Специальная теория относительности

Постулаты Эйнштейна

Преобразования Лоренца

Следствия из преобразований Лоренца

СТО

- Теория относительности – физическая теория, рассматривающая пространственно-временные закономерности, справедливые для любых физических процессов (не только механических).
- Из преобразований Галилея следовало, что все законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета (принцип относительности Галилея).

СТО

- Однако законы электродинамики находились в противоречии с преобразованиями Галилея.
- Эйнштейн заменил преобразования Галилея преобразованиями Лоренца, что устранило кажущееся противоречие и позволило объяснить многие опыты по электродинамике и оптике.

Постулаты Эйнштейна

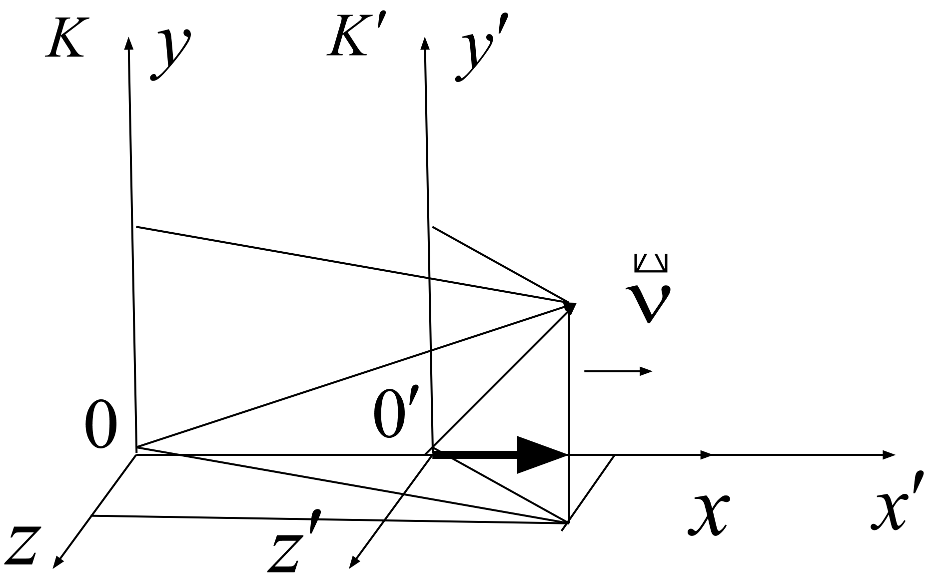
В основу специальной теории относительности легли постулаты Эйнштейна:

- **1. Все физические явления протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета (принцип относительности Эйнштейна).**

- ***2.* Скорость света в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета*.***

Преобразования Галилея

- Напомним преобразования Галилея



$$x = x' + vt'$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

Преобразования Лоренца

Получим преобразования Лоренца, опираясь на постулаты Эйнштейна.

Учитывая однородность пространства и времени, можно предположим, что новые преобразования линейны, тогда

$$x = \gamma\left(x' + vt'\right)$$

По принципу относительности все инерциальные системы отсчета равноправны, следовательно, можно записать

$$x' = \gamma\left(x - vt\right)$$

Преобразования Лоренца

- Пусть в момент $t=0$, когда начала систем отсчета *K* и *K*' совпадали, произошла вспышка света. Тогда распространение света будет происходить по законам:

$$x = ct, \qquad x' = ct'$$

- Следовательно,

$$ct = \gamma\left(c+v\right)t' \qquad ct' = \gamma(c-v)t$$

Преобразования Лоренца

- Подставив значение t' из второго уравнения в первое, получим

$$ct = \gamma^2\left(c^2 - v^2\right)\frac{t}{c}$$

- откуда

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$$

Преобразования Лоренца

- Подставив значение γ в одну из формул

$$x = \gamma\left(x' + vt'\right) \quad \text{или} \quad x' = \gamma\left(x - vt\right)$$

и решив полученное уравнение относительно t, получим

$$t = \gamma\left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)$$

Преобразования Лоренца

- Преобразования Лоренца приобретают вид

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Принцип соответствия

- Преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея при условии

$$v << c.$$

- Таким образом, механика Ньютона является предельным случаем специальной теории относительности (принцип соответствия - новая теория, раскрывающая более глубоко физическую реальность, чем старая, включает последнюю как предельный (частный) случай).

Следствия из преобразований Лоренца. Относительность одновременности.

- Относительность одновременности: события, одновременные в одной системе отсчета не одновременны в другой.

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \dfrac{\Delta x v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad (\beta = \frac{v}{c})$$

- Когда $\Delta t = 0$,

$$\Delta t' = \frac{-\dfrac{\Delta x v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Следствия из преобразований Лоренца. Лоренцево сокращение длины.

- Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси x', который покоится в системе K'.
- Длина стержня в системе K' называется собственной длиной.

$$l_0 = x_2' - x_1' \qquad l_0 = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

- Длина движущегося стержня l меньше собственной длины l_0

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$

Следствия из преобразований Лоренца. Длительность процессов.

- Пусть в точке x' системы K' протекает процесс, длящийся,

$$\Delta t' = t_2' - t_1'.$$

- Найдем его длительность в системе K

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Следствия из преобразований Лоренца. Длительность процессов.

- В K - системе длительность процесса больше, в этой системе он протекает медленнее

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

- Время $\Delta t'$, отсчитанное по часам, движущимся вместе с телом, называется собственным временем. Оно всегда меньше времени, отсчитанного по часам, движущимся относительно тела.

Интервал

- Специальная теория относительности устанавливает связь пространства и времени, причем если время и пространство относительны, то величина

$$c^2dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2) = ds^2,$$

названная интервалом, абсолютна, т.е. инвариантна

Интервал

- Интервал-это расстояние между двумя мировыми точками в едином четырехмерном пространстве. Бесконечно малый интервал является инвариантом

$$c^2t^2-(dx^2+dy^2+dz^2)=\mathrm{const.}$$

Четырехмерное пространство является псевдоэвклидовым, так как координатная и временная части входят в интервал с разными знаками.

Релятивистский закон сложения скоростей

- Классический закон сложения скоростей неприменим при изучении электромагнитных явлений. Если воспользоваться преобразованиями Лоренца, то можно получить релятивистский закон сложения скоростей:

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

Релятивистский закон сложения скоростей

- Проекции скорости тела в системах *К* и К' соответственно равны:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \qquad v_y = \frac{dy}{dt} \qquad v_z = \frac{dz}{dt}$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \qquad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

Релятивистский закон сложения скоростей

- Дифференцируя преобразования Лоренца, найдем:

$$dx = \gamma\left(dx' + v_0 dt'\right)$$

$$dy = dy'$$

$$dz = dz'$$

$$dt = \gamma\left(dt' + \frac{v dx'}{c^2}\right)$$

Релятивистский закон сложения скоростей

- Разделим первые три равенства на последнее и учтем, что

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} \qquad v'_y = \frac{dy'}{dt'} \qquad v'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

получим

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}} \qquad v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}} \qquad v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

Релятивистский закон сложения скоростей

$$v_x = \frac{v'_x + v_0}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

$$v_z = \frac{v'_z \sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}{1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}}$$

Энергия и импульс

- Релятивистская энергия и релятивистский импульс будут определяться следующими выражениями:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Уравнение динамики

- Основное уравнение динамики

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

Закон взаимосвязи массы и энергии

- *Закон взаимосвязи массы и энергии был установлен Эйнштейном и является фундаментальным законом природы*

$$E = mc^2$$

-энергия покоя

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}}$$

-энергия движения

Кинетическая энергия

- Кинетическая энергия релятивистской частицы определяется

$$E_k = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{\nu^2}{c^2}}} - mc^2$$

Связь между релятивистским импульсом и энергией

- Запишем выражения для импульса и энергии и исключим из них скорость

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Связь между релятивистским импульсом и энергией

- После преобразований получим

$$E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$$

- Можно записать еще одну формулу

$$E = \frac{pc^2}{v}$$

Безмассовые частицы

- Рассмотрим частицу, движущуюся со скоростью света $v = c$.

Для такой частицы $E = pc$.

В соответствии с формулой $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$

$$m^2c^4 =, p^2c^2 - p^2c^2 = 0$$

следовательно $m = 0$

Безмассовые частицы

- Приходим к выводу, что безмассовые частицы (m=0) могут двигаться только со скоростью света в вакууме.

Энергия и импульс таких частиц
не равны нулю .