

Электромагнитные волны

Волновое уравнение электромагнитной волны

Из уравнений Максвелла следует – электромагнитное поле способно существовать самостоятельно — без электрических зарядов и токов. При этом изменение его состояния (возмущение) поля обязательно имеет волновой характер.

Волновые уравнения для векторов E и H :

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \dot{\mathbf{H}} . \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \dot{\mathbf{E}} . \quad (2)$$

Коэффициент перед второй производной по времени - величина, обратная квадрату скорости v распространения волны. Следовательно,

$$v = c / \sqrt{\epsilon \mu} ,$$

где c — скорость распространения электромагнитной волны в вакууме:

$$\partial E_y / \partial x = -\mu \mu_0 \dot{H}_z, \quad \partial H_z / \partial x = -\epsilon \epsilon_0 \dot{E}_y$$

В вакууме электромагнитные волны распространяются со скоростью, равной скорости света c .

Скорость распространения электромагнитной волны в вакууме:

$$v = c / \sqrt{\epsilon \mu} ,$$

$$c = 1 / \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} .$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Плоская электромагнитная волна

Основные свойства электромагнитной волны :

1. Векторы E и H перпендикулярны направлению распространения волны
2. Векторы E и H в электромагнитной волне взаимно ортогональны.
3. Векторы E и H изменяются синфазно

Если ось X направлена перпендикулярно волновым поверхностям, то уравнение

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \ddot{\mathbf{E}} .$$

принимает вид:

$$\begin{aligned} 0 &= \mu \mu_0 \dot{H}_x , \\ -\partial E_z / \partial x &= -\mu \mu_0 \dot{H}_y , \\ \partial E_y / \partial x &= -\mu \mu_0 \dot{H}_z , \\ \partial E_x / \partial x &= 0 , \end{aligned}$$

а уравнение

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \ddot{\mathbf{H}} .$$

принимает вид:

$$0 = \varepsilon \varepsilon_0 \dot{E}_x ,$$

$$-\partial H_z / \partial x = \varepsilon \varepsilon_0 \dot{E}_y ,$$

$$\partial H_y / \partial x = \varepsilon \varepsilon_0 \dot{E}_z ,$$

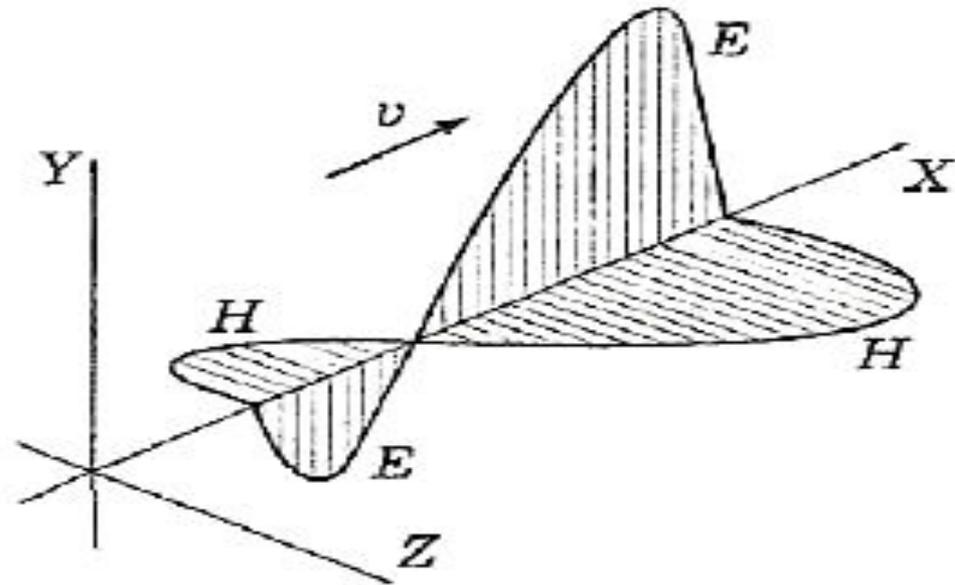
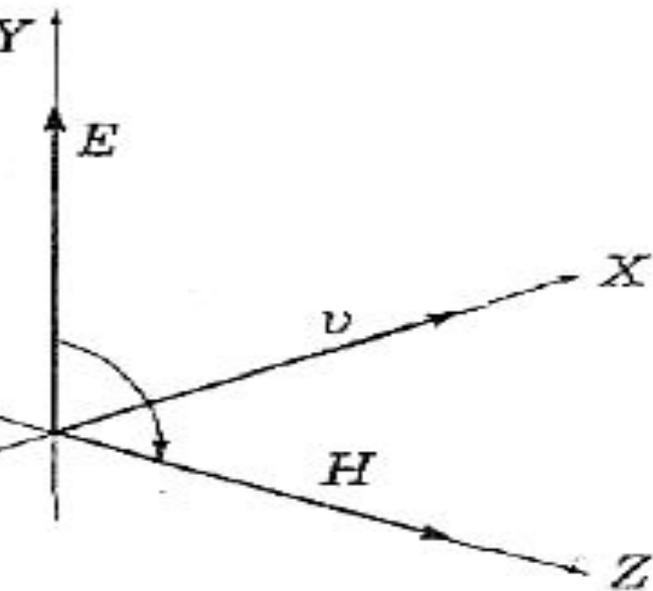
$$\partial H_x / \partial x = 0 .$$

Векторы E и H перпендикулярны направлению распространения волны — оси X .

Значит, электромагнитная волна является поперечной.

Векторы E и H в электромагнитной волне взаимно ортогональны.

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu\mu_0 \dot{H}_z, \quad \frac{\partial H_z}{\partial x} = -\varepsilon\varepsilon_0 \dot{E}_y$$



Уравнение плоской бегущей гармонической волны:

$$E = E_m \cos(\omega t - kx), \quad H = H_m \cos(\omega t - kx),$$

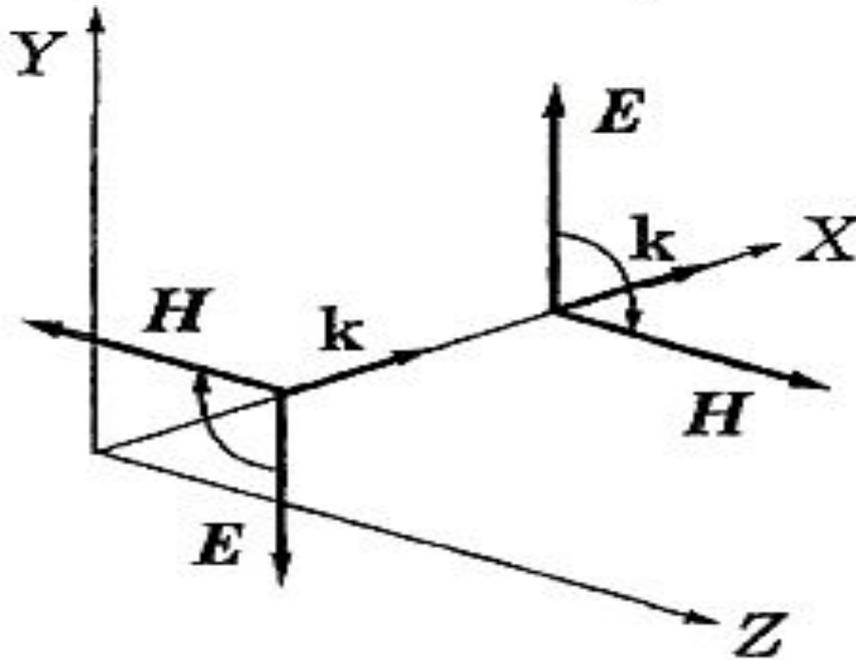
ω — круговая (циклическая) частота колебаний,

k — волновое число, $k = 2\pi/\lambda$. λ - длина волны

Стоячая электромагнитная волна

Стоячая упругая волна это результат суперпозиции двух одинаковых волн, бегущих навстречу друг другу.

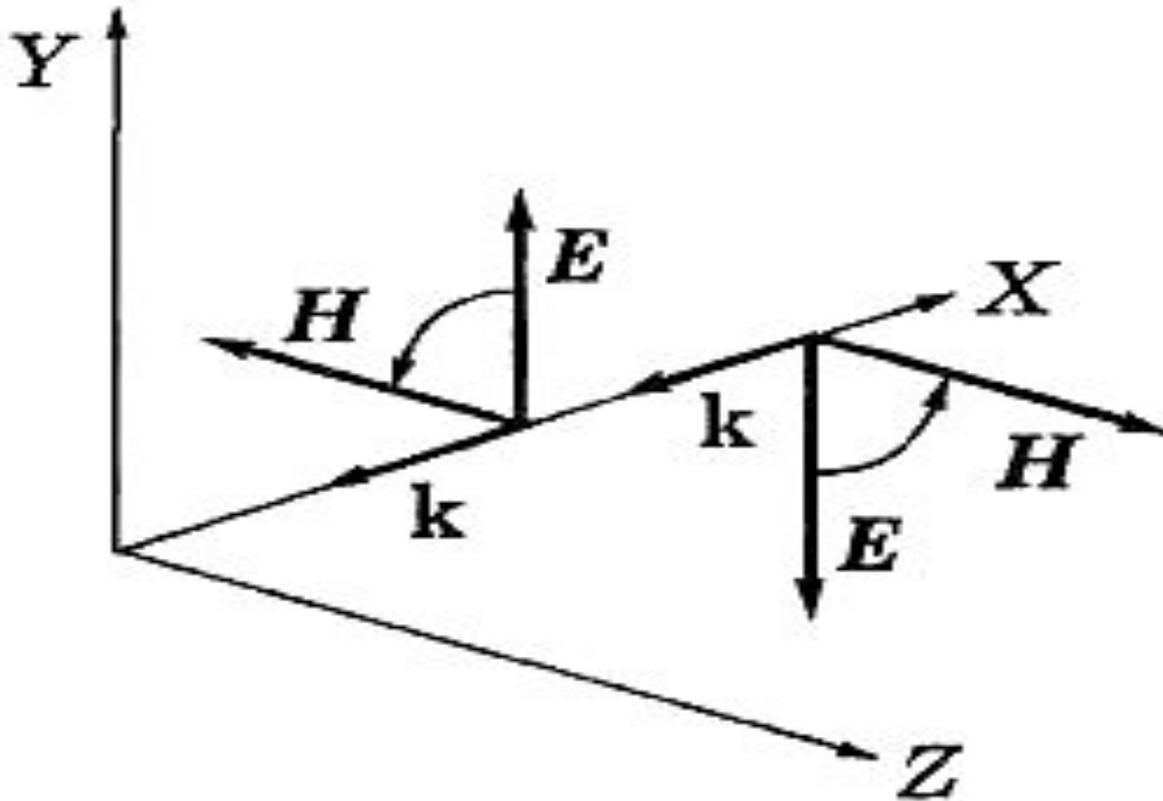
$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx), \quad H_z = H_m \cos(\omega t - kx).$$



a) Вдоль оси x

уравнения **встречной волны** (б) имеют вид:

$$E_y = E_m \cos(\omega t + kx), \quad H_z = -H_m \cos(\omega t + kx).$$



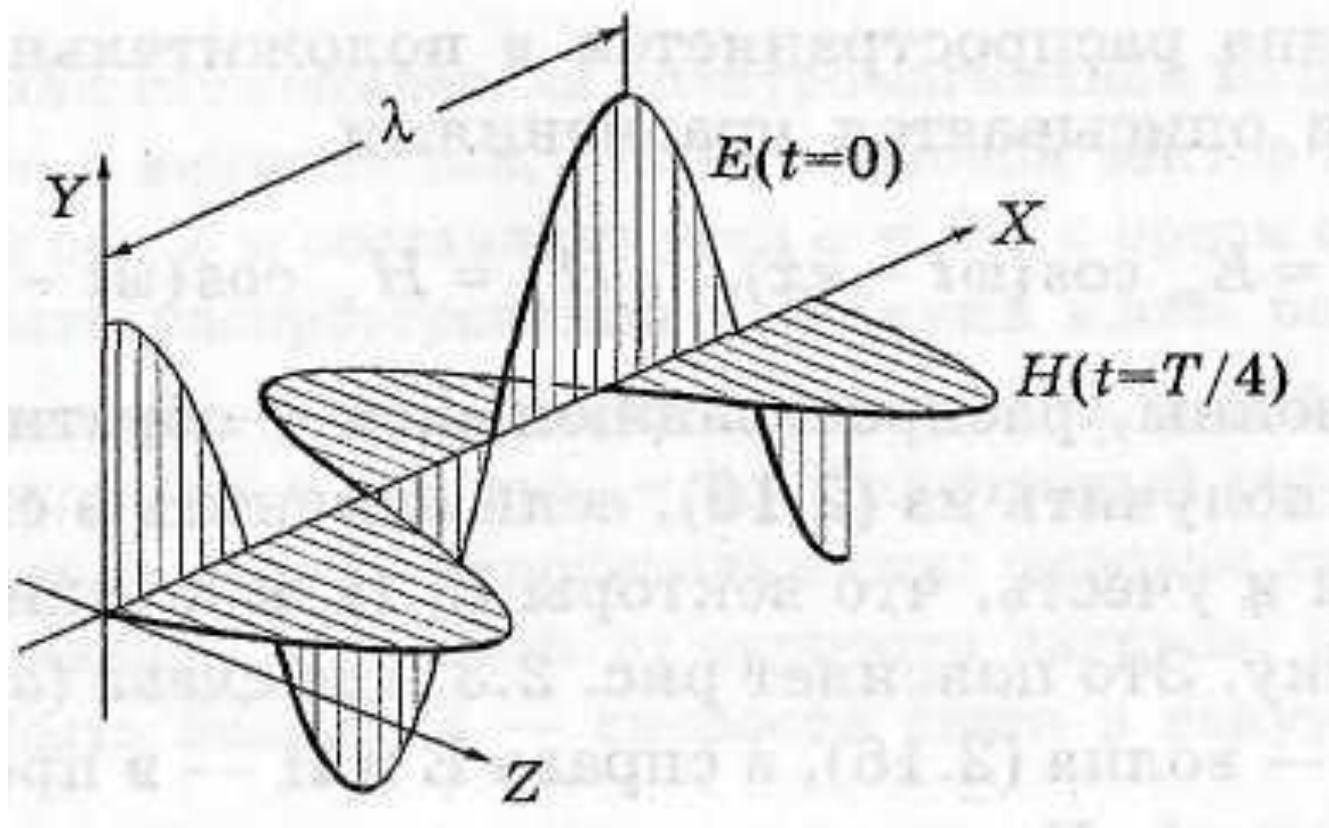
б)

В результате суперпозиции этих двух встречных волн

$$E_y = 2E_m \cos kx \cdot \cos \omega t, \quad H_z = 2H_m \sin kx \cdot \sin \omega t.$$

Это уравнения стоячей электромагнитной волны. Они состоят из двух стоячих волн — электрической и магнитной.

В этой волне колебания векторов E и H сдвинуты по фазе на $\pi/2$ как в пространстве, так и во времени.



В процессе колебаний электрическое поле постепенно переходит в магнитное, магнитное — в электрическое и т.

д.

$$E_m \sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}.$$

В процессе колебаний электрическое поле постепенно переходит в магнитное, магнитное - в электрическое и т. д.

$$E_m \sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}.$$

В стоячей электромагнитной волне энергия переходит из чисто электрической, имеющей максимумы в пучностях \mathbf{E} , в магнитную с максимумами в пучностях вектора \mathbf{H} , т. е. смещенным в пространстве на $\lambda/4$

Энергия электромагнитной волны

С электромагнитной волной связан перенос энергии. Плотность потока энергии можно найти как произведение плотности энергии w на скорость волны v .

В изотропной среде с проницаемостями ϵ и μ плотность энергии электромагнитного поля равна сумме плотностей энергии электрического и магнитного полей:

$$w = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad \text{или}$$

$$w = \epsilon\epsilon_0 E^2 = \sqrt{\epsilon\epsilon_0 \mu\mu_0} E H = \frac{E H}{v}$$

Умножив w на скорость волны v , получим плотность потока энергии:

$$S = wv = EH$$

Направление вектора \vec{S} совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен $E \cdot H$.

Вектор плотности потока электромагнитной энергии \vec{S} представляется как векторное произведение $[\vec{E}, \vec{H}]$

$$\vec{S} = [\vec{E}, \vec{H}] - \text{вектор Пойнтинга}$$

Для бегущей гармонической электромагнитной волны

$$S = wv = \sqrt{\epsilon\epsilon_0/\mu\mu_0} E_m^2 \cos^2(\omega t - kx),$$

Интенсивность I такой волны равна, по определению, среднему значению плотности потока энергии:

$$I = \langle S \rangle. \quad \text{или} \quad I = \sqrt{\epsilon\epsilon_0/\mu\mu_0} E_m^2 / 2.$$

Интенсивность пропорциональна квадрату амплитуды

$$I \propto E_m^2.$$

Если волна представляет собой наложение двух бегущих волн со взаимно перпендикулярными плоскостями поляризации (направлением колебаний вектора E), то ее интенсивность независимо от особенностей этих волн будет равна сумме интенсивностей складываемых волн

$$I = I_1 + I_2$$

Импульс электромагнитной волны

Перенос энергии электромагнитной волной сопровождается и переносом импульса.

$$\vec{p} = \frac{[\vec{E}, \vec{H}]}{c^2}$$

Излучение диполя

Возбуждение электромагнитных волн какой-либо системой называют излучением этих волн, а саму систему — излучающей системой. Поле электромагнитной волны называют полем излучения.

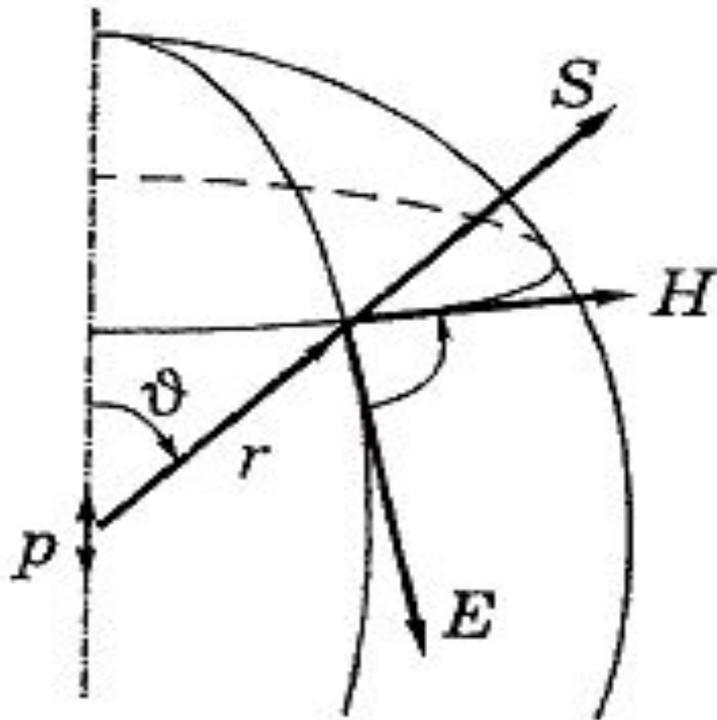
Простейшей излучающей системой является осциллирующий электрический диполь.

Для излучения линейного гармонического осциллятора — электрического диполя, размер которого $l \ll \lambda$,

электрический момент p изменяется во времени по закону

$$\vec{p} = \vec{p}_m \cos \omega t,$$

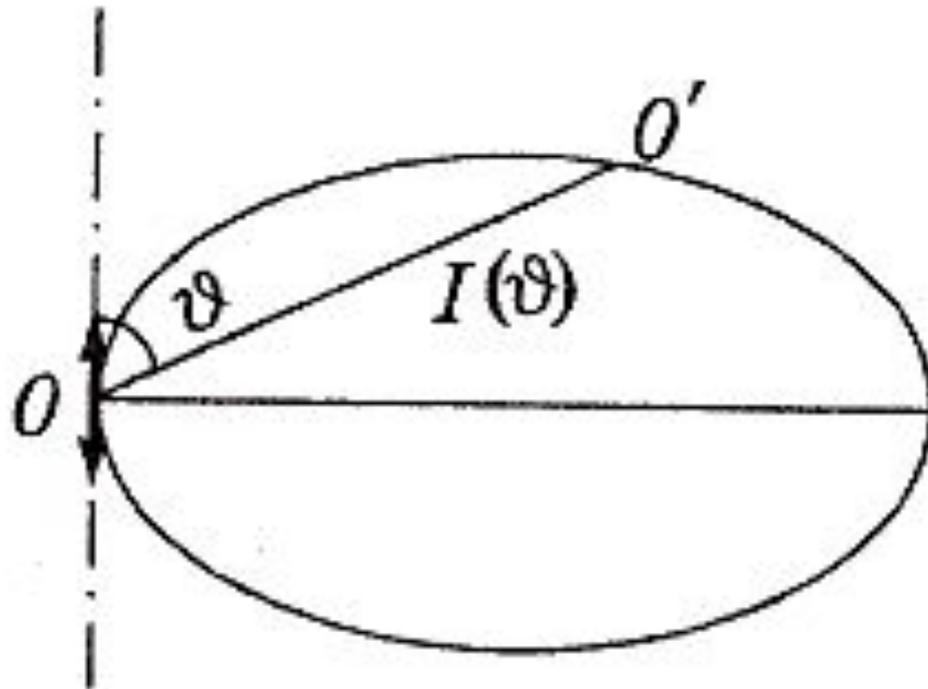
амплитуда волны уменьшается с ростом расстояния r от диполя как



$$E_m \propto H_m \propto \frac{1}{r} \sin \vartheta,$$

Факт существования электромагнитного поля, амплитуда которого убывает с расстоянием как $\frac{1}{r}$, позволяет осуществлять передачи на большие расстояния, видеть звезды.

Зависимость интенсивности излучения диполя от угла ϑ изображают с помощью диаграммы направленности излучения диполя



Мощность излучения P диполя, т. е. энергия, излучаемая в единицу времени по всем направлениям, пропорциональна квадрату второй производной дипольного момента по времени и определяется формулой

$$P = \alpha \ddot{\mathbf{p}}^2,$$

где $\alpha = \mu_0/6\pi c$

Средняя по времени мощность излучения диполя

$$\langle P \rangle = (\alpha/2) \omega^4 p_m^2.$$

Средняя мощность излучения осциллирующего диполя зависит от квадрата его амплитуды и очень сильно от частоты (как ω^4).

Отсюда следует, что, например, радиостанции должны использовать высокие частоты, а излучение линий передач переменного тока промышленной частоты оказывается незначительным.