

Разбор и решение задания ОГЭ по математике

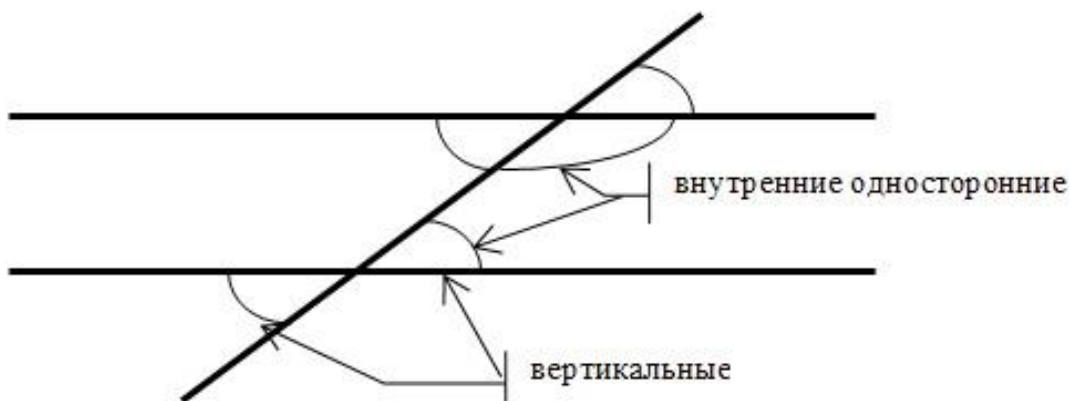
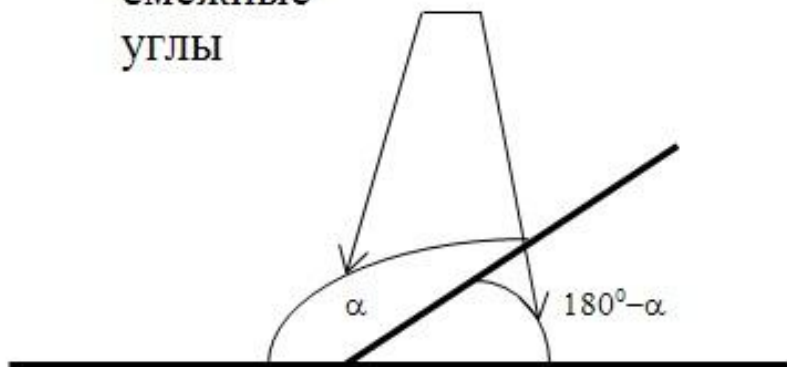
Цель работы:

- ✓ Научиться решать задание из ОГЭ модуля «Геометрия»
- ✓ Подкорректировать усвоенные знания, умения и навыки.

Так как задания основаны на теории по теме "треугольники", рассмотрим базовые понятия, определения и формулы.

Вначале предлагаю рассмотреть **углы на плоскости**:

смежные
углы



Смежные углы — это углы, у которых одна сторона — общая, а другие стороны лежат на одной прямой.

Вертикальные углы — это пары углов с общей вершиной, которые образованы при пересечении двух прямых так, что стороны одного угла являются продолжением сторон другого.

Внутренние односторонние углы - это углы, которые лежат внутри между прямыми по одну сторону от секущей.

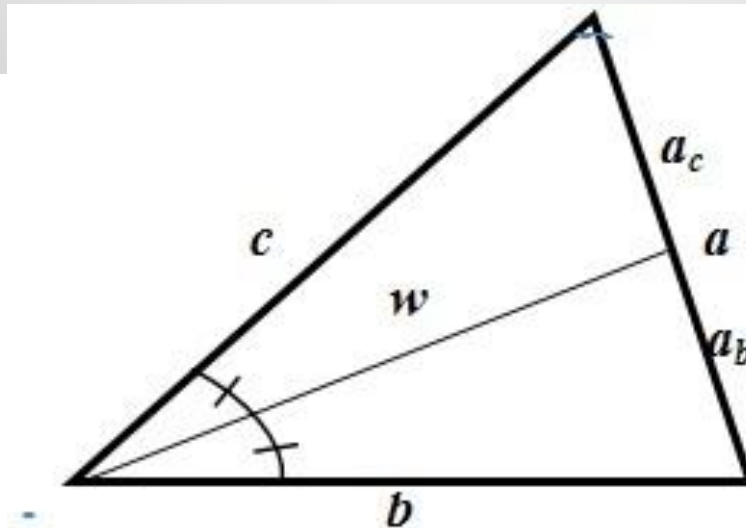
Многие задачи построены на нахождении **медиан и биссектрис** треугольника:

Биссектриса – отрезок, выходящий из вершины треугольника и делящий угол пополам.

Биссектриса делит противоположащую сторону на части , пропорциональные прилежащим сторонам: $ab : ac = b : c$

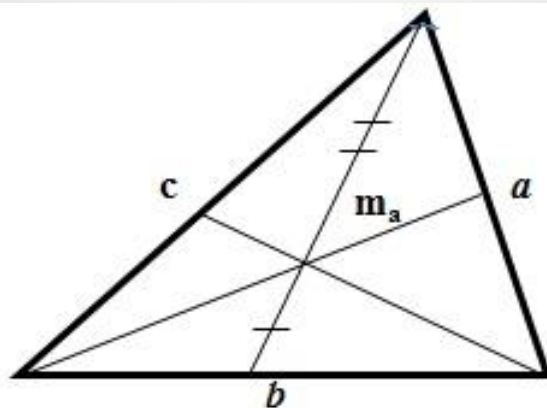
Биссектриса делит площадь треугольника, пропорционально прилежащим сторонам.

Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.



$$w = \sqrt{b \cdot c - a_b \cdot a_c}$$

Медиана:

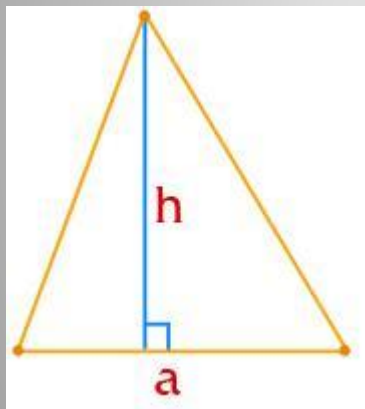


Медиана – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

- Медианы треугольника точкой их пересечения делятся в отношении 2:1 (считая от вершины треугольника).
- Медиана делит треугольник на два треугольника с равными площадями.

- $$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} \qquad a = \frac{2}{3} \sqrt{2(m_b^2 + m_c^2) - m_a^2}$$

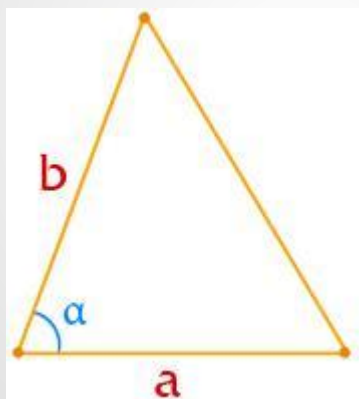
Теперь вспомним **основные формулы нахождения площади треугольника:**



1

$$S = \frac{1}{2} ah$$

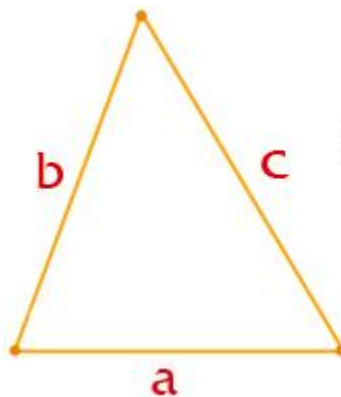
Через основание и высоту



1

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

Через две стороны и угол



$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

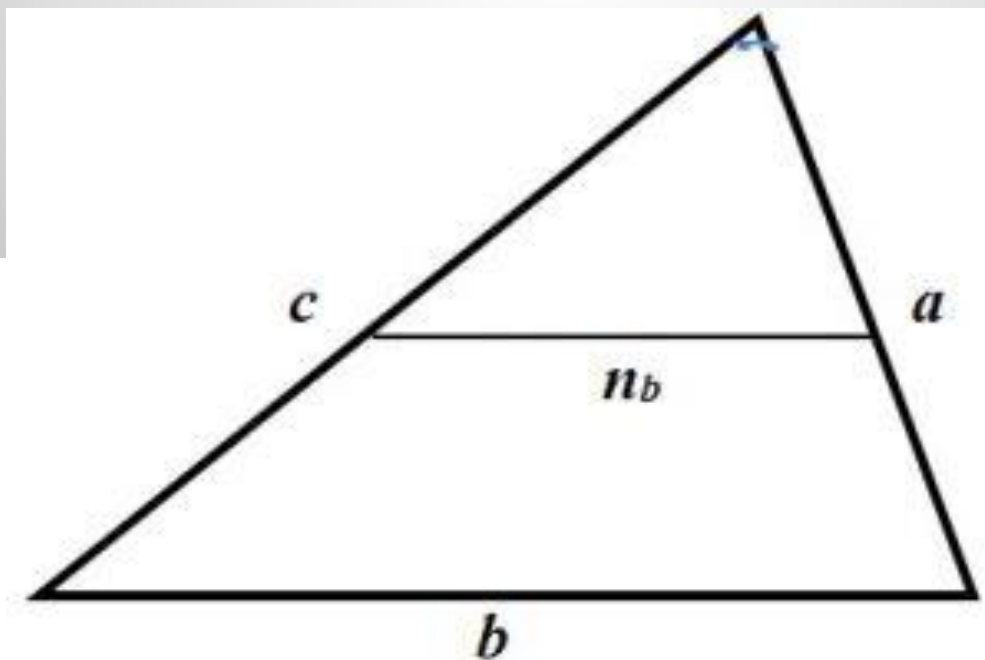
$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

По формуле Герона

Во многих задачах встречается понятие **средняя линия**:

Средняя линия – отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.

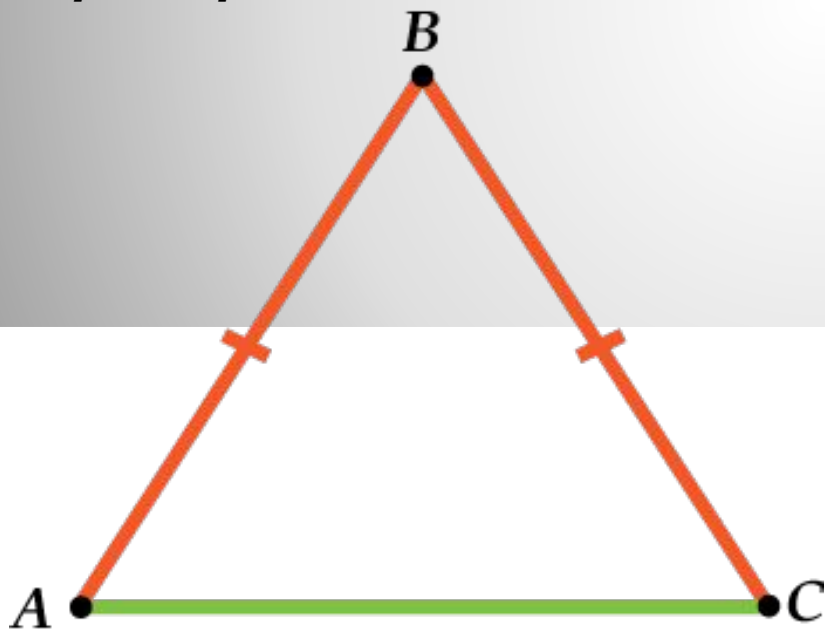
- **Средняя линия** параллельна третьей стороне и равна её половине.
- **Средняя линия** отсекает подобный треугольник, площадь которого равна одной четверти от исходного.



Теперь рассмотрим частные случаи треугольников - равнобедренный, равносторонний, прямоугольный.

Перейдем к рассмотрению **равнобедренного треугольника**:

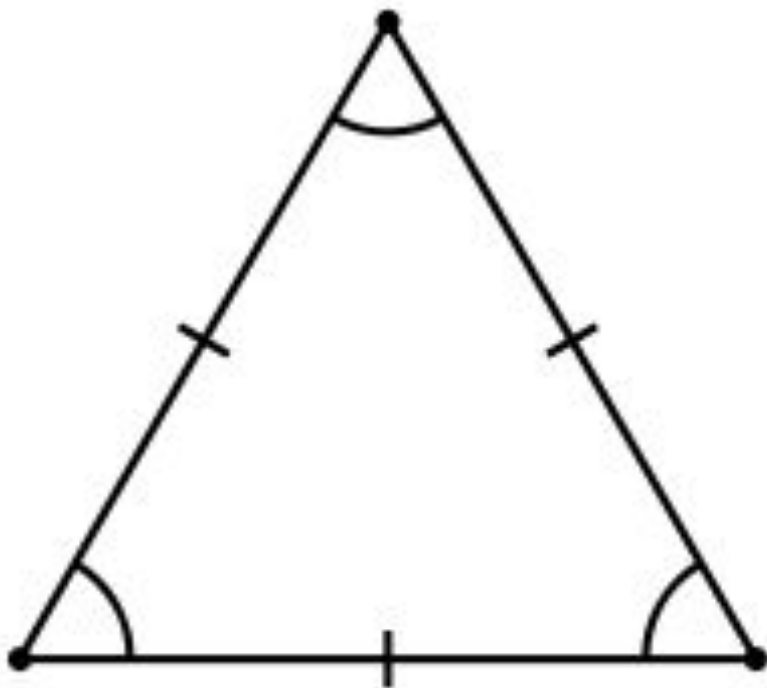
Равнобедренный треугольник - треугольник, у которого две стороны равны.



Свойства равнобедренного треугольника:

- Углы, при основании треугольника, равны.
- Высота, проведенная из вершины, является биссектрисой и медианой.

Рассмотрим **равносторонний треугольник**:
Равносторонний треугольник - треугольник, у которого все стороны равны.



Свойства равностороннего треугольника:

- Все углы равны 60° .
- Каждая из высот является одновременно биссектрисой и медианой.
- Центры описанной и вписанной окружностей совпадают.

Прямоугольный треугольник

Треугольник называется **прямоугольным**, если один из его углов прямой.

Стороны, прилежащие к прямому углу называются **катетами**, а сторона, лежащая против прямого угла, – **гипотенузой**.

Для прямоугольного треугольника справедливы следующие утверждения:

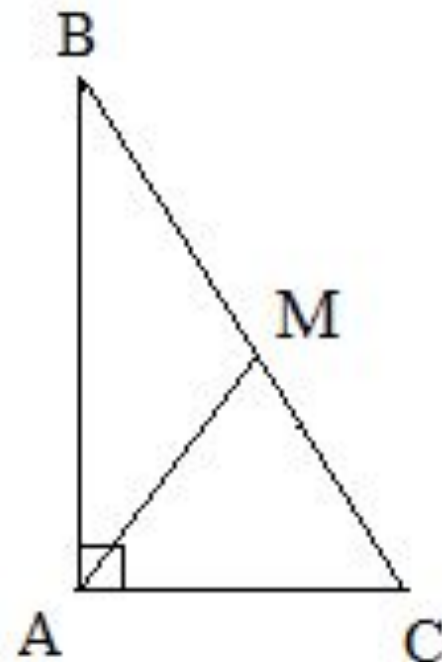
- **Теорема Пифагора.** В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов:

$$AC^2 + AB^2 = BC^2$$

- Сумма острых углов треугольника равна 90° :

$$\angle B + \angle C = 90^\circ$$

- Катет, лежащий против угла, равен половине гипотенузы.
- Две высоты прямоугольного треугольника совпадают с его катетами.
- Центр описанной окружности прямоугольного треугольника лежит на середине гипотенузы.
- Медиана прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла на гипотенузу, является радиусом описанной около этого треугольника окружности.



Задача №1

В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла BAC. Ответ дайте в градусах.

Решение.

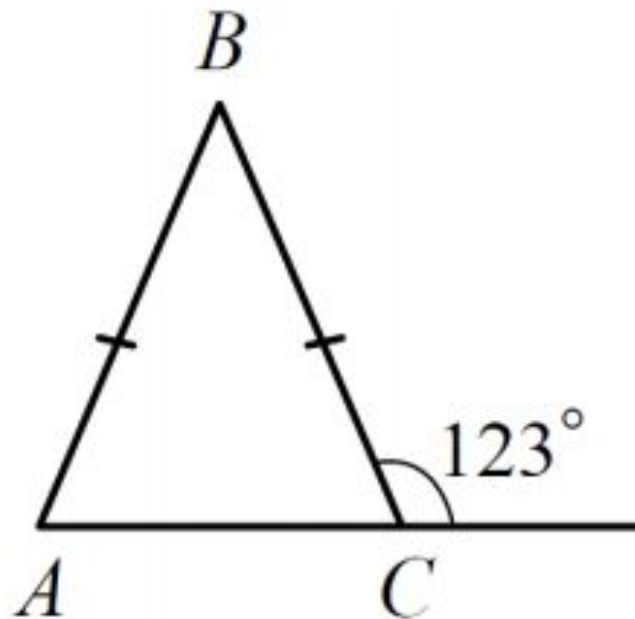
По свойству смежных углов, величина угла BCA найдется:

$$\angle BCA = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ.$$

Известно, что в равнобедренном треугольнике углы при основании равны, значит

$$\angle BAC = \angle BCA = 57^\circ.$$

Ответ: 57



Задача №2

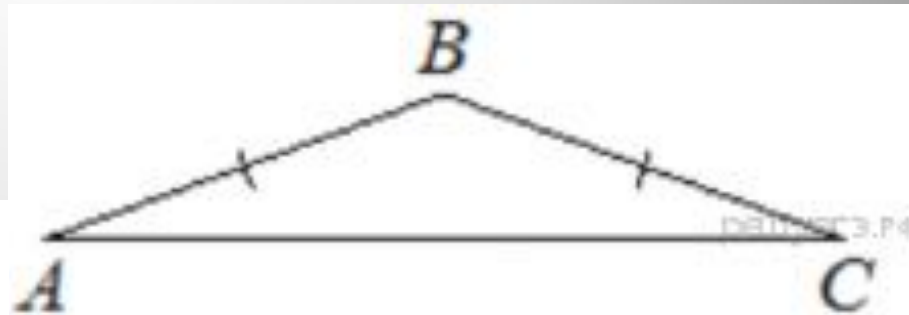
В треугольнике ABC известно, что $AB=BC$. Угол $ABC=102^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.

Решение.

Треугольник ABC –
равнобедренный,
Следовательно,

$$\angle BCA = \frac{180^\circ - 102^\circ}{2} = 39^\circ$$

Ответ: 39



Задача №3

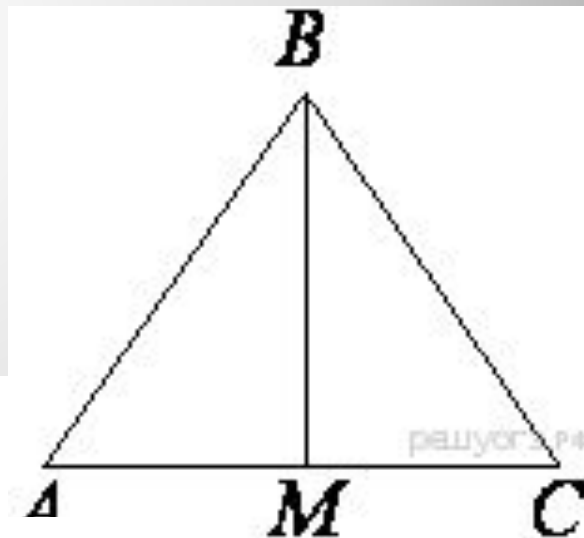
В треугольнике ABC $AB=BC=15$, $AC=24$. Найдите длину медианы BM.

Решение.

Треугольник ABC – равнобедренный, поэтому медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой. Из прямоугольного треугольника ABM по теореме Пифагора найдем BM:

$$BM = \sqrt{AB^2 - AM^2} = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9.$$

Ответ: 9



Задача №4

Два катета прямоугольного треугольника равны 15 и 4. Найдите его площадь.

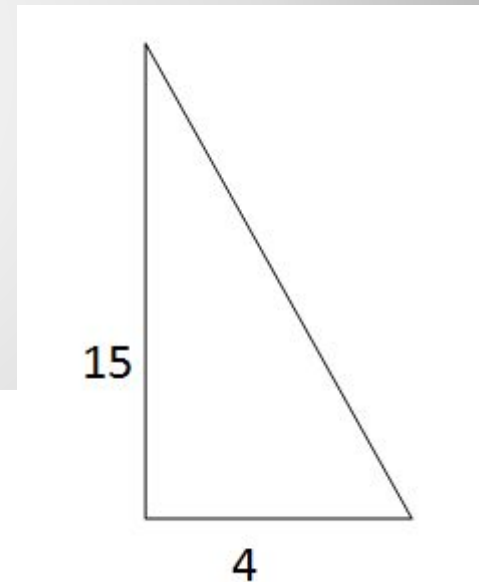
Решение

Формула площади для прямоугольного треугольника выглядит следующим образом:

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

Это следует из того, что один из катетов является высотой к основанию, которым является второй катет. Следовательно,
 $S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 4 = 30$

Ответ:30



Задача №5

Сторона равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его высоту.

Решение

Вспоминаем, что в равностороннем треугольнике высота является и медианой и биссектрисой.

Для медианы, а значит и для высоты, формулу я приводил чуть выше:

$$m = (a \cdot \sqrt{3}) / 2$$

Подставим значение:

$$m = (12\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}) / 2 = (12 \cdot 3) / 2 = 36 / 2 = 18$$

Ответ: 18.

