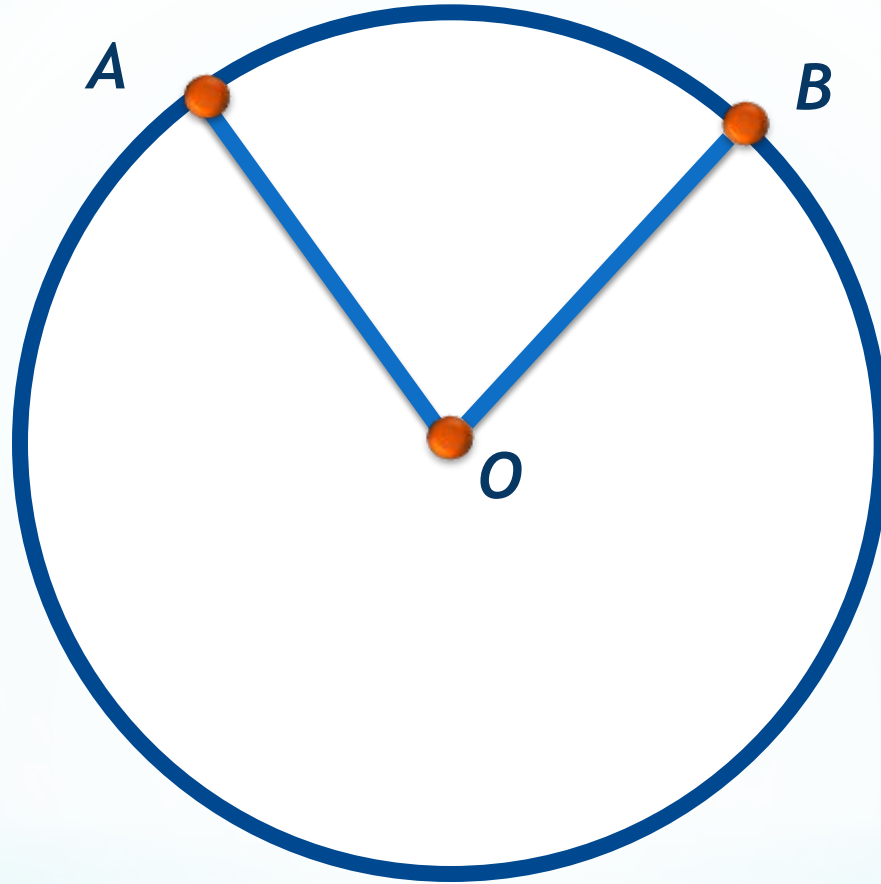
1 . Определяем центр окружности.

2. Обозначаем центр окружности точкой.

3. Выбираем с помощью линейки радиус окружности.

4. Ставим «ножку» циркуля (с иглой) в центр окружности.

5. Концом, где грифель рисуем окружность.



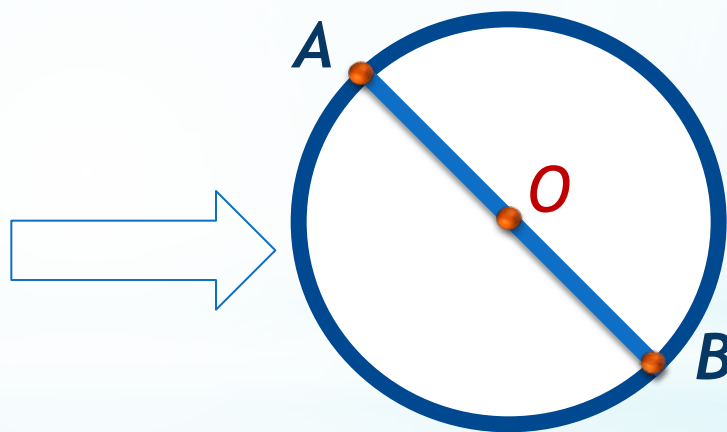
**AO - радиус
окружности**

**OB - радиус
окружности**

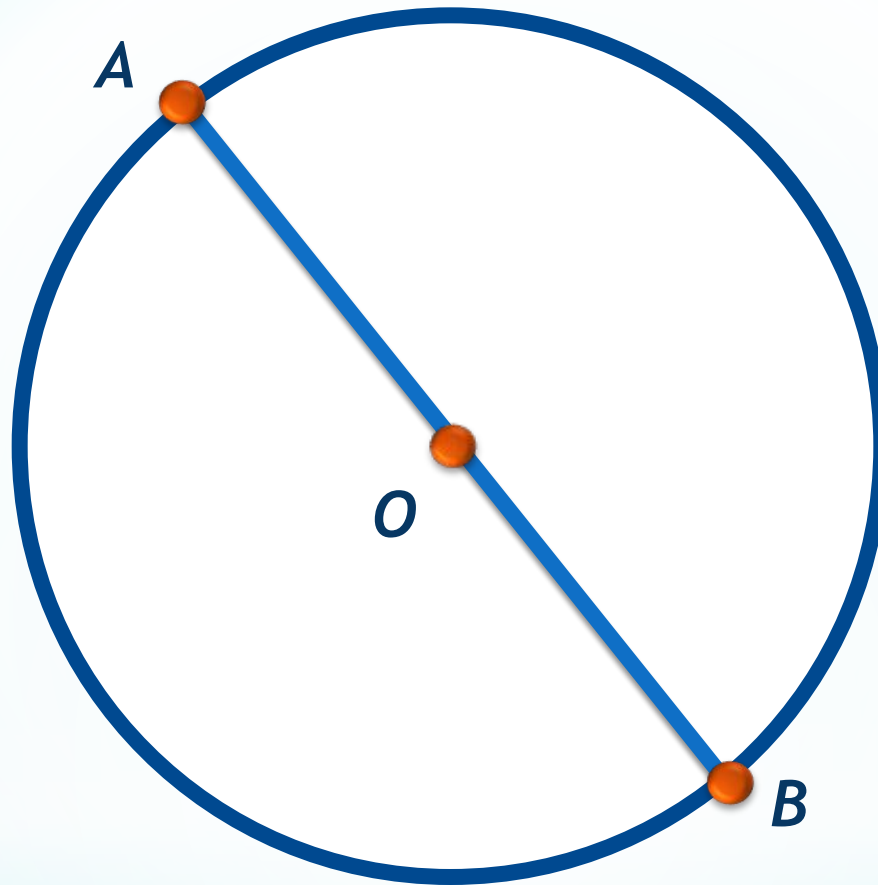
Радиусы одной окружности равны

ДИАМЕТР (от греч. поперечник) - отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через центр.

Посмотрите на рисунок и сравните длину радиуса с длиной диаметра.



Диаметр в два раза больше радиуса.



**AO - радиус
окружности**

**AB - диаметр
окружности**

- * Очень важное значение при усвоении понятий окружность и круг имеют задания, направленные на воспроизведение знаний и их применение.
- * 1. Работа в парах. Ученики, сидящие за одной партой, составляют словесные портреты круга и окружности и читают их друг другу.
- * 2. Сад «Окружностей и кругов». С помощью кругов и окружностей ученики должны нарисовать рисунок.
- * 3. Геометрические орнаменты.
 - * – Продолжите орнаменты на всю ширину тетради.
 - * Придумайте свои орнаменты, где бы использовались круги, окружности или части из них.
- * 4. Составление загадок о круге, об окружности.

* Как итог можно добавить, что работа по формированию навыков должна проводиться постепенно почти на каждом уроке (и не только на уроках математики).

* **Итог**

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основной задачей в преподавании состоит в развитии у младших школьников геометрических представлений. Их необходимо научить обобщать изученный материал, изображать на чертежах заданную фигуру, уметь видеть геометрические образы и выполнять определенные измерения.