МЧС РОССИИ
АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СЛУЖБЫ МИНИСТЕРСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ И ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ

Дисциплина: Прикладная механика

Тема 1: «Кинематика точки»

Литература:

1. Ильин В.Н., Полянин В.Д. Прикладная механика. Часть I. Механика недеформируемого твердого тела. Учебное пособие. - М.: Академия ГПС МЧС России, 2008, - 90 с.

2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – 14-е изд., стер. – М.: Высш.шк., 2004. – 416 с.

1. Выбор исходных данных.

Вариант задания определяется совокупностью трех цифр, условно обозначаемой буквами **АБВ.**

Слушатель заочного факультета шифр **АБВ выбирает из таблицы «Выбор варианта задания …» по трем последним цифрам номера своей зачетной книжки - НЗК.**

Группа 5116Т – 1к5лет:

1.	Бабин Евгений Александрович	НЗК = 125	АБВ = 081
2.	Бакриев Якуб Михайлович	НЗК = 126	АБВ = 548
3.	Белов Сергей Игоревич	НЗК = 127	АБВ = 112
4.	Изюмцев Андрей Васильевич	НЗК = 128	АБВ = 686
5.	Ильченко Дмитрий Иванович	НЗК = 129	АБВ = 649
6.	Карнов Вячеслав Вячеславович	НЗК = 130	АБВ = 470
7.	Касаткин Илья Игоревич	НЗК = 131	АБВ = 637
8.	Киндяков Евгений Петрович	НЗК = 132	АБВ = 845
9.	Коршунов Илья Александрович	НЗК = 133	АБВ = 759
10.	Ливенцев Дмитрий Евгеньевич	НЗК = 134	АБВ = 479
11.	Муцуев Абдулла Магомедович	НЗК = 135	АБВ = 507

1. Выбор исходных данных.

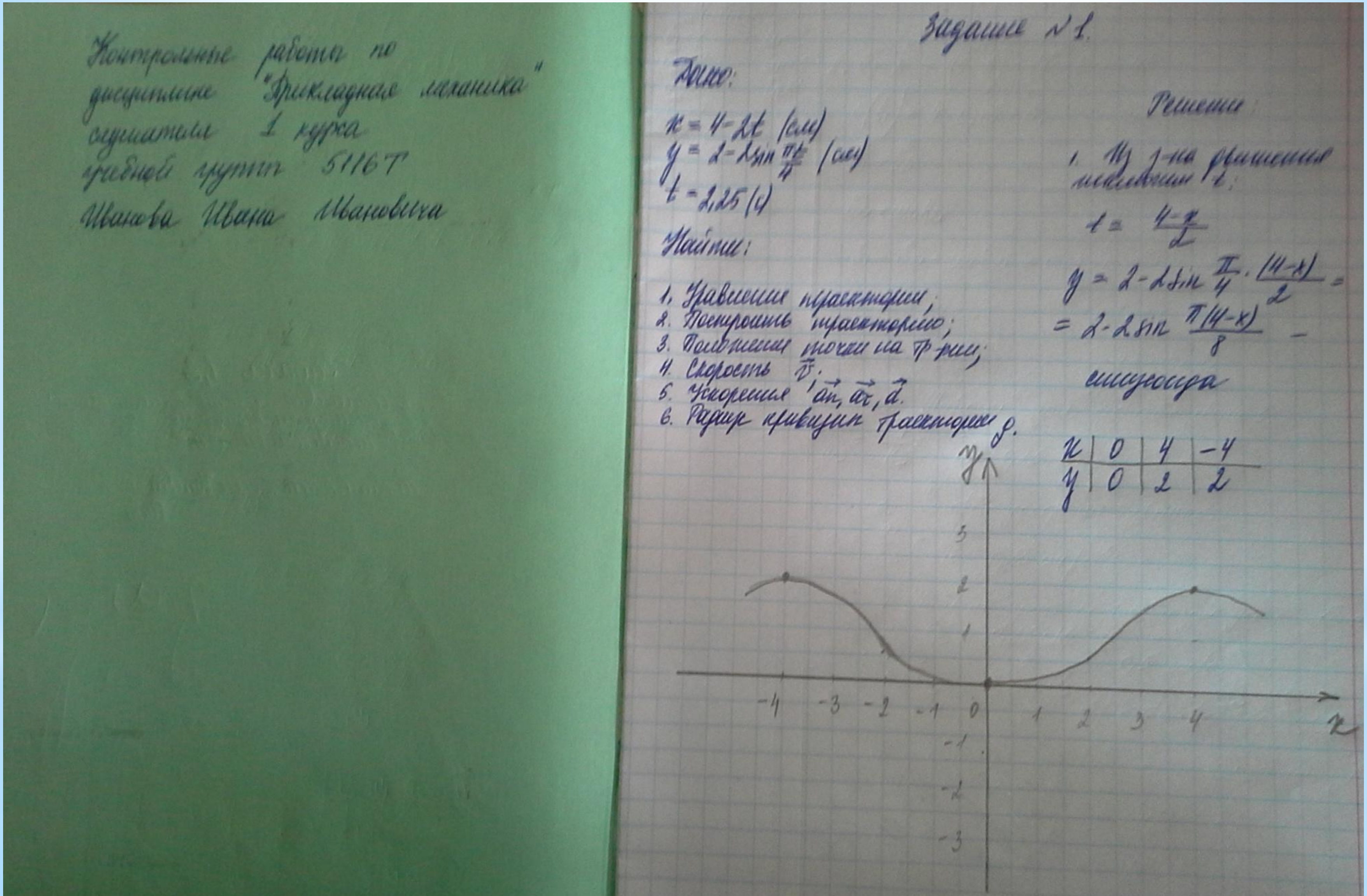
Вариант задания определяется совокупностью трех цифр, условно обозначаемой буквами **АБВ.**

Слушатель заочного факультета шифр **АБВ выбирает из таблицы «Выбор варианта задания …» по трем последним цифрам номера своей зачетной книжки – НЗК.**

Группа 5116Т – 1к5лет:

12. Оздоев Руслан Магомедович	НЗК = 136	АБВ = 006
13. Решетников Виктор Васильевич	НЗК = 137	АБВ = 364
14. Сафиуллов Игорь Рифтатович	НЗК = 138	АБВ = 540
15. Семенов Владислав Сергеевич	НЗК = 139	АБВ = 984
16. Сидиропуло Дионис Вячеславович	НЗК = 140	АБВ = 615
17. Степанов Артем Александрович	НЗК = 141	АБВ = 673
18. Трушин Роман Александрович	НЗК = 142	АБВ = 855
19. Чесна Сергей Альфонсавич	НЗК = 143	АБВ = 992
20. Шкомов Дмитрий Александрович	НЗК = 144	АБВ = 452

1. Пример оформления титульного листа контрольных работ



Разбор задания №1 «Кинематика точки»:

1. Выбор исходных данных.
2. Определение уравнения траектории и построение её на чертеже.
3. Для заданного момента времени t, определение:
   3.1. Положения точки на траектории.
   3.2. Вектора полной скорости.
   3.3. Векторов касательного, нормального и полного ускорений.
   3.4. Радиуса кривизны траектории.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ = 301, то из таблицы исходных данных:

Таблица 1

Номер строки	$f_1(t)$, см	$f_2(t)$, см			t_1, с
0	$2-3\cos(\pi t/6)$	$12\sin(\pi t/6)$	$2t^2+2$	$4\cos(\pi t/6)-2$	1,25
1	$6\cos(\pi t/6)-3$	$-4-6\cos(\pi t/3)$	$8\sin(\pi t/4)$	$14-16\cos^2(\pi t/6)$	1,45
2	$4\cos(\pi t/6)$	$-3\sin^2(\pi t/6)$	$(2+t)^2$	$4\cos(\pi t/3)$	1,65
3	$2-t$	$9\sin(\pi t/6)-4$	$2t^3$	$-10\cos(\pi t/6)$	1,85
4	$2t$	$3\cos(\pi t/3)-2$	$2+2\cos(\pi t/4)$	$-4\cos^2(\pi t/6)$	2,05
5	$t-4$	$-10\sin(\pi t/6)$	$2-3t^2$	$8-12\cos(\pi t/3)$	2,25
6	$4-2t$	$2-6\sin^2(\pi t/6)$	$2-2\sin(\pi t/4)$	$3\cos(\pi t/6)$	2,45
7	$12\sin(\pi t/6)$	$2\sin(\pi t/6)-2$	$(t+1)^3$	$6-8\cos(\pi t/3)$	2,65
8	$4-6\sin(\pi t/6)$	$9\cos(\pi t/3)+5$	$2-t^3$	$9\cos(\pi t/6)-3$	2,85
9	$8\sin(\pi t/6)-2$	$3-8\sin(\pi t/6)$	$4\cos(\pi t/4)$	$-6\cos(\pi t/3)$	3,05
	А	Б для А=0, 1, 2	Б для А=3, 4, 5, 6	Б для А=7, 8, 9	В

x = 2-t (см)

y = $2t^2$+2 (см)

t_1=1,45 (с) для упрощения расчетов принимаем t_1=1 (с)

2. Определение уравнения траектории и построение её на чертеже.

Уравнение траектории получаем, исключением t из уравнений движения:

$x = 2 - t$ (см) $\qquad t = 2 - x$

$y = 2t^2 + 2$ (см) $\qquad y = 2(2-x)^2 + 2 = 2x^2 - 8x + 10$

x	**0**	**1**	**2**	**3**	**-1**
y					

Замечание: если уравнения движения содержат sin или cos, то для нахождения уравнения траектории необходимо использовать формулы: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$

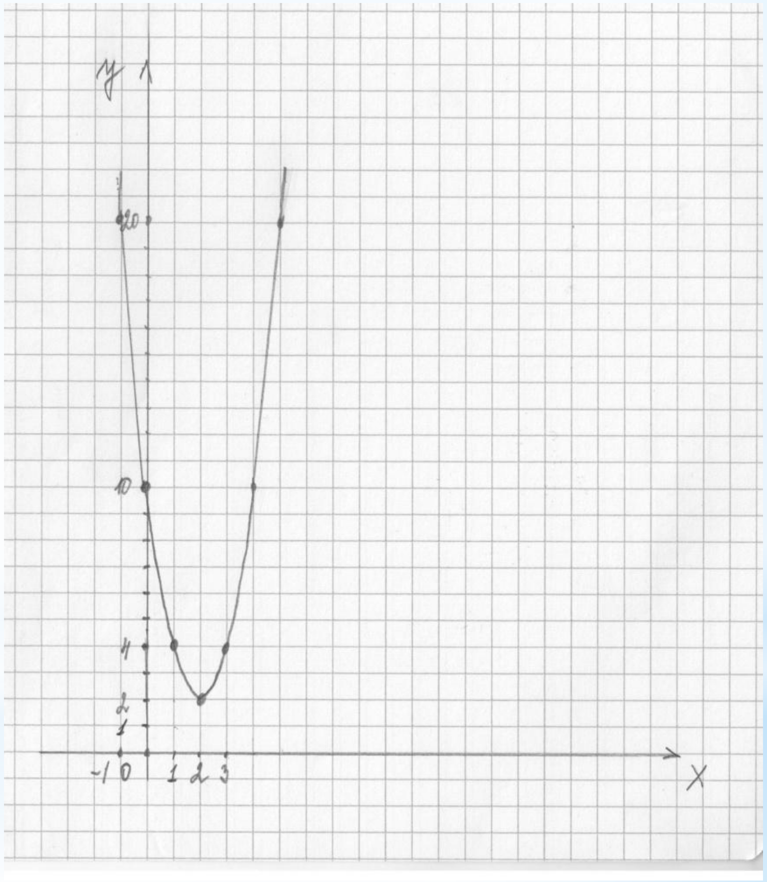
$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$.

2. Определение уравнения траектории и построение её на чертеже (продолжение)

Строим по точкам уравнение траектории в координатных осях 0xy:

x	0	1	2	3	-1
y	10	4	2	4	20



3.1. Определение положения точки на траектории.

Подставляем значение момента времени $t_1=1$ с(в общем случае берется из исходных данных, например, для АБВ = 301 $t_1=1{,}45$ с) в уравнения движения:

$x(1) = 2 - t = 2 - 1 = 1$ (см)

$y(1) = 2t^2+2 = 2*1^2+2 = 4$ (см)

<u>Точка лежит на траектории, значит уравнение траектории найдено верно!</u>

.

3.2. Определение полного вектора скорости.

Проекция вектора полной скорости на ось x – V_X :

$V_X = \dot{x}$ = (2-t)' = -1 (см/с)

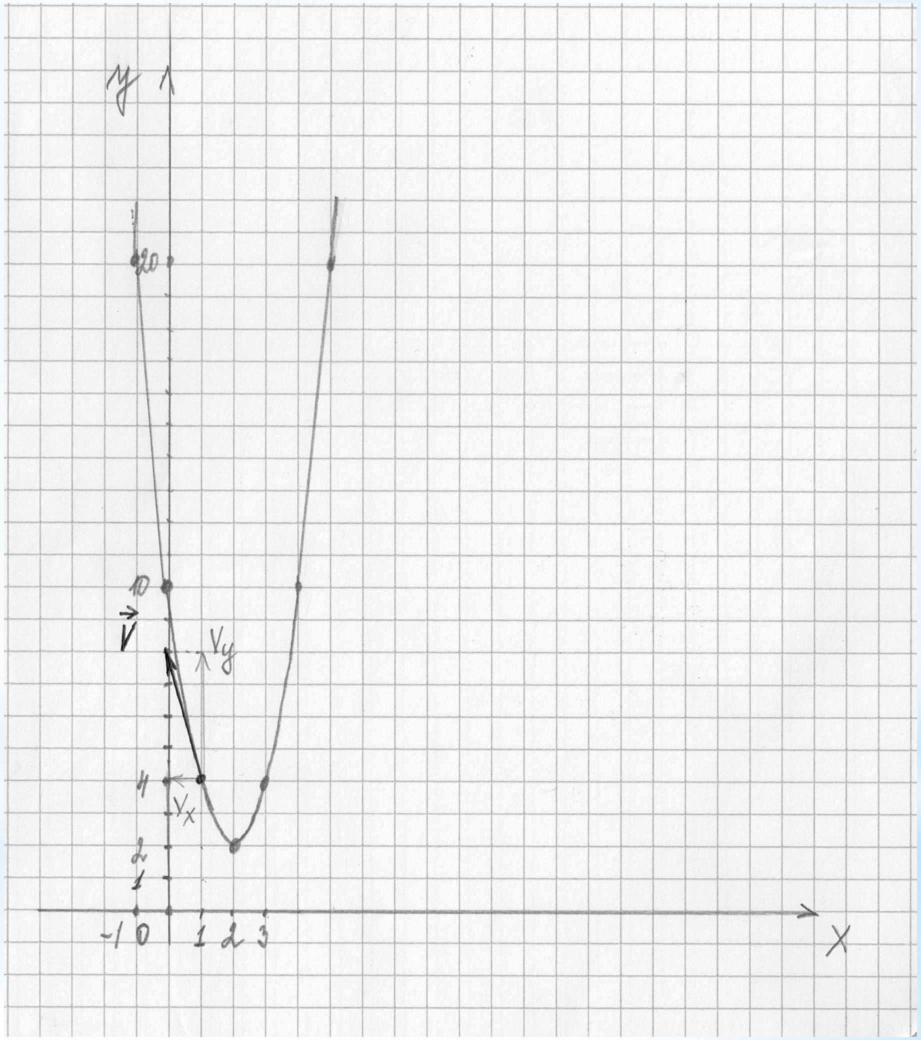
Проекция вектора полной скорости на ось y – V_y :

$V_y = \dot{y}$ = $(2t^2+2)'$ = 4t = 4 (см/с)

Значение полного вектора скорости - V:

$$V = \sqrt{V_X^2 + V_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17} = 4{,}12 \text{ (см/с)}$$

На чертеже вектор полной скорости изображается по касательной к траектории, как векторная сумма проекций скорости на оси координат.



3.3. Определение векторов касательного, нормального и полного ускорений.

Проекция вектора полного ускорения на ось x – a_X :

$a_x = \dot{V}_x = (-1)' = 0$ (см/с^2)

Проекция вектора полного ускорения на ось y – a_y :

$a_y = \dot{V}_y = (4t)' = 4$ (см/с^2)

Значение полного вектора ускорения - a:

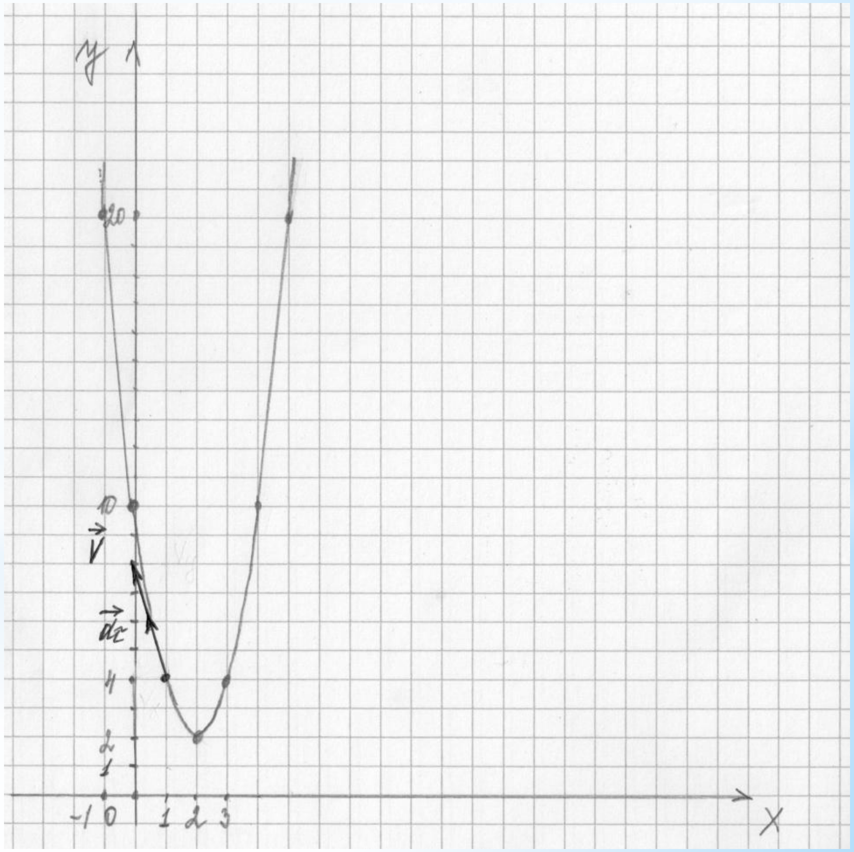
$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{4^2} = 4$ (см/с^2)

Замечание: т.к. проекция ускорения на ось x – 0, то положение вектора полного ускорения совпадает с проекцией на ось y, т.е. <u>вектор расположен строго вертикально.</u>

Определим значение вектора касательного ускорения – a_τ :

$$a_\tau = \dot{V} = \frac{V_x a_x + V_y a_y}{V} = \frac{(-1)\cdot 0 + 4\cdot 4}{4{,}12} = 3{,}88 \quad (\text{см/с}^2)$$

На чертеже вектор касательного ускорения изображается по касательной к траектории. Если $a_\tau > 0$, то вектор a_τ сонаправлен с вектором V, если $a_\tau < 0$, то вектор направлен в противоположную сторону.

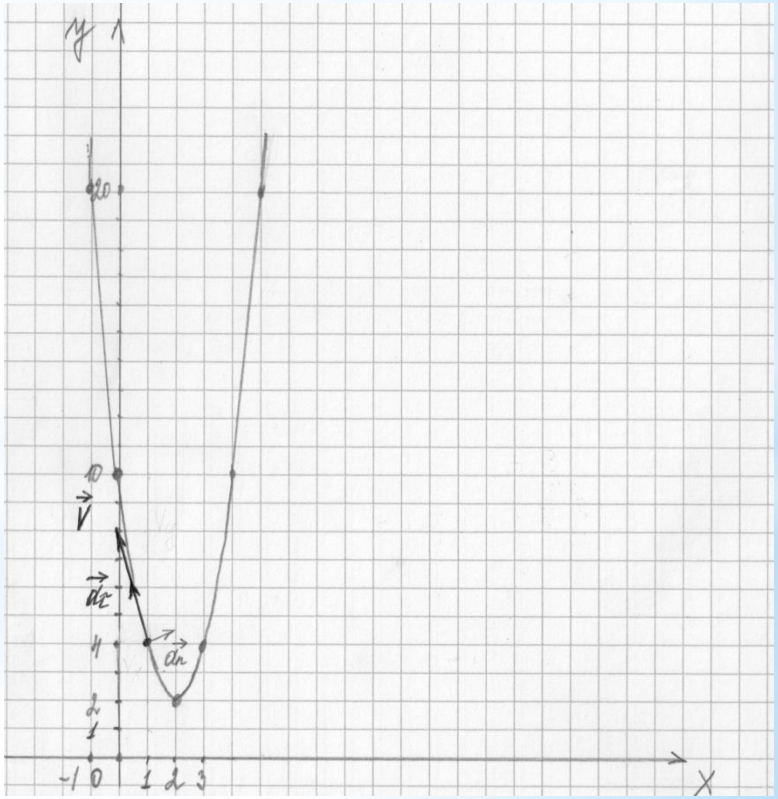


Определим значение вектора нормального ускорения – a_n :

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

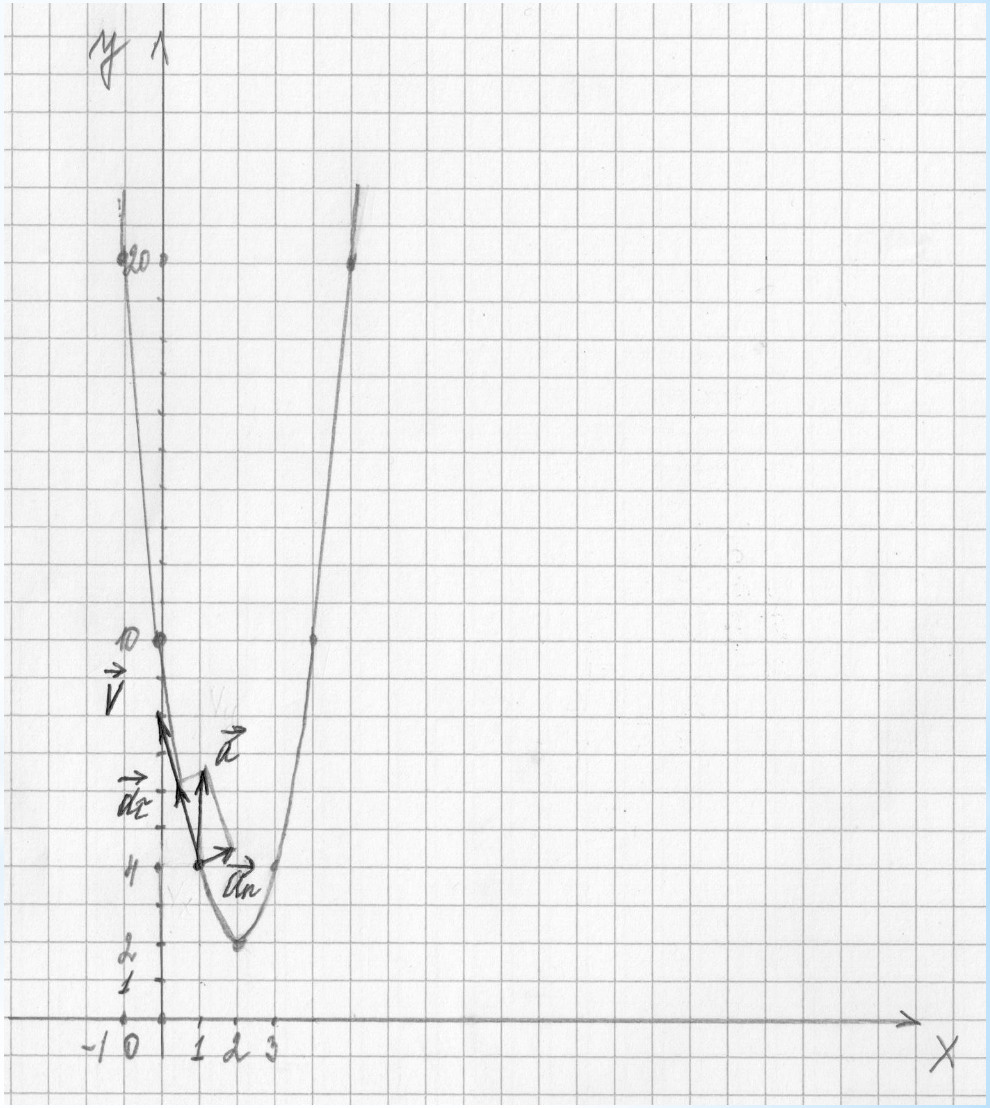
$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{4^2 - (3{,}88)^2} = 0{,}96$$ (см/с^2)

На чертеже <u>вектор нормального ускорения</u> изображается <u>перпендикулярно касательной , в сторону вогнутости траектории</u>.



На чертеже полный вектор ускорения **a** образует векторный треугольник с векторами нормального a_n и касательного ускорения a_τ.

К тому же, в данном примере вектор **a** расположен строго вертикально.

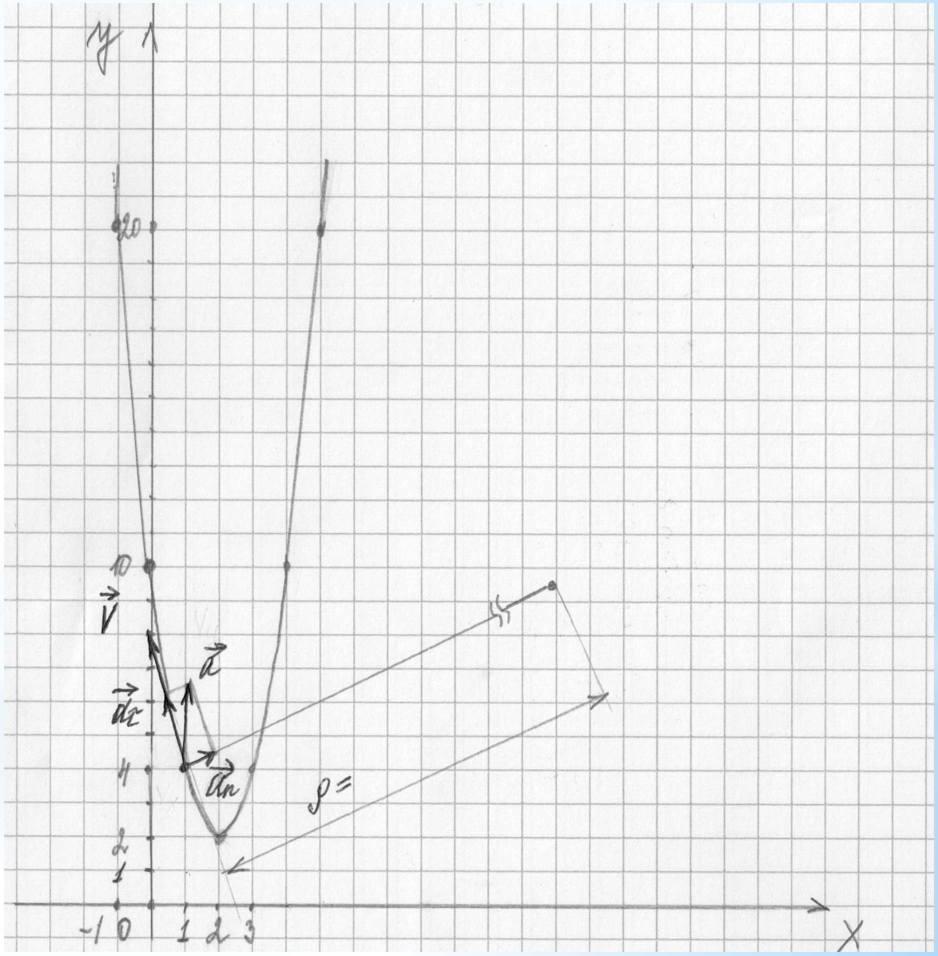


3.4. Определение радиуса кривизны траектории.

Определим радиус кривизны траектории:

$$\rho = \frac{V^2}{a_n} = \frac{(4{,}12)^2}{0{,}98} = 17{,}3 \quad (\text{см})$$

На чертеже <u>радиус кривизны траектории ρ</u> изображается <u>на продолжении вектора нормального ускорения.</u>



Выводы:

1) Кинематикой называют раздел механики, в котором рассматривают движение тел и точек без учета сил, приложенных к ним.

2) Для нахождения уравнения траектории из уравнений движений следует исключить t.

3) Вектор полной скорости на чертеже изображается по касательной к траектории.

4) На чертеже вектор касательного ускорения изображается по касательной к траектории. Если $a_\tau > 0$, то вектор a_τ сонаправлен с вектором V – движение ускоренное, если $a_\tau < 0$, то вектор направлен в противоположную сторону – движение замедленное.

5) На чертеже вектор нормального ускорения изображается перпендикулярно касательной , в сторону вогнутости траектории.

6) На чертеже радиус кривизны траектории ρ изображается на продолжении вектора нормального ускорения.

Разбор задания №2 «Кинематика твердого тела»:

1. Выбор исходных данных.
2. Определение скорости и ускорения звена по заданному закону движения.
3. Для заданного момента времени t, определение и построение на чертеже:
   3.1. Угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2,3.
   3.2. Скоростей и ускорений точек A,B и C.
   3.3. Скоростей и ускорений рейки 4 и груза 5.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =738, то из таблицы исходных данных:

Таблица 2. Исходные данные к заданию 2

Номер		Дано		t_1, с
строки	рисунка	Заданная функция	$f(t)$	
0	2.0	S_4	$4(7-t^2)$	0,5
1	2.1	S_5	$2(t^2-3)$	0,75
2	2.2	φ_1	$2t^2-9$	1,0
3	2.3	φ_2	$7t-3t^2$	1,25
4	2.4	φ_3	$3t-7t^2$	1,5
5	2.5	φ_1	$5t-3t^2$	2,0
6	2.6	φ_2	$2(t^2-7t)$	0,25
7	2.7	S_4	$3t^2-8$	0,5
8	2.8	S_5	$3t^2-5t$	0,75
9	2.9	φ_3	$8t-3t^2$	1,5
	А	**Б**	**В**	**А**

$r_1 = 2$ (см)

$R_1 = 4$ (см)

$r_2 = 6$ (см)

$R_2 = 8$ (см)

$r_3 = 12$ (см)

$R_3 = 16$ (см)

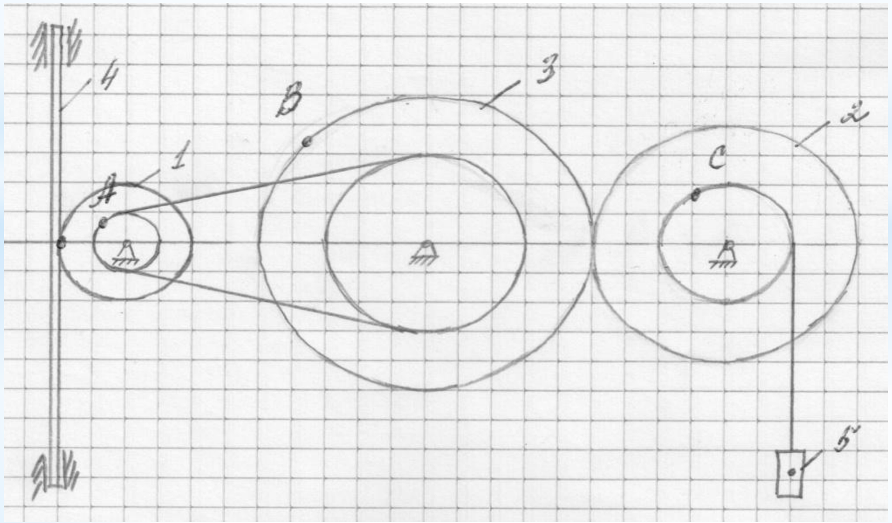


рис. 2.7

$\varphi_2 = 3t^2 - 5t$ (рад)

$t_1 = 0,5$ (с)

2. Определение скорости и ускорения звена по заданному закону движения.

Вариант 1: в *Дано φ = f(t)*, рад – закон вращения колеса 1,2 или 3 («+» против часовой стрелки).

$$\varphi_2(0{,}5) = 3t^2 - 5t = 3 \cdot (0{,}5)^2 - 5 \cdot 0{,}5 = -1{,}75 \text{ (рад)} < 0 - \text{по часовой стрелке}$$

Определим скорость звена:

$$\omega_2 = \dot{\varphi}_2 = (3t^2 - 5t)' = 6t - 5 \; (1/c)$$

$$\omega_2(0{,}5) = 6 \cdot 0{,}5 - 5 = -2 \; (1/c)$$

Определим ускорение звена:

$$\varepsilon_2 = \dot{\omega}_2 = (6t - 5)' = 6 \; (1/c^2)$$

$$\varepsilon_2(0{,}5) = 6 \; (1/c^2)$$

Вариант 2: в *Дано S = f(t)*, см – закон поступательного движения рейки или груза («+» сверху вниз).

$$V(t) = \dot{S}(t)$$

$$a(t) = \dot{V}(t)$$

3.1. Определение угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2 и 3.

Определив кинематические характеристики заданного звена, смотрим с каким колесом данное звено связано (точка касания или ременная передача). В точках, в которых звенья связаны, линейные скорости точек будут равны.

Замечание: линейные скорости точек на колесе связаны с угловой скоростью колеса формулой:

$$V = \omega \cdot R$$

3.1. Определение угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2 и 3.

Большой радиус колеса 2 касается большого радиуса колеса 3:

$$V_{R2} = V_{R3}$$

$$\omega_2 R_2 = \omega_3 R_3$$

$$\omega_3(0{,}5) = \omega_2 \frac{R_2}{R_3} = (6t-5)\frac{8}{16} = 3t - 2{,}5 = 3 \cdot 0{,}5 - 2{,}5 = -1\ ({}^{1}/{}_{c})$$

$$\varepsilon_3(0{,}5) = \varepsilon_2 \frac{R_2}{R_3} = 6\frac{8}{16} = 3\ ({}^{1}/{}_{c^2})$$

Малый радиус колеса 3 касается малого радиуса колеса 1:

$$V_{r3} = V_{r1}$$

$$\omega_3 r_3 = \omega_1 r_1$$

$$\omega_1(0{,}5) = \omega_3 \frac{r_3}{r_1} = (3t-2{,}5)\frac{12}{2} = 18t - 15 = 18 \cdot 0{,}5 - 15 = -6\ ({}^{1}/{}_{c})$$

$$\varepsilon_1(0{,}5) = \varepsilon_3 \frac{r_3}{r_1} = 3\frac{12}{2} = 18\ ({}^{1}/{}_{c^2})$$

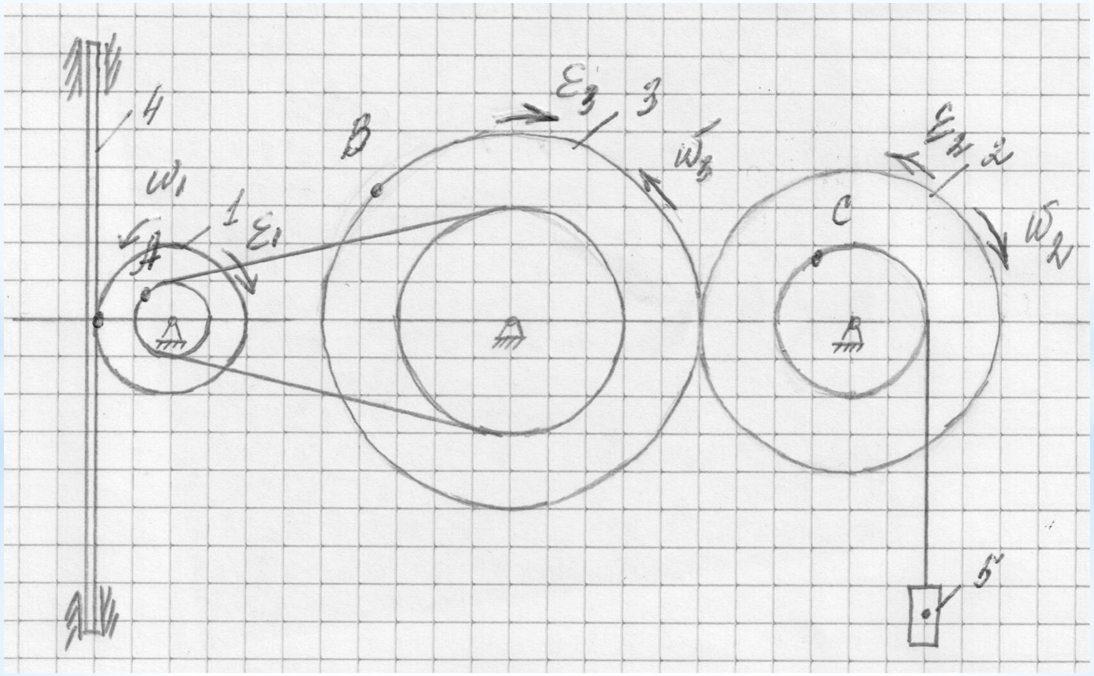
.

3.1. Определение угловых скоростей и угловых ускорений колес 1,2 и 3.

На чертеже направления скоростей и ускорений начинаем отмечать с заданного звена.

Затем отмечаем скорости связанных звеньев, в зависимости от типа связи (точка касания – направление скорости в противоположную сторону для колеса, в ту же сторону для рейки и груза; ременная передача - направление скорости в ту же сторону).

Направления ускорений в зависимости от знака: «+» сонаправлено со скоростью, «-» направлено в противоположную сторону.



3.2. Определение скоростей и ускорений точек A,B и C.

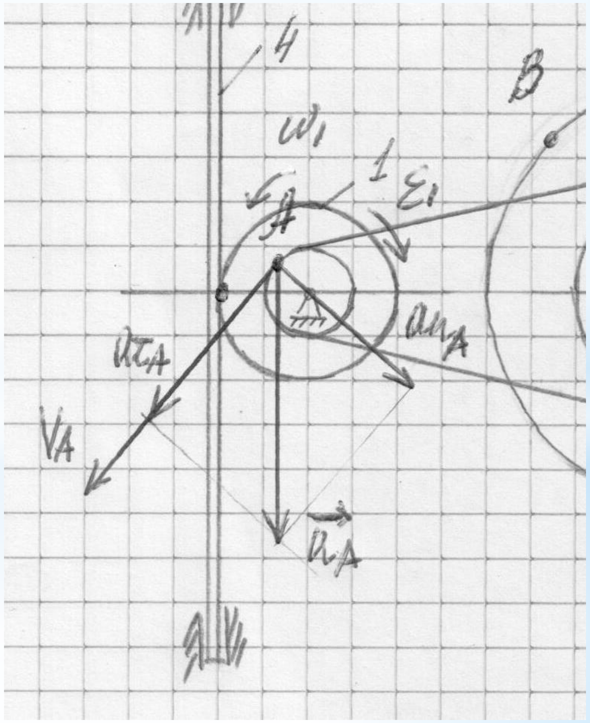
Точка A лежит на малом радиусе 1 колеса:

$$V_A(0{,}5) = \omega_1 r_1 = -6 \cdot 2 = -12\ (^{\text{см}}/_{\text{с}})$$

$$a_\tau(0{,}5) = \varepsilon_1 r_1 = 18 \cdot 2 = 36\ (^{\text{см}}/_{\text{с}^2})$$

$$a_n(0{,}5) = \omega_1^2 r_1 = (-6)^2 \cdot 2 = 72\ (^{\text{см}}/_{\text{с}^2})$$

$$a(0{,}5) = \sqrt{{a_\tau}^2 + {a_n}^2} = \sqrt{36^2 + 72^2} = 80{,}5\ (^{\text{см}}/_{\text{с}^2})$$



3.2. Определение скоростей и ускорений точек A,B и C.

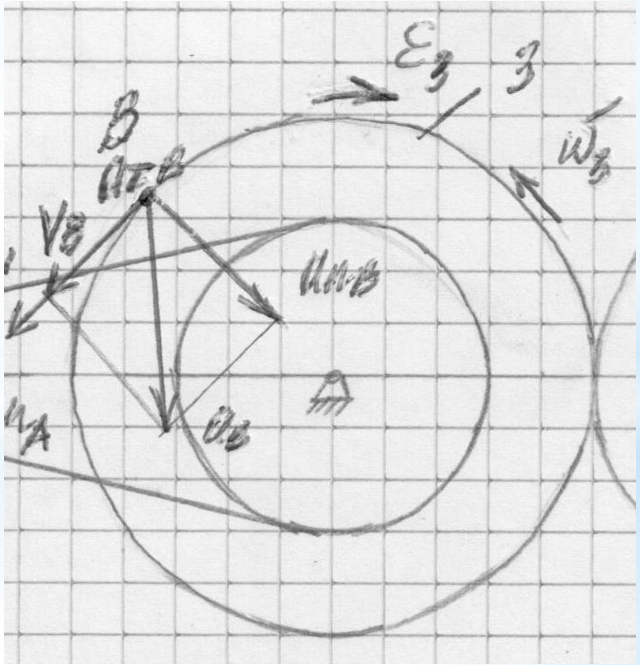
Точка B лежит на большом радиусе 3 колеса:

$$V_B(0{,}5) = \omega_3 R_3 = -1 \cdot 16 = -16\ (\text{см}/\text{с})$$

$$a_\tau(0{,}5) = \varepsilon_3 R_3 = 3 \cdot 16 = 48\ (\text{см}/\text{с}^2)$$

$$a_n(0{,}5) = \omega_3^2 R_3 = (-1)^2 \cdot 16 = 16\ (\text{см}/\text{с}^2)$$

$$a(0{,}5) = \sqrt{{a_\tau}^2 + {a_n}^2} = \sqrt{48^2 + 16^2} = 50{,}6\ (\text{см}/\text{с}^2)$$



3.2. Определение скоростей и ускорений точек A,B и C.

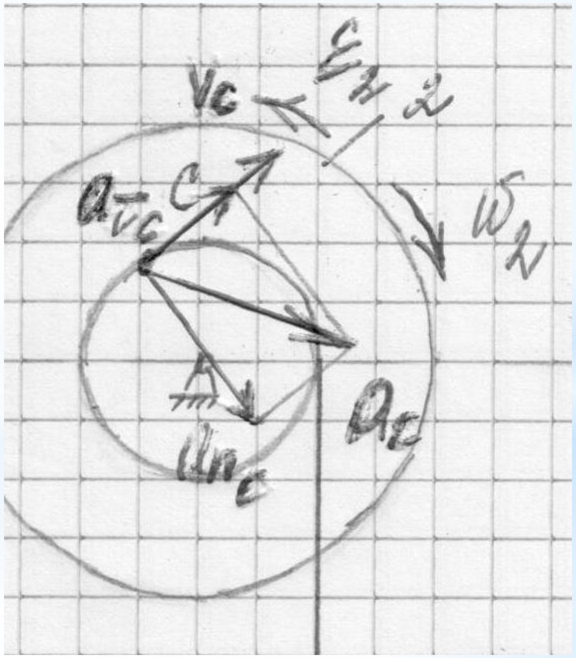
Точка C лежит на малом радиусе 2 колеса:

$$V_C(0{,}5) = \omega_2 r_2 = -2 \cdot 6 = -12 \ (\text{см}/\text{с})$$

$$a_\tau(0{,}5) = \varepsilon_2 r_2 = 6 \cdot 6 = 36 \ (\text{см}/\text{с}^2)$$

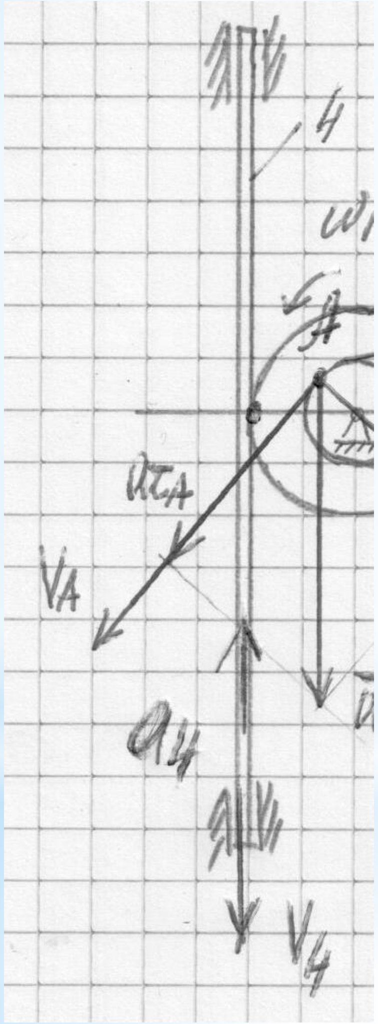
$$a_n(0{,}5) = \omega_2^2 r_2 = (-2)^2 \cdot 6 = 24 \ (\text{см}/\text{с}^2)$$

$$a(0{,}5) = \sqrt{{a_\tau}^2 + {a_n}^2} = \sqrt{36^2 + 24^2} = 43{,}3 \ (\text{см}/\text{с}^2)$$



3.3. Определение скоростей и ускорений рейки и груза.

Рейка имеет точку касания с большим радиусом 1 колеса:

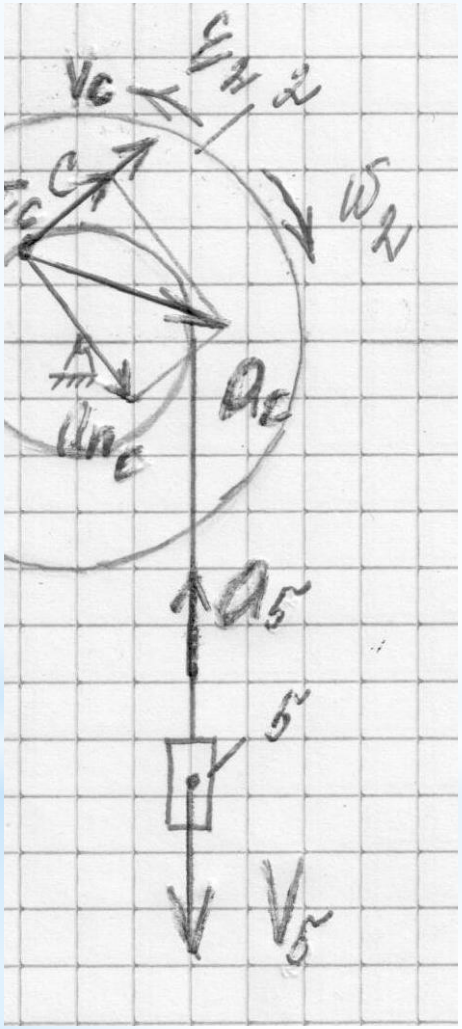


$$V_4(0{,}5) = \omega_1 R_1 = -6 \cdot 4 = -24\ (\text{см}/\text{с})$$

$$a_4(0{,}5) = \varepsilon_1 R_1 = 18 \cdot 4 = 72\ (\text{см}/\text{с}^2)$$

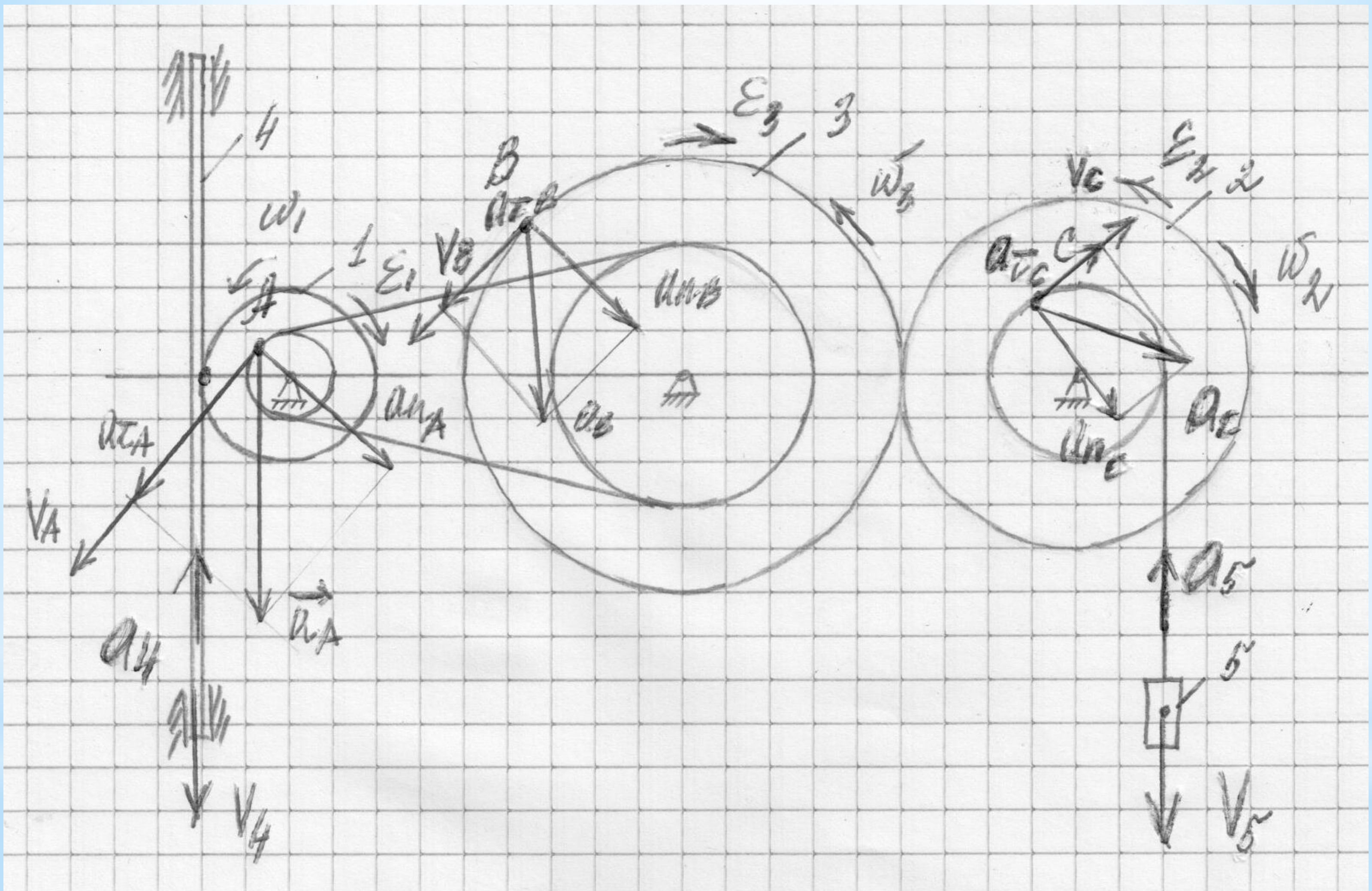
3.3. Определение скоростей и ускорений рейки и груза.

Груз имеет точку касания с малым радиусом 2 колеса:



$$V_5(0{,}5) = \omega_2 r_2 = -2 \cdot 6 = -12\ (^{\text{см}}/_{\text{с}})$$

$$a_5(0{,}5) = \varepsilon_2 r_2 = 6 \cdot 6 = 36\ (^{\text{см}}/_{\text{с}^2})$$



4
3
2
1
5
B
A
C

4. Выводы:

1) В точках, в которых звенья связаны, - точка касания или ременная передача - линейные скорости точек будут равны, угловые скорости колес НЕ равны.

2) Линейные скорости точек на колесе связаны с угловой скоростью колеса формулой: $V = \omega R$

3) Вектор полной скорости на чертеже изображается по касательной к траектории.

4) На чертеже вектор касательного ускорения изображается по касательной к траектории. Если $a_\tau > 0$, то вектор a_τ сонаправлен с вектором V – движение ускоренное, если $a_\tau < 0$, то вектор направлен в противоположную сторону – движение замедленное.

5) На чертеже вектор нормального ускорения изображается перпендикулярно касательной , в сторону вогнутости траектории.

Разбор задания №3 «Кинематика твердого тела»:

1. Выбор исходных данных.
2. Перестроение схемы.
3. Определение скоростей всех точек механизма, обозначенных буквами на схеме и угловых скоростей всех стержней.
5. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =163, то из таблицы исходных да

Таблица 3а. Исходные данные к заданию 3

Данные для вариантов **А ≥ Б**

Номер		Углы, град					Дано	
строки	рисунка	α	β	γ	φ	θ	ω_1, 1/с	ω_4, 1/с
0	3.0	0	60	30	0	120	6	–
1	3.1	90	120	150	0	30	–	4
2	3.2	30	60	30	0	120	5	–
3	3.3	60	150	150	90	30	–	5
4	3.4	30	30	60	0	150	4	–
5	3.0	90	120	120	90	60	–	6
6	3.1	90	150	120	90	30	3	–
7	3.2	0	60	60	0	120	–	2
8	3.3	60	150	120	90	30	2	–
9	3.4	30	120	150	0	60	–	8
	А	**Б**					**В**	

Таблица 3б. Исходные данные к заданию 3

Данные для вариантов **А<Б**

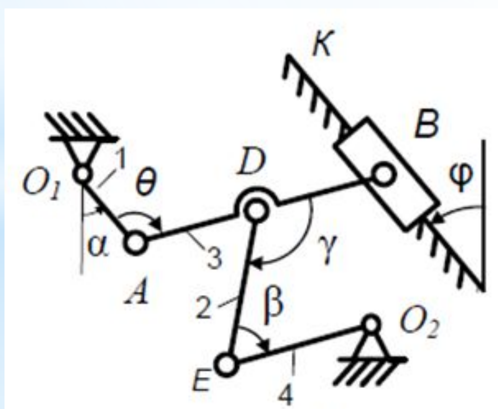
Номер		Углы, град					Дано	
строки	рисунка	α	β	γ	φ	θ	ω_1, 1/с	$V_в$, 1/с
0	3.5	120	30	30	90	150	2	–
1	3.6	0	60	90	0	120	–	4
2	3.7	60	150	30	90	30	3	–
3	3.8	0	150	30	0	60	–	6
4	3.9	30	120	120	0	60	4	–
5	3.6	90	120	90	90	60	–	8
6	3.6	0	150	90	0	120	5	–
7	3.7	30	120	30	0	60	–	2
8	3.8	90	120	120	90	150	6	–
9	3.9	60	60	60	90	30	–	5
	А	**Б**					**В**	

$l_1 = 0,4$ (м)

$l_2 = 1,2$ (м)

$l_3 = 1,4$ (м)

$l_4 = 0,6$ (м)



3.6

$\alpha = 0°$

$\beta = 150°$

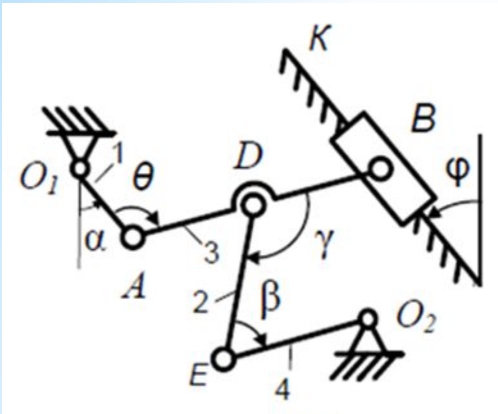
$\gamma = 90°$

$\varphi = 0°$

$\theta = 120°$

$V_B = 6\ (м/с)$

2. Перестроение схемы.



3.6

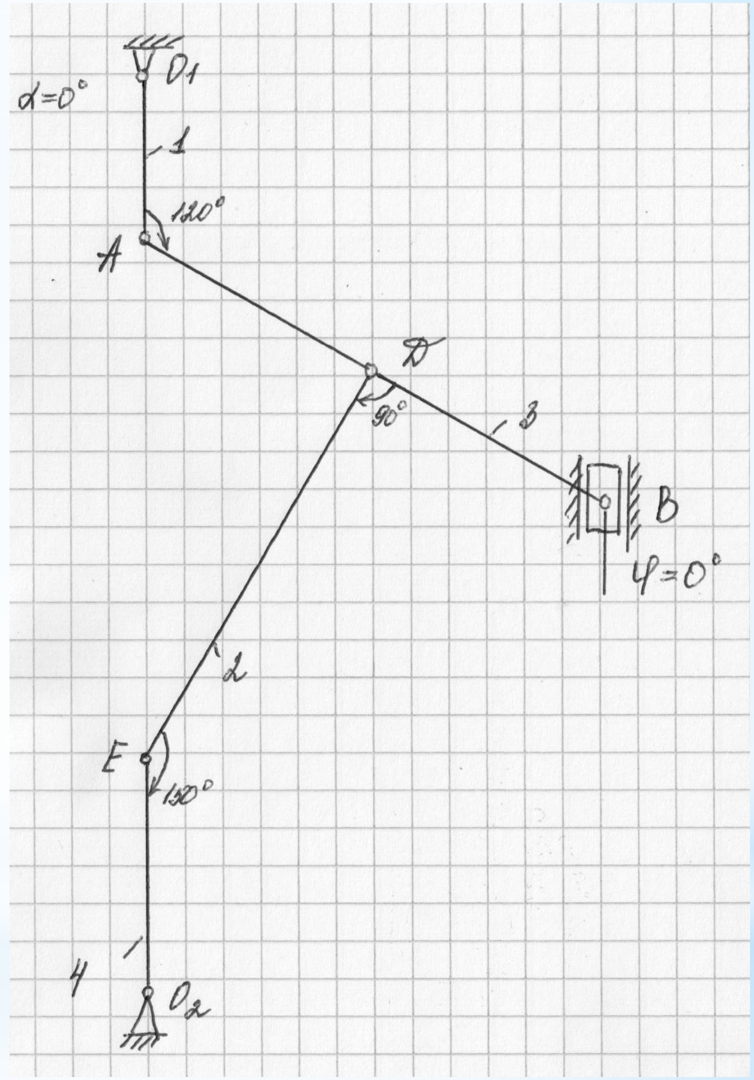
$\alpha = 0°$

$\beta = 150°$

$\gamma = 90°$

$\varphi = 0°$

$\theta = 120°$



2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

Вариант 1: в *Дано* задана V_B, м/с − скорость точки В (на рисунке вектор направлен от точки В к точке К).

- Анализируем, какому стержню принадлежит точка В (стержень 3).
- Определяем направление скорости второго конца данного стержня (скорость V_A перпендикулярна стержню 1, т.к. точка А движется по дуге окружности вокруг точки O_1 – УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ 1 СТЕРЖНЯ НАПРАВЛЕНА ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ).
- Пересекаем перпендикуляры к скоростям на концах стержня 3 – точка пересечения мгновенный центр скоростей стержня 3.

Вариант 2: в *Дано* задана ω_1, 1/с – угловая скорость стержня 1 (на рисунке направлена против хода часовой стрелки).

- Определяем направление и значение скорости на конце стержня 1 (скорость V перпендикулярна стержню 1; $V= \omega_1 l_1$)
- Анализируем, какому еще стержню принадлежит конец 1 стержня (стержню 3)
- Определяем направление скорости второго конца данного стержня (ползун движется вертикально вверх).
- Пересекаем перпендикуляры к скоростям на концах стержня 3 – точка пересечения мгновенный центр скоростей стержня 3.

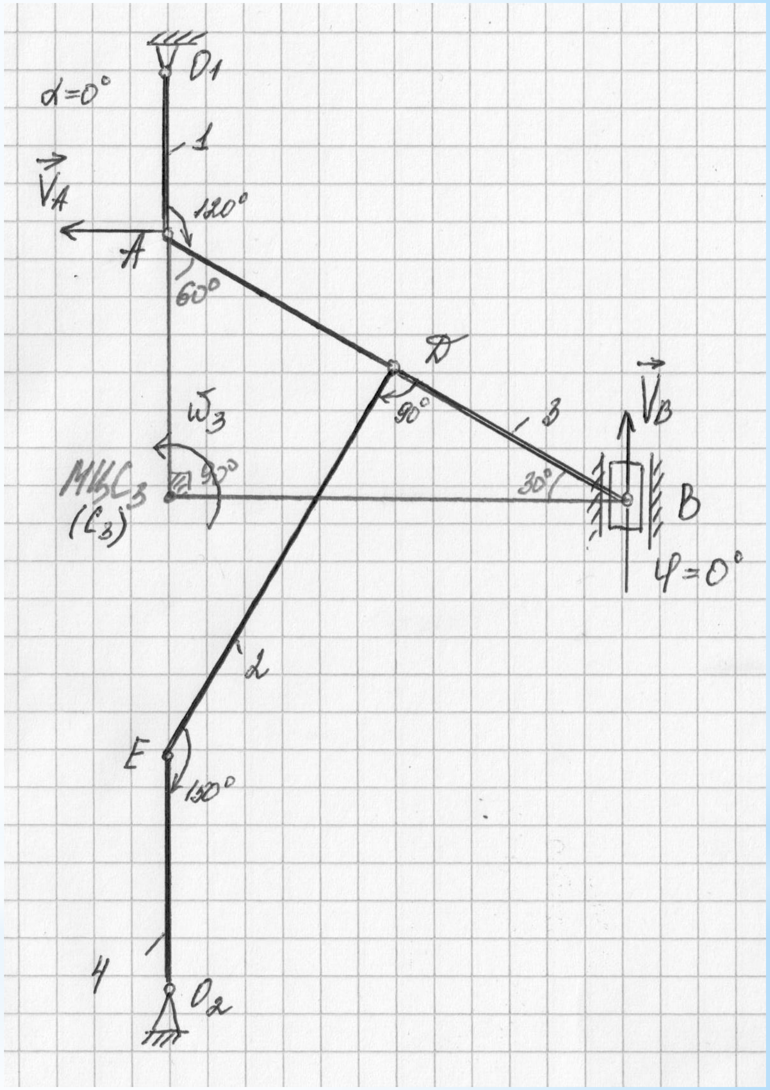
2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

Теперь, зная скорость $\bar{v}_B$ и направление $\bar{v}_A$, воспользуемся теоремой о проекциях скоростей двух точек тела (стержня AB) на прямую, соединяющую эти точки (прямая AB). Находим

$$v_A \cos 30° = v_B \cos 60°,$$

откуда

$$v_A = \frac{\cos 60°}{\cos 30°} v_B = \frac{0,5}{0,866} \cdot 6 = 3,464 \text{ м/с}.$$



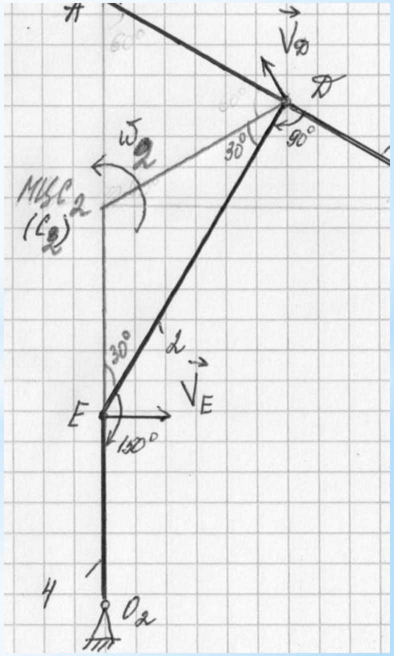
Определяем также угловую скорость стержня AB

$$\omega_3 = \frac{v_A}{C_3 A} = \frac{3,464}{0,7} = 4,95 \text{ с}^{-1},$$

где $\quad C_3 A = AD = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{l_3}{2} = \dfrac{1,4}{2} = 0,7$ м.

2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

- Определяем направление скорости точки D (перпендикулярна линии, соединяющей D и МЦС3)
- Анализируем, какому еще стержню принадлежит точка D (стержень 2).
- Определяем направление скорости второго конца данного стержня (скорость V_E перпендикулярна стержню 4, т.к. точка E движется по дуге окружности вокруг точки O_2 – УГЛОВАЯ СКОРОСТЬ 4 СТЕРЖНЯ НАПРАВЛЕНА ПО ЧАСОВОЙ СТРЕЛКЕ).
- Пересекаем перпендикуляры к скоростям на концах стержня 2 – точка пересечения <u>мгновенный центр скоростей </u>стержня 2.



•

2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

3. Определяем скорость v_D.

Величину v_D найдем из пропорции

$$\frac{v_D}{C_3D} = \frac{v_A}{C_3A},$$

откуда

$$v_D = \frac{C_3D}{C_3A} v_A.$$

4. Определение скорости v_E.

По теореме о проекциях скоростей двух точек тела (стержня DE) на прямую, соединяющую эти точки (прямая DE).

$$v_E \cos 60° = v_D \cos 60°,$$

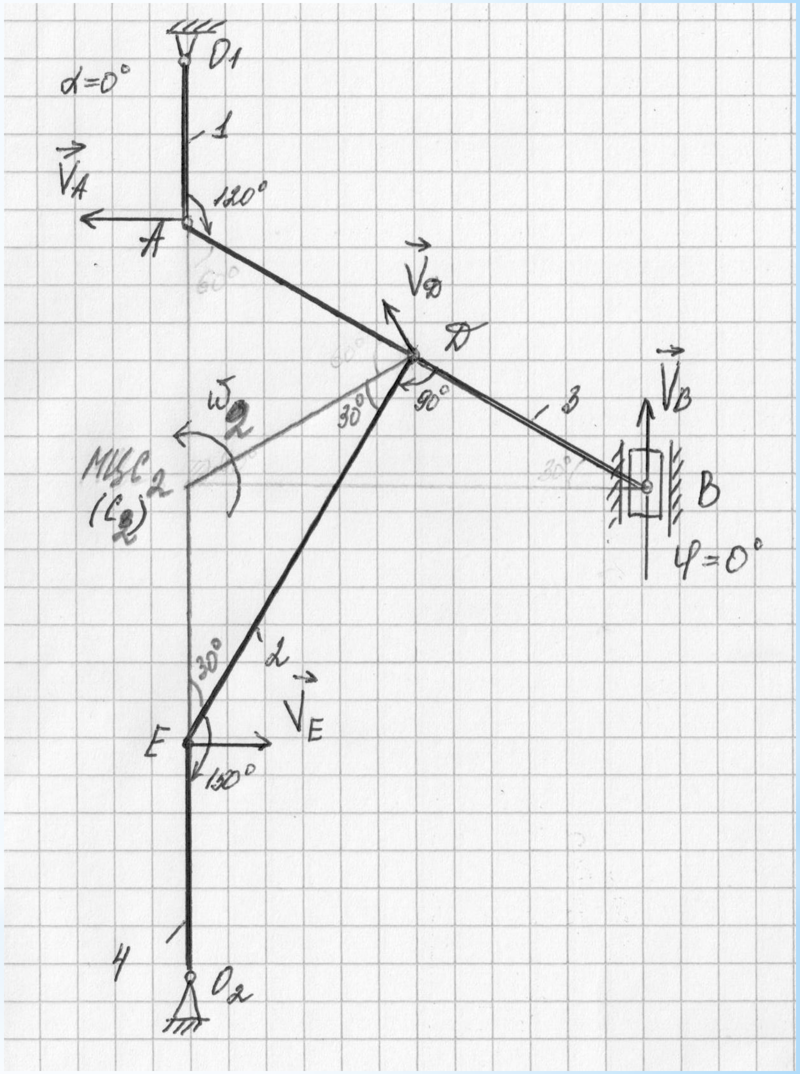
$$v_E = v_D = 3{,}464 \text{ м/с}.$$

5. Находим угловую скорость звена DE.

$$\omega_2 = \frac{v_E}{EC_2} = \frac{3{,}464}{0{,}7} = 4{,}95\,\text{с}^{-1}.$$

Треугольник DEC_2 – равнобедренный, из которого имеем

$$EC_2 = DC_2 = DC_3 = 0{,}7 \text{ м}.$$



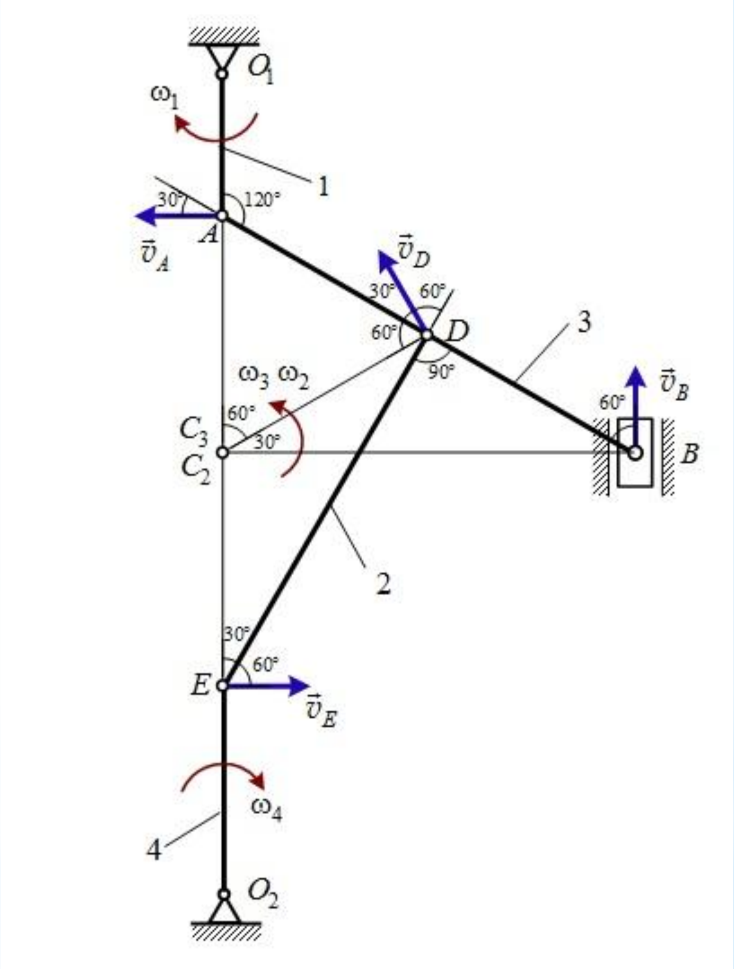
2. Определение скоростей всех точек механизма, отмеченных буквами на схеме, и угловых скоростей всех стержней.

Определим угловую скорость стержня 1:

$$\omega_1 = \frac{v_A}{l_1} = \frac{3,464}{0,4} = 8,66\ \text{с}^{-1}.$$

Угловая скорость стержня 4

$$\omega_4 = \frac{v_E}{l_4} = \frac{3,464}{0,6} = 5,77\ \text{с}^{-1}.$$



4. Выводы:

1) Мгновенный центр скоростей – точка скорость, которой равна 0.

2) Мгновенный центр скоростей получается пересечением перпендикуляров к скоростям на концах стержня – точка вокруг, которой вращается стержень.

3) Скорость точки определяется по формуле: $V = \omega R$, где R – расстояние от точки до мгновенного центра скоростей.

Разбор задания №5 «Статика. Равновесие тела под действием плоской системы сил»:

1. Выбор исходных данных.
2. Нанесение внешних сил на схему. Проекции сил.
3. Нанесение реакций опор на схему. Виды опор и опорных реакций.
4. Составление уравнений равновесия. Определение момента силы.
5. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =092, то из таблицы исходных

да

Таблица 1. Исходные данные к заданию 5

Номер		$F_1 = 10$ кН		$F_2 = 20$ кН	
строки	рисунка	Точка прилож.	α_1	Точка прилож.	α_2
0	5.0	*H*	0°	*D*	30°
1	5.1	*K*	15°	*E*	45°
2	5.2	*C*	30°	*D*	60°
3	5.3	*H*	45°	*E*	75°
4	5.4	*K*	60°	*D*	90°
5	5.5	*C*	75°	*E*	0°
6	5.6	*H*	90°	*D*	15°
7	5.7	*K*	0°	*E*	30°
8	5.8	*C*	15°	*D*	45°
9	5.9	*H*	30°	*E*	60°
	А	**Б**	**В**	**А**	**Б**

В таблице приняты обозначения: α_k (k=1,2) − угол между горизонтальной осью x, идущей слева направо, и направлением силы $\vec{F}_k$, отсчитываемый против хода часовой стрелки.

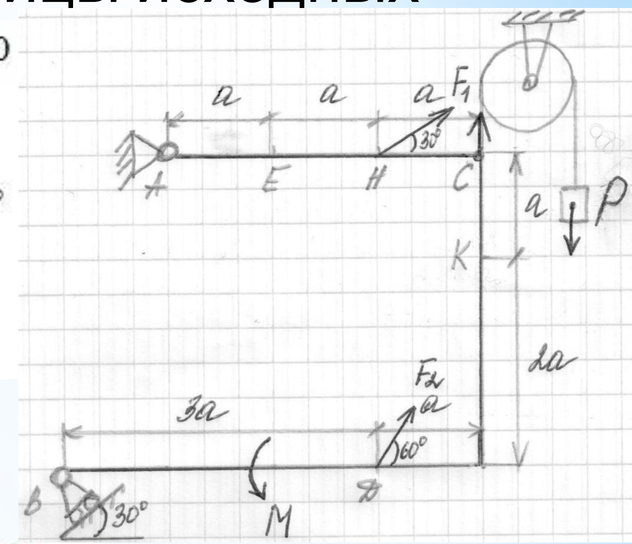
рис. 5.0

т.H

α_1=30°

т.D

α_2=60°



P=25 (кН)

M=60 (кН·м)

F_1=10 (кН)

F_2=20 (кН)

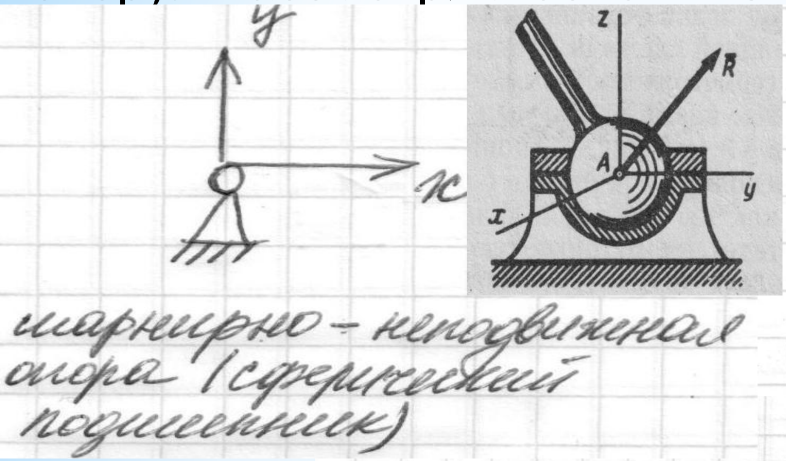
a=0,5 (м)

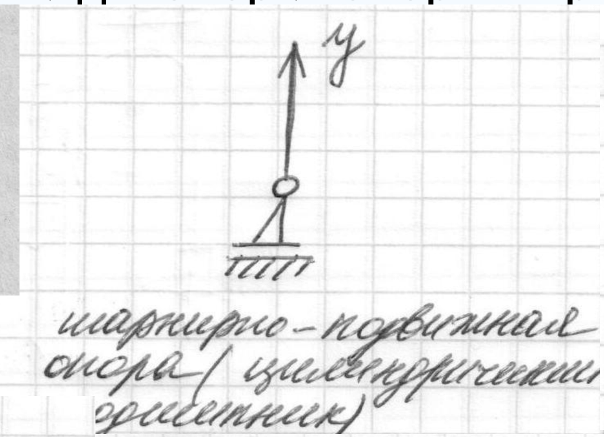
Наносим на схему все внешние силы (F1, F2, P) и моменты (М).

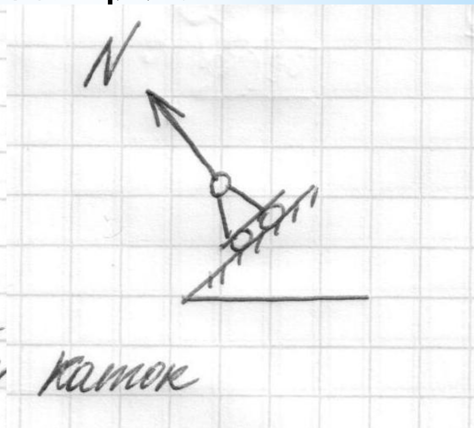
2. Определение реакций опор.

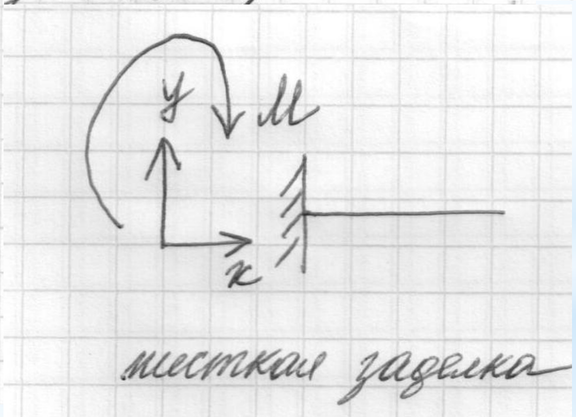
2.1. Нанесение на схему реакций опор.

Конструкция связана с поверхностью через опоры связями (реакциями опор). Рассмотрим основные виды опор и опорных реакций:

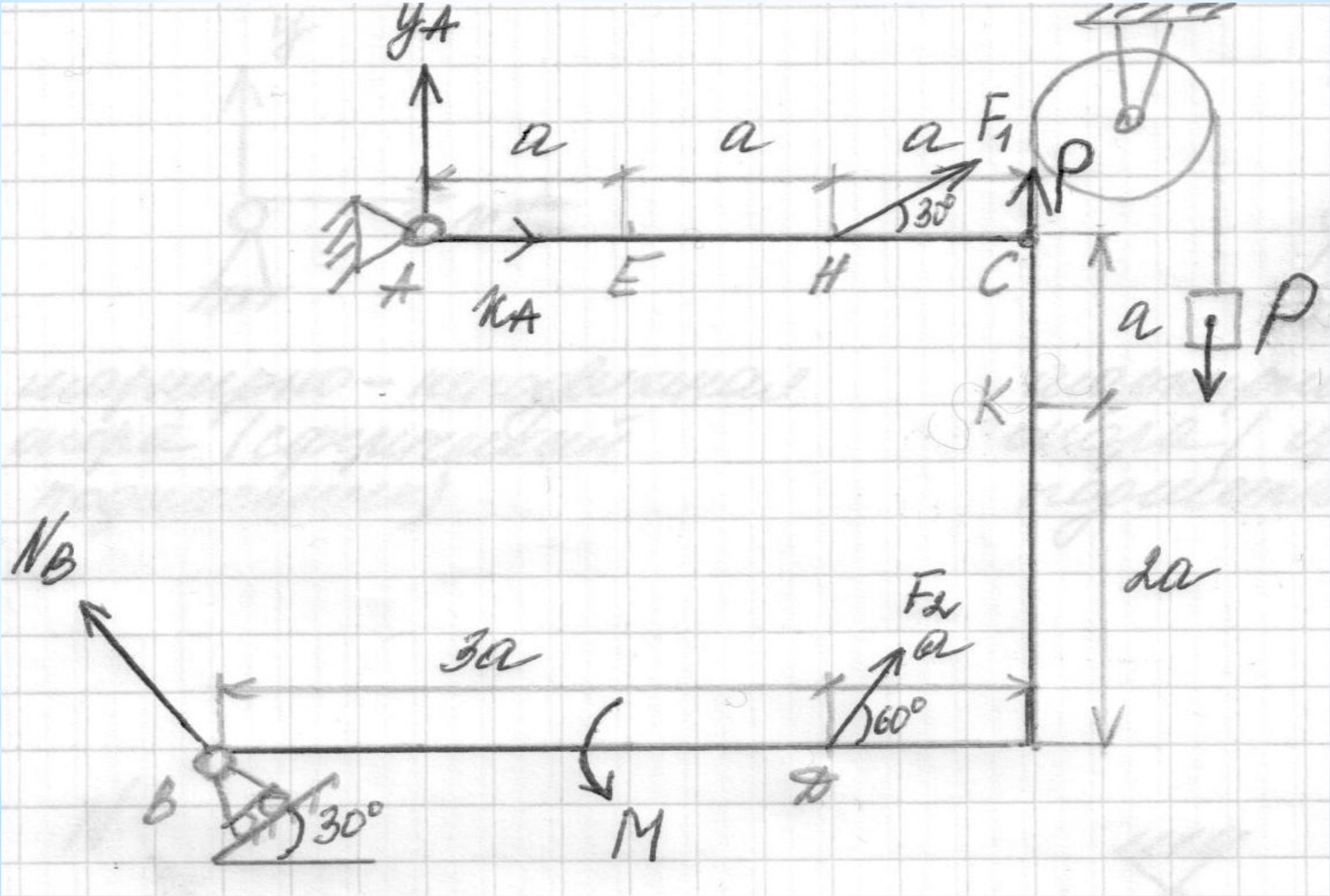






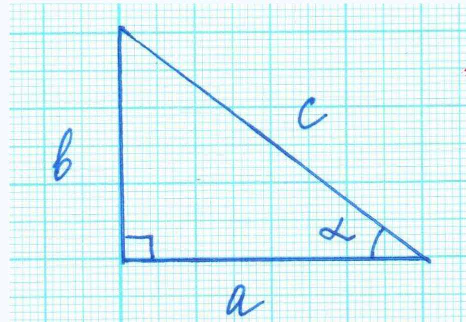


2.1. Нанесение на схему реакций опор (продолжение).



2.2. Разложение сил на проекции.

Для удобства расчетов раскладываем силы на проекции. Рассмотрим пример разложения силы на проекции:



$$\sin\alpha = \frac{b}{c}$$

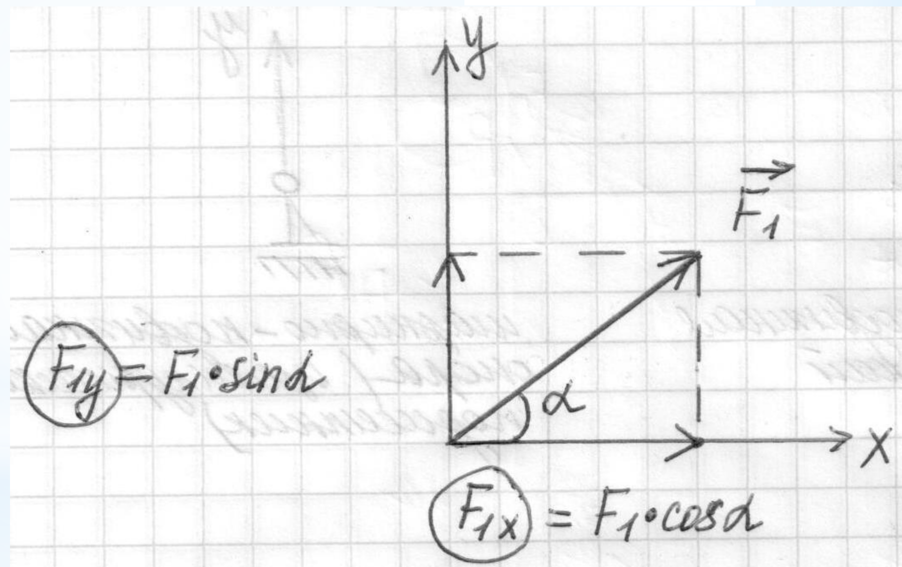
$$\cos\alpha = \frac{a}{c}$$

Вектор силы, которая находится под углом к оси, можно разложить на проекции.

Тогда проекция вектора силы F1 на ось будет равна произведению:

-модуля силы F1 на косинус угла (cosa), если а прилежит к оси (касается оси);

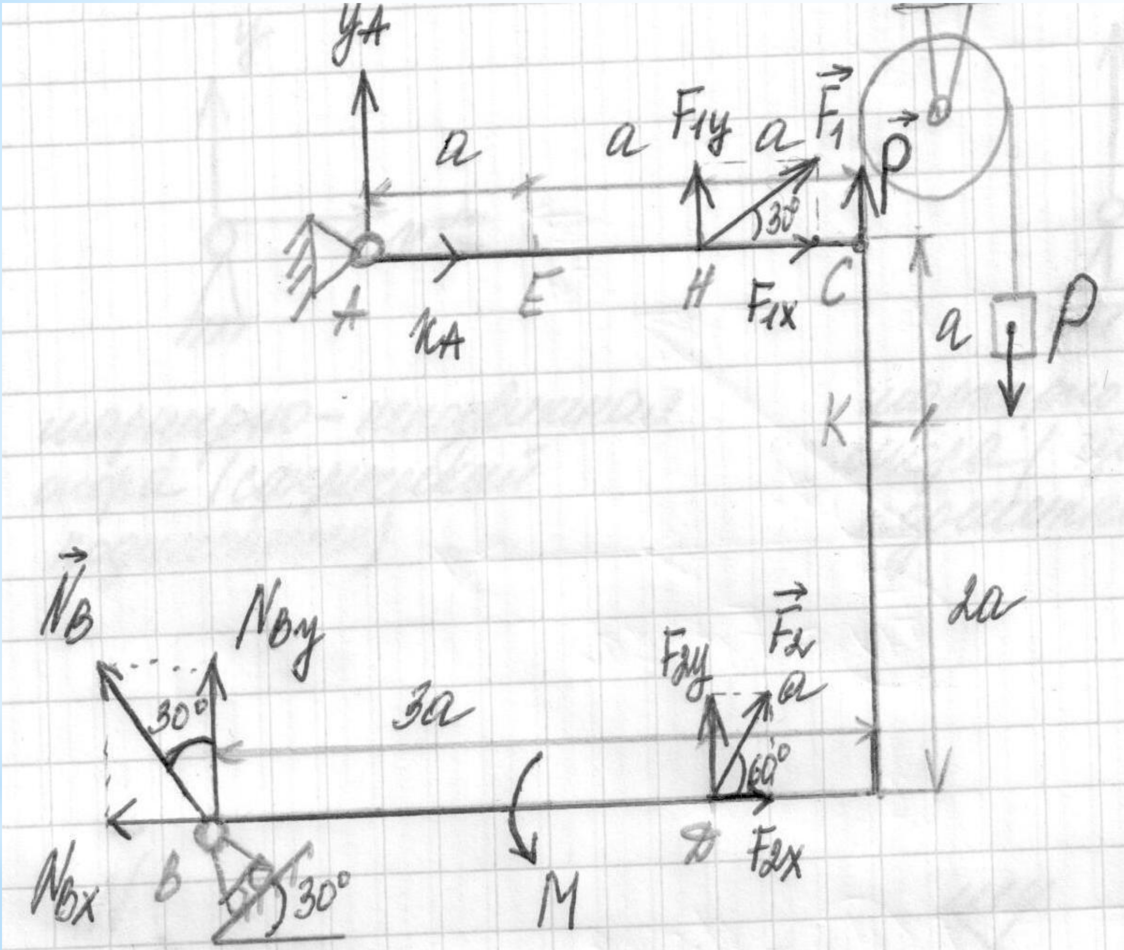
- модуля силы F1 на синус угла (sina), если а противолежит (лежит напротив) оси.



.

2.2. Разложение сил на проекции (продолжение)

Разложим силы F1, F2 и реакцию NB на проекции.



$F_{1X} = F_1\cos 30 = 10\cdot 0{,}87 = 8{,}7$ (кН)

$F_{1Y} = F_1\sin 30 = 10\cdot 0{,}5 = 5$ (кН)

$F_{2X} = F_2\cos 60 = 20\cdot 0{,}5 = 10$ (кН)

$F_{2Y} = F_2\sin 60 = 20\cdot 0{,}87 = 17{,}32$ (кН)

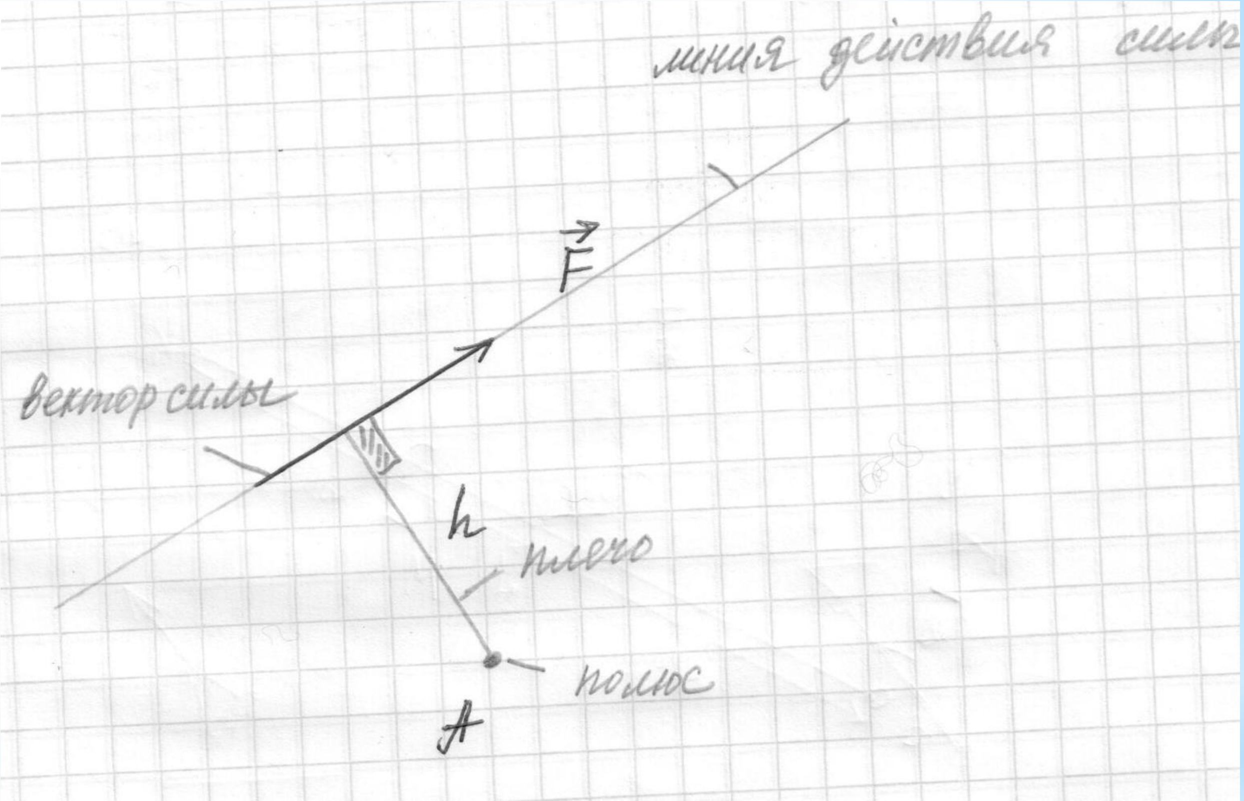
$N_{BX} = N_B\sin 30$

$N_{BY} = N_B\cos 30$

3. Составление уравнений равновесия.

3.1. Понятие момента силы.

$$M_A(\vec{F}) = -F \cdot h$$



Момент силы F относительно точки A равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо) с учетом знака («+» против хода часовой стрелки).

Плечо h кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до точки (полюса).

3. Составление уравнений равновесия.

3.2. Общий вид уравнений равновесия.

При решении задач равновесия тела под действием плоской системы сил общий вид уравнений равновесия имеет вид (система трех уравнений):

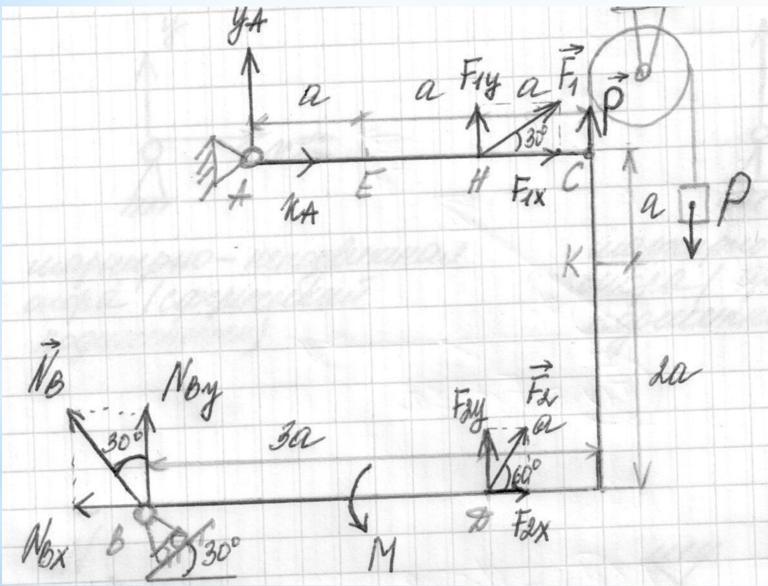
$$\sum F_X = 0; \quad \sum F_Y = 0; \quad \sum M_A = 0.$$

или

$$\sum M_A = 0 \quad \sum M_B = 0 \quad \sum F_X = 0.$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 1 и 2 для рассматриваемой задачи. Проецируем все силы и реакции на ось x и ось y, если направление силы совпадает с направлением оси (справа налево и снизу вверх соответственно), то перед силой ставится «+», иначе «-».



$$\sum F_X = 0$$

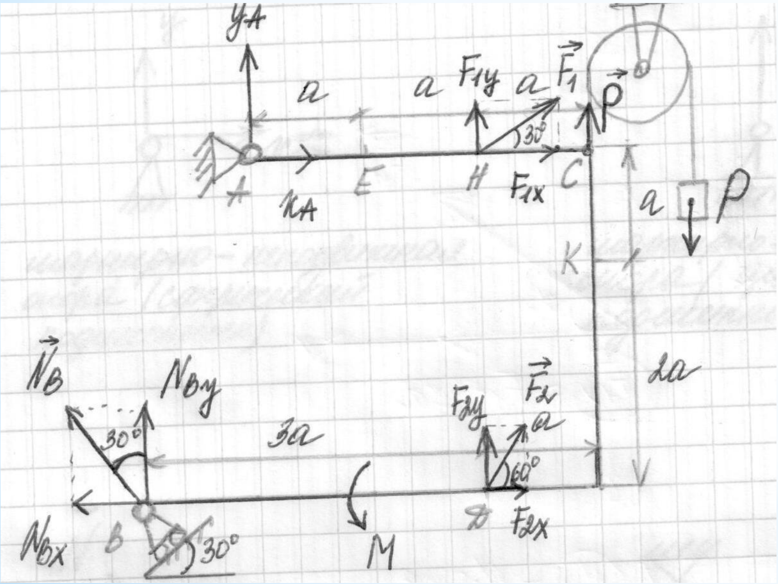
$$x_A + F_1 cos30 + F_2 cos60 - N_B sin30 = 0 \ (1)$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$y_A + F_1 sin30 + P + F_2 sin60 + N_B cos30 = 0 \ (2)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 3 для рассматриваемой задачи. Записываем сумму моментов от всех сил и реакций относительно точки А (берется опора, в которой больше неизвестных реакций). Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки А против хода часовой стрелки, иначе «-».



$$\sum M_A = 0.$$

$$F_1 sin30 \cdot 2a + P \cdot 3a + F_2 sin60 \cdot 2a + F_2 cos60 \cdot 3a +$$

$$+M - N_B cos30 \cdot a - N_B sin30 \cdot 3a = 0 \ (3)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Уравнения равновесия для рассматриваемой задачи:

$$\sum F_X = 0$$

$$x_A + F_1 cos30 + F_2 cos60 - N_B sin30 = 0 \ (1)$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$y_A + F_1 sin30 + P + F_2 sin60 + N_B cos30 = 0 \ (2)$$

$$\sum M_A = 0.$$

$$F_1 sin30 \cdot 2a + P \cdot 3a + F_2 sin60 \cdot 2a + F_2 cos60 \cdot 3a +$$

$$+M - N_B cos30 \cdot a - N_B sin30 \cdot 3a = 0 \ (3)$$

После составления уравнений равновесия выражаем неизвестные Xa, Ya, NB, подставляем числовые значения и получаем их значения. Полученные значения записываем в ответ.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 3:

$$N_B = \frac{F_1 sin30 \cdot 2a + P \cdot 3a + F_2 sin60 \cdot 2a + F_2 cos60 \cdot 3a + M}{a \cdot cos30 + 3a \cdot sin30}$$

$$N_B = \frac{10 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}5 + 25 \cdot 3 \cdot 0{,}5 + 20 \cdot 0{,}87 \cdot 2 \cdot 0{,}5 + 20 \cdot 0{,}5 \cdot 3 \cdot 0{,}5 + 60}{0{,}5 \cdot 0{,}87 + 3 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5}$$

$$N_B = 113{,}84 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 1:

$$x_A = -F_1 cos30 - F_2 cos60 + N_B sin30$$

$$x_A = -10 \cdot 0{,}87 - 20 \cdot 0{,}5 + 113{,}84 \cdot 0{,}5$$

$$x_A = 38{,}22 \text{ (кН)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 2:

$$y_A = -F_1 sin30 - P - F_2 sin60 - N_B cos30$$

$$y_A = -10 \cdot 0{,}5 - 25 - 20 \cdot 0{,}87 - 113{,}84 \cdot 0{,}87$$

$$y_A = -146{,}44 \text{ (кН)}$$

Тогда реакция в точке A (RA):

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{38{,}22^2 + (-146{,}44)^2} = 151{,}34 \text{ (кН)}$$

В ответ запишется:

$$N_B = 113{,}84 \text{ (кН)} \qquad R_A = 151{,}34 \text{ (кН)}$$

4. Выводы.

1. Статикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие тел.
2. Момент силы F относительно точки A равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо).
3. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки A против хода часовой стрелки, иначе «-».
4. Плечо h кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до точки (полюса).
5. Для решения задачи равновесия тел под действием плоской системы сил составляется система из 3 уравнений статики.

Разбор задания №5 «Статика. Равновесие тела под действием плоской системы сил»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему. Проекции сил.
2. Нанесение реакций опор на схему.
3. Разделение конструкции на 2 тела. Учет реакций в месте соприкосновения 2 тел. Составление уравнений равновесия.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =092, то из таблицы исходных да

Таблица 2. Исходные данные к заданию 6

Номер		$F_1 = 10$ кН		$F_2 = 20$ кН		Участок
строки	рисунка	Точка прилож.	α_1	Точка прилож.	α_2	
0	6.0	*H*	0°	*L*	90°	*CL*
1	6.1	*K*	15°	*C*	75°	*CK*
2	6.2	*E*	30°	*L*	60°	*AE*
3	6.3	*H*	45°	*C*	45°	*CL*
4	6.4	*K*	60°	*L*	30°	*CK*
5	6.5	*E*	75°	*C*	15°	*AE*
6	6.6	*H*	90°	*L*	0°	*CL*
7	6.7	*K*	0°	*C*	90°	*CK*
8	6.8	*E*	15°	*L*	75°	*AE*
9	6.9	*H*	30°	*C*	60°	*CL*
	А	**Б**	**В**	**А**	**Б**	**В**

В таблице приняты обозначения: α_k (k=1,2) − угол между горизонтальной осью идущей слева направо, и направлением силы $\vec{F}_k$, отсчитываемый против хода часово стрелки.

рис. 6.0

т.Н

α_1=30°

т.L

α_2=60°

Распределенная нагрузка приложена:

Участок АЕ

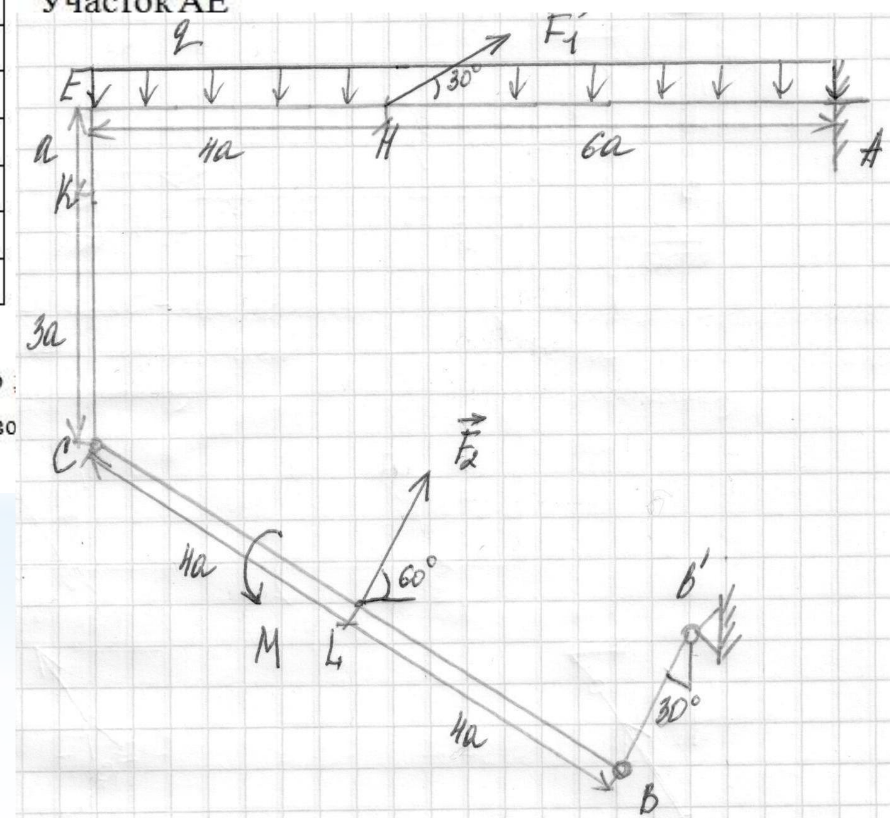
q=20 (кН/м)

M=60 (кН·м)

F_1=10 (кН)

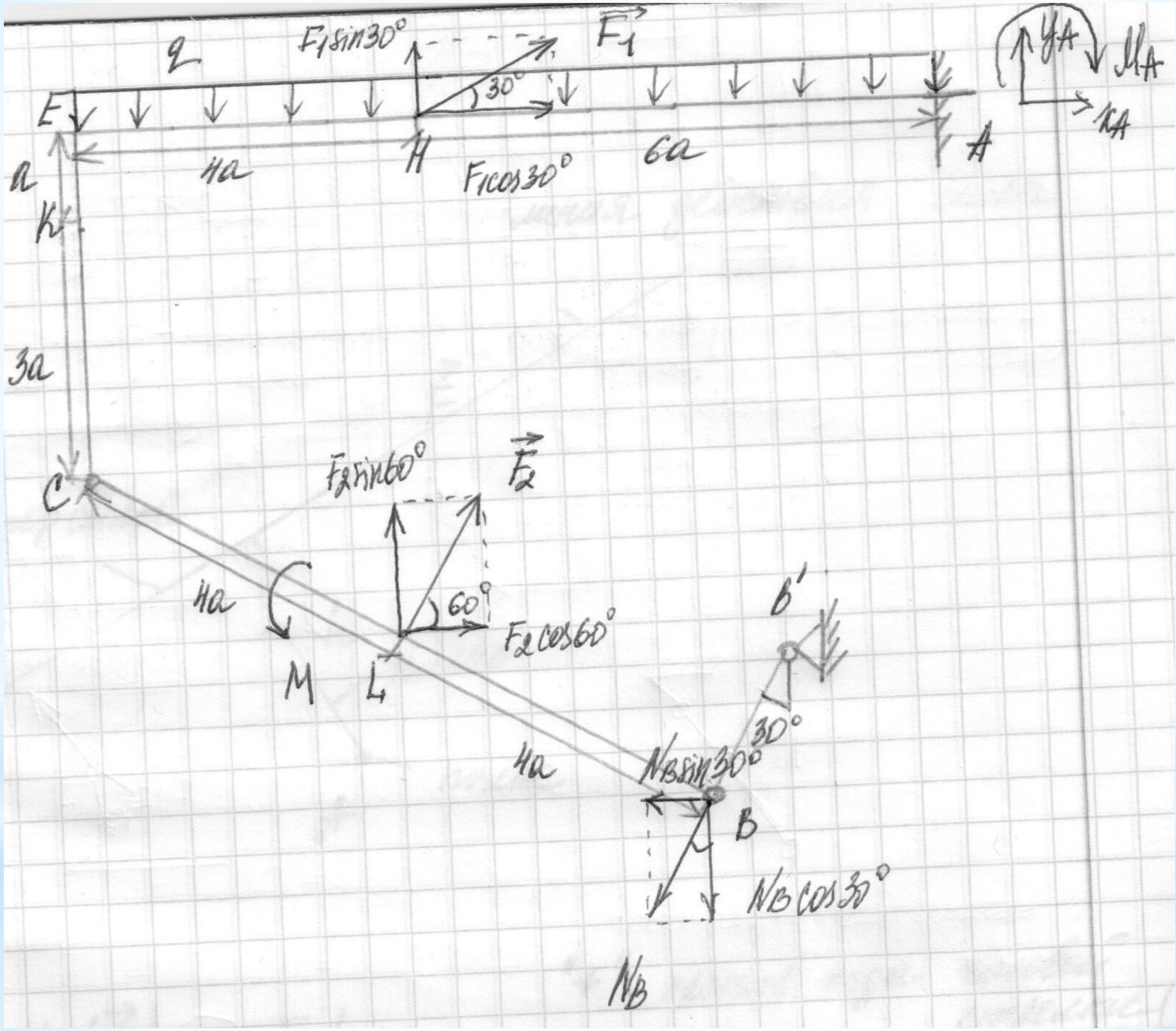
F_2=20 (кН)

a=0,2 (м)



Наносим на схему все внешние силы (F1, F2), распределенную нагрузку (q) и момент (M).

2.1. Нанесение на схему реакций опор (продолжение).



3. Разделение конструкции на 2 тела. Составление уравнений равновесия.

3.1. Общий вид уравнений равновесия для задач равновесия двух тел.

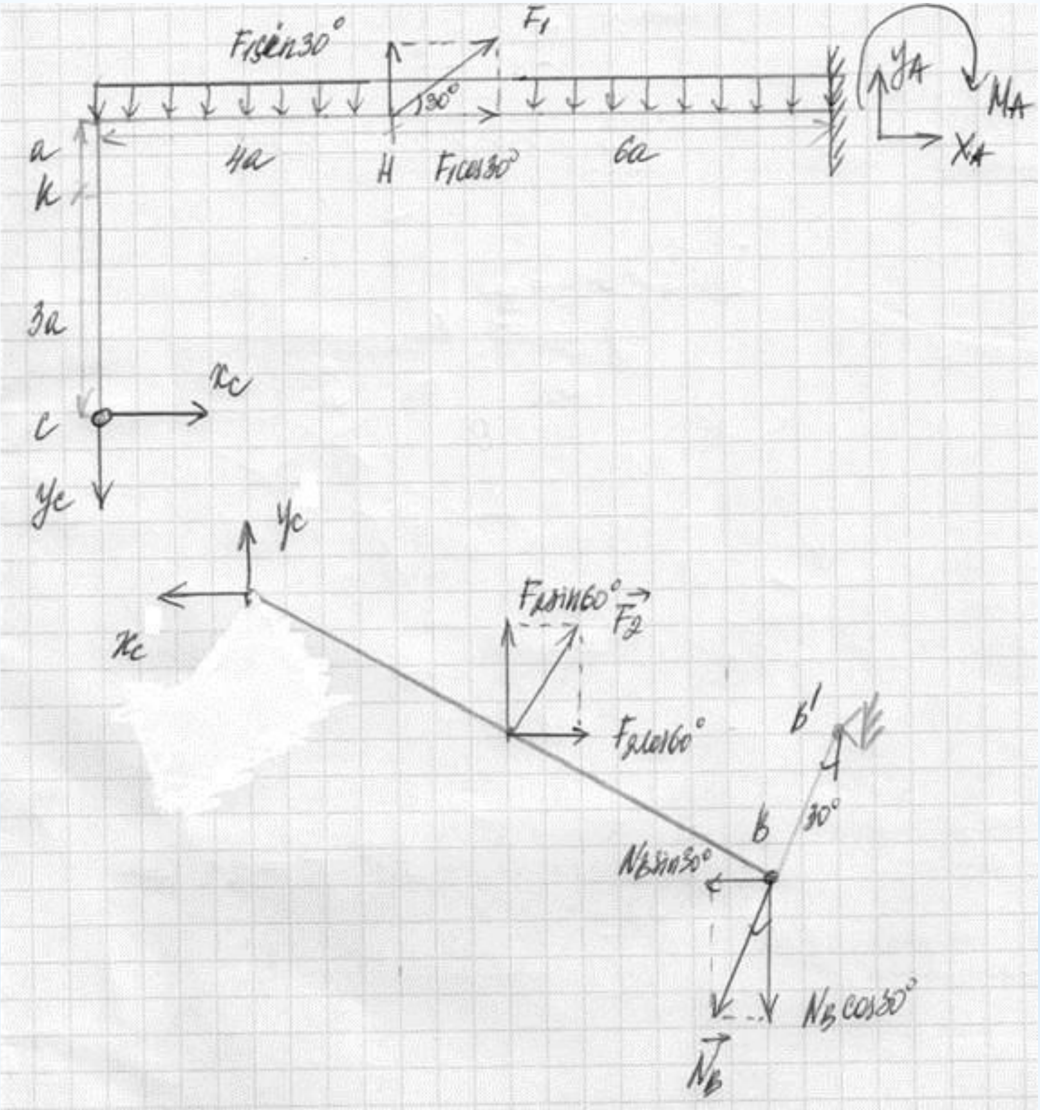
При решении задач равновесия 2 тел под действием плоской системы сил общий вид уравнений равновесия имеет вид системы 6 уравнений (3 уравнения равновесия для первого тела и 3 уравнения равновесия для второго тела).

Конструкцию разделяют в месте соединения (врезанный шарнир или точка опирания) на 2 тела при этом учитываются реакции в месте соединения:

на каждом теле в точке соединения рисуем реакцию Rc (реакция Rc на первом и втором теле имеет одинаковое значение, но противоположное направление)

Замечание: в случае соединения через врезанный шарнир на каждом теле в точке соединения разбиваем реакцию Rc на проекции Xc и Yc.

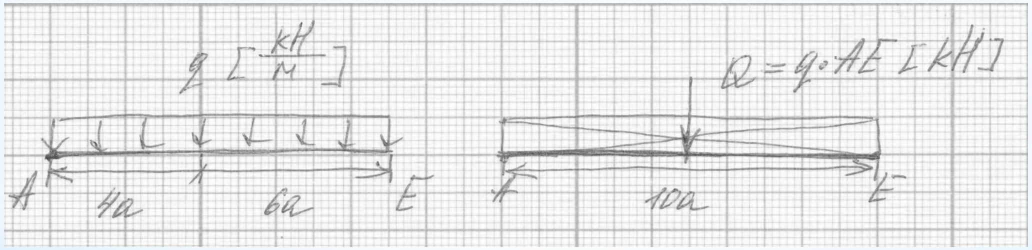
3. Составление уравнений равновесия (продолжение)



3. Составление уравнений равновесия (продолжение). Распределенная нагрузка q

Прежде чем приступать к составлению уравнений равновесия рассмотрим понятие «распределенной нагрузки q», которая задана в исходных данных значением 20 [кН/м] и участком приложения АЕ.

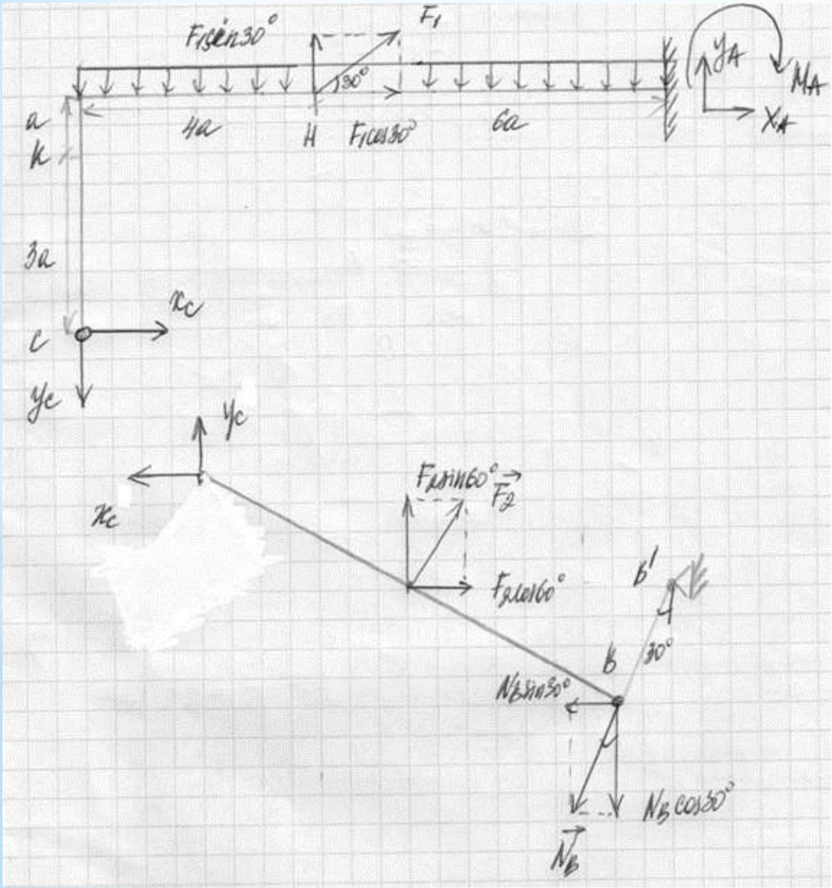
Заметим из единиц измерения [кН/м], что «распределенная нагрузка q» является силой, распределенной по длине (участок АЕ).



Чтобы включать данную нагрузку в уравнения равновесия было проще можно считать распределенную нагрузку q эквивалентной сосредоточенной силе Q, равной произведению q на длину распределения (участок АЕ) и приложенной в центр длины распределения (середина участка АЕ).

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составление уравнений равновесия в общем виде начинаем с того тела, на котором меньше неизвестных реакций (тело 2: Xc, Yc, NB; тело 1: Xa, Ya, Ma, Xc, Yc).



Для тела 2:

$\sum F_X = 0;$

$\sum F_Y = 0;$

$\sum M_C = 0.$

Для тела 1:

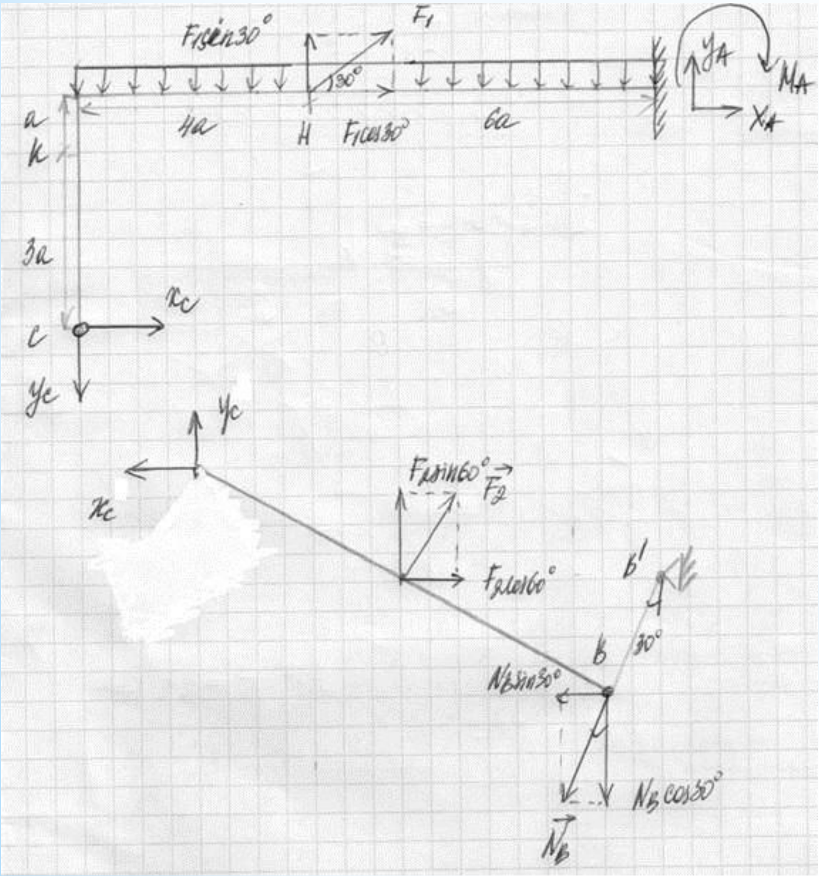
$\sum M_A = 0$

$\sum M_C = 0$

$\sum F_X = 0.$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 1 и 2 для рассматриваемой задачи (тело 2). Проецируем все силы и реакции на ось x и ось y, если направление силы совпадает с направлением оси (справа налево и снизу вверх соответственно), то перед силой ставится «+», иначе «-».



$$\sum F_X = 0$$

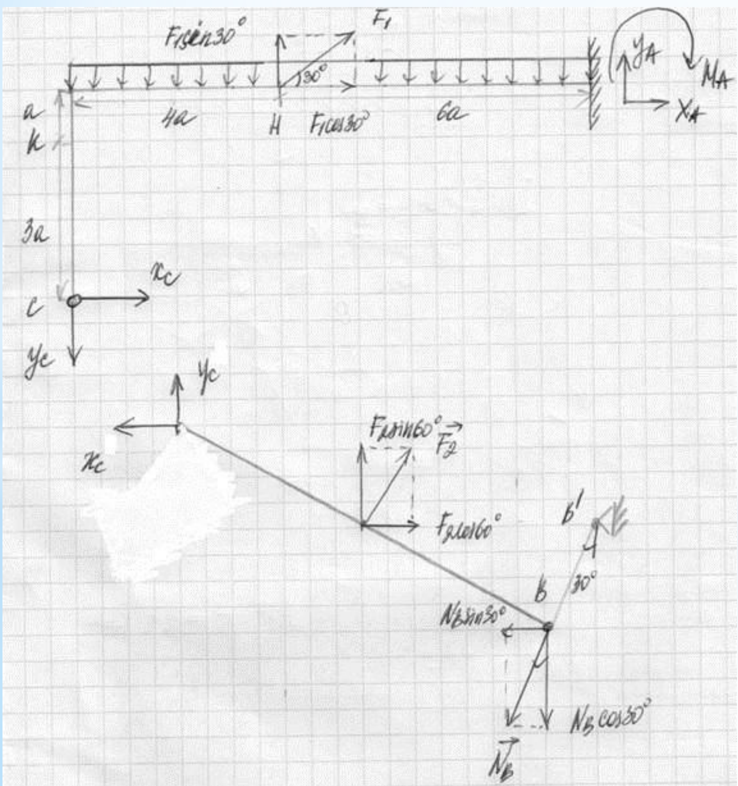
$$-x_C + F_2 cos60 - N_B sin30 = 0 \; (1)$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$y_C + F_2 sin60 - N_B cos30 = 0 \; (2)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнение 3 для тела 2. Записываем сумму моментов от всех сил и реакций, приложенных к телу 2, относительно точки С (берется опора, в которой больше неизвестных реакций). Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки С против хода часовой стрелки, иначе «-».



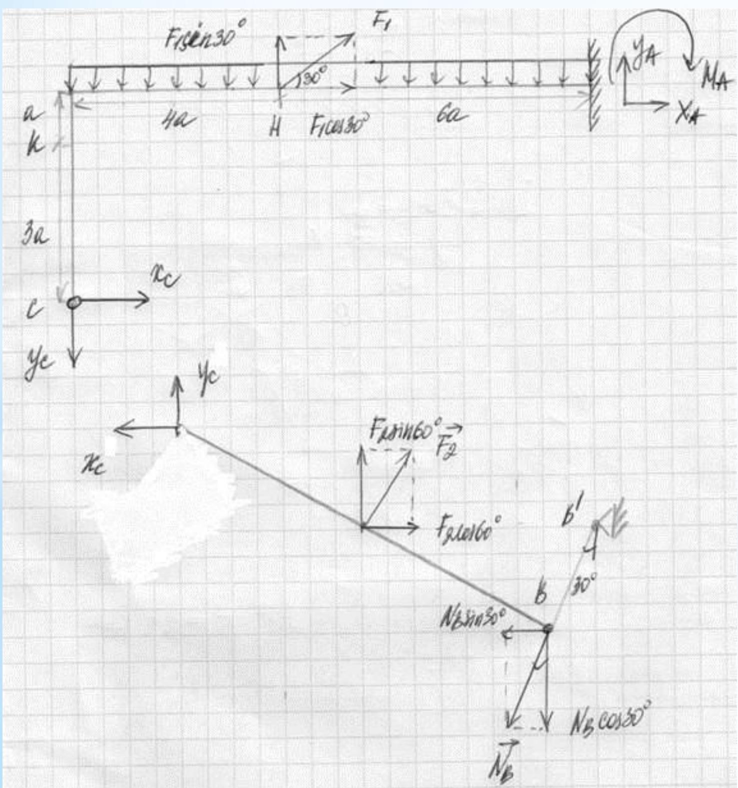
$$\sum M_C = 0$$

$$M + F_2 sin60 \cdot 4a \cdot cos30 + F_2 cos60 \cdot 4a \cdot sin30$$

$$- N_B sin30 \cdot 8a \cdot sin30 - N_B cos30 \cdot 8a \cdot cos30 = 0\ (3)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составим уравнения 4,5 и 6 для тела 1. Записываем суммы моментов от всех сил и реакций, приложенных к телу 1, относительно точек А и С. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки А и С соответственно против хода часовой стрелки, иначе «-». Затем записываем сумму сил и реакций на ось X.



$$\sum M_A = 0$$

$$-M_A + q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 sin30 \cdot 6a + x_C \cdot 4a +$$

$$+y_C \cdot 10a = 0 \ (4)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-q \cdot 10a \cdot 5a + F_1 sin30 \cdot 4a - F_1 cos30 \cdot 4a +$$

$$+y_A \cdot 10a - x_A \cdot 4a - M_A = 0 \ (5)$$

$$\sum F_X = 0$$

$$x_C + F_1 cos30 + x_A = 0 \ (6)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Уравнения равновесия для рассматриваемой задачи:

$$\sum F_X = 0$$

$$-x_C + F_2 cos60 - N_B sin30 = 0 \ (1)$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$y_C + F_2 sin60 - N_B cos30 = 0 \ (2)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$M + F_2 sin60 \cdot 4a \cdot cos30 + F_2 cos60 \cdot 4a \cdot sin30$$

$$- N_B sin30 \cdot 8a \cdot sin30 - N_B cos30 \cdot 8a \cdot cos30 = 0 \ (3)$$

$$\sum M_A = 0$$

$$-M_A + q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 sin30 \cdot 6a + x_C \cdot 4a +$$

$$+y_C \cdot 10a = 0 \ (4)$$

$$\sum M_C = 0$$

$$-q \cdot 10a \cdot 5a + F_1 sin30 \cdot 4a - F_1 cos30 \cdot 4a +$$

$$+y_A \cdot 10a - x_A \cdot 4a - M_A = 0 \ (5)$$

$$\sum F_X = 0$$

$$x_C + F_1 cos30 + x_A = 0 \ (6)$$

После составления уравнений равновесия выражаем неизвестные Xc, Yc, NB из уравнений для тела 2, подставляем числовые значения и получаем их значения. Теперь, когда известны значения Xc и Yc из уравнений для тела 1 выражаем неизвестные Xa, Ya и Ma. Полученные значения записываем в ответ.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 3:

$$N_B = \frac{M + F_2 sin60 \cdot 4a \cdot cos30 + F_2 cos60 \cdot 4a \cdot sin30}{sin30 \cdot 8a \cdot sin30 + cos30 \cdot 8a \cdot cos30}$$

$$N_B = \frac{60 + 20 \cdot 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}87 + 20 \cdot 0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5}{0{,}5 \cdot 8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}5 + 0{,}87 \cdot 8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}87}$$

$$N_B = 51 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 1:

$$x_C = F_2 cos60 - N_B sin30$$

$$x_C = 20 \cdot 0{,}5 - 51 \cdot 0{,}5$$

$$x_C = -15{,}5 \text{ (кН)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 2:

$$y_C = -F_2 sin60 + N_B cos30$$

$$y_C = -20 \cdot 0{,}87 + 51 \cdot 0{,}87$$

$$y_C = 26{,}97 \text{ (кН)}$$

Тогда реакция в точке С (Rc):

$$R_C = \sqrt{x_C^2 + y_C^2} = \sqrt{(-15{,}5)^2 + 26{,}97^2} = 31{,}1 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 4:

$$M_A = q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 sin30 \cdot 6a + x_C \cdot 4a + y_C \cdot 10a$$

$$M_A = 20 \cdot 10 \cdot 0{,}2 \cdot 5 \cdot 0{,}2 - 10 \cdot 0{,}5 \cdot 6 \cdot 0{,}2 +$$
$$+(-15{,}5) \cdot 4 \cdot 0{,}2 + 26{,}97 \cdot 10 \cdot 0{,}2$$

$$M_A = 77{,}54 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 6:

$$x_A = -x_C - F_1 cos30$$

$$x_A = -(-15{,}5) - 10 \cdot 0{,}87$$

$$x_A = 6{,}8 \text{ (кН)}$$

Из уравнения 5:

$$y_A = \frac{q \cdot 10a \cdot 5a - F_1 sin30 \cdot 4a + F_1 cos30 \cdot 4a + x_A \cdot 4a + M_A}{10 \cdot a}$$

$$y_A = \frac{20 \cdot 10 \cdot 0{,}2 \cdot 5 \cdot 0{,}2 - 10 \cdot 0{,}5 \cdot 4 \cdot 0{,}2 + 10 \cdot 0{,}87 \cdot 4 \cdot 0{,}2 + 6{,}8 \cdot 4 \cdot 0{,}2 + 77{,}54}{10 \cdot 0{,}2}$$

$$y_A = 62{,}97 \text{ (кН)}$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Тогда реакция в точке А (Ra):

$$R_A = \sqrt{x_A^2 + y_A^2} = \sqrt{6{,}8^2 + 62{,}97^2} = 63{,}3 \text{ (кН)}$$

В ответ запишется:

$$N_B = 51 \text{ (кН)} \qquad R_C = 31{,}1 \text{ (кН)} \qquad R_A = 63{,}3 \text{ (кН)} \qquad M_A = 77{,}54 \text{ (кН} \cdot \text{м)}$$

4. Выводы.

1. Статикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие тел.
2. Момент силы F относительно точки А равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо).
3. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки А против хода часовой стрелки, иначе «-».
4. Плечо h кратчайшее расстояние (перпендикуляр) от линии действия силы до точки (полюса).
5. Распределенную нагрузку q, приложенную на участке длиной l, можно заменить сосредоточенной силой Q, равной произведению q на длину участка распределения l и приложенной в центр участка распределения.
6. Для решения задачи равновесия 2 тел под действием плоской системы сил составляется система из 6 уравнений статики.

Разбор задания №7 «Статика. Равновесие тела под действием пространственной системы сил»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему. Проекции сил.
2. Нанесение реакций опор на схему.
3. Составление уравнений равновесия. Момент силы относительно оси.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =882, то из таблицы исходных

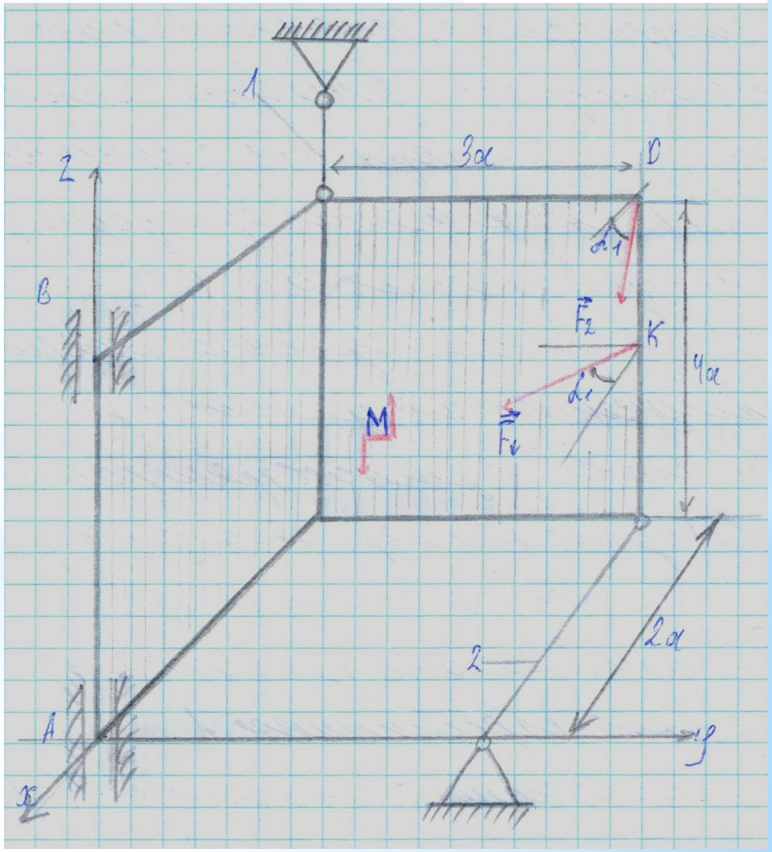
Таблица 7. Расчетные схемы к заданию 2

Номер		$F_1 = 10$ кН, $F_{1y} < 0$		$F_2 = 20$ кН $F_{2z} < 0$	
строки	рисунка	Точка прилож.	α_1	Точка прилож.	α_2
0	7.0	*K*	75°	*D*	15°
1	7.1	*H*	15°	*E*	75°
2	7.2	*K*	30°	*D*	60°
3	7.3	*H*	45°	*E*	45°
4	7.4	*K*	60°	*D*	30°
5	7.5	*H*	75°	*E*	15°
6	7.6	*K*	15°	*D*	75°
7	7.7	*H*	30°	*E*	60°
8	7.8	*K*	45°	*D*	45°
9	7.9	*H*	60°	*E*	30°
	А	**Б**	**В**	**А**	**Б**

В таблице приняты обозначения: α_k (k=1,2) – угол между горизонтальной осью x, идущей слева направо, и направлением силы $\vec{F}_k$, отсчитываемый против хода часовой стрелки.

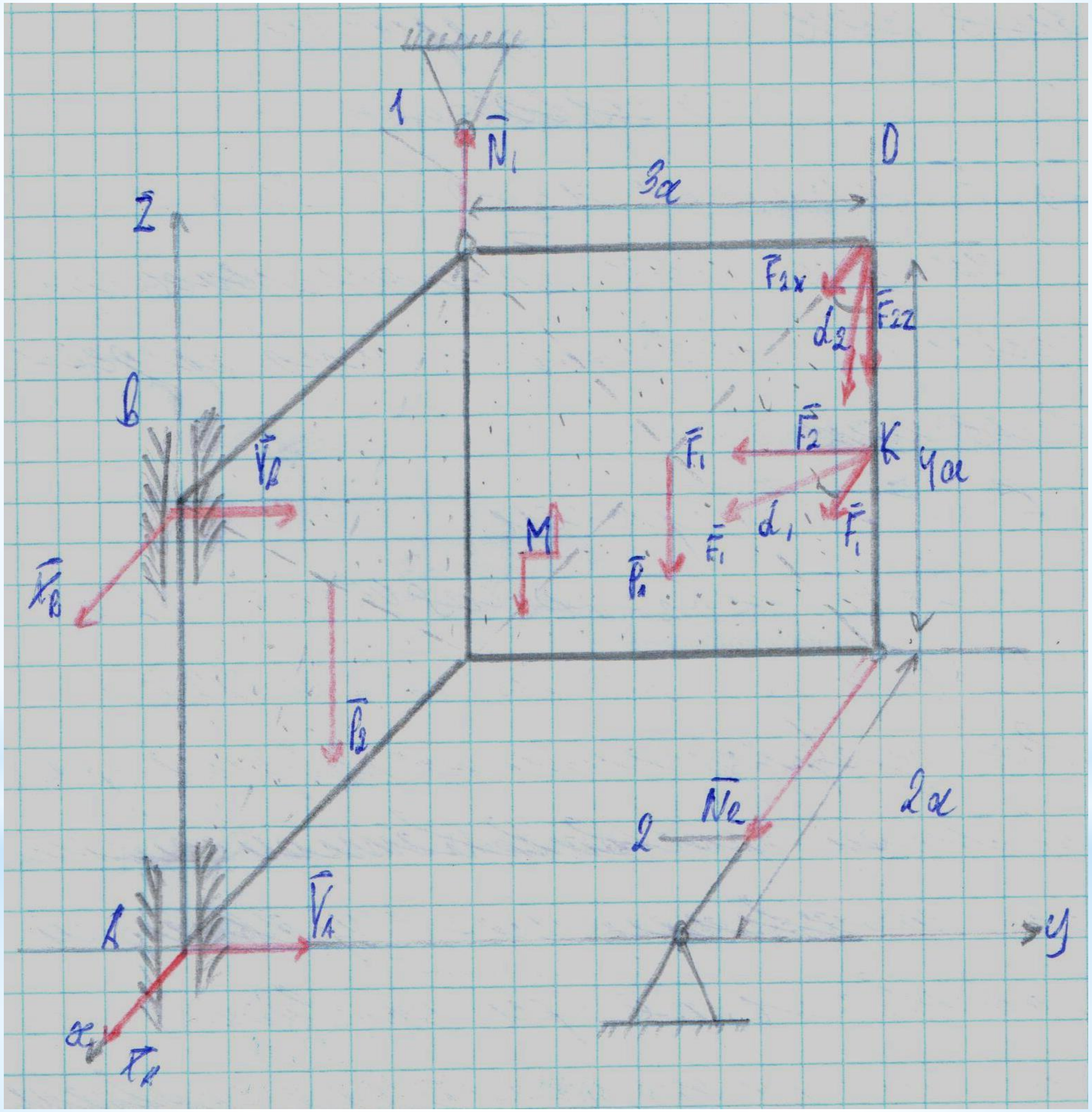
рис. 7.8
т.K
$\alpha_1 = 60^\circ$
т.D
$\alpha_2 = 45^\circ$

M= 4 (кН·м)
F_1=10 (кН)
F_2=20 (кН)
a=0,6 (м)
P_1=5 (кН)
P_2=3 (кН)



Наносим на схему внешние силы (F1, F2),) и момент (M). Обратим внимание на положение осей Oxyz.

2.1. Нанесение на схему реакций опор (продолжение).



3. Составление уравнений равновесия.

3.1. Общий вид уравнений равновесия для задач равновесия тела под действием пространственной системы сил.

При решении задач равновесия тела под действием пространственной системы сил общий вид уравнений равновесия имеет вид системы 6 уравнений (3 уравнения равновесия сил и 3 уравнения равновесия моментов).

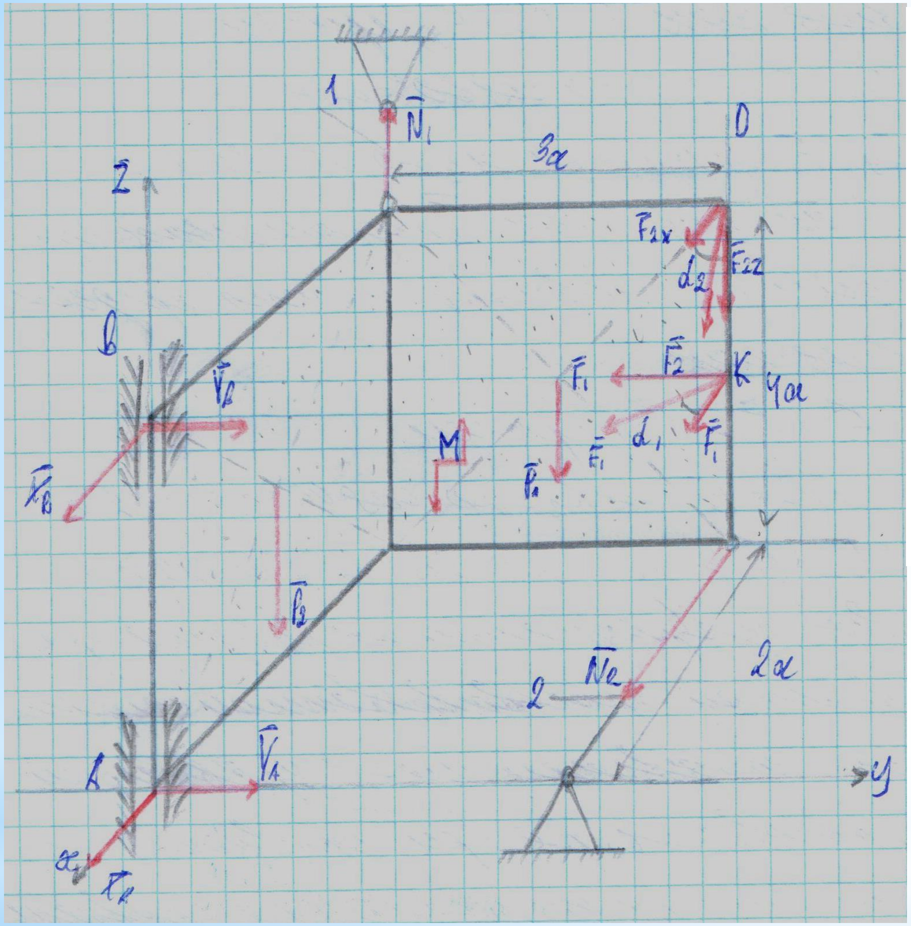
$$\sum F_X = 0 \qquad \sum M_X = 0$$

$$\sum F_Y = 0 \qquad \sum M_Y = 0$$

$$\sum F_Z = 0 \qquad \sum M_Z = 0$$

При решении данной системы 6 уравнений будут определены 6 неизвестных реакций опор.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)



$$\sum F_X = 0$$

$$X_A + X_B + F_{1X} + F_{2X} + N_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$Y_A + Y_B - F_{1Y} = 0 \qquad (2)$$

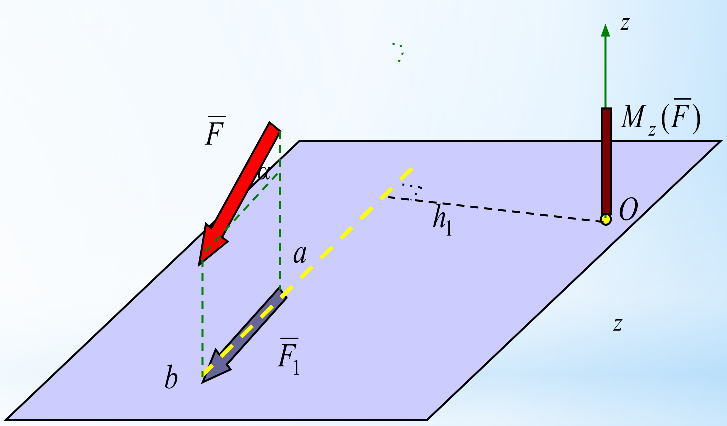
$$\sum F_Z = 0$$

$$-P_1 - P_2 - F_{2Z} + N_1 = 0 \qquad (3)$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение). Момент относительно оси

Прежде чем приступать к составлению оставшихся уравнений равновесия рассмотрим понятие «момент М относительно оси», т.к. 3 оставшихся уравнения равновесия – это уравнения равновесия моментов вокруг осей x, y и z соответственно.

Момент силы относительно оси – алгебраическая величина, равная произведению проекции вектора силы на плоскость, перпендикулярную оси, на плечо этой проекции относительно точки пересечения оси с плоскостью, взятая со знаком + (плюс), если вращение плоскости под действием силы представляется при взгляде навстречу оси происходящим против часовой стрелки, и со знаком – (минус) в противном случае.



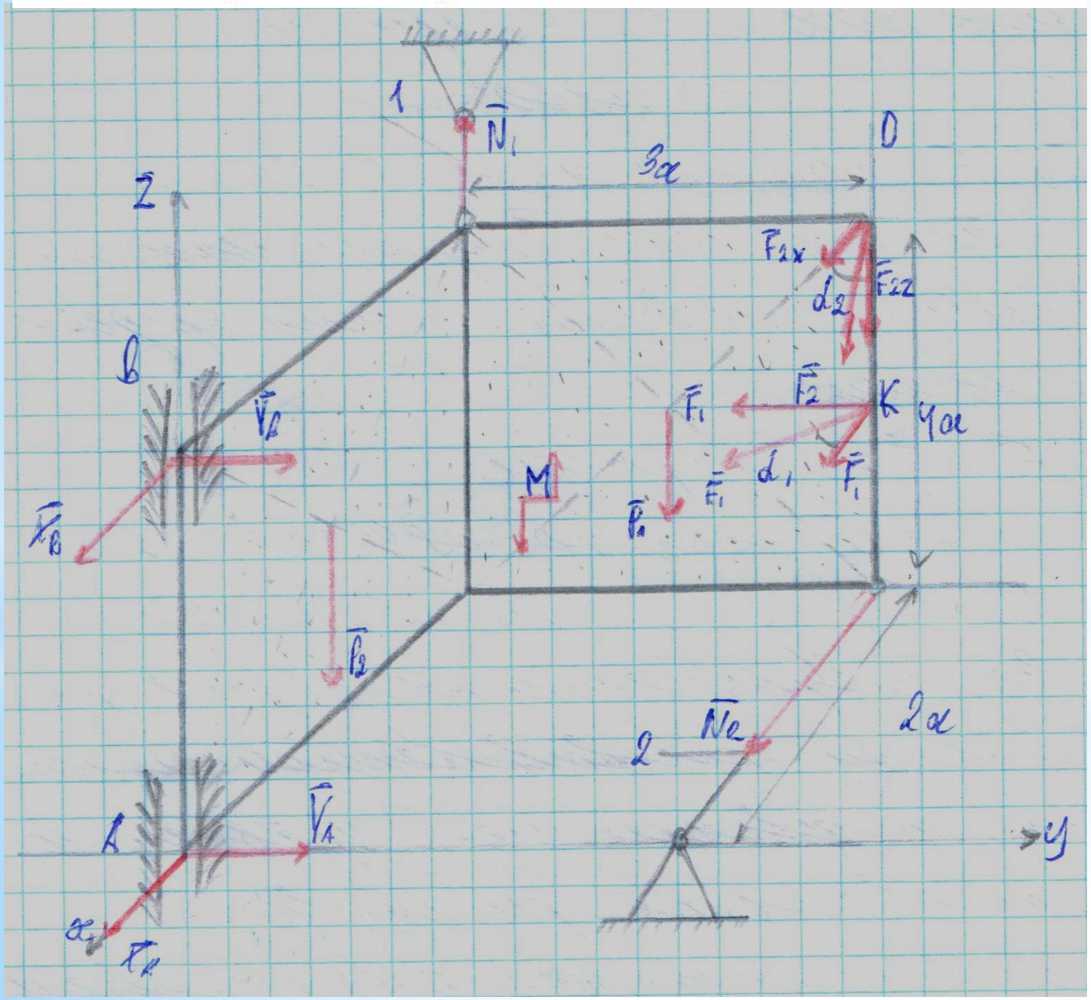
$$M_z(\overline{F}) = \pm F_1 h_1$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составляем сумму моментов относительно оси X:

$$\sum M_X = 0$$

$$M - P_1 \cdot \frac{3a}{2} + F_{1Y} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2Z} \cdot 3a - Y_B \cdot 4a = 0 \quad (4)$$



ЗАМЕЧАНИЕ: проекции сил на одноименную ось не создают момента, т.е. все иксовые проекции (Xa, Xb, F1x, F2x, N2) не учитываем в сумме моментов относительно X. Каждую оставшуюся силу, умножаем на расстояние до оси X. Если сила лежит в одной плоскости с осью, то расстояния между ними нет, следовательно момент равен 0 и не записывается в уравнение (N1, Ya, P2). Момент M лежит в плоскости перпендикулярной X, следовательно вращается только вокруг нее, в уравнениях вокруг Y и Z не записывается!

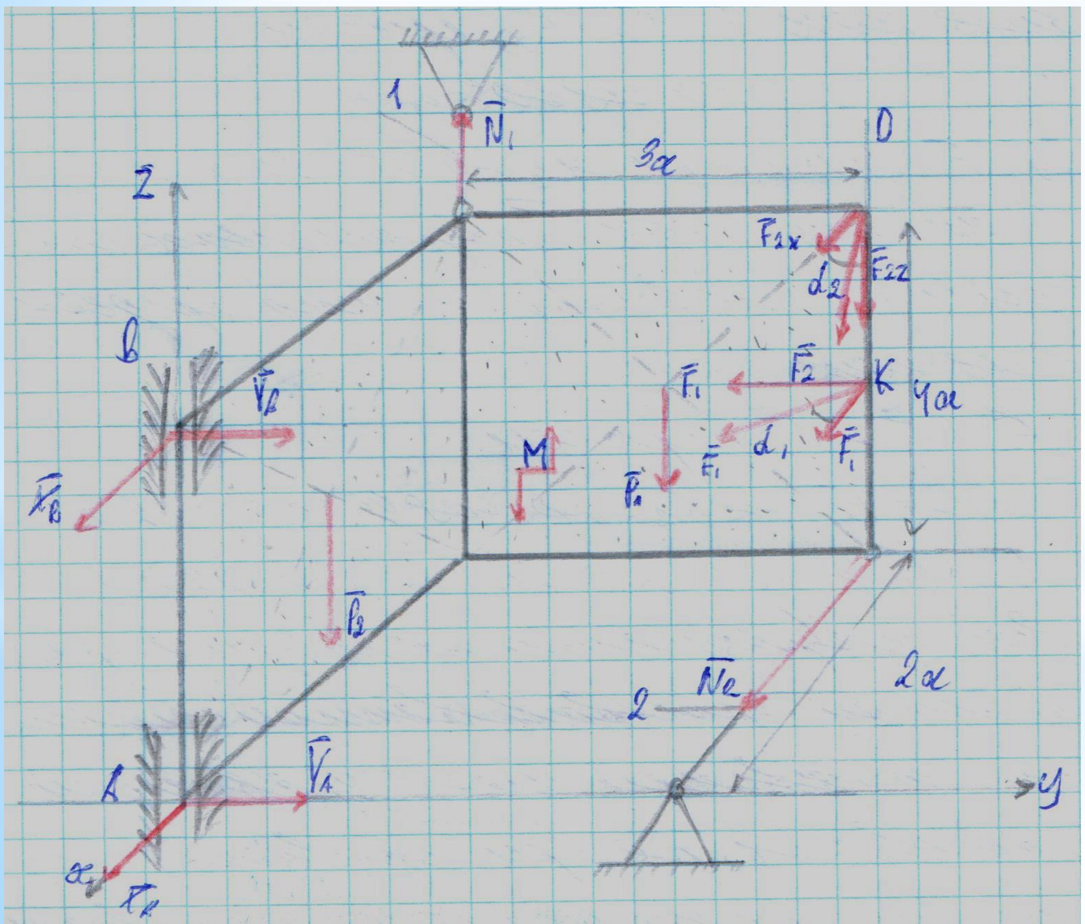
3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составляем сумму моментов относительно оси Y:

$$\sum M_Y = 0$$

$$N_1 \cdot 2a + X_B \cdot 4a - P_2 \cdot \frac{2a}{2} - P_1 \cdot 2a +$$

$$+F_{1X} \cdot \frac{4a}{2} + F_{2X} \cdot 4a - F_{2Z} \cdot 2a = 0 \qquad (5)$$



ЗАМЕЧАНИЕ: проекции сил на одноименную ось не создают момента, т.е. все игриковые проекции (Ya, Yb, F1y) не учитываем в сумме моментов относительно Y.

Каждую оставшуюся силу, умножаем на расстояние до оси Y.

Если сила лежит в одной плоскости с осью, то расстояния между ними нет, следовательно момент равен 0 и не записывается в уравнение (N2, Xa).

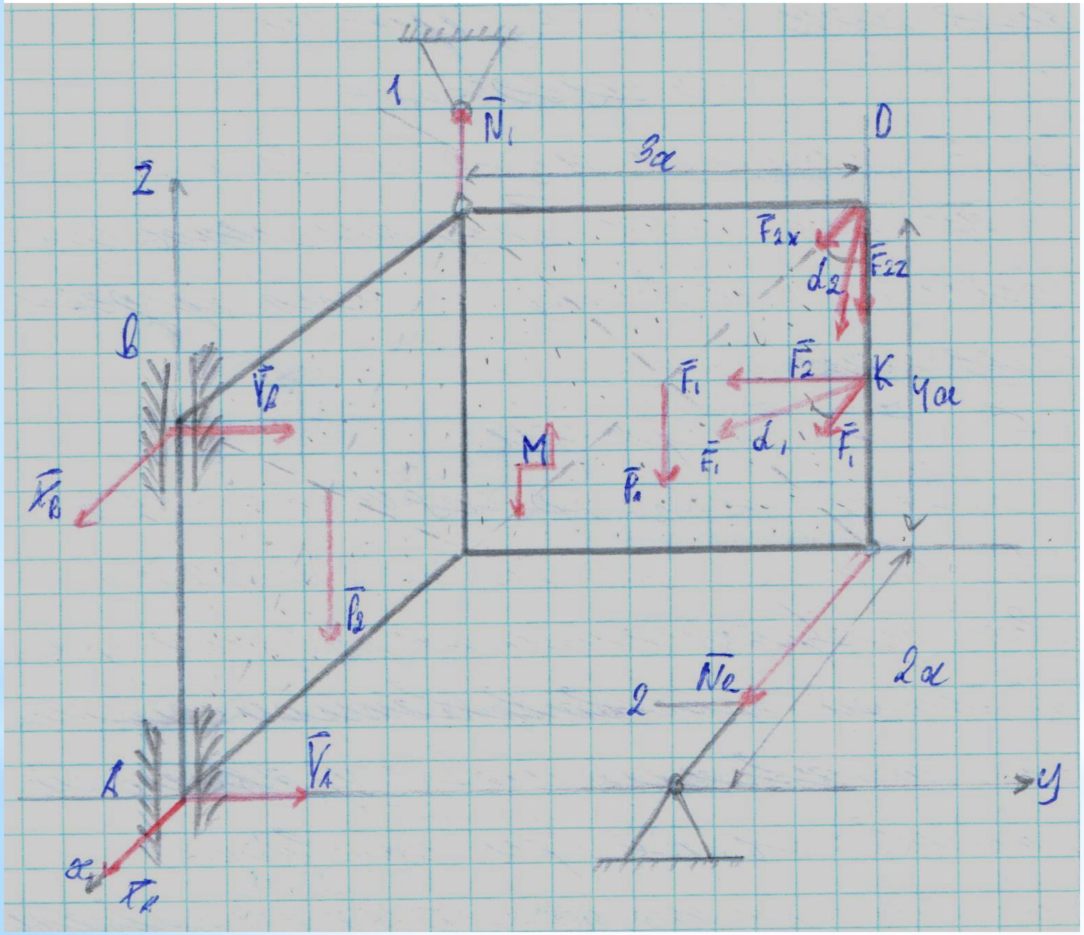
Момент M не лежит в плоскости перпендикулярной Y, следовательно не вращается вокруг нее, в уравнение вокруг Y не записывается!

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Составляем сумму моментов относительно оси Z:

$$\sum M_Z = 0$$

$$-N_2 \cdot 3a - F_{1X} \cdot 3a + F_{1Y} \cdot 2a - F_{2X} \cdot 3a = 0 \quad (6)$$



ЗАМЕЧАНИЕ: проекции сил на одноименную ось не создают момента, т.е. все зэтовые проекции (P1, P2, F2z, N1) не учитываем в сумме моментов относительно Z.

Каждую оставшуюся силу, умножаем на расстояние до оси Z.

Если сила лежит в одной плоскости с осью, то расстояния между ними нет, следовательно момент равен 0 и не записывается в уравнение (Xa, Xb, Ya, Yb).

Момент М не лежит в плоскости перпендикулярной Z, следовательно не вращается вокруг нее, в уравнение вокруг Z не записывается!

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Результирующая система уравнений равновесия имеет вид:.

$$\sum F_X = 0$$
$$X_A + X_B + F_{1X} + F_{2X} + N_2 = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_Y = 0$$
$$Y_A + Y_B - F_{1Y} = 0 \qquad (2)$$

$$\sum F_Z = 0$$
$$-P_1 - P_2 - F_{2Z} + N_1 = 0 \qquad (3)$$

$$\sum M_X = 0$$
$$M - P_1 \cdot \frac{3a}{2} + F_{1Y} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2Z} \cdot 3a - Y_B \cdot 4a = 0 \quad (4)$$

$$\sum M_Y = 0$$
$$N_1 \cdot 2a + X_B \cdot 4a - P_2 \cdot \frac{2a}{2} - P_1 \cdot 2a +$$
$$+F_{1X} \cdot \frac{4a}{2} + F_{2X} \cdot 4a + F_{2Z} \cdot 2a = 0 \qquad (5)$$

$$\sum M_Z = 0$$
$$-N_2 \cdot 3a - F_{1X} \cdot 3a + F_{1Y} \cdot 2a - F_{2X} \cdot 3a = 0 \quad (6)$$

После составления уравнений равновесия выражаем неизвестные Xa, Xb, Ya, Yb, N1 и N2 из уравнений рановесия, подставляем числовые значения и получаем их значения.. Полученные значения записываем в ответ.

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 3:

$$N_1 = P_1 + P_2 + F_{2Z}$$
$$N_1 = 5 + 3 + 20 \cdot sin45^0$$
$$N_1 = 22{,}142 \qquad (\text{кН})$$

Из уравнения 6:

$$N_2 = \frac{-F_{1X} \cdot 3a + F_{1Y} \cdot 2a - F_{2X} \cdot 3a}{3a} = -F_{1X} + F_{1Y} \cdot \frac{2}{3} - F_{2X}$$
$$N_2 = -10 \cdot cos60^0 + 10 \cdot sin60^0 \cdot \frac{2}{3} - 20 \cdot cos45^0$$
$$N_2 = -13{,}37 \qquad (\text{кН})$$

Из уравнения 5:

$$X_B = \frac{P_2 \cdot \frac{2a}{2} + P_1 \cdot 2a - F_{1X} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2X} \cdot 4a + F_{2Z} \cdot 2a - N_1 \cdot 2a}{4a}$$
$$X_B = P_2 \cdot \frac{1}{4} + P_1 \cdot \frac{1}{2} - F_{1X} \cdot \frac{1}{2} - F_{2X} + F_{2Z} \cdot \frac{1}{2} - N_1 \cdot \frac{1}{2}$$
$$X_B = 3 \cdot \frac{1}{4} + 5 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot cos60^0 \frac{1}{2} - 20 \cdot cos45^0 + 20 \cdot sin45^0 \frac{1}{2} - 22{,}142 \cdot \frac{1}{2}$$
$$X_B = -17{,}32 \qquad (\text{кН})$$

3. Составление уравнений равновесия (продолжение)

Из уравнения 4:

$$Y_B = \frac{M - P_1 \cdot \frac{3a}{2} + F_{1Y} \cdot \frac{4a}{2} - F_{2Z} \cdot 3a}{4a}$$

$$Y_B = \frac{4 - 5 \cdot \frac{3 \cdot 0{,}6}{2} + 10 \cdot sin60^0 \frac{4 \cdot 0{,}6}{2} - 20 \cdot sin45^0 \cdot 3 \cdot 0{,}6}{4 \cdot 0{,}6}$$

$$Y_B = -6{,}49 \quad (\text{кН})$$

Из уравнения 2:

$$Y_A = F_{1Y} - Y_B$$

$$Y_A = 10 \cdot sin60^0 - (-6{,}49)$$

$$Y_A = 15{,}51 \quad (\text{кН})$$

Из уравнения 1:

$$X_A = -X_B - F_{1X} - F_{2X} - N_2$$

$$X_A = -(-17{,}32) - 10 \cdot cos60^0 - 20 \cdot cos45^0 - (-13{,}37)$$

$$X_A = 11{,}69 \quad (\text{кН})$$

В ответ запишется:

$$N_1 = 22{,}142 \quad (\text{кН}); \quad N_2 = -13{,}37 \quad (\text{кН}); \quad X_B = -17{,}32 \quad (\text{кН});$$

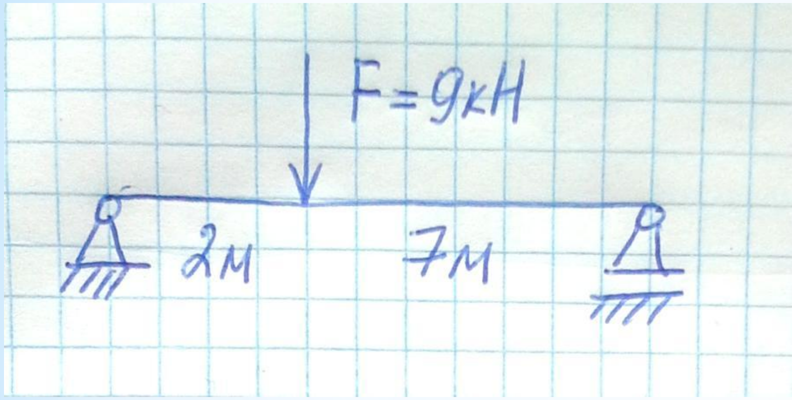
$$Y_B = -6{,}49 \quad (\text{кН}); \quad Y_A = 15{,}51 \quad (\text{кН}); \quad X_A = 11{,}69(\text{кН})$$

4. Выводы.

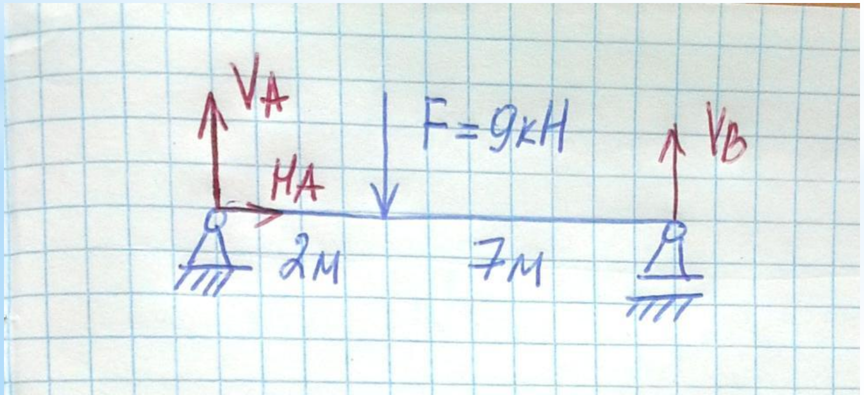
1. Статикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие тел.
2. Момент силы F относительно точки А равен произведению силы F на плечо h (момент равен силе, умноженной на плечо).
3. Знак момента принимается «+», если сила вращает вокруг точки А против хода часовой стрелки, иначе «-».
4. **Момент силы относительно оси** - алгебраическая величина, равная произведению проекции вектора силы на плоскость, перпендикулярную оси, на плечо этой проекции относительно точки пересечения оси с плоскостью, взятая со знаком + (плюс), если вращение плоскости под действием силы представляется при взгляде навстречу оси происходящим против часовой стрелки, и со знаком – (минус) в противном случае.
5. При решении задачи на равновесие тела под действием пространственной системы сил составляются 6 уравнений равновесия (3 уравнения сил и 3 уравнения моментов).

Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:



1. Обозначить реакции на схеме



$\sum F_X = 0$
$H_A = 0$

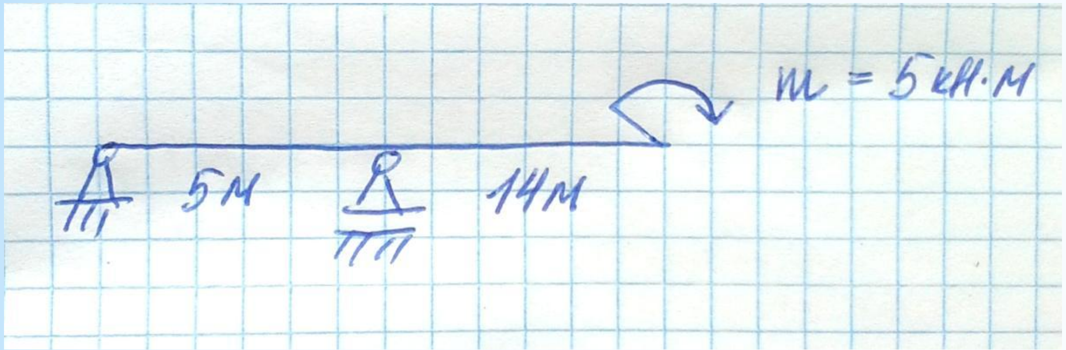
$\sum M_A = 0$
$-F \cdot 2 + V_B \cdot 9 = 0$
$V_B = \frac{F \cdot 2}{9} = 2$ (кН)

$\sum M_B = 0$
$-V_A \cdot 9 + F \cdot 7 = 0$
$V_A = \frac{F \cdot 7}{9} = 7$ (кН)

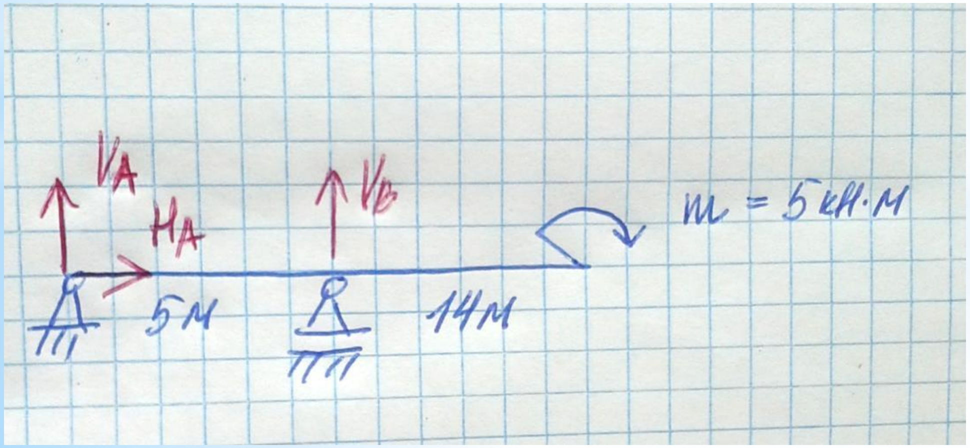
Проверка:
$\sum F_Y = 0$
$V_A - F + V_B = 7 - 9 + 2 = 0$

Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:

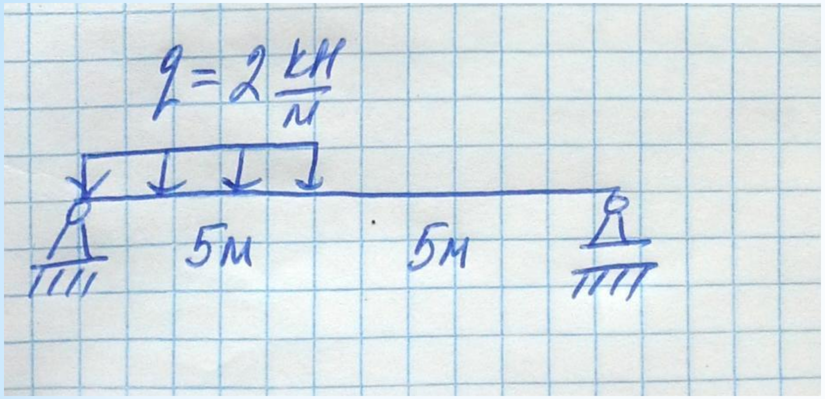


1. Обозначить реакции на схеме

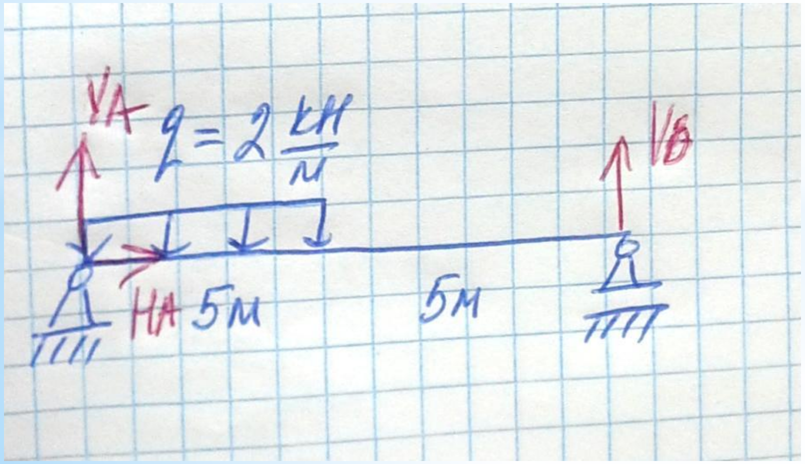


Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:

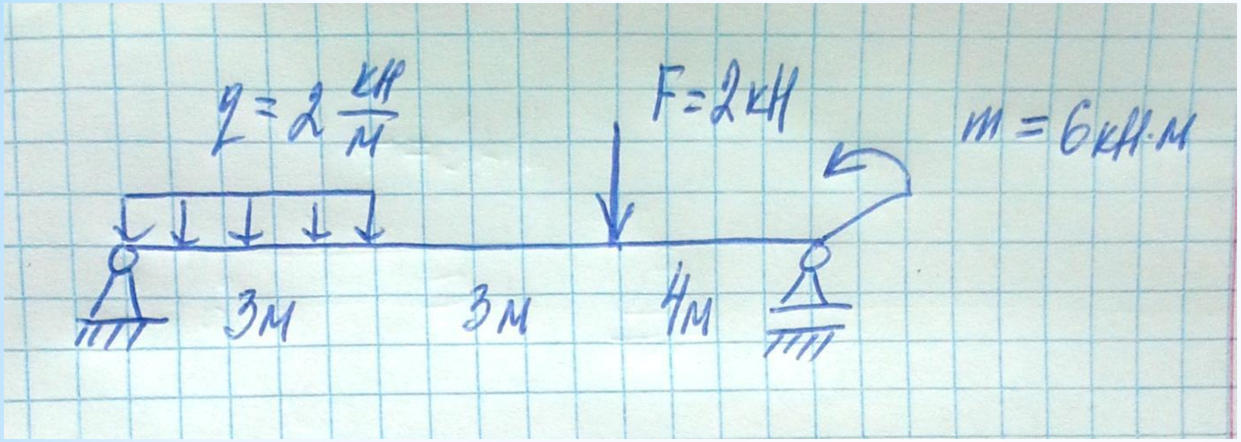


1. Обозначить реакции на схеме

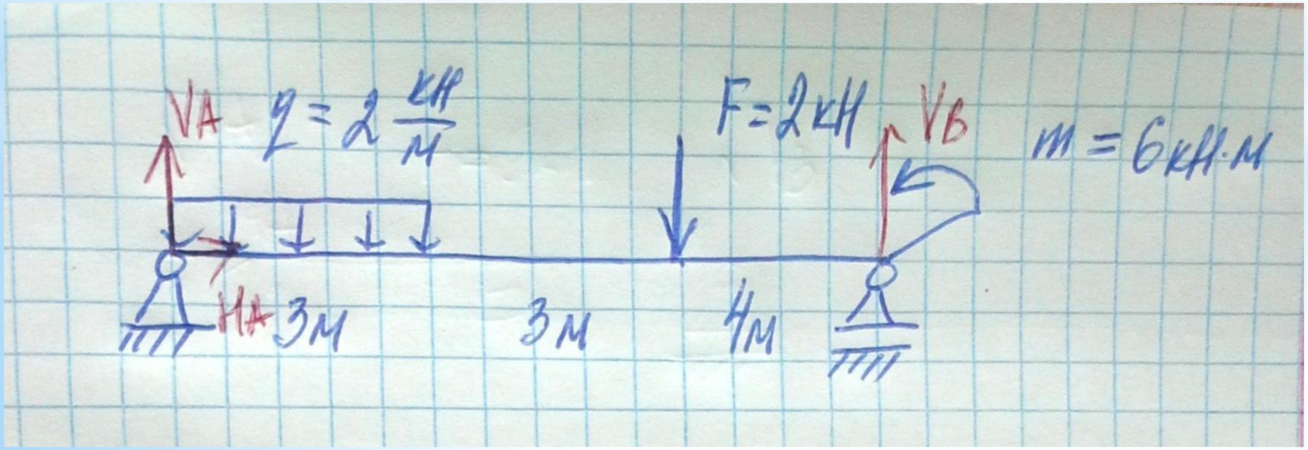


Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:

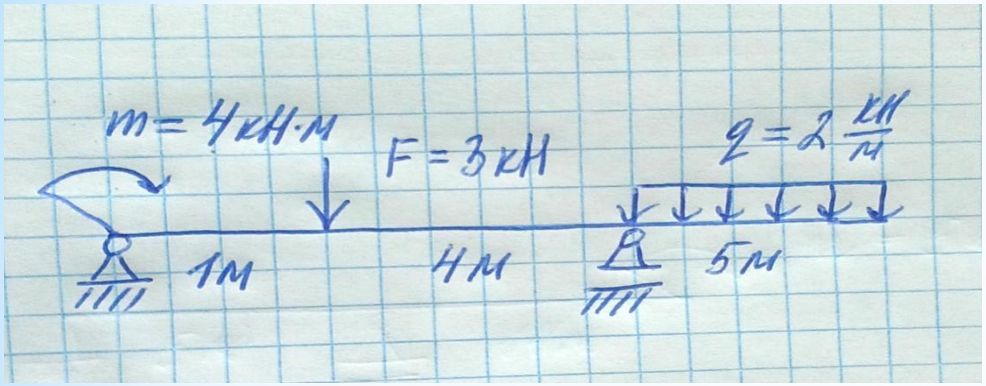


1. Обозначить реакции на схеме

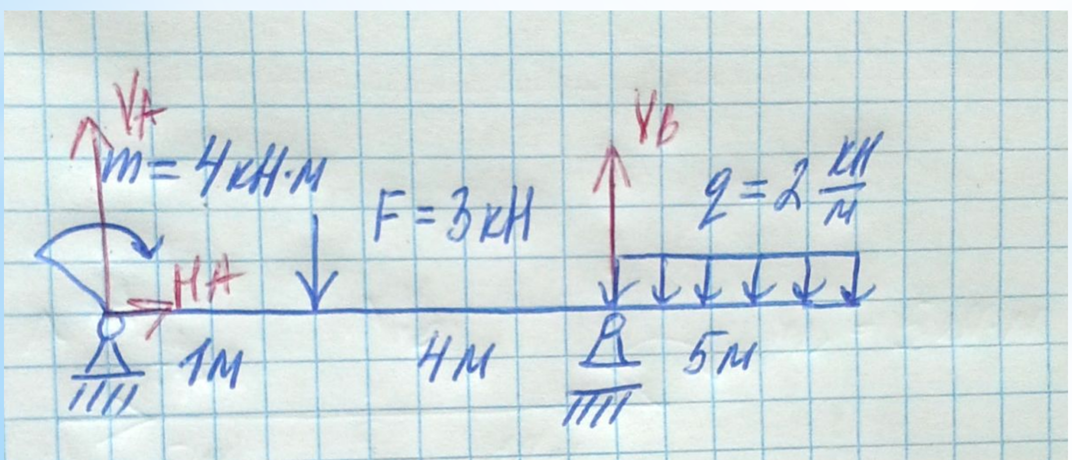


Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующей задаче:



1. Обозначить реакции на схеме



Разбор задания №8 «Динамика материальной точки»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему. Проекции сил.
2. Составление дифференциального уравнения движения груза.
3. Нахождения закона движения груза по начальным условиям.
4. Выводы.

Разбор задания №9 «Динамика. Принцип Даламбера»:

1. Выбор исходных данных. Нанесение внешних сил на схему.
2. Принцип Даламбера. Нанесение на схему сил инерции. Нанесение на схему реакций опор.
3. Составление уравнений равновесия. Нахождение реакций опор.
4. Выводы.

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =884, то из таблицы исходных да

Таблица 8. Исходные данные к заданию 8

Номер строки	Номер рисунка	m, кг	V_0, м/с	α, град	β, град	F(t), H; t, c
0	8.0	5	20	20	30	$5(y^{0,2t}-1)$
1	8.1	15	10	10	20	$30\sqrt{t}$
2	8.2	10	30	15	25	$30(1+e^{-0,2t})$
3	8.3	8	20	10	20	$8(1+e^{-0,1t})$
4	8.4	12	40	15	30	$24(1-e^{-0,2t})$
5	8.5	20	30	20	30	$40\sqrt{t}$
6	8.6	16	15	10	20	$1,6t^2$
7	8.7	15	20	15	25	$30(e^{0,1t}-1)$
8	8.8	14	10	20	30	$2,8t^2$
9	8.9	18	30	10	20	$18(1-e^{-0,1t})$
	А	Б	В	А	Б	В

рис. 8.8.

$m = 14$ (кг)

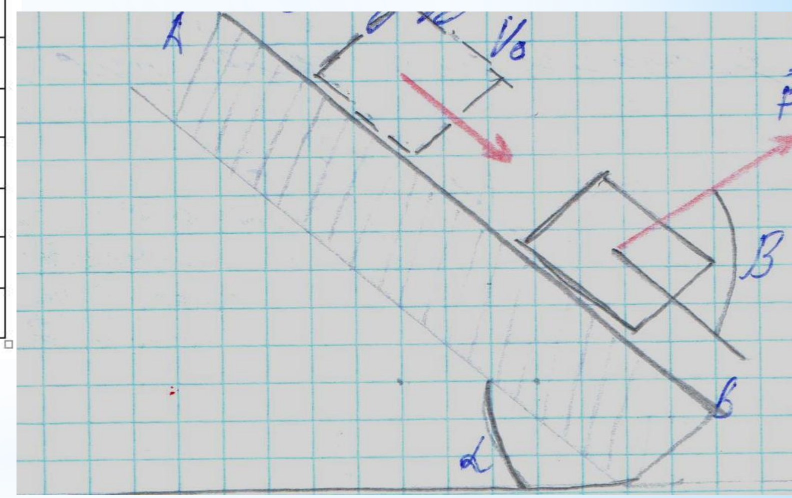
$V_0 = 40$ (м/с)

$\alpha = 20^0$

$\beta = 30^0$

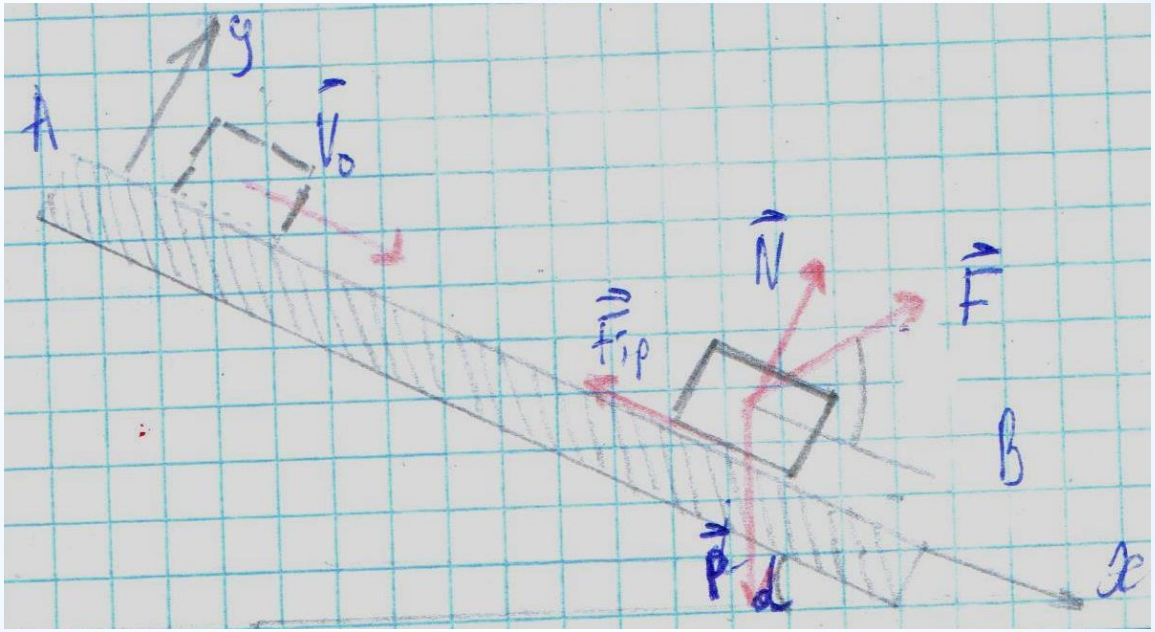
$F(t) = 24(1 - e^{-0,2t})$

$f = 0,2$

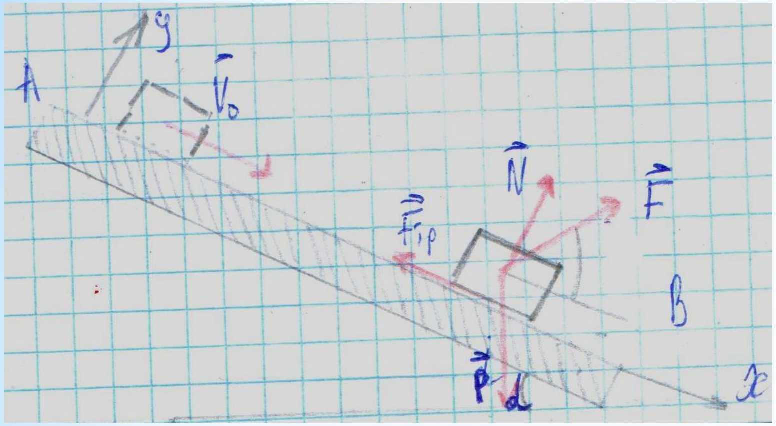


Наносим на схему внешнюю силу (F).

2. Нанесение на схему веса груза P, силы давления N, силы трения Fтр и координатных осей.



3. Составление дифференциального уравнения движения груза.



Общий вид дифференциального уравнения движения груза по наклонной плоскости:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_{\text{ТР}} + \vec{N}$$

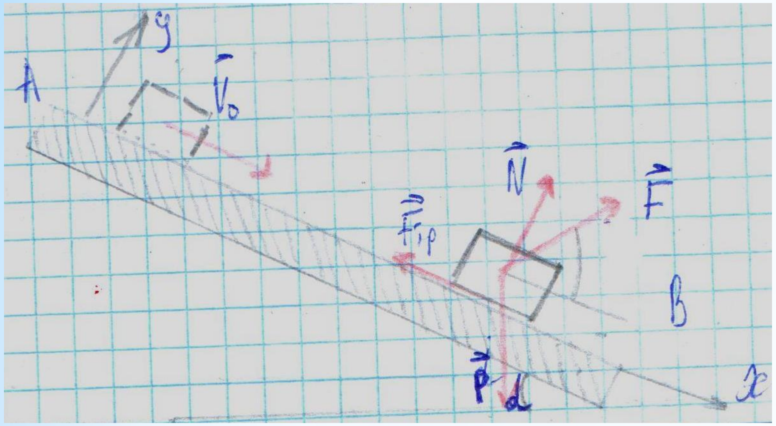
Проецируем уравнение движения на оси координат X и Y:

$$m\ddot{x} = P \cdot sin\alpha + F \cdot cos\beta - F_{\text{ТР}}$$
$$m\ddot{y} = N - P \cdot cos\alpha + F \cdot sin\beta$$

Т.к. тело движется по оси X, то $\ddot{y} = 0$ и из проекции на ось Y имеем :

$$N = mg \cdot cos\alpha - F \cdot sin\beta$$
$$N = 14 \cdot 9{,}8 \cdot cos20^0 - 24(1 - e^{-0{,}2t}) \cdot sin30^0$$
$$N = 116{,}92 + 12e^{-0{,}2t}$$

3. Составление дифференциального уравнения движения груза (продолжение)



$$m\ddot{x} = P \cdot sin\alpha + F \cdot cos\beta - F_{ТР}$$
$$m\ddot{y} = N - P \cdot cos\alpha + F \cdot sin\beta$$

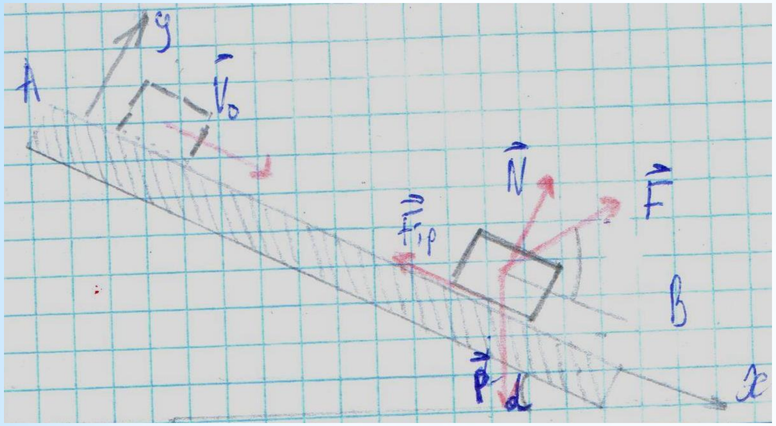
Учитывая, что $F_{ТР} = f \cdot N$ из проекции на ось X имеем :

$$14\ddot{x} = mg \cdot sin20^0 + F \cdot cos30^0 - f \cdot (116{,}92 + 12e^{-0{,}2t})$$
$$14\ddot{x} = 14 \cdot 9{,}8 \cdot sin20^0 + 24(1 - e^{-0{,}2t}) \cdot cos30^0 - 0{,}2 \cdot (116{,}92 + 12e^{-0{,}2t})$$
$$\ddot{x} = 3{,}17 + 1{,}66e^{-0{,}2t}$$

Интегрируем полученное выражение:

$$\dot{x} = 3{,}17t + 1{,}66 \cdot \frac{e^{-0{,}2t}}{-0{,}2} + C_1$$
$$\dot{x} = 3{,}17t - 8{,}3 \cdot e^{-0{,}2t} + C_1$$

3. Составление дифференциального уравнения движения груза (продолжение)



$$m\ddot{x} = P \cdot sin\alpha + F \cdot cos\beta - F_{\text{ТР}}$$
$$m\ddot{y} = N - P \cdot cos\alpha + F \cdot sin\beta$$

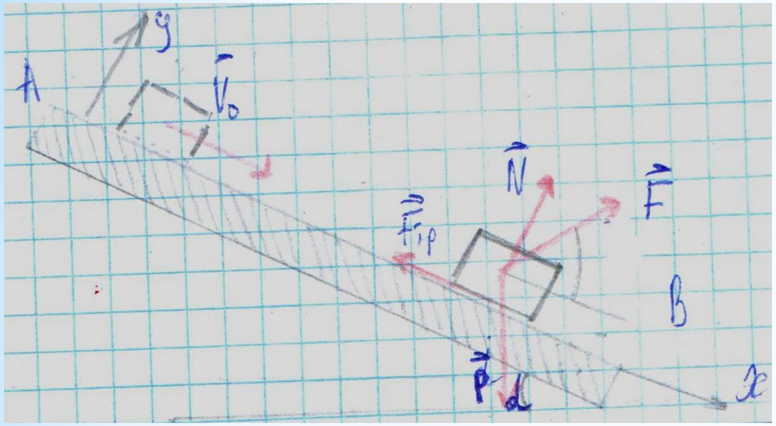
Т.к. в начальный момент времени t=0 V0=40 м/с:

$$40 = 3{,}17 \cdot 0 - 8{,}3 \cdot e^{-0{,}2 \cdot 0} + C_1$$
$$C_1 = -3{,}17 \cdot 0 + 8{,}3 \cdot e^{-0{,}2 \cdot 0} + 40 = 48{,}3$$

Получаем закон изменения скорости тела под действием силы F:

$$\dot{x} = 3{,}17t - 8{,}3 \cdot e^{-0{,}2t} + 48{,}3$$

3. Составление дифференциального уравнения движения груза (продолжение)



$$\dot{x} = 3{,}17t - 8{,}3 \cdot e^{-0{,}2t} + 48{,}3$$

Снова интегрируем:

$$x = 3{,}17\frac{t^2}{2} - 8{,}3 \cdot \frac{e^{-0{,}2t}}{-0{,}2} + 48{,}3t + C_2$$

Система координат выбрана так, что X0=0:

$$0 = 1{,}58 \cdot 0^2 + 41{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot 0} + 48{,}3 \cdot 0 + C_2$$
$$C_2 = -41{,}5$$

В ответ записываем закон движения тела:

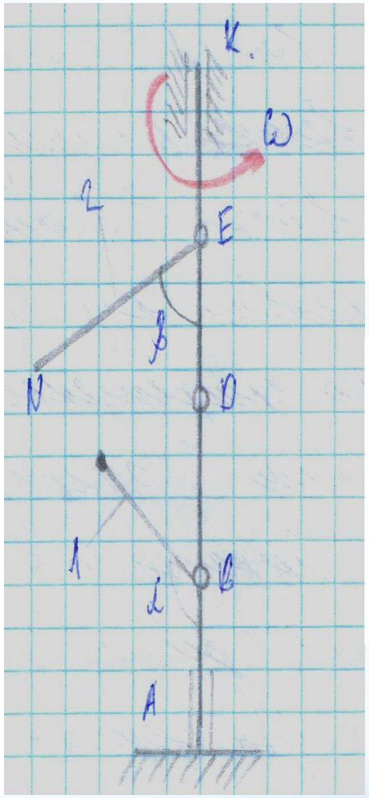
$$x = 1{,}58 \cdot t^2 + 41{,}5 \cdot e^{-0{,}2 \cdot t} + 48{,}3 \cdot t - 41{,}5$$

1. Выбор исходных данных (продолжение)

Если, например, АБВ =884, то из таблицы исходных данн

Таблица 9. Исходные данные к заданию 9

Номер строки	Подшипник в точке	Точки крепления стержней 1	Точки крепления стержней 2	α, град	β, град
0	K	B	B	30	45
1	E	D	D	45	60
2	D	E	E	60	75
3	B	K	K	75	90
4	K	B	E	90	120
5	E	D	D	120	135
6	D	E	B	135	150
7	B	K	K	150	30
8	K	B	B	165	45
9	E	D	D	30	60
	А	Б	В	А	Б

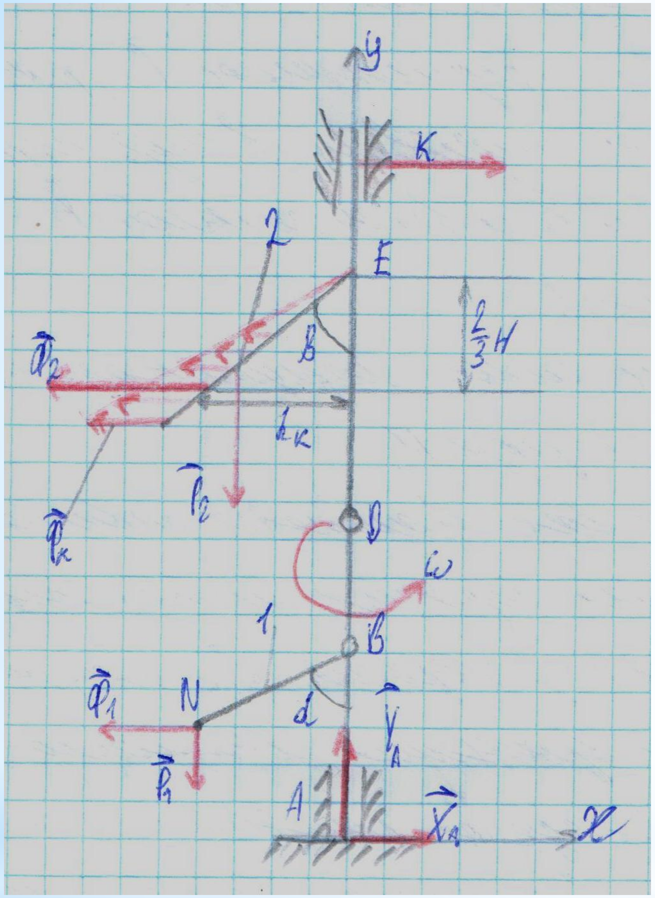


подшипник в т. K
т. B
т. E
$\alpha=165^\circ$
$\beta=45^\circ$

$\omega=10\ c^{-1}$
AB=BD=DE=EK=b=0,4 м
$l_1=0{,}4$ м
$m_1=6$ кг
$l_2=0{,}6$ м
$m_2=4$ кг

Наносим на схему стержень 1 с массой, сосредоточенной на конце, и стержень 2, с равномерно распределенной массой и угловую скорость вращения w.

2. Принцип Даламбера. Нанесение на схему веса стержней, сил инерции и реакций опор.



Согласно принципу Даламбера: все действующие на систему силы вместе с силами инерции образуют уравновешенную плоскую систему сил.

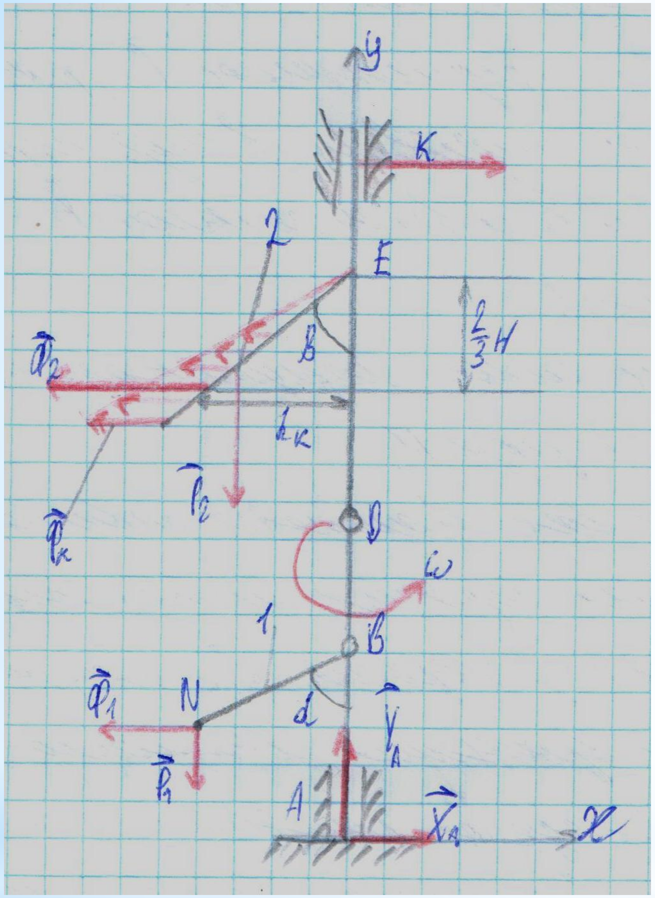
Т.к. вал вращается равномерно точки стержня имеют только нормальное ускорение an, направленное к оси вращения $a_{nk} = \omega^2 \cdot h_k$

Силы инерции вычисляются, как

$\Phi_k = m \cdot a_{nk}$

Поскольку все силы инерции Фк пропорциональны hk, то эпыра образует треугольник, который можно заменить равнодействующей Ф2 , приложенной в центр тяжести треугольника, т.е. на расстоянии 2/3H от вершины.

2. Принцип Даламбера. Нанесение на схему веса стержней, сил инерции и реакций опор.



Сила инерции стержня с распределенной определяется, как $\Phi_2 = m_2 \cdot a_c$

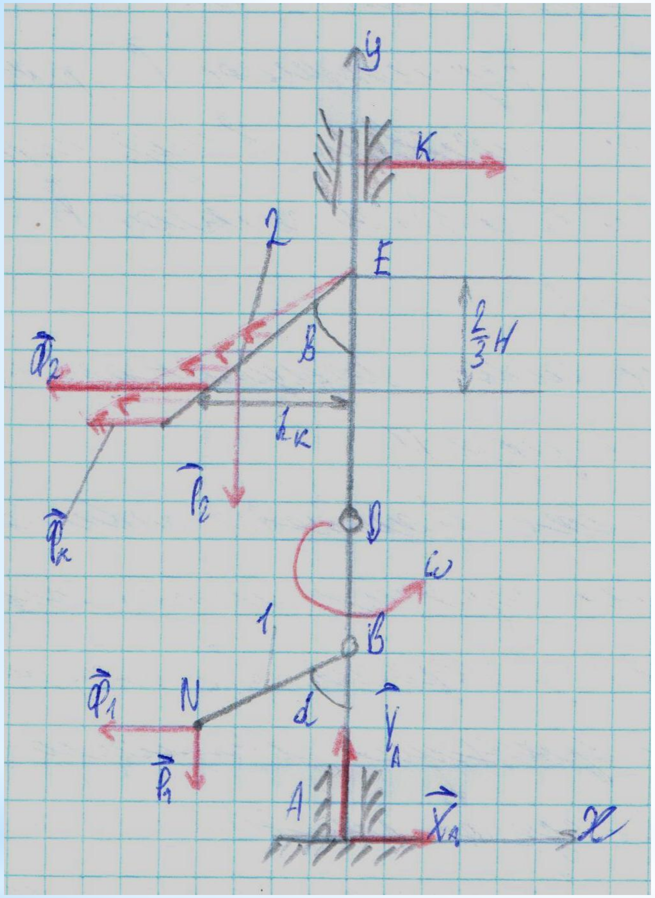
где ac – ускорение центра стержня 2.

$$\Phi_2 = m_2 \cdot \omega^2 \cdot x_c$$
$$x_c = \frac{l_2}{2} sin\beta = \frac{0,6}{2} sin45° = 0,21\ (\text{м})$$
$$\Phi_2 = 4 \cdot 10^2 \cdot 0,21 = 84\ (\text{Н})$$

Сила инерции стержня с сосредоточенной массой определяется, как

$$\Phi_1 = m_1 \cdot \omega^2 \cdot x_1$$
$$x_1 = l_1 \sin(180° - \alpha) = 0,4 sin15° = 0,10\ (\text{м})$$
$$\Phi_1 = 6 \cdot 10^2 \cdot 0,10 = 60\ (\text{Н})$$

3. Принцип Даламбера. Составление уравнений равновесия.



Составляем уравнения равновесия:

$$\sum F_X = 0$$

$$-\Phi_2 - \Phi_1 + R_K + X_A = 0$$

$$\sum F_Y = 0$$

$$-P_2 - P_1 + X_A = 0$$

$$\sum M_A(\overrightarrow{F}) = 0$$

$$\Phi_2\left(AE - \frac{2}{3}H\right) + \Phi_1(AB + l_1\cos(180° - \alpha) - R_k \cdot AK + P_2 \cdot x_c + P_1 \cdot x_1 = 0$$

4. Выводы.

1. Динамикой называют раздел теоретической механики, изучающий равновесие движущихся систем.

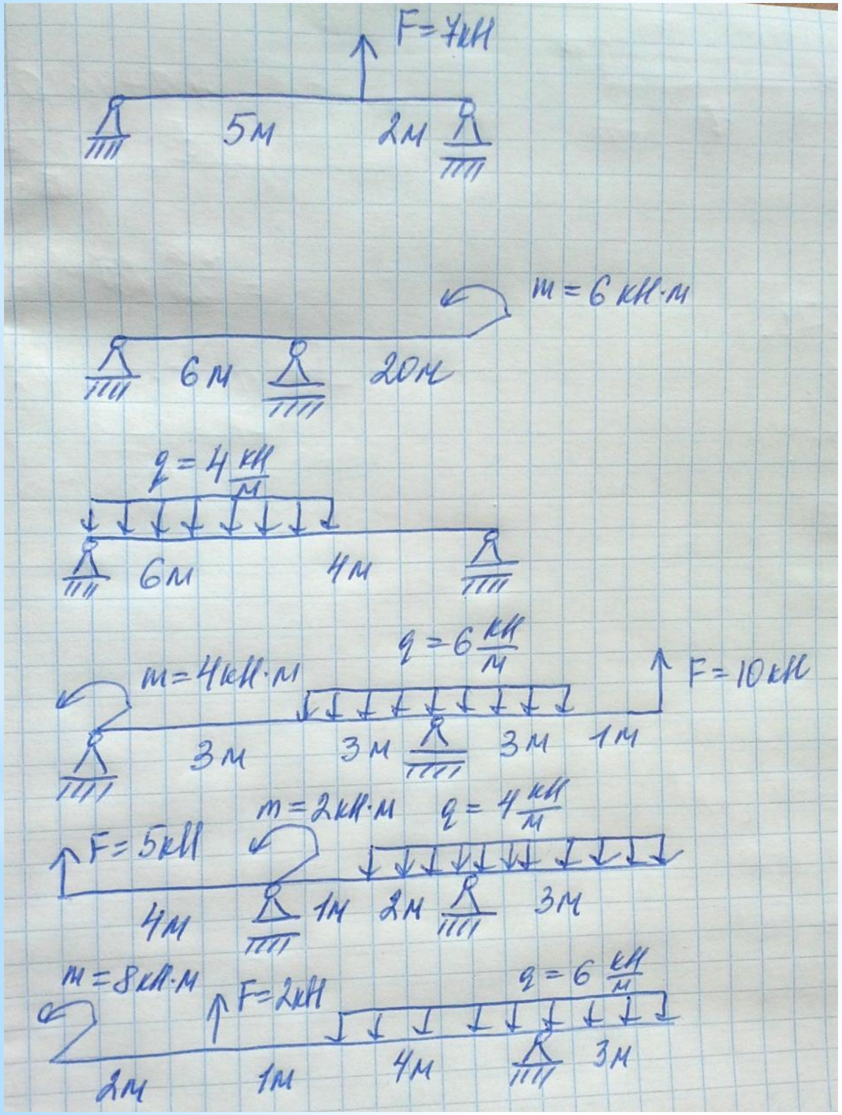
2. При решении задачи на определение закона движения тела, следует составить дифференциальное уравнение равновесия и проинтегрировать его дважды с учетом начальных условий.

3. При решении задачи на определение реакций опор в движущейся системе, следует составить уравнения равновесия включив в них силы инерции, согласно принципу Даламбера.

4. Принцип Даламбера: все действующие на систему силы вместе с силами инерции образуют уравновешенную плоскую систему сил.

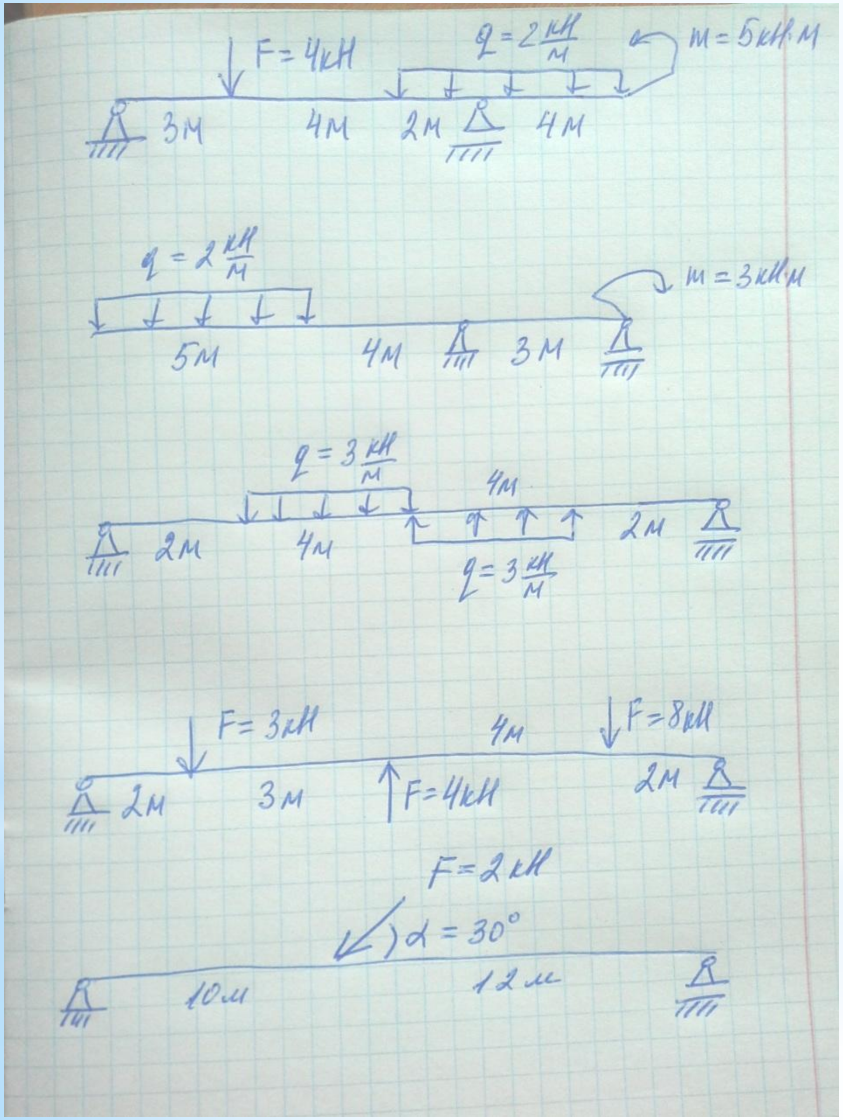
Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующих задачах самостоятельно:



Подготовка к зачету!

I. Найдите реакции опор в следующих задачах самостоятельно:



Спасибо за внимание!