

Тема.

Элементы комбинаторики.
Комбинаторные правила суммы и
произведения.





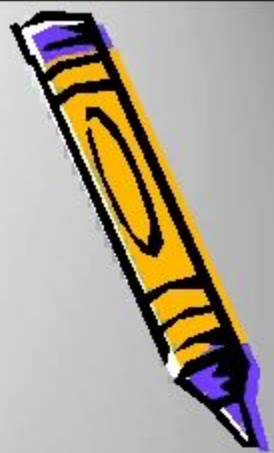
Правило суммы

Если элемент некоторого множества A можно выбрать t способами, а элемент множества B - n способами, то элемент из множества A или из B можно выбрать $t+n$ способами.

Например: если на блюде лежат 7 яблок и 4 груши, то выбрать один плод можно $7 + 4 = 11$ способами.

Правило суммы распространяется и на большее количество множеств.





Правило произведения

Если первый компонент пары можно выбрать m способами, а второй - n способами, то такую пару можно выбрать mn способами.

Например, из 6 видов конвертов без марок и 5 видов марок один конверт и одну марку можно выбрать $6 \cdot 5 = 30$ (способами).

Правило произведения распространяется и на упорядоченные тройки, четверки и любые другие упорядоченные конечные множества.



Элементы комбинаторики

- **Перестановки**

Пусть дано множество, состоящее из n элементов.

Перестановкой из n элементов называется размещение из n элементов по n элементов.

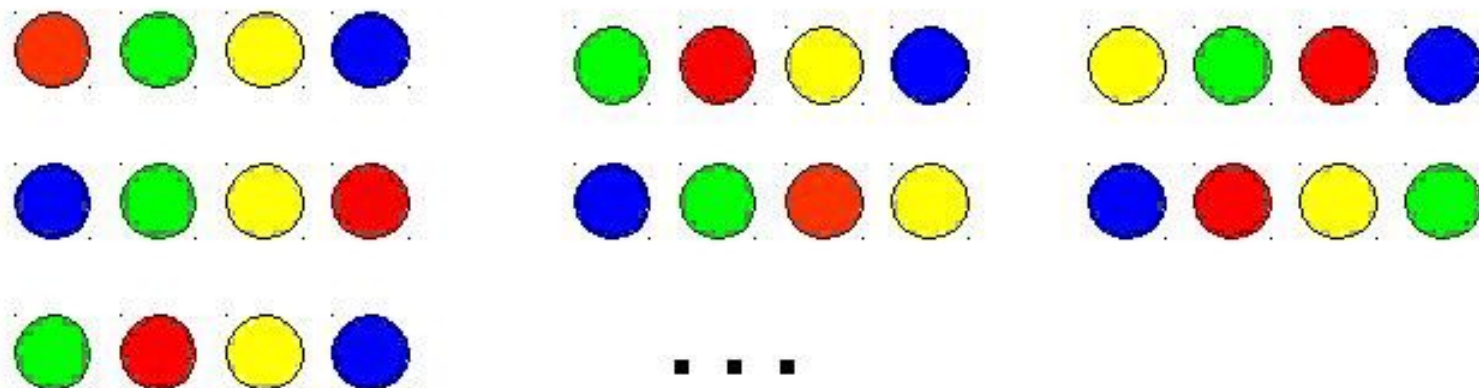
Различные перестановки отличаются друг от друга только порядком следования элементов.

$$P_n = A_n^n = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!, \quad \text{т.е. } P_n = n!$$

Основные правила

комбинаторики

Число перестановок (пример)



$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

Элементы комбинаторики

- **Размещения**

Пусть дано множество, состоящее из n элементов.

Размещением из n элементов по k элементов называется упорядоченное подмножество, содержащее k различных элементов данного множества. Эти подмножества могут отличаться друг от друга составом элементов или порядком их следования.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ – факториал числа n , $0! = 1$

Размещения с повторениями

Размещения из n элементов, в каждое из которых входит m элементов, причём один и тот же элемент может повторяться в каждом размещении любое число раз, но не более m называются **размещениями из n элементов по m с повторениями**.

$$\overline{A}_n^m = n^m$$

Пример 10

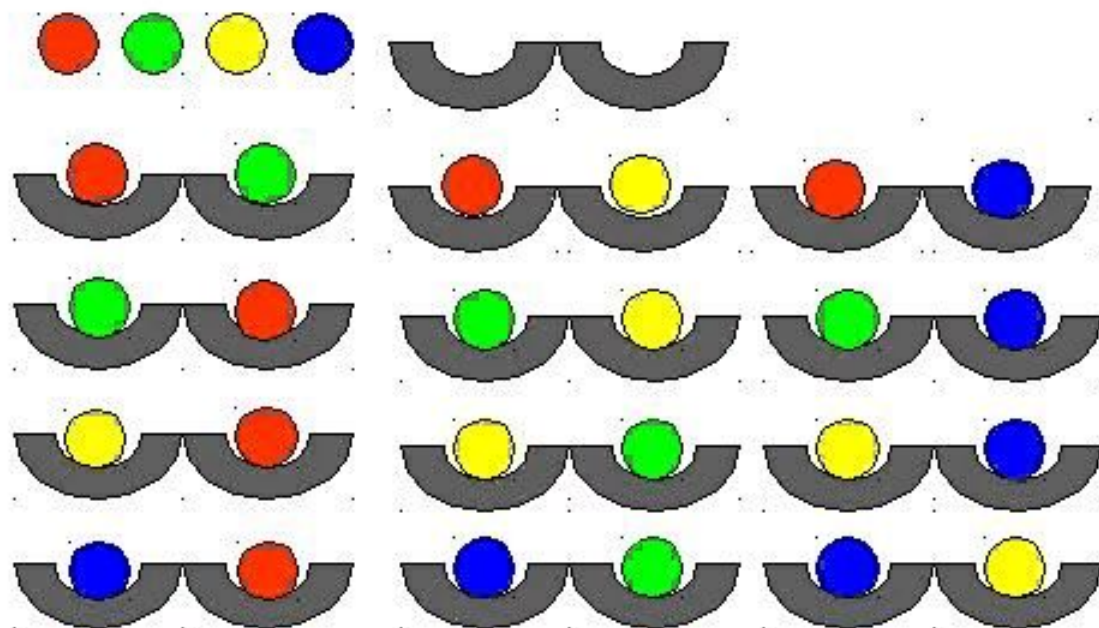
Телефонные номера одной фирмы состоят только из цифр 2,3,5,7. Сколько всего может быть телефонных номеров, если каждый номер семизначный?

$$\overline{A}_4^7 = 4^7 = 16384$$

Основные правила

комбинаторики

Число размещений (пример)



$$A_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}{1 \cdot 2} = \frac{24}{2} = 12$$

Элементы комбинаторики

- **Сочетания**

Пусть дано множество, состоящее из n элементов.

Сочетанием из n элементов по k элементов называется любое подмножество, которое содержит k различных элементов данного множества.

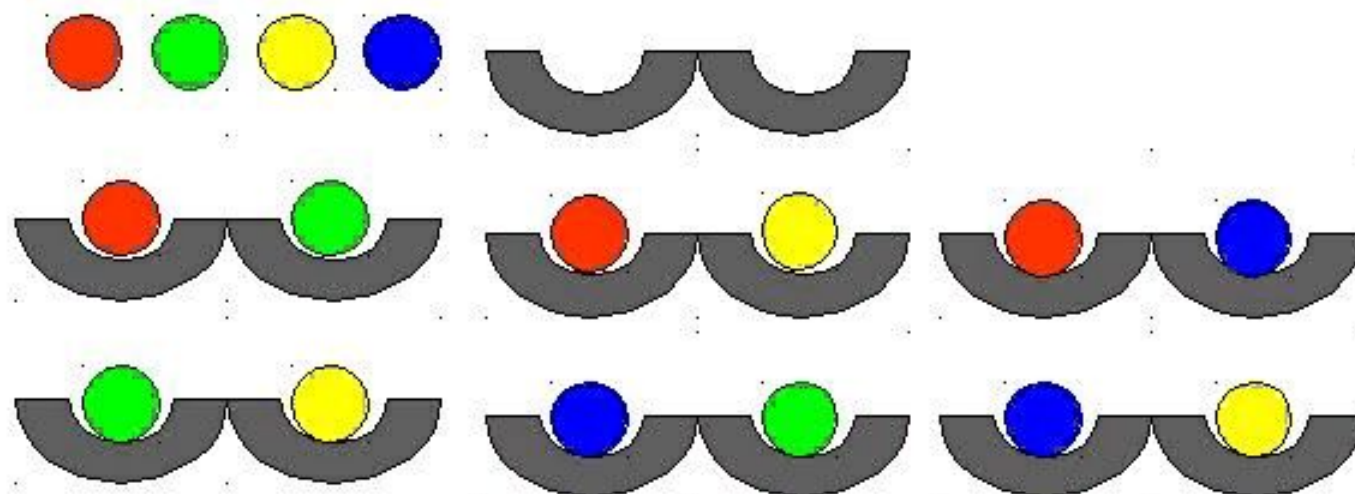
Различные сочетания отличаются друг от друга только составом элементов.

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Основные правила

комбинаторики

Число сочетаний (пример)



$$C_4^2 = \frac{4!}{(4-2)!2!} = \frac{24}{4} = 6$$