

Теорема косинусов

1. Математический диктант.

| Фамилия Имя Класс Вариант | | | | |
|---------------------------|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | | | | |

1 вариант

1. Закончи предложение.

Квадрат любой стороны
треугольника равен ...

- а) сумме квадратов двух других сторон, минус произведение этих сторон на косинус угла между ними;
- б) сумме квадратов двух других его сторон;
- в) сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.

2 вариант

1. Выберите верное утверждение:

- а) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон.
- б) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними.
- в) Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, минус произведение этих сторон на косинус угла между ними.

1 вариант

2. Заполни пропуски.

В $\triangle ESR$:

$$\dots^2 = SE^2 + ER^2 - 2 \cdot SE \cdot ER \cdot \cos E$$

а) SE ; б) SR ; в) ER .

3. В $\triangle CDO$ известны стороны CD и CO . Величину, какого угла необходимо знать, чтобы найти длину стороны DO ? а) $\angle C$; б) $\angle D$; в) $\angle O$.

4. Дан $\triangle DEF$. Выберите верное равенство:

а) $DE^2 = EF^2 + DF^2 - EF \cdot DF \cdot \cos E$

б) $EF^2 = DE^2 + DF^2 - 2 \cdot DE \cdot DF \cdot \cos D$

в) $DF^2 = DE^2 + EF^2 - 2 \cdot DE \cdot EF \cdot \cos D$

5. В $\triangle СKE$ найдите сторону CE , если $CK = 6$, $KE = 8$, $\angle K = 60^\circ$?

а) 52 ; б) 4 ; в) $2\sqrt{13}$

2 вариант

2. Заполни пропуски.

В $\triangle KHT$:

$$KH^2 = HT^2 + \dots^2 - 2 \cdot HT \cdot \dots \cdot \cos T$$

а) KH ; б) HT ; в) TK .

3. В $\triangle ABC$ известны: длина стороны BC и величина угла C . Чтобы вычислить сторону AB , нужно знать:

а) AC ; б) $\angle B$; в) $\angle C$.

4. Дан $\triangle DEF$. Выберите верное равенство:

а) $DE^2 = EF^2 + DF^2 - EF \cdot DF \cdot \cos E$

б) $DF^2 = DE^2 + EF^2 - 2 \cdot DE \cdot EF \cdot \cos D$

в) $EF^2 = DE^2 + DF^2 - 2 \cdot DE \cdot DF \cdot \cos D$

5. В $\triangle KHN$ найдите сторону KN , если $KH = 2\sqrt{2}$, $HN = 5$, $\angle H = 45^\circ$.

а) 53 ; б) 13 ; в) $\sqrt{13}$

Ответы:

1 вариант

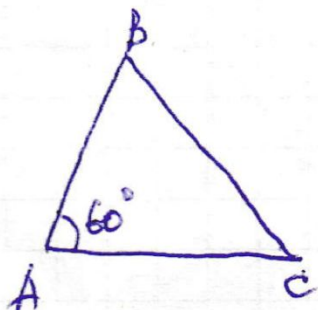
| | | | | |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|
| Фамилия Имя Класс | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| В | б | а | б | В |

2 вариант

| | | | | |
|-------------------|----------|----------|----------|----------|
| Фамилия Имя Класс | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| б | В | а | В | В |

45. Две стороны треугольника, угол между которыми равен 60° , относятся как $5 : 8$, а третья сторона равна 21 см. Найдите неизвестные стороны треугольника.

~45



$$\begin{array}{l} \Delta ABC \\ \angle A = 60^\circ \\ AB : AC = 5 : 8 \\ BC = 21 \\ \hline AB, AC = ? \end{array}$$

x - возм. пропор-ция.

$$AB = 5x$$

$$AC = 8x$$

$$BC = 21$$

по Т.Кос: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$.

$$441 = 25x^2 + 64x^2 - 80x^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$49x^2 = 441$$

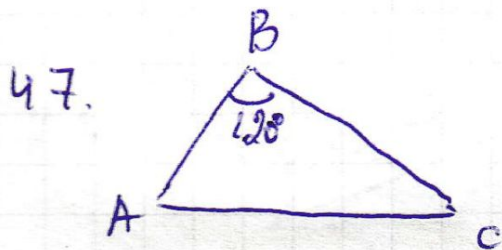
$$x^2 = \frac{441}{49}$$

$$x = \frac{21}{7} = 3$$

$$AB = 15$$

$$BC = 21$$

47. Сумма двух сторон треугольника, образующих угол 120° , равна 8 см, а длина третьей стороны составляет 7 см. Найдите неизвестные стороны треугольника.



$$\begin{array}{l} \triangle ABC \\ \angle B = 120^\circ \\ AB + BC = 8 \\ AC = 7 \\ \hline AB, BC = ? \end{array}$$

Пусть $AB = x$ см
 $BC = (8 - x)$ см.

по т. Косинусов:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \underbrace{\cos 120^\circ}_{= -\cos 60^\circ}$$

$$49 = x^2 + (8 - x)^2 + 2 \cdot x \cdot (8 - x) \cdot \frac{1}{2}$$

$$x^2 + 64 - 16x + x^2 + 8x - x^2 = 49$$

$$x^2 - 8x + \underbrace{15}_{3 \cdot 5} = 0$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 5$$

$$AB = 3$$

$$BC = 5$$

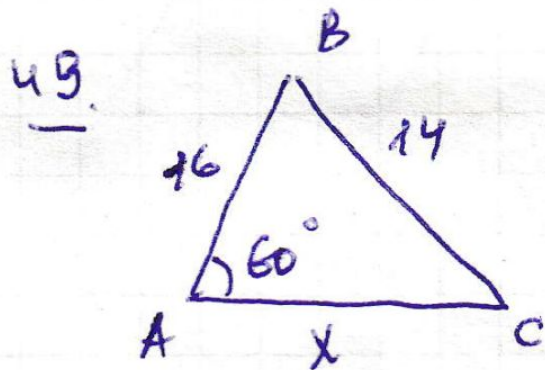
или

$$AB = 5$$

$$BC = 3$$

ответ: 3 и 5

49. Две стороны треугольника равны 16 см и 14 см, а угол, противолежащий меньшей из известных сторон, равен 60° . Найдите неизвестную сторону треугольника.



По т. косинусов:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ$$

$$196 = 256 + x^2 - 2 \cdot 16 \cdot x \cdot \frac{1}{2}$$

$$196 = 256 + x^2 - 16x$$

$$x^2 - 16x + 60 = 0$$

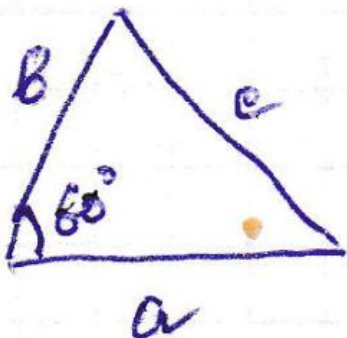
$$\begin{matrix} 10 & 6 \end{matrix}$$

$$x_1 = 10$$

$$x_2 = 6$$

10 или 6.

53. Одна из сторон треугольника в 2 раза больше другой, а угол между этими сторонами составляет 60° . Докажите, что данный треугольник является прямоугольным.



$\triangle ABC$
 $a > b$ в 2 раза
 $\angle C = 60^\circ$

Дока: $\triangle ABC$ - прямоугольный.

Пусть $b = x$

$a = 2x$

по Т. косинусов:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos 60^\circ$$

$$c^2 = x^2 + 4x^2 - 4x^2 \cdot \frac{1}{2} = 5x^2$$

Имеем:

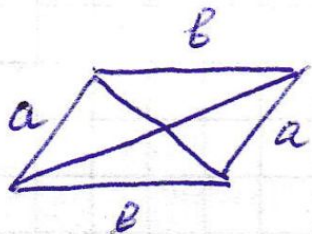
$$\begin{array}{l} a = 2x \\ b = x \\ c = 5x^2 \end{array} \Bigg| \Rightarrow \begin{array}{l} a^2 + b^2 = c^2 \\ 4x^2 + x^2 = 5x^2 \\ \underline{5x^2 = 5x^2} \end{array}$$

по Т. обратной Т. Пифагора

$$\angle C = 90^\circ$$

$\triangle ABC$ - прямоугольный.

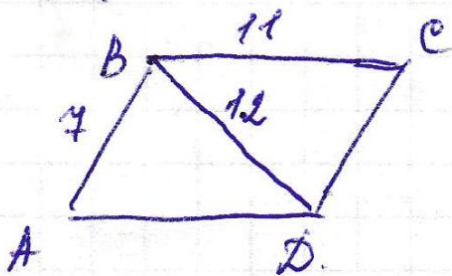
K.3-1.



$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

56. Две стороны параллелограмма равны 7 см и 11 см, а одна из диагоналей — 12 см. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

~ 56.



ABCD - паралл. |
 $AB = 7$
 $BC = 11$
 $d_1 = 12$

 $d_2 = ?$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2a^2 + 2b^2$$

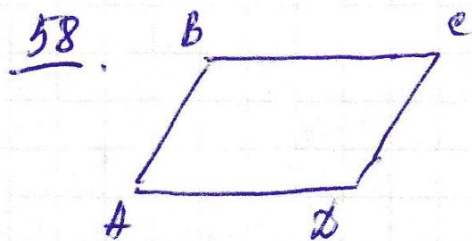
$$144 + x^2 = 2(49 + 121)$$

$$x^2 = 340 - 144 = 196$$

$$x = 14$$

$$d_2 = 14.$$

58. Диагонали параллелограмма равны 8 см и 14 см, а одна из сторон на 2 см больше другой. Найдите стороны параллелограмма.



ABCD - паралл.

$$d_1 = 8$$

$$d_2 = 14.$$

$$a > b \text{ на } 2 \text{ см}$$

$$a, b = ?$$

$$d_1^2 + d_2^2 = 2(a^2 + b^2)$$

$$\begin{cases} b = x \\ a = x + 2 \end{cases}$$

$$64 + 196 = 2(x^2 + x^2 + 4x + 4)$$

$$2x^2 + 4x + 4 = 130$$

$$2x^2 + 4x - 126 = 0 \quad | :2$$

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$\begin{array}{r} - 63 \\ \underline{+ 63} \\ 0 \end{array}$$

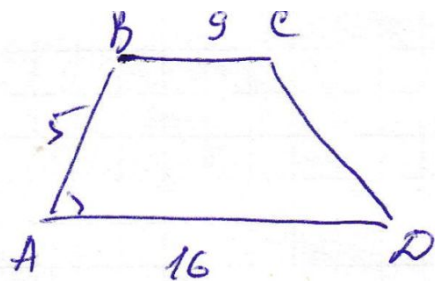
$$x = 7$$

$$b = 7$$

$$a = 9$$

отв: 7 и 9.

60. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) известно, что $AB = 5$ см, $BC = 9$ см, $AD = 16$ см, $\cos A = \frac{1}{7}$. Найдите сторону CD трапеции.



$ABCD$ -трап.

$$AB = 5$$

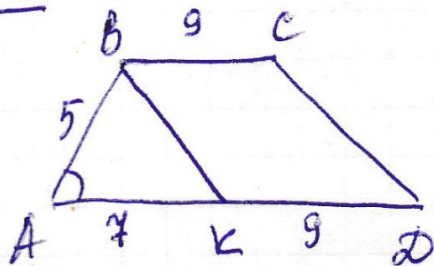
$$BC = 9$$

$$AD = 16$$

$$\cos A = \frac{1}{7}$$

$CD = ?$

60



1) Пров. $BK \parallel CD$, KD и CD - паралл.
 $BK = CD$.

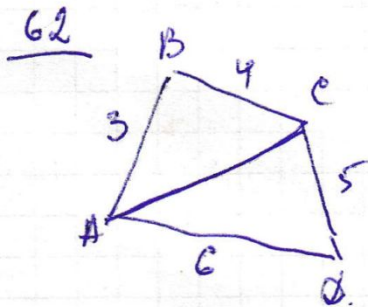
2) $\triangle ABK$: $AB = 5$
 $AK = 16 - 9 = 7$
 $\cos A = \frac{1}{7}$.

по Г. Косинусов: $BK^2 = 25 + 49 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \frac{1}{7}$

$$BK^2 = 74 - 10 = 64$$

$$\underline{BK = 8} \Rightarrow CD = 8$$

62. Найдите диагональ AC четырёхугольника $ABCD$, если около него можно описать окружность и $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $CD = 5$ см, $AD = 6$ см.



$ABCD$ ч.к.ч.
 Окр (O, R) -опис.
 $AB = 3$
 $BC = 4$
 $CD = 5$
 $AD = 6$

 $AC = ?$

①



Окр (O, R) -опис \Rightarrow сумма противоп. углов 180°

$$\cos A = -\cos C$$

$$\cos B = -\cos D.$$

②

по Т. Косинусов:

$$\triangle ABC: AC^2 = 9 + 16 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos B$$

$$\triangle ADC: AC^2 = 25 + 36 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos D$$

$$25 - 24 \cos B = 61 - 60 \cos D \quad | \Rightarrow$$

$$\text{но } \cos B = -\cos D$$

$$\Rightarrow 25 - 24 \cos B = 61 + 60 \cos B$$

$$84 \cos B = -36$$

$$\cos B = -\frac{36}{84} = -\frac{3}{7}$$

③

Имеем: $AC^2 = 9 + 16 - 24 \cdot \cos B$

$$AC^2 = 25 + 24 \cdot \frac{3}{7} = \frac{247}{7}$$

$$AC = \sqrt{\frac{247}{7}}$$

Домашнее задание: 9 ИМ, ФМ

1) До СРЕДЫ!!!!

Пройти по ссылке

<https://obrazovaka.ru/test/po-teme-teorema-kosinusov.html>

Выполнить тест (решать в тетради), сделать скрин результата и прислать мне через элжур.

2) № 48,50,52,57

3) К следующему уроку геометрии!!! В справочник!

Выполнить конспект §3 Теорема Синусов.

Ответить на вопросы после параграфа. Особое внимание обратить на следствие из Т. Синусов, т.к. именно оно чаще используется при решении задач. Рассмотреть задачи 1-4.

Пройти по ссылке и посмотреть видео по Теореме Синусов

<https://www.youtube.com/watch?v=5Bb24V8hxSo>