«Линия»

1. Прямые общего и частного положения. Следы прямой.
2. Взаимное положение двух прямых.

1. Прямые общего и частного положения. Следы прямой.

Линии занимают особое положение в начертательной геометрии. Используя линии можно создать наглядные модели многих процессов и проследить их течение во времени. Линия позволяет установить и исследовать функциональную зависимость между различными величинами. Кроме самостоятельного значения линия широко используется при конструировании поверхностей различных технических форм.

При определении геометрических фигур в геометрии принято исходить из основных понятий – точка, прямая, плоскость, расстояние. На основании этого **линия – траектория перемещения точки**. Если учесть, что положение точки при ее движении будет зависеть от непрерывно меняющейся величины d – расстояния до точки от начала координат (параметр), то **линия – есть непрерывное однопараметрическое множество точек** (рис. 2.1).

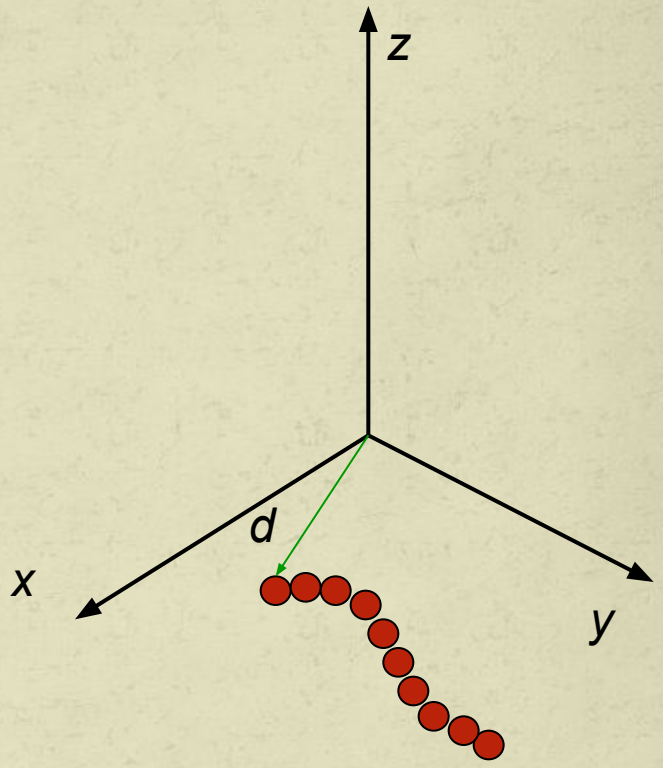


Рис. 2.1

Простейшей линией является **прямая**. Прямая линия в пространстве вполне определяется положением двух любых ее точек, либо двумя пересекающимися плоскостями.

Для того, чтобы построить эпюр прямой линии, достаточно построить проекции двух ее точек и провести через одноименные проекции точек проекции прямой.

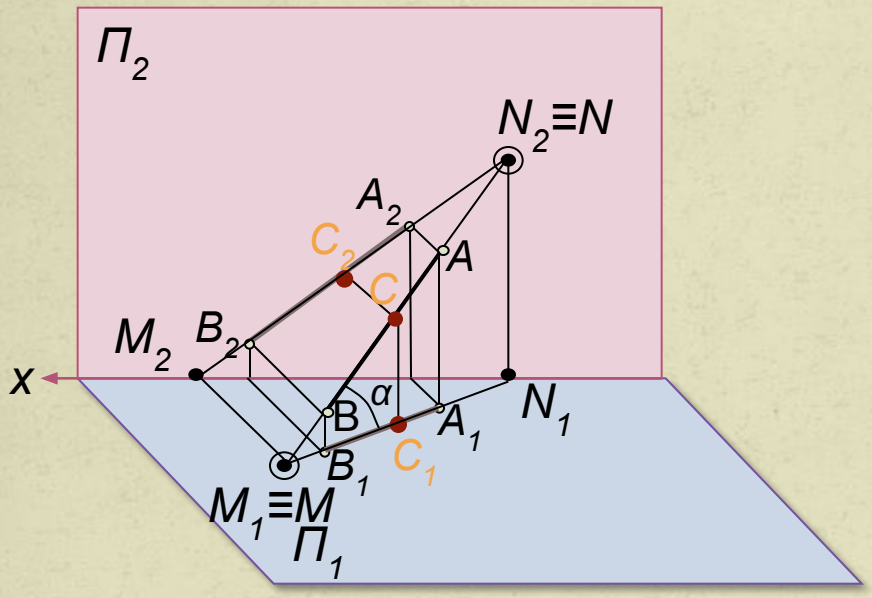
На рис. 2.2 отрезок прямой *AB* занимает произвольное положение относительно всех плоскостей проекций. Такая прямая называется **прямой общего положения**. У нее угол наклона к плоскостям проекций не равен 90° и она пересекает все плоскости проекций. Отрезок прямой общего положения проецируется на плоскость проекций с искажением: $A_1B_1 = \cos\alpha \cdot AB$. Проекция отрезка прямой общего положения всегда меньше длины самого отрезка. Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется **следом прямой**.

Положение точки относительно прямой

Известно, что **точка принадлежит прямой, следовательно одноименные проекции точки будут принадлежать одноименным проекциям прямой**.

И если **точка делит отрезок в определенном отношении, то проекции точки делят проекции отрезка прямой в том же соотношении**.

$$((\cdot)\ C \in [AB] \wedge C_1 \in [A_1B_1] \wedge C_2 \in [A_2B_2]) \Rightarrow AC/CB = A_1C_1/C_1B_1 = A_2C_2/C_2B_2 = m/n$$


П2
N2≡N
A2
C2
A
C
M2
B2
x
α
B
A1
N1
C1
B1
M1≡M
П1

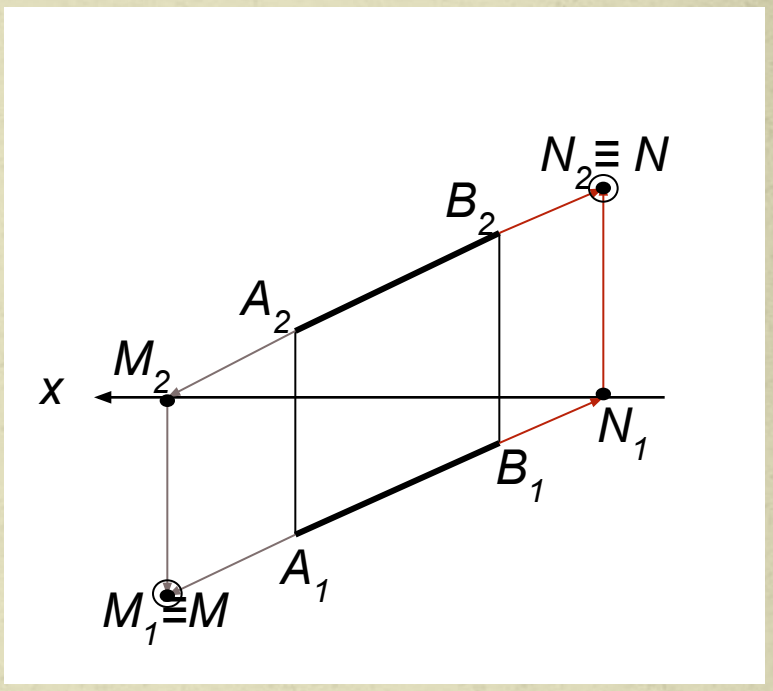

N2≡ N
B2
A2
M2
x
N1
B1
A1
M1≡M

Рис. 2.2

Прямые частного положения

Если прямая в пространстве параллельна и (или) перпендикулярна какой-либо плоскости проекций, то такая прямая называется **прямой частного положения**.

К прямым частного положения относятся прямые уровня и проецирующие прямые.

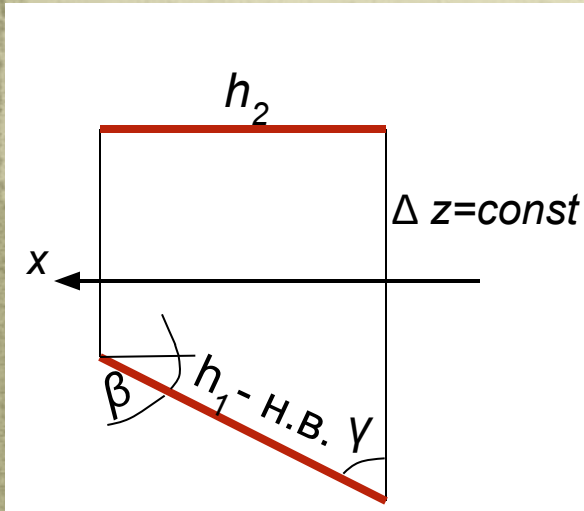
Прямые уровня – прямые, параллельные какой-либо плоскости проекций (рис. 2.3). В частных случаях прямые могут лежать в плоскостях проекций – *линии нулевого уровня*.

Проецирующие прямые – перпендикулярные какой-либо плоскости проекций (дважды прямые уровня) (рис. 2.4). Частный случай – прямые лежат на осях проекций.

Горизонталь (h)

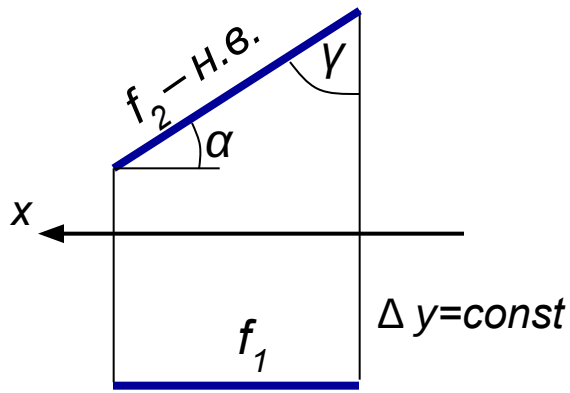
Фронталь (*f*)

Профильная прямая уровня (задается только отрезком)



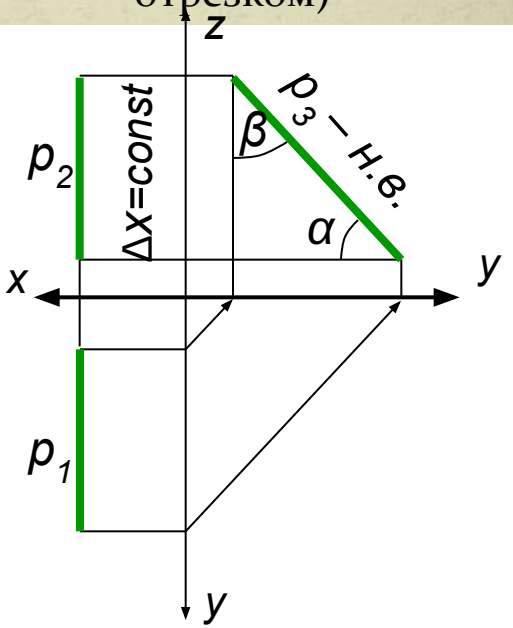
$h \| \Pi_1 \, (h_2 \parallel x;\ h_2,\ h_3 \perp z)$

Нет горизонтального следа



$f \| \Pi_2 \, (f_1 \parallel x;\ f_3 \perp y)$

Нет фронтального следа

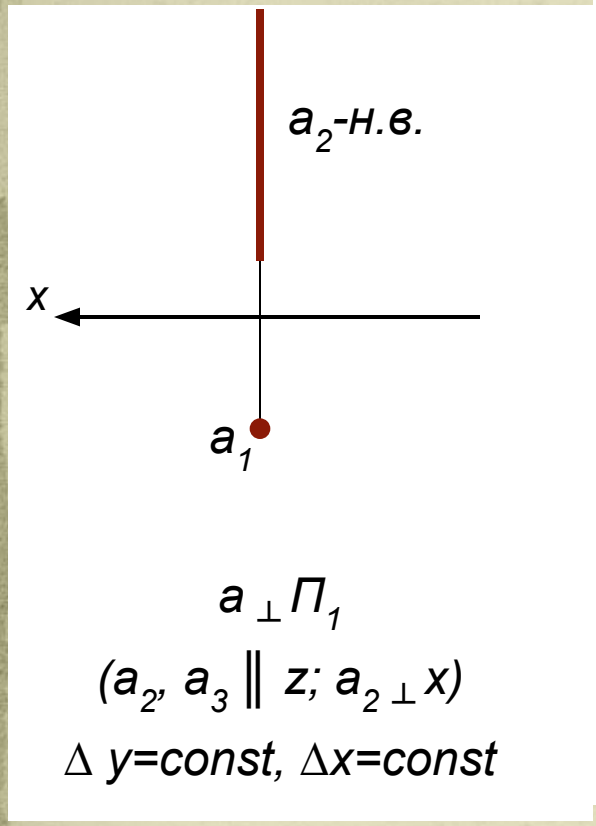


$p \| \Pi_3 \, (p_1,\ p_2 \perp x)$

Нет профильного следа

Рис. 2.3

Горизонтально-проецирующая прямая

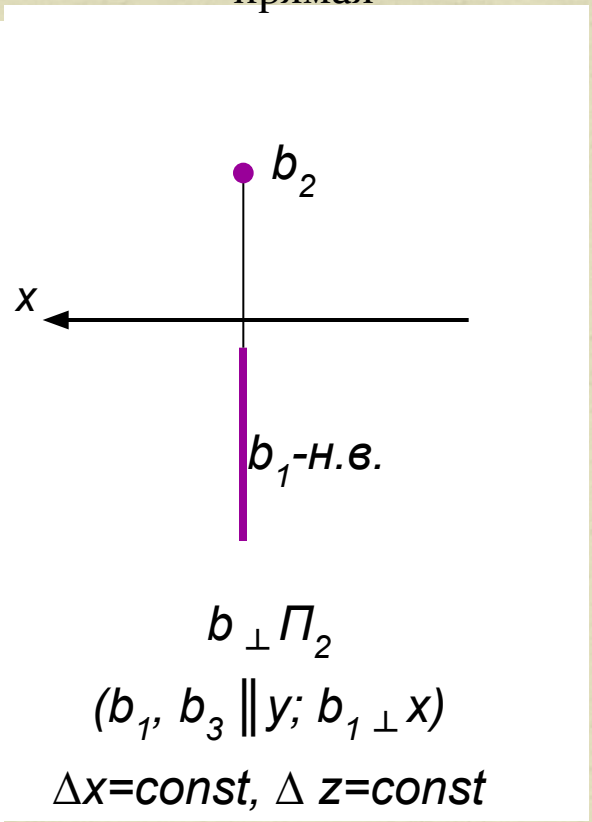


$a \perp П_1$

$(a_2, a_3 \parallel z;\ a_2 \perp x)$

$\Delta\ y=const,\ \Delta x=const$

Фронтально-проецирующая прямая

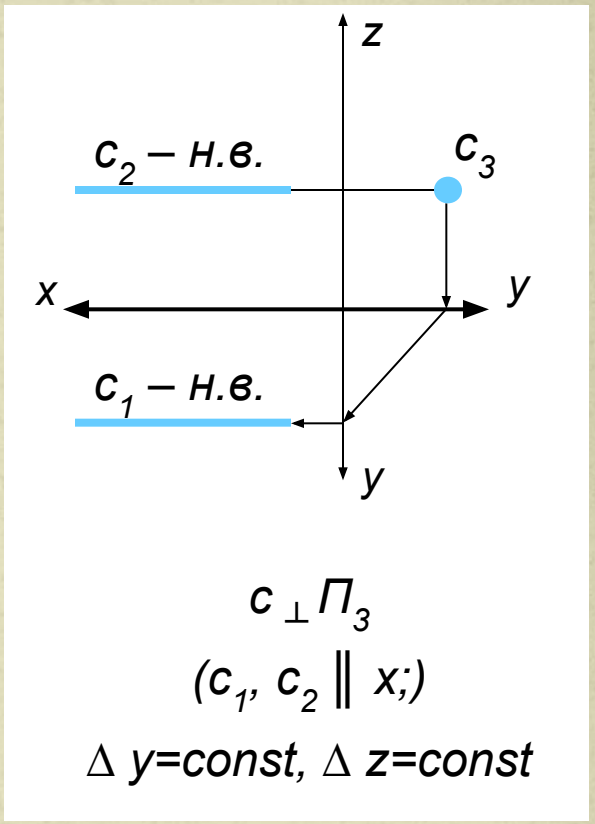


$b \perp П_2$

$(b_1, b_3 \parallel y;\ b_1 \perp x)$

$\Delta x=const,\ \Delta\ z=const$

Профильно-проецирующая прямая



$c \perp П_3$

$(c_1, c_2 \parallel x;)$

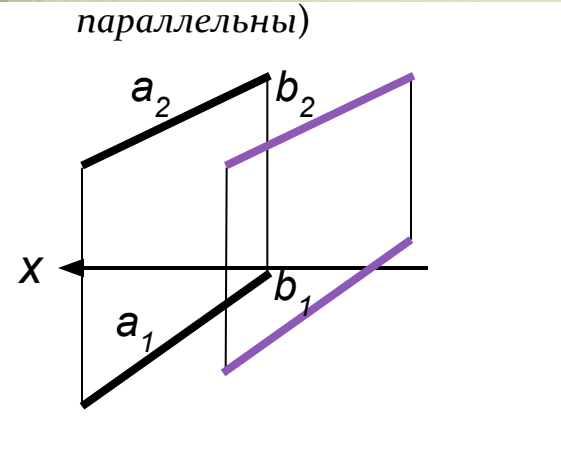
$\Delta\ y=const,\ \Delta\ z=const$

Рис. 2.4

2. Взаимное положение прямых

Две прямые в пространстве могут быть взаимно параллельны, пересекаться или скрещиваться (рис. 2.5).

Параллельные прямые лежат в одной плоскости и не имеют общей точки (*их одноименные проекции параллельны*)

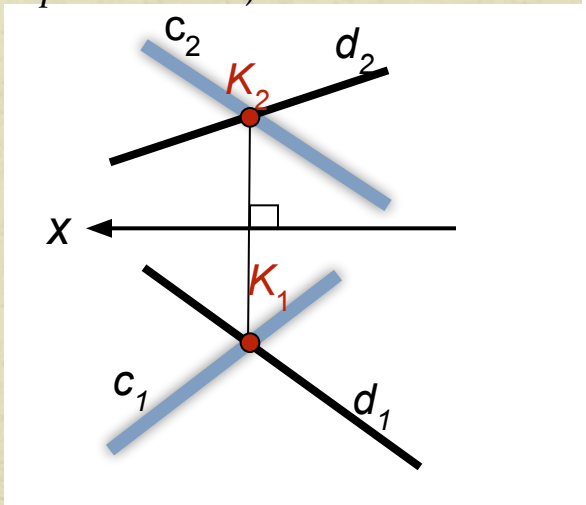


а)

$a \parallel b \Rightarrow a_1 \parallel b_1,$

$a_2 \parallel b_2$

Пересекающиеся прямые лежат в одной плоскости и имеют общую точку (*их одноименные проекции пересекаются*)

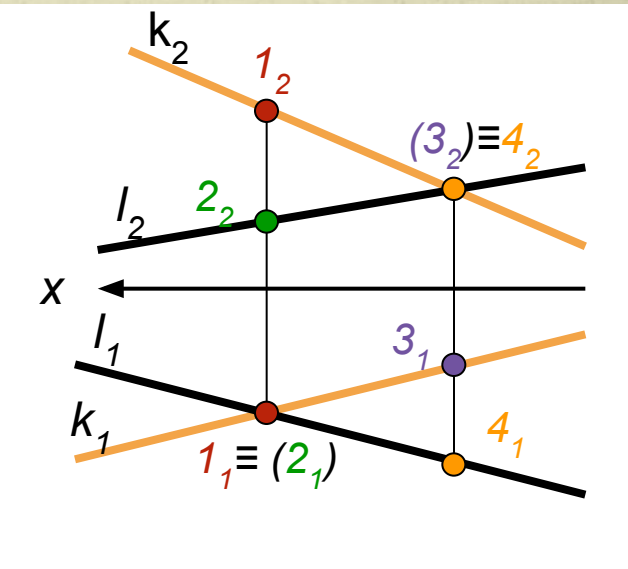


б)

$c \cap d \Rightarrow c_1 \cap d_1 = K_1,$

$c_2 \cap d_2 = K_2$

Скрещивающиеся прямые не лежат в одной плоскости и не имеют общей точки



в)

Точки *1* и *2* совпадают на $П_1$ – **горизонтально конкурирующие точки;** *3* и *4* – **фронтально конкурирующие точки** (совпадают на $П_2$)

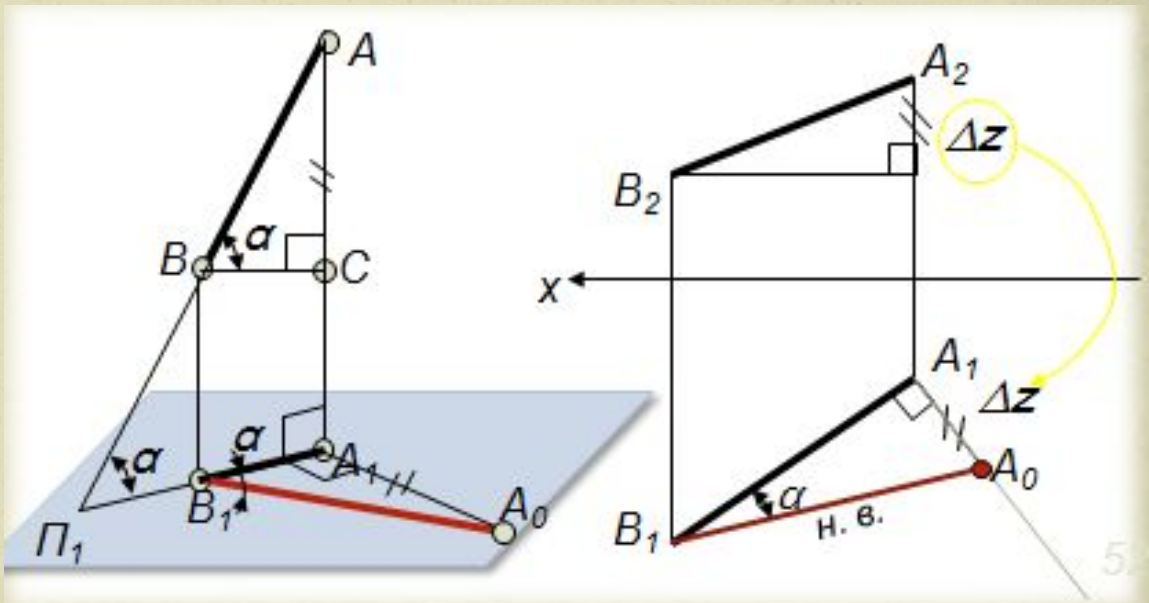
Видимой считается точка, наиболее удаленная от оси x.

Рис. 2.5

3. Определение натуральной величины прямой и углов наклона ее к плоскостям проекций (правило треугольника)

Так как проекции прямой общего положения всегда меньше самой прямой (рис. 2.5), то для определения на эпюре натуральной длины отрезка прямой общего положения можно воспользоваться **правилом (способом) треугольника.**

Натуральная величина прямой общего положения, заданного проекциями, есть гипотенуза прямоугольного треугольника, один катет которого – любая проекция, а второй – разность координат концов отрезка до той плоскости, с которой взят первый катет .

Угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций ($\angle\alpha$) определяется как угол, составленный натуральной проекцией прямой с ее проекцией на этой плоскости проекций.

Углы наклона прямой к фронтальной и профильной плоскостям проекций ($\angle\beta$ и $\angle\gamma$, соответственно) определяются аналогично.