

«Линия»

1. Прямые общего и частного положения.
Следы прямой.
2. Взаимное положение двух прямых.

1. Прямые общего и частного положения. Следы прямой.

Линии занимают особое положение в начертательной геометрии. Используя линии можно создать наглядные модели многих процессов и проследить их течение во времени. Линия позволяет установить и исследовать функциональную зависимость между различными величинами. Кроме самостоятельного значения линия широко используется при конструировании поверхностей различных технических форм.

При определении геометрических фигур в геометрии принято исходить из основных понятий – точка, прямая, плоскость, расстояние. На основании этого **линия – траектория перемещения точки**. Если учесть, что положение точки при ее движении будет зависеть от непрерывно меняющейся величины d – расстояния до точки от начала координат (параметр), то **линия – есть непрерывное однопараметрическое множество точек** (рис. 2.1).

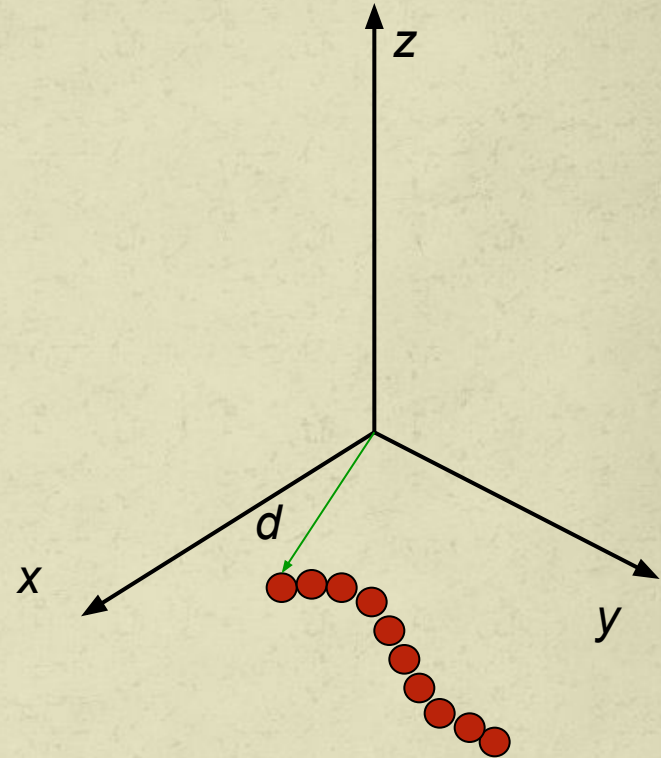


Рис. 2.1

Простейшей линией является **прямая**. Прямая линия в пространстве вполне определяется положением двух любых ее точек, либо двумя пересекающимися плоскостями.

Для того, чтобы построить эпюр прямой линии, достаточно построить проекции двух ее точек и провести через одноименные проекции точек проекции прямой.

На рис. 2.2 отрезок прямой AB занимает произвольное положение относительно всех плоскостей проекций. Такая прямая называется **прямой общего положения**. У нее угол наклона к плоскостям проекций не равен 90° и она пересекает все плоскости проекций. Отрезок прямой общего положения проецируется на плоскость проекций с искажением: $A_1B_1 = \cos\alpha \cdot AB$. Проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше длины самого отрезка. Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется **следом прямой**.

Положение точки относительно прямой

Известно, что точка принадлежит прямой, следовательно одноименные проекции точки будут принадлежать одноименным проекциям прямой.

И если точка делит отрезок в определенном отношении, то проекции точки делят проекции отрезка прямой в том же соотношении.

$$((\cdot) C \in [AB] \wedge C_1 \in [A_1B_1] \wedge C_2 \in [A_2B_2]) \Rightarrow AC/CB = A_1C_1/C_1B_1 = A_2C_2/C_2B_2 = m/n$$

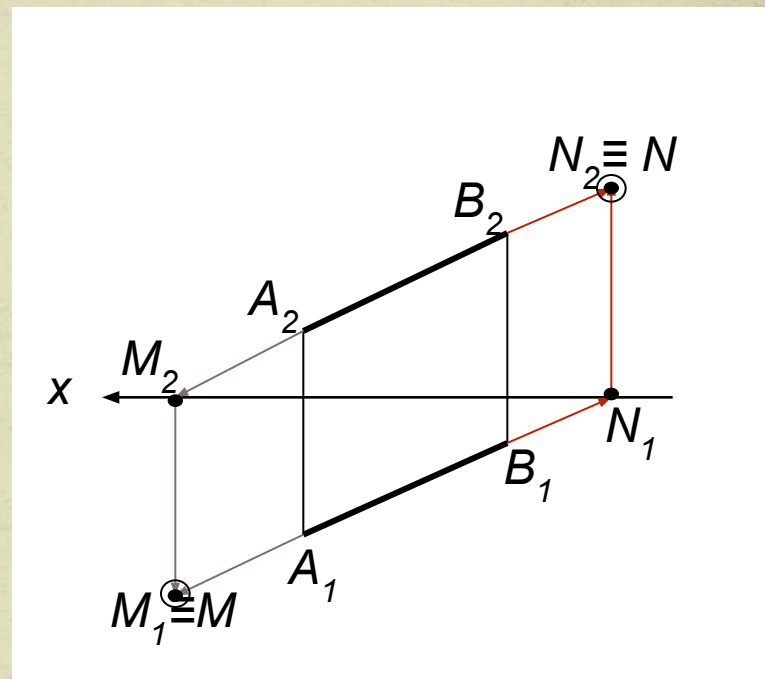
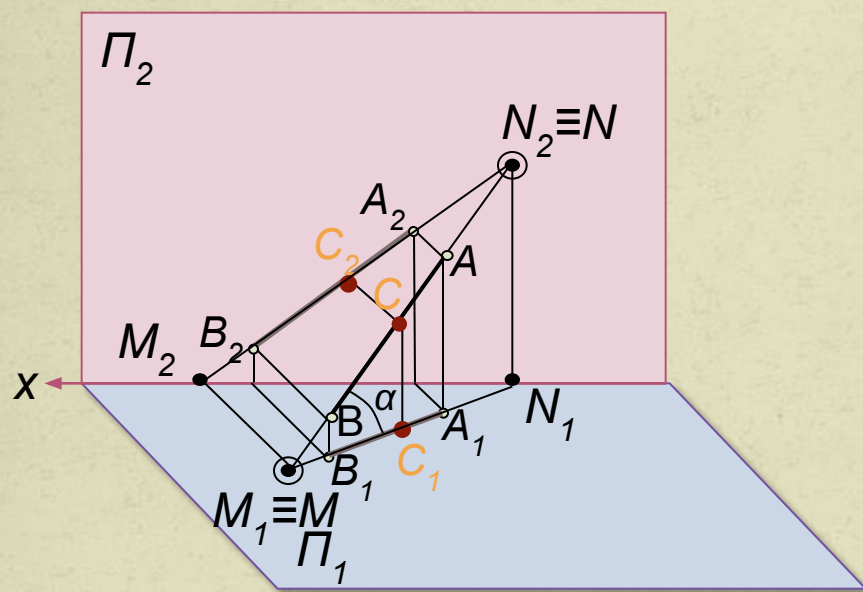


Рис. 2.2

Прямые частного положения

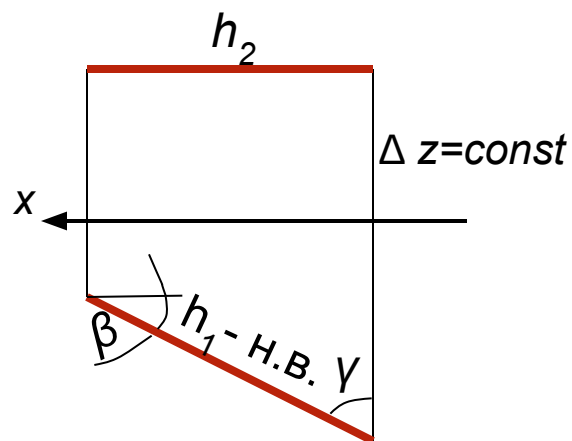
Если прямая в пространстве параллельна и (или) перпендикулярна какой-либо плоскости проекций, то такая прямая называется **прямой частного положения**.

К прямым частного положения относятся прямые уровня и проецирующие прямые.

Прямые уровня – прямые, параллельные какой-либо плоскости проекций (рис. 2.3). В частных случаях прямые могут лежать в плоскостях проекций – *линии нулевого уровня*.

Проецирующие прямые – перпендикулярные какой-либо плоскости проекций (дважды прямые уровня) (рис. 2.4). Частный случай – прямые лежат на осях проекций.

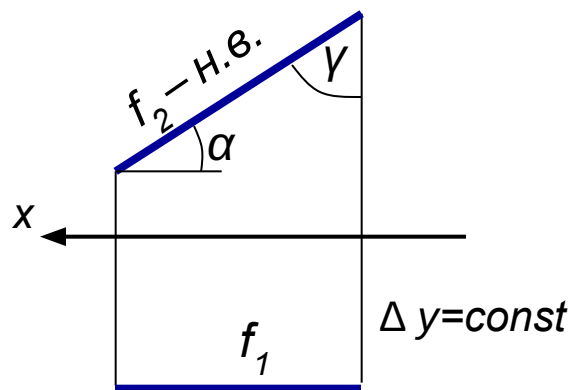
Горизонталь (h)



$h \parallel \Pi_1 (h_2 \parallel x; h_2, h_3 \perp z)$

Нет горизонтального следа

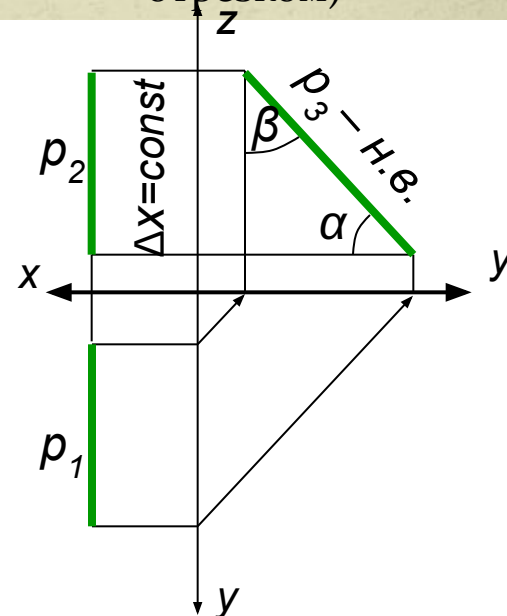
Фронталь (f)



$f \parallel \Pi_2 (f_1 \parallel x; f_3 \perp y)$

Нет фронтального следа

Профильная прямая
уровня
(задается только
отрезком)

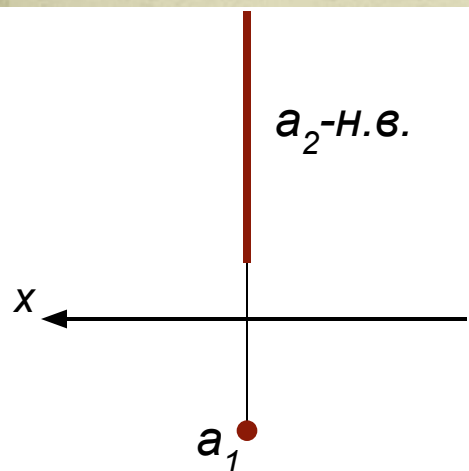


$p \parallel \Pi_3 (p_1, p_2 \perp x)$

Нет профильного следа

Рис. 2.3

Горизонтально-
проецирующая
прямая

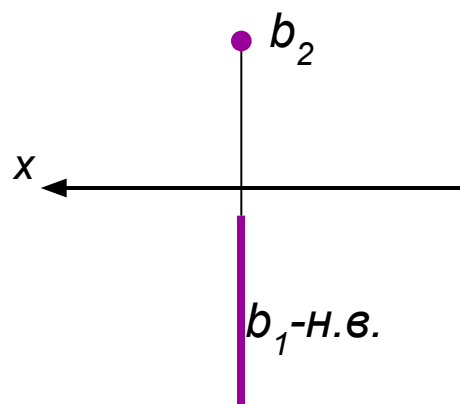


$$a \perp \Pi_1$$

$$(a_2, a_3 \parallel z; a_2 \perp x)$$

$$\Delta y = \text{const}, \Delta x = \text{const}$$

Фронтально-
проецирующая
прямая

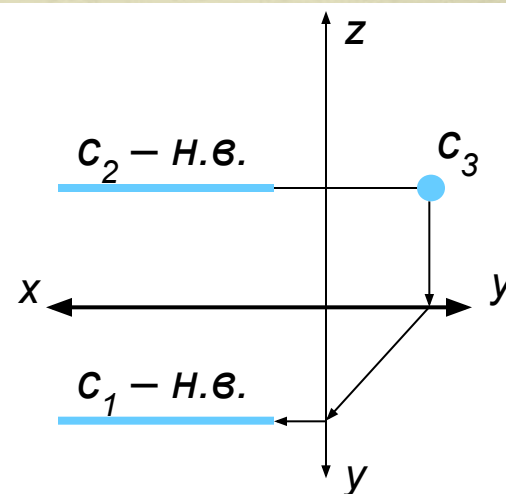


$$b \perp \Pi_2$$

$$(b_1, b_3 \parallel y; b_1 \perp x)$$

$$\Delta x = \text{const}, \Delta z = \text{const}$$

Профильно-
проецирующая прямая



$$c \perp \Pi_3$$

$$(c_1, c_2 \parallel x;)$$

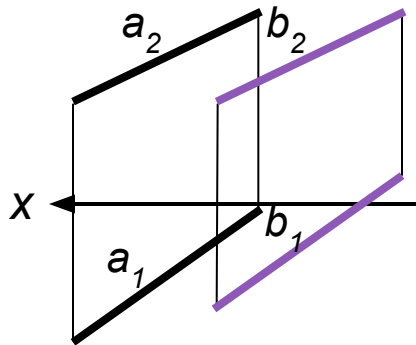
$$\Delta y = \text{const}, \Delta z = \text{const}$$

Рис. 2.4

2. Взаимное положение прямых

Две прямые в пространстве могут быть взаимно параллельны, пересекаться или скрещиваться (рис. 2.5).

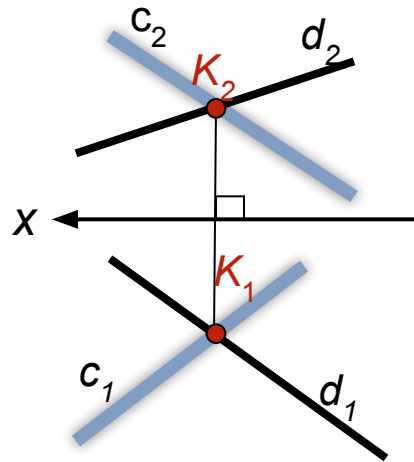
Параллельные прямые лежат в одной плоскости и не имеют общей точки (их одноименные проекции параллельны)



а)

$$a \parallel b \Rightarrow a_1 \parallel b_1, \\ a_2 \parallel b_2$$

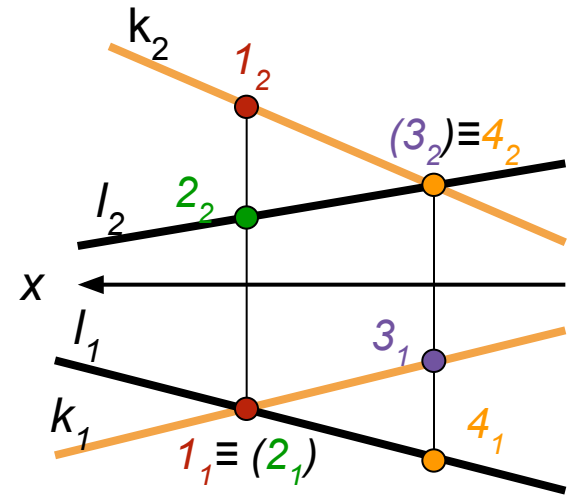
Пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости и имеют общую точку (их одноименные проекции пересекаются)



б)

$$c \cap d \Rightarrow c_1 \cap d_1 = K_1, \\ c_2 \cap d_2 = K_2$$

Скрещивающиеся прямые не лежат в одной плоскости и не имеют общей точки



в)

Точки 1 и 2 совпадают на Π_1 – горизонтально конкурирующие точки; 3 и 4 – фронтально конкурирующие точки (совпадают на Π_2)
Видимой считается точка, наиболее удаленная от оси x .

Рис. 2.5

3. Определение натуральной величины прямой и углов наклона ее к плоскостям проекций (правило треугольника)

Так как проекции прямой общего положения всегда меньше самой прямой (рис. 2.5), то для определения на эюре натуральной длины отрезка прямой общего положения можно воспользоваться **правилом (способом) треугольника**.

Натуральная величина прямой общего положения, заданного проекциями, есть гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого – любая проекция, а второй – разность координат концов отрезка до той плоскости, с которой взят первый катет.

Угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций ($\angle \alpha$) определяется как угол, составленный натуральной проекцией прямой с ее проекцией на этой плоскости проекций.

Углы наклона прямой к фронтальной и профильной плоскостям проекций ($\angle \beta$ и $\angle \gamma$, соответственно) определяются аналогично.

