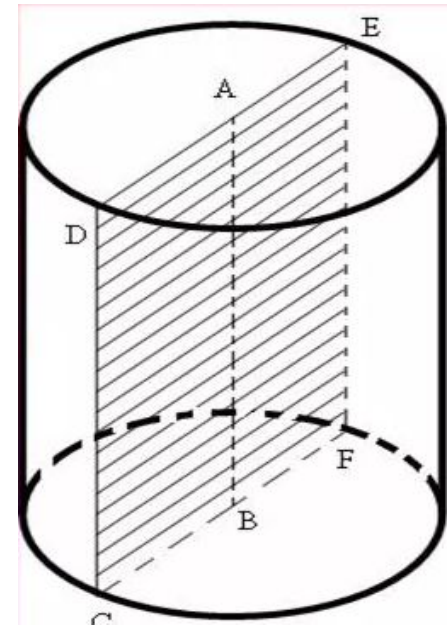


# Индивидуальный проект на тему “Построение Сечений”



Леонид Алексеевич Горский

# Определение

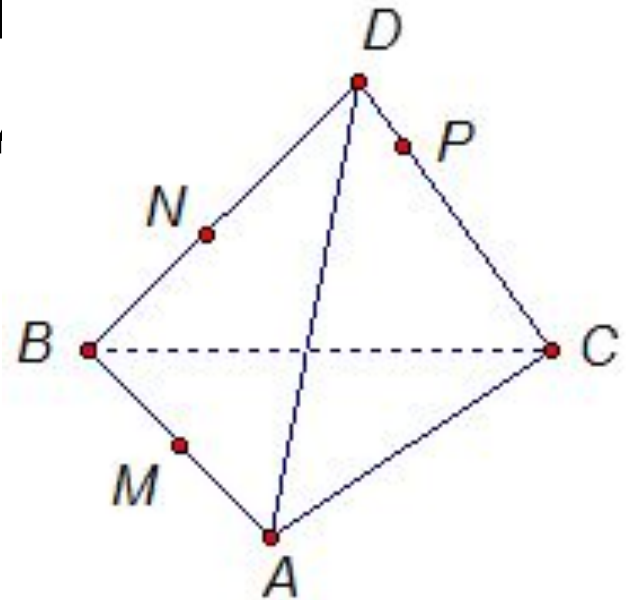
- Секущая плоскость – любая плоскость по обе стороны которой имеются точки

# Цель.

- Наша задача – решить задачи на построение сечений и показать решение на макете.

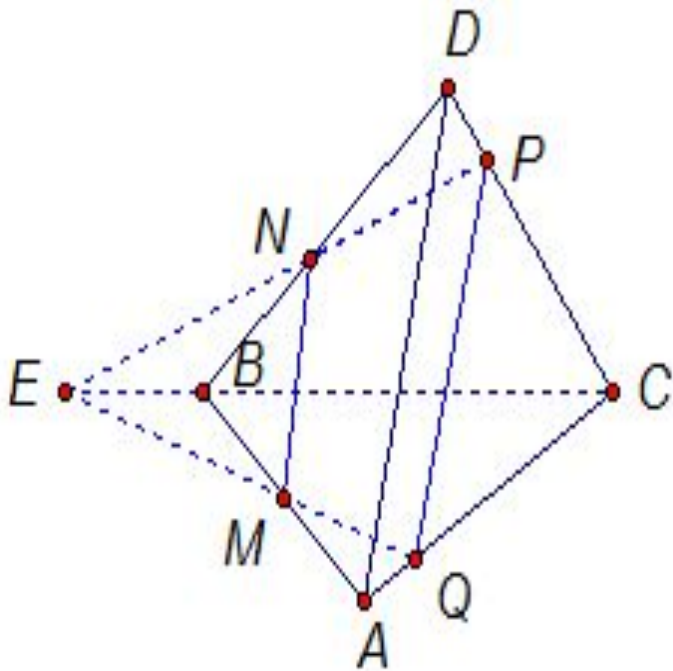
# Задача 1.

- Дан тетраэдр  $ABCD$ . Точка  $M$  принадлежит ребру тетраэдра  $AB$ , точка  $N$  принадлежит ребру тетраэдра  $BD$  и точка  $P$  принадлежит ребру  $DC$ . Постройте сечение тетраэдра плоскостью  $MNP$ .



# Ответ на задачу 1.

- Рассмотрим грань тетраэдра  $DBC$ . В этой грани точки  $N$  и  $P$  принадлежат грани  $DBC$ , а значит, и тетраэдру. Но по условию точки  $N, P$  принадлежат секущей плоскости. Значит,  $NP$  – это линия пересечения двух плоскостей: плоскости грани  $DBC$  и секущей плоскости. Предположим, что прямые  $NP$  и  $BC$  не параллельны. Они лежат в одной плоскости  $DBC$ . Найдем точку пересечения прямых  $NP$  и  $BC$ . Обозначим ее  $E$ .



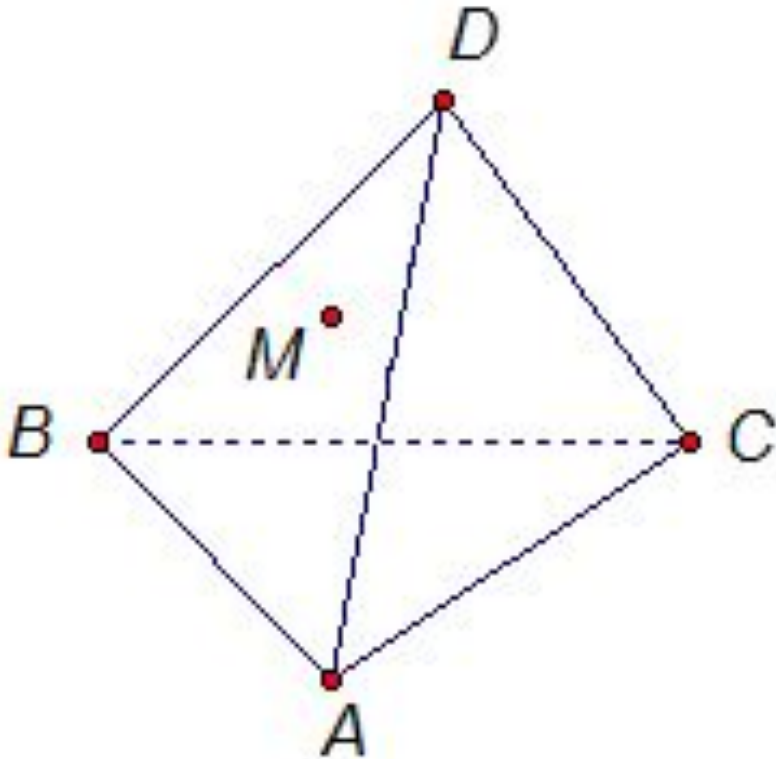
Точка  $E$  принадлежит плоскости сечения  $MNP$ , так как она лежит на прямой  $NP$ , а прямая  $NP$  целиком лежит в плоскости сечения  $MNP$ . Также точка  $E$  лежит в плоскости  $ABC$ , потому что она лежит на прямой  $BC$  из плоскости  $ABC$ .

Получаем, что  $EM$  – линия пересечения плоскостей  $ABC$  и  $MNP$ , так как точки  $E$  и  $M$  лежат одновременно в двух плоскостях –  $ABC$  и  $MNP$ . Соединим точки  $M$  и  $E$ , и продолжим прямую  $EM$  до пересечения с прямой  $AC$ . Точку пересечения прямых  $EM$  и  $AC$  обозначим  $Q$ .

Итак, в этом случае  $NPQM$  – искомое сечение.

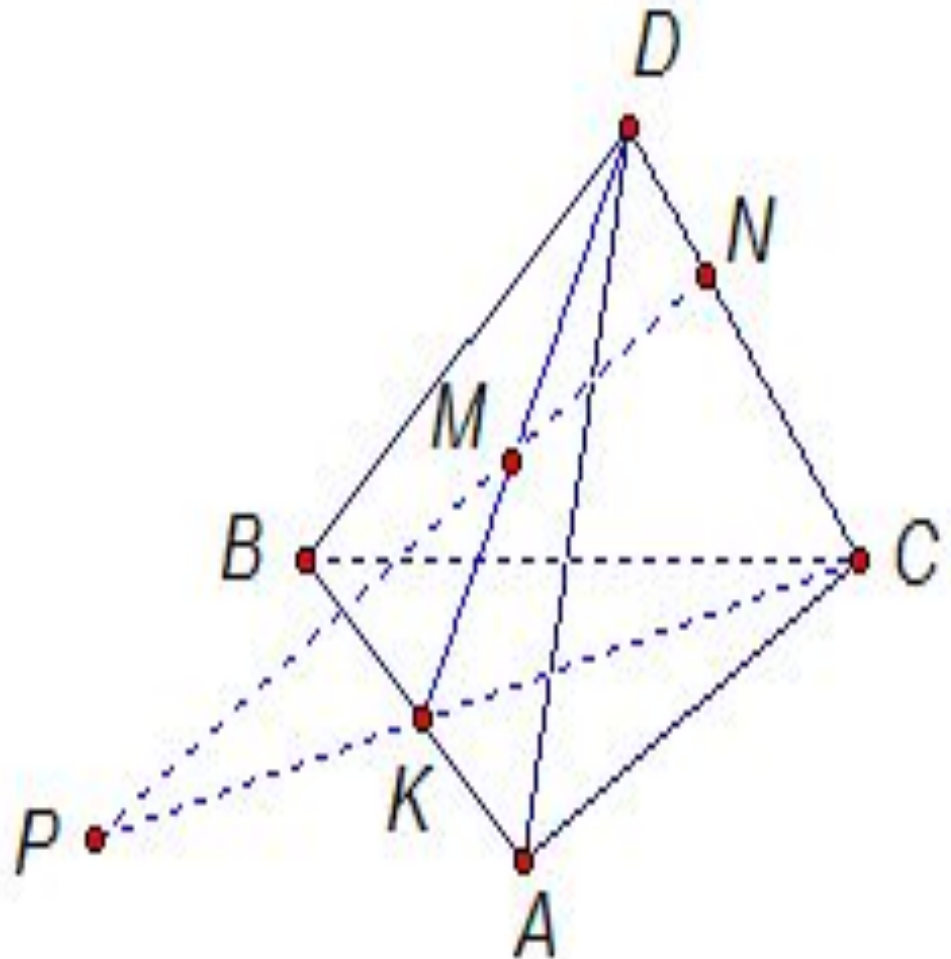
## Задача 2.

- Точка  $M$  лежит на боковой грани  $ADB$  тетраэдра  $ABCD$ . Постройте сечение тетраэдра плоскостью, которое проходит через точку  $M$  параллельно основанию  $ABC$ .



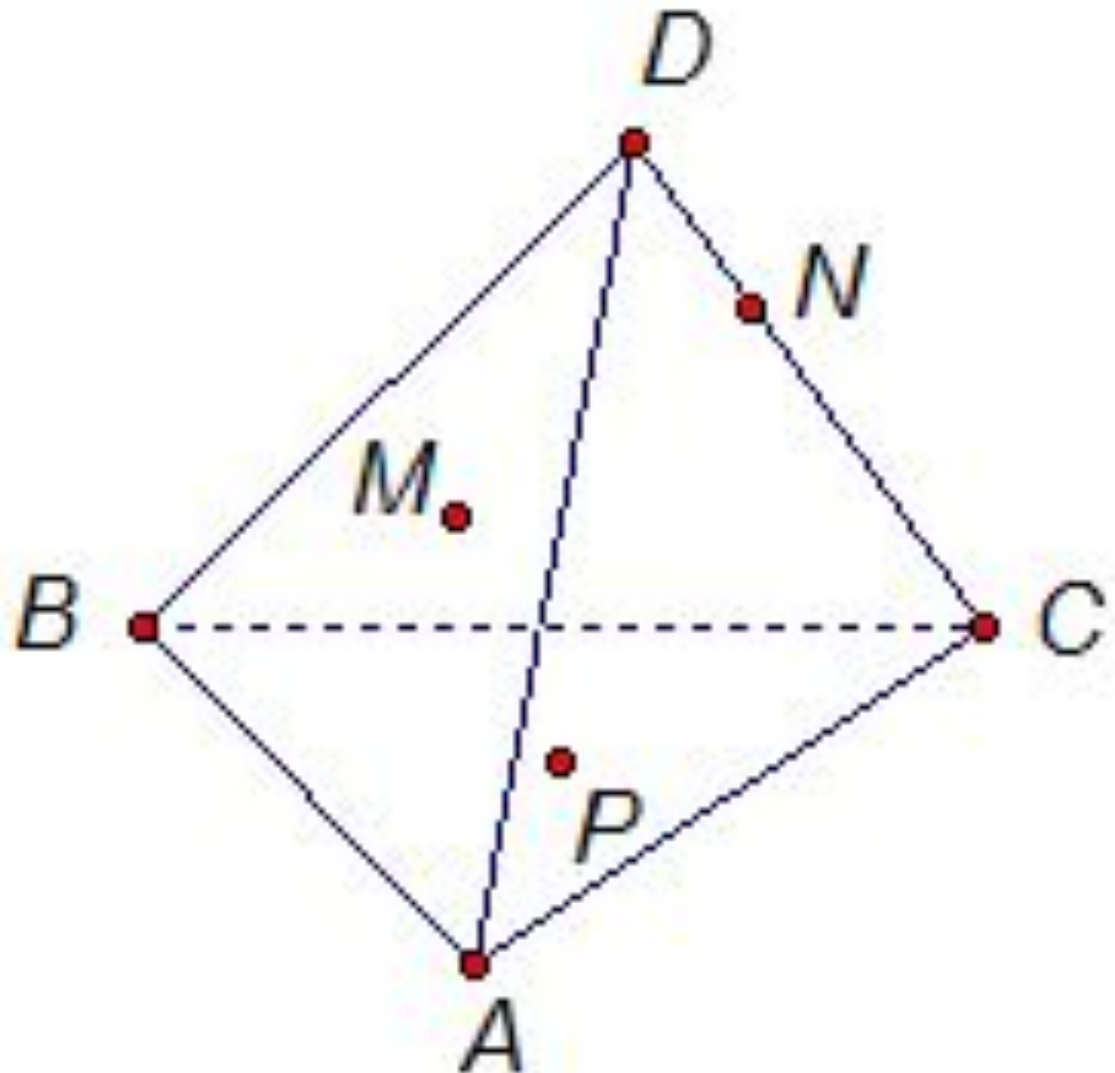
# Ответ на задачу 2.

- Для решения построим вспомогательную плоскость  $DMN$ . Пусть прямая  $DM$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $K$  (Рис. 7.). Тогда,  $CKD$  – это сечение плоскости  $DMN$  и тетраэдра. В плоскости  $DMN$  лежит и прямая  $NM$ , и полученная прямая  $СК$ . Значит, если  $NM$  не параллельна  $СК$ , то они пересекутся в некоторой точке  $P$ . Точка  $P$  и будет искомым точкой пересечения прямой  $NM$  и плоскости  $ABC$ .



# Задача 3.

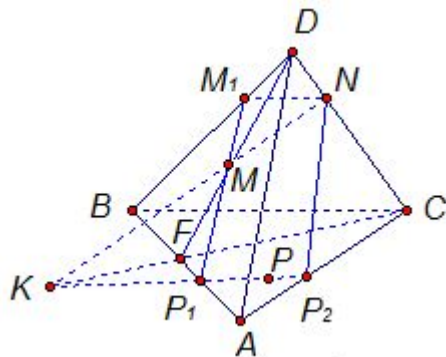
- Дан тетраэдр  $ABCD$ .  $M$  – внутренняя точка грани  $ABD$ .  $P$  – внутренняя точка грани  $ABC$ .  $N$  – внутренняя точка ребра  $DC$ . Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $P$ .



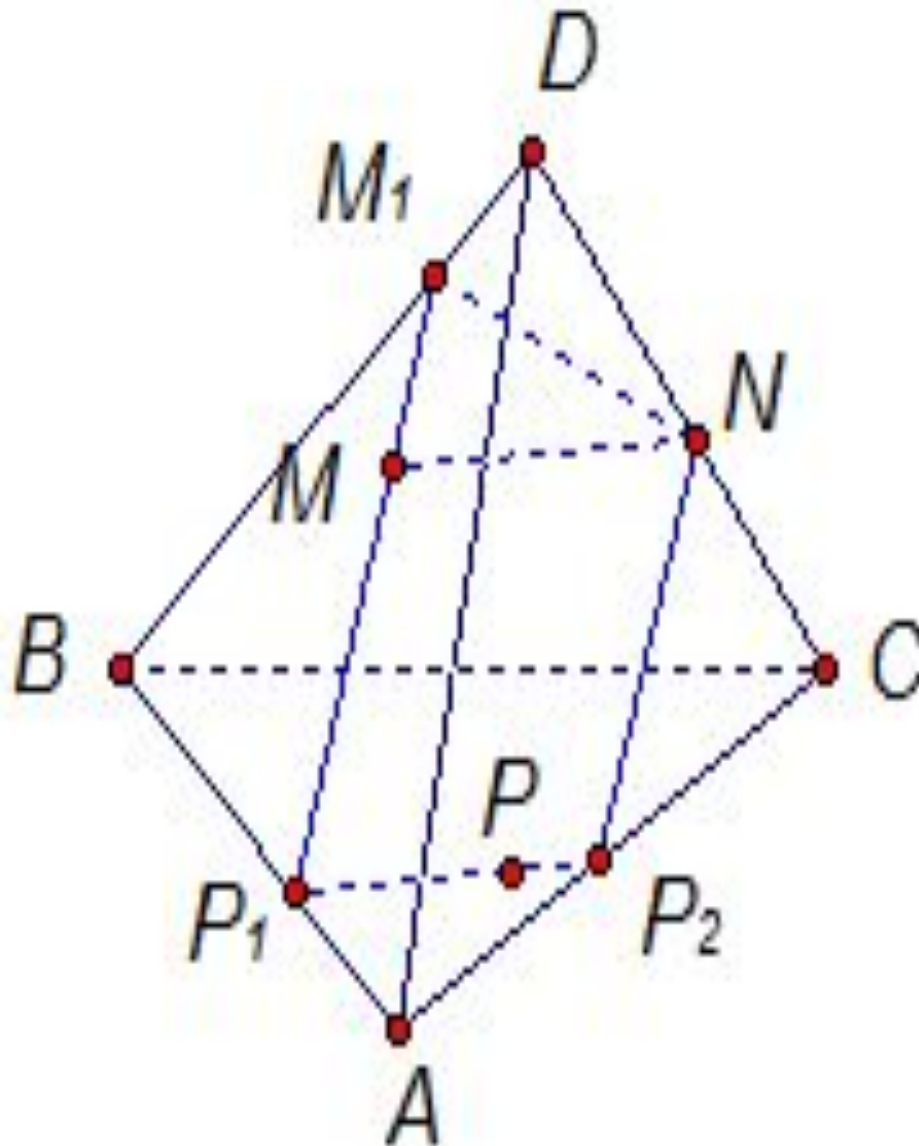


# Решение задачи 3.

- Рассмотрим первый случай, когда прямая  $MN$  не параллельна плоскости  $ABC$ . В прошлой задаче мы нашли точку пересечения прямой  $MN$  и плоскости  $ABC$ . Это точка  $K$ , она получена с помощью вспомогательной плоскости  $DMN$ , т.е. мы проводим  $DM$  и получаем точку  $F$ . Проводим  $CF$  и на пересечении  $MN$  получаем точку  $K$



- Проведем прямую  $KP$ . Прямая  $KP$  лежит и в плоскости сечения, и в плоскости  $ABC$ . Получаем точки  $P_1$  и  $P_2$ . Соединяем  $P_1$  и  $M$  и на продолжении получаем точку  $M_1$ . Соединяем точку  $P_2$  и  $N$ . В результате получаем искомое сечение  $P_1P_2NM_1$ . Задача в первом случае решена. Рассмотрим второй случай, когда прямая  $MN$  параллельна плоскости  $ABC$ . Плоскость  $MNP$  проходит через прямую  $MN$  параллельную плоскости  $ABC$  и пересекает плоскость  $ABC$  по некоторой прямой  $P_1P_2$ , тогда прямая  $P_1P_2$  параллельна данной прямой  $MN$ .



Теперь проведем прямую  $P_1M$  и получим точку  $M_1$ .  $P_1P_2NM_1$  – искомое сечение.