

# *Первообразная функции*



# Определение

## первообразной

Функцию  $y = F(x)$  называют первообразной для функции  $y = f(x)$  на заданном промежутке  $X$ , если для любого  $x \in X$  выполняется равенство

$$F'(x) = f(x)$$



# Определите от какой функции взята производная:

Функция

Первообразная

1

0

$2x$

$\cos x$

$\sin x$

$e^x$

$x^{-1}$



$x$

$C$

$x^2$

$\sin x$

$-\cos x$

$e^x$

$\ln|x|$



Определите от  
какой функции

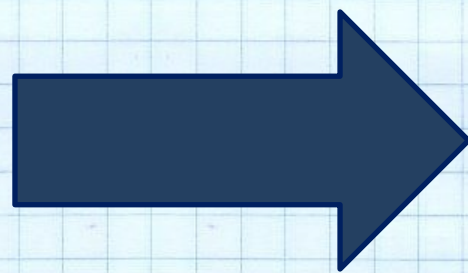
Функция произведения Первообразная:

ия

1

азная

$$\frac{1}{\sin^2 x}$$



$$-ctg x$$



**Определите от  
какой функции**

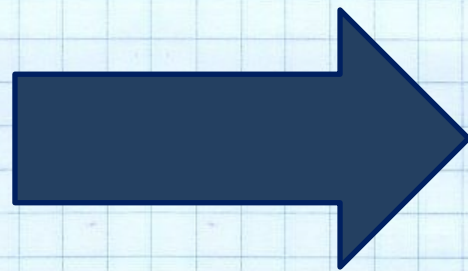
**взят производная:**

**Функция**

**1**

**Первообразная**

$$\frac{1}{\cos^2 x}$$



$$\operatorname{tg} x$$



# Определите от какой функции

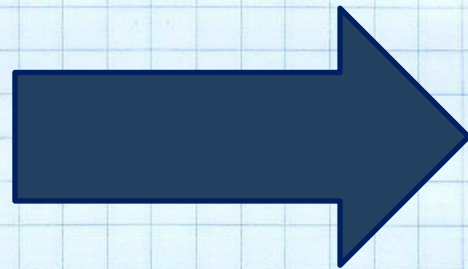
Функция  $a^x$  Производная:

Функция  $a^x$

Производная

$a^x$

( $a > 0,$



$\frac{a^x}{\ln a}$

$a \neq 1)$



# Найдите

## первообразную

а)  $f(x) = x^2$    б)  $f(x) = x^7$    в)  $f(x) = x^{11}$

## функции:

От каких функций взяли  
производные и получили  
данные функции?

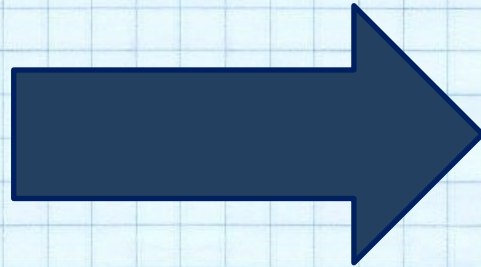
• а)  $F(x) = \frac{x^6}{6}$    б)  $F(x) = \frac{x^8}{8}$    в)  $F(x) = \frac{x^{12}}{12}$



Функц

ия

$$x^n$$



Первооб

разная

$$\frac{x^{n+1}}{n+1}$$

Найдите  
первообразную для  
функции:



$$x^3$$



$$\frac{x^4}{4}$$

$$x^{0,5}$$



$$\frac{2x^{1,5}}{3}$$

$$x^{-\frac{3}{5}}$$



$$\frac{5x^{0,4}}{2}$$



Процесс отыскания  
производной по заданной  
**дифференцированием**

Процесс отыскания  
функции по заданной  
производной  
**интегрированием**  
(нахождение  
первообразной)



**Всякая функция имеет  
бесконечное множество**

**Если функция  $F(x)$**

**является первообразной**

**функции  $f(x)$  на**

**некотором промежутке,**

**то все первообразные**

**функции  $f'(x)$**



Определите, является ли  
функция  $F(x)$

первообразной функции  $f$

$$F(x) = 3x^2 - 4x + 5$$
$$f(x) = 6x - 4$$

Решение:

$$F'(x) = 6x - 4$$

$$F'(x) = f(x)$$

Ответ: да, является



Определите, является ли  
функция  $F(x)$

первообразной функции  $f$

$$F(x) = \sin x + \ln x - 4$$
$$f(x) = -\cos x + x^{-1}$$

Решение:

$$F'(x) = \cos x + x^{-1} \quad F'(x) \neq f(x)$$

Ответ: нет, не является



# Правило отыскания

## Правило 1 первообразных

Первообразная суммы равна  
сумме первообразных

Если функция  $y=f(x)$  и  $y=g(x)$

имеют на промежутке  $X$

первообразные

соответственно  $y=F(x)$  и

$y=G(x)$ , то сумма функций

$y=f(x)+g(x)$  имеют на



Найдите первообразную

$y = 2x + \cos x$  функции

$$F(x) = x^2 + \sin x + c$$

$$y = x^4 + x^{-1}$$

$$F(x) = \frac{x^5}{5} + \ln|x| + c$$



# Правило отыскания

## Правило<sub>2</sub> первообразных

Если  $F(x)$  – первообразная для  $f(x)$ , то  $R F(x)$  – первообразная для  $R f(x)$

$$f(x) = 5 \sin x \quad \Rightarrow \quad F(x) = -5 \cos x + c$$

$$f(x) = -\frac{\cos x}{3} \quad \Rightarrow \quad F(x) = -\frac{1}{3} \sin x + c$$

$$f(x) = 12x^3 + 8x - 1 \quad \Rightarrow \quad F(x) = 3x^4 + 4x^2 - x + c$$



# Правило отыскания

## Правило 3 первообразных

Если  $y=F(x)$  – первообразная функции  $y=f(x)$ , то первообразная для функции  $y=f(kx+m)$  служит функция

$$y = \frac{1}{k} F(kx + m)$$

$$y = (2x + 5)^3 \Rightarrow y = \frac{1}{2} * \frac{(2x+5)^3}{3} = \frac{(2x+5)^3}{6} + c$$

$$y = e^{4-3x} \Rightarrow y = -\frac{1}{3} e^{4-3x} + c$$

$$y = \frac{1}{5x-6} \Rightarrow y = \frac{1}{5} \ln|5x-6| + c$$