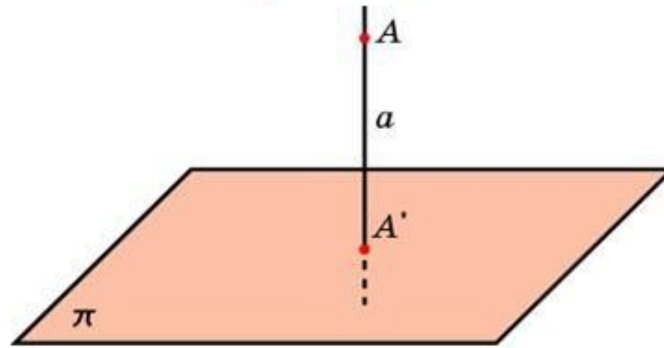


*** Ортогональная
проекция плоской
фигуры на плоскость
и ее площадь.**

ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Пусть дана плоскость π и точка A пространства. Через точку A проведем прямую a , перпендикулярную плоскости π . Точку пересечения прямой a с плоскостью π обозначим A' . Она называется **ортогональной проекцией** точки A на плоскость π .



Соответствие, при котором точкам A пространства сопоставляются их ортогональные проекции A' , называется **ортогональным проектированием** на плоскость π .

СВОЙСТВА

Поскольку ортогональное проектирование является частным случаем параллельного проектирования, для него справедливы все рассмотренные выше свойства параллельного проектирования.

Свойство 1. Если прямая перпендикулярна плоскости проектирования, то ее ортогональной проекцией является точка. Если прямая не перпендикулярна плоскости проектирования, то ее ортогональной проекцией является прямая.

Свойство 2. Ортогональное проектирование сохраняет отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой. В частности, при ортогональном проектировании середина отрезка переходит в середину соответствующего отрезка.

Свойство 3. Если две параллельные прямые не перпендикулярны плоскости проектирования, то их ортогональными проекциями являются две параллельные прямые или одна прямая.

Заметим, что ортогональное проектирование, также как и параллельное проектирование, не сохраняет длины отрезков и величины углов.

Свойства ортогонального проектирования

- Проекцией прямой является прямая.
- Проекцией параллельных прямых являются параллельные прямые.
- Сохраняется отношение отрезков, лежащих на параллельных прямых.

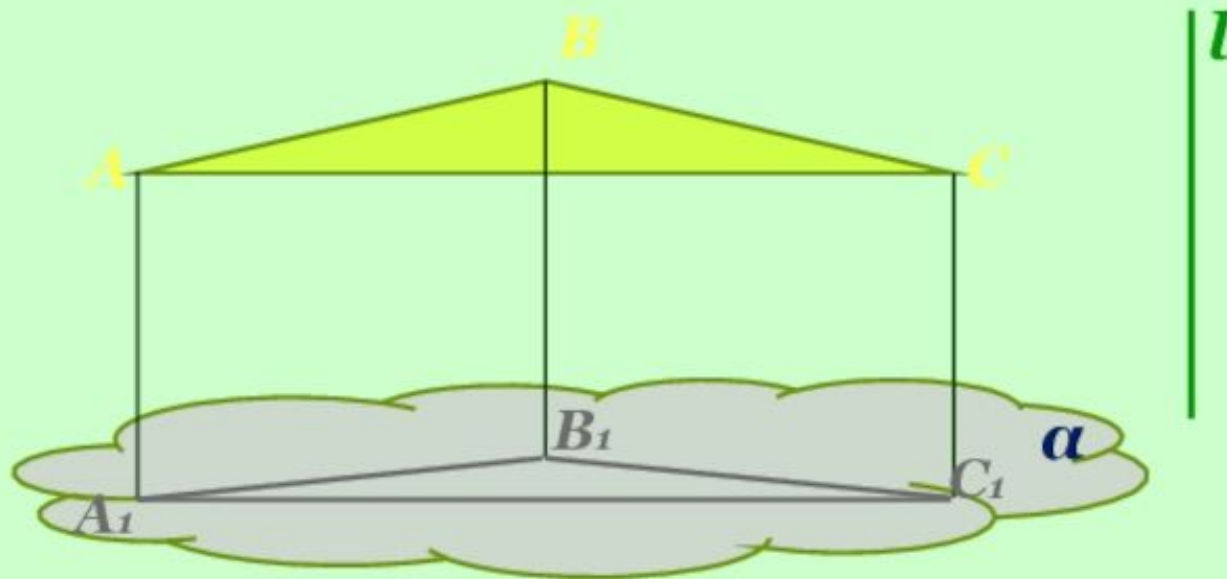
Ортогональная проекция фигуры
на плоскость:

$\triangle ABC$ и $\triangle A_1 B_1 C_1$ могут быть
равны,
а могут быть и не равны.

РАВНЫ: если $(ABC) \parallel \alpha$.

НЕ РАВНЫ: если угол между их
плоскостями $0^\circ < \gamma < 90^\circ$.

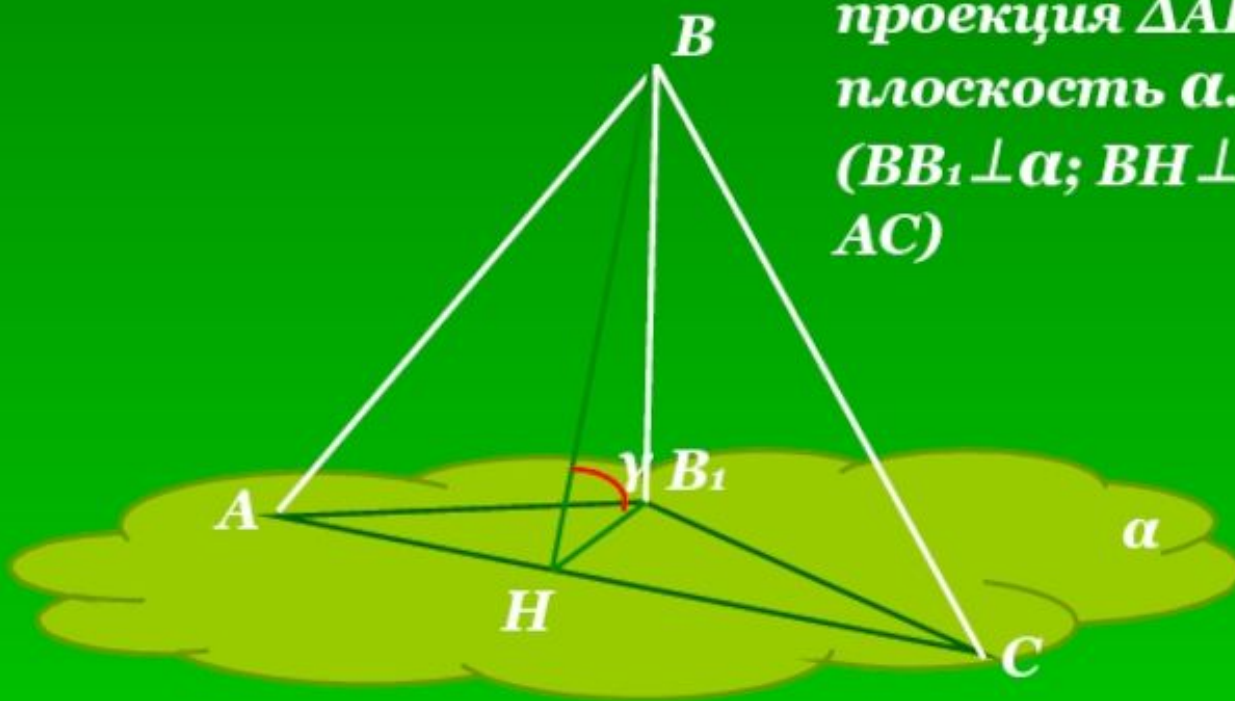
Ортогональная проекция фигуры
на плоскость:



$\Delta A_1 B_1 C_1$ – ортогональная
проекция ΔABC на плоскость α

Ортогональная проекция фигуры
на плоскость:

ΔAB_1C – ортогональная
проекция ΔABC на
плоскость α .
($BB_1 \perp \alpha$; $BH \perp AC$; $B_1H \perp$
 AC)



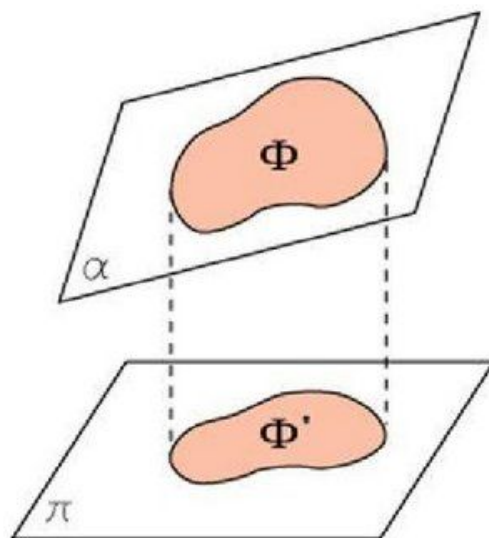
$$\angle((ABC); \alpha) = \angle((ABC); (A_1B_1C_1)) = \angle BHB_1 = \gamma$$

$$S_{\Delta A'B'C'} = S_{\Delta ABC} \cdot \cos \gamma$$

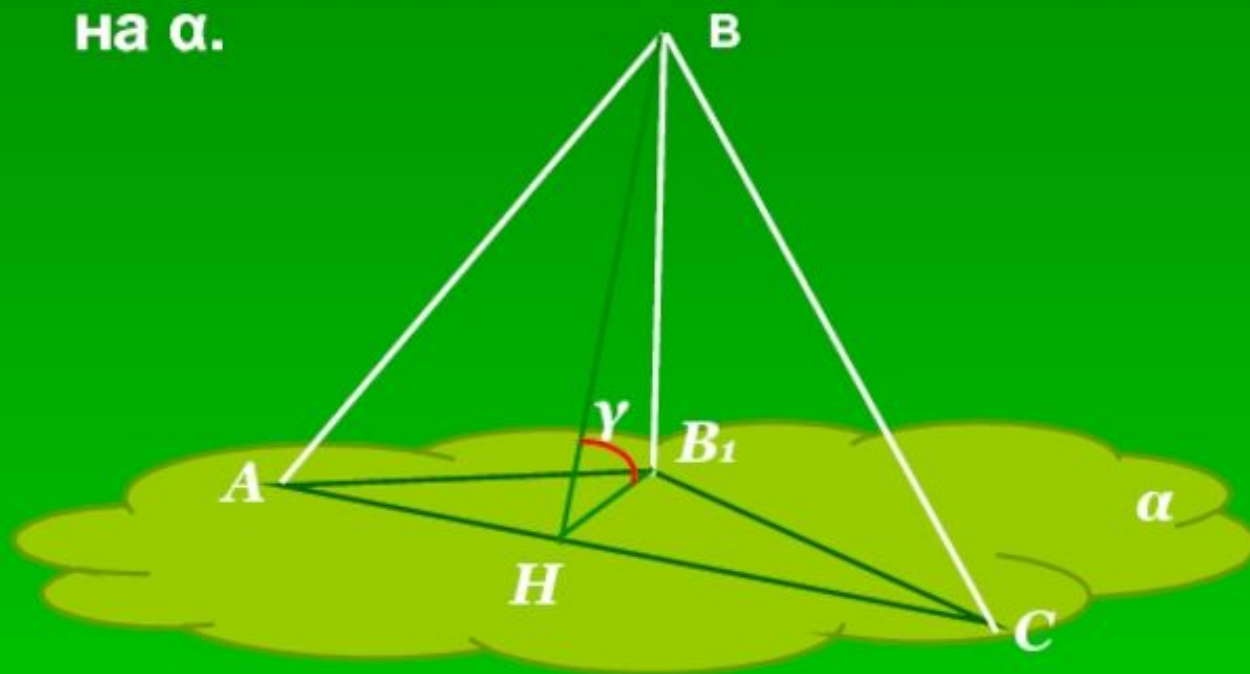
*Площадь ортогональной проекции
треугольника равна произведению площади
треугольника на косинус угла между их
плоскостями.*

ПЛОЩАДЬ

Теорема. Площадь S' ортогональной проекции плоской фигуры равна площади S этой фигуры, умноженной на косинус угла φ между плоскостью фигуры Φ и плоскостью проектирования, т.е. имеет место формула $S' = S \cdot \cos \varphi$.



Через сторону $AC = 10$ см равностороннего треугольника ABC проведена плоскость α , образующая с плоскостью треугольника угол 60° . Найти площадь проекции $\triangle ABC$ на α .



Ортогональной проекцией треугольника, площадь которого 420 является треугольник со сторонами 39; 17; 28 см. Найдите угол между плоскостями.