

# Системы счисления (часть 6)

*Подготовил : Ганбаров Анар*

*Группа: ИТ11*

*АГУ*

*г. Астрахань 2016*

**АРИФМЕТИКА ЧИСЕЛ  
С ФИКСИРОВАННОЙ  
ТОЧКОЙ:  
УМНОЖЕНИЕ**

# Умножение

---

Умножение – это **многократно повторенная операция сложения.**

Умножение – это **нахождение суммы одинаковых** слагаемых в роли которых выступает **множимое.**

# Определение знака произведения

**Знак произведения – результат сложения знаковых разрядов** по правилам двоичной арифметики.

**Разные знаковые разряды – отрицательное.**

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

**Одинаковые – положительное.**

$$0+0=0$$

$$1+1=0$$

# Разрядность произведения

Разрядность произведения определяется как **сумма разрядов множимого и множителя.**

$M_1 = 110110$  кол-во цифр(разрядов) = 6

$M_2 = 1110$  кол-во разрядов = 4

$M_1 * M_2 = 1011110100$  кол-во разрядов = 10

# Пример

				1	1	0	1	Множимое
			*	1	0	1	1	Множитель
				1	1	0	1	1 Частичное Произведение
		+	1	1	0	1		2 частичное произведение
	+	0	0	0	0			3 частичное произведение
+	1	1	0	1				4 частичное произведение
1	0	0	0	1	1	1	1	Произведение

Получено произведение  $A * B$  путём умножения с **младших разрядов множителя В.**

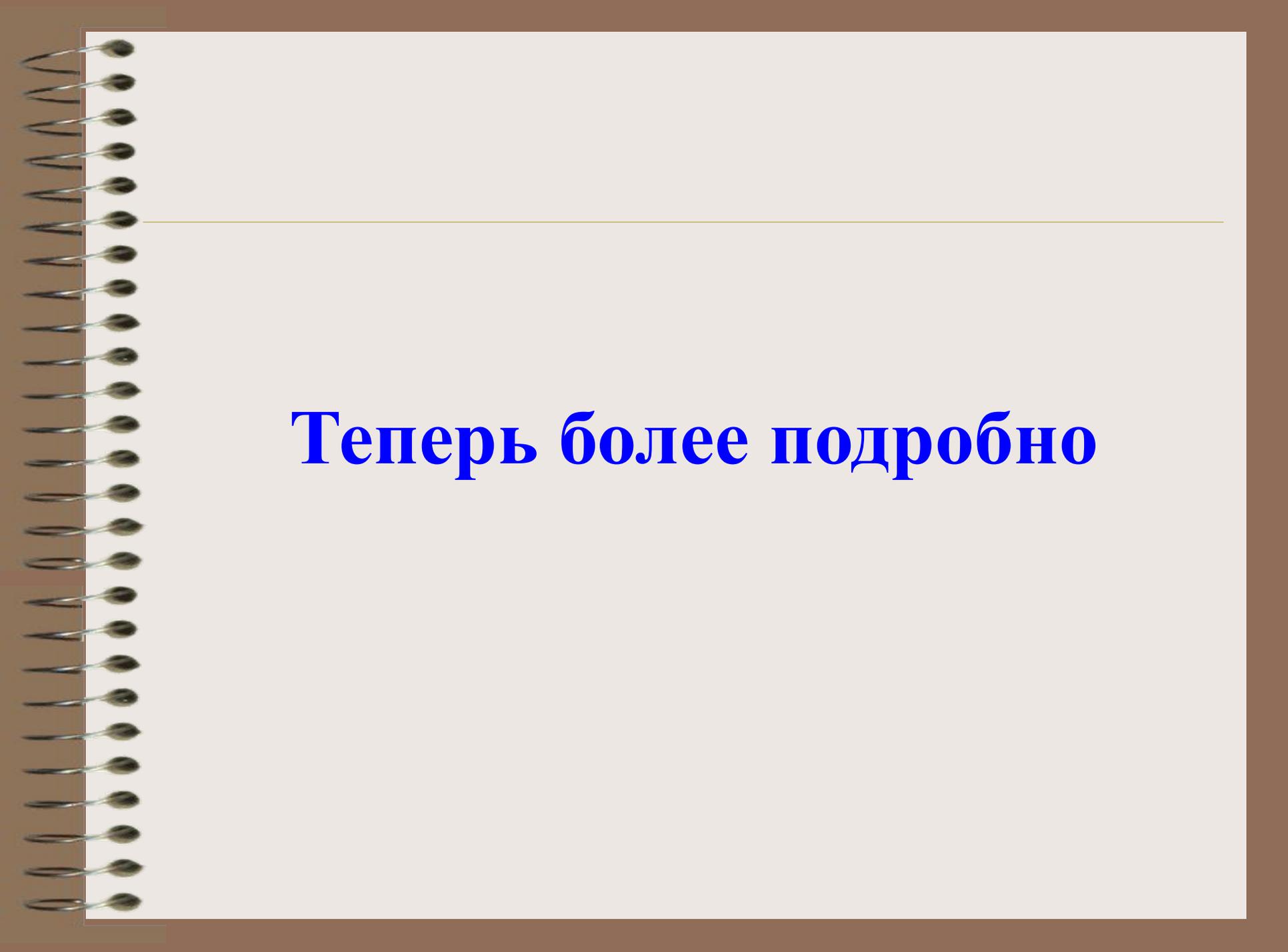
Т.е. число «А» поочередно умножаем на каждую цифру числа «В» начиная с последней цифры числа «В» и все складываем.

# Пример

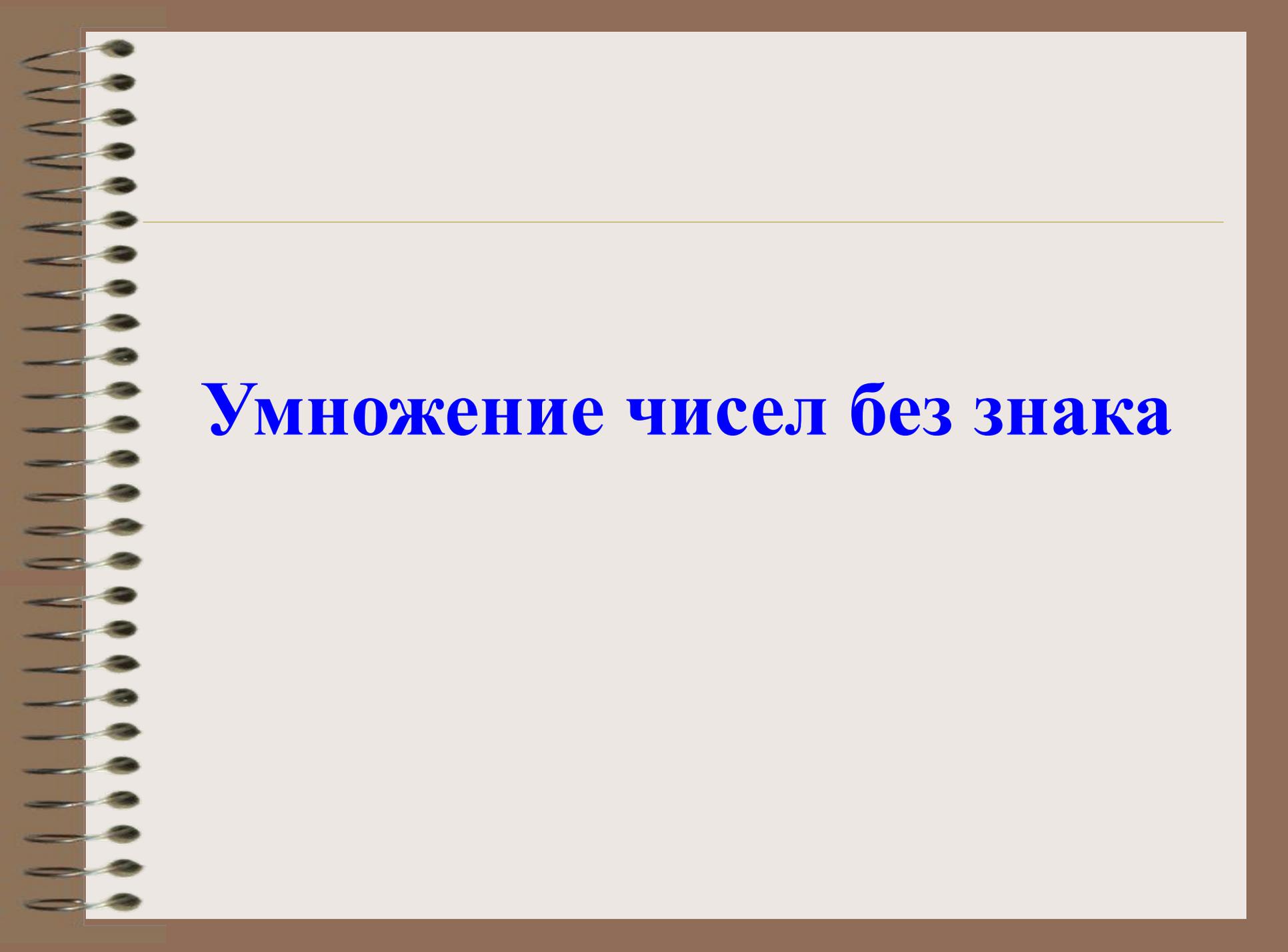
	1	1	0	1			
*	1	0	1	1			
	1	1	0	1			
+		0	0	0	0		
		+	1	1	0	1	
			+	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1

Получено произведение  $A \cdot B$  путём умножения **со старших разрядов** множителя **B**.

Т.е. число «A» поочередно умножаем на каждую цифру числа «B» начиная с первой цифры числа «B» и все складываем.

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The text "Теперь более подробно" is written in blue, bold, serif font in the center of the page.

**Теперь более подробно**

A spiral-bound notebook with a white page and a brown cover. The spiral binding is on the left side. The text is centered on the page.

# Умножение чисел без знака

# Умножение

Произведение можно получить **двумя путями**:

- **Сдвиг множимого** на требуемое количество разрядов и добавление полученного очередного частного произведения к ранее накопленной сумме.
- **Сдвиг суммы** ранее полученных **частичных произведений** на каждом шаге на один разряд и последующим добавлением к сдвинутой сумме неподвижного множимого, либо 0.

# Что такое частичное произведение?

				1	1	0	1	Множимое
			*	1	0	1	1	Множитель
				1	1	0	1	1 Частичное Произведение
		+	1	1	0	1		2 частичное произведение
	+	0	0	0	0			3 частичное произведение
+	1	1	0	1				4 частичное произведение
1	0	0	0	1	1	1	1	Произведение

# Что такое Сумма Частичных Произведений ?

					1	1	0	1	Множимое
				*	1	0	1	1	Множитель
	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
+					1	1	0	1	1 Частичное Произведение
	0	0	0	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП + ЧП 1
+				1	1	0	1		2 частичное произведение
	0	0	1	0	0	1	1	1	СЧП=СЧП + ЧП 2
+			0	0	0	0			3 частичное произведение
	0	0	1	0	0	1	1	1	СЧП=СЧП + ЧП 3
+		1	1	0	1				4 частичное произведение
	1	0	0	0	1	1	1	1	СЧП=СЧП + ЧП 4
<b>Последнее СЧП - это и есть произведение</b>									

**В начале решения примера сумма частичных произведений (СЧП) равно 0. По ходу решения к сумме постоянно прибавляются новые ЧП (частичные произведения).**

**Последнее СЧП – это произведение.**

# Разрядность СЧП

В предыдущем примере может возникнуть вопрос, а откуда знать скольким «НУЛЯМ» равен СЧП в начале решения?

Ответ: Так как последнее СЧП – это произведение, то следовательно разрядность СЧП равна сумме разрядов множителя и множимого.

$$M_1 = 110110$$

**кол-во цифр(разрядов) = 6**

$$M_2 = 1110$$

**кол-во разрядов = 4**

$$M_1 * M_2 = 1011110100$$

**кол-во разрядов СЧП = 10**

# Варианты умножения

Основываясь на девятом слайде можно создать четыре варианта схем машинного умножения:

- 1) умножение младшими разрядами множителя со сдвигом накапливаемой суммы(СЧП) вправо;
- 2) умножение младшими разрядами множителя со сдвигом множимого влево;
- 3) умножение старшими разрядами множителя со сдвигом суммы частичных произведений(СЧП) влево;
- 4) умножение старшими разрядами множителя со сдвигом множимого вправо.

# 1)

Умножение младшими разрядами множителя со сдвигом накапливаемой суммы(СЧП) вправо.

В каждом цикле множимое либо добавляется к сумме частичных произведений(если  $b=1$ ), либо нет(если  $b=0$ ), после чего сумма частичных произведений умножается на  $2^{-1}$ , то есть сдвигается на один разряд вправо .

*	1	0	1	0	1	1							
	1	0	0	1	1	1							
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
	1	0	1	0	1	1							ЧП 1
	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 1
+	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	1	0	1	0	1	1							ЧП 2
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 2
+	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	1	0	1	0	1	1							ЧП 3
1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 3
+	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	0	0	0	0	0	0							ЧП 4
	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 4
+	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	0	0	0	0	0	0							ЧП 5
	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 5
+	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	1	0	1	0	1	1							ЧП 6
	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	СЧП=СЧП+ЧП 6
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП

2)

Умножение младшими разрядами  
множителя со сдвигом множимого влево.

В каждом цикле умножения множимое  
сдвигается на один разряд влево и либо  
складывается с СЧП (при  $b=1$ ), либо нет  
(при  $b=0$ ).

							1	0	1	0	1	1	Множимое
						*	1	0	0	1	1	1	Множитель
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 1 (Сдвига нет)
	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	СЧП=СЧП+ЧП 1
+						1	0	1	0	1	1		□□□Сдвиг ЧП 2 влево
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 2
+					1	0	1	0	1	1			□□□Сдвиг ЧП 3 влево
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 3
+				0	0	0	0	0	0				□□□Сдвиг ЧП 4 влево
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 4
+			0	0	0	0	0	0					□□□Сдвиг ЧП 5 влево
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 5
+		1	0	1	0	1	1						□□□Сдвиг ЧП 6 влево
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 6

3)

Умножение старшими разрядами множителя со сдвигом суммы частичных произведений (СЧП) влево;

Управление умножением будет производиться цифрами множителя, начиная со старших разрядов. Сумма частичных произведений в каждом цикле будет сдвигаться на один разряд влево.

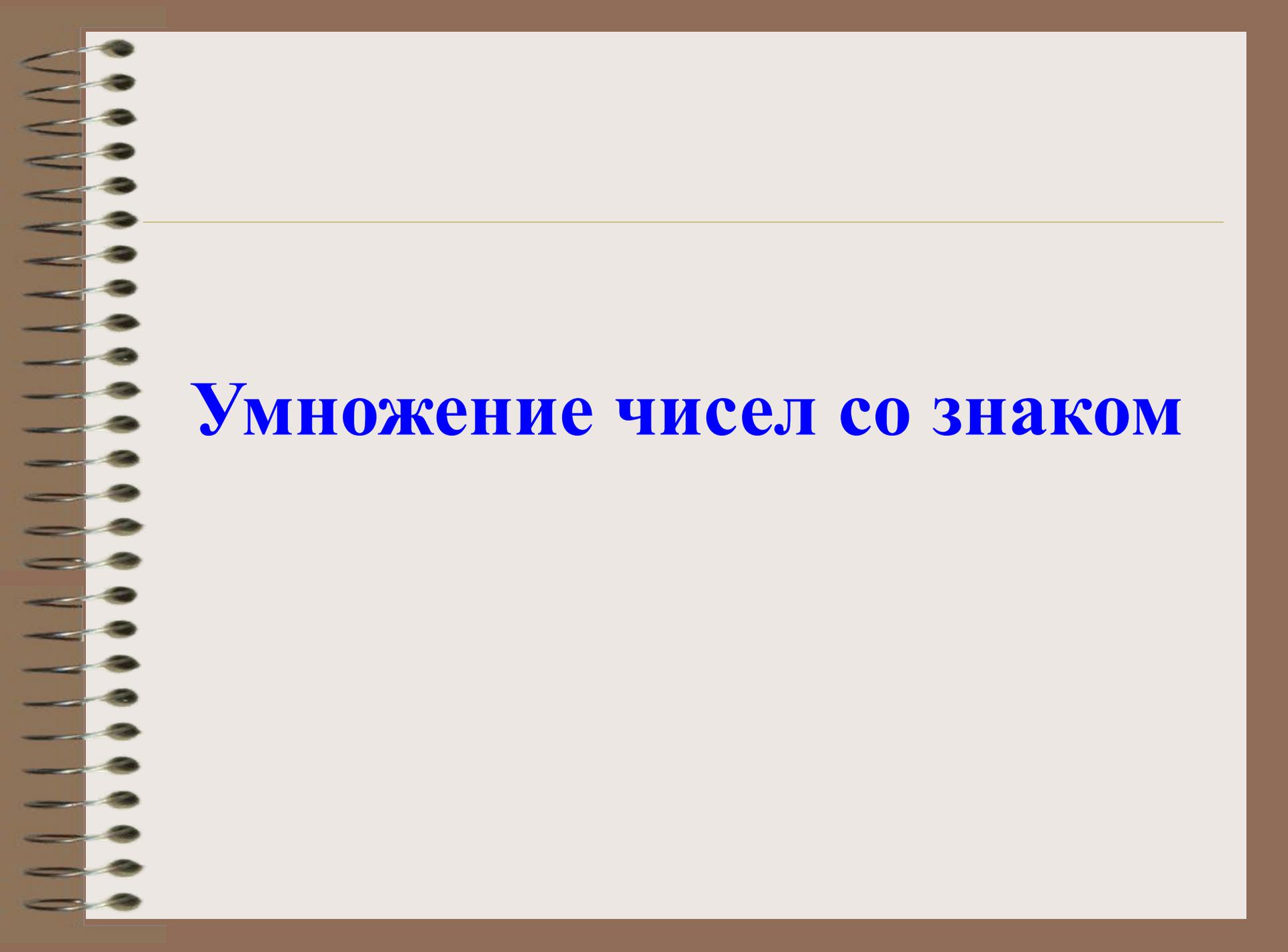
							1	0	1	0	1	1	Множимое
						*	1	0	0	1	1	1	Множитель
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП = 0
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 1
	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	СЧП = СЧП + ЧП 1
	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1		□□□Сдвиг СЧП влево
+							0	0	0	0	0	0	ЧП 2
	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 2
	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0		□□□Сдвиг СЧП влево
+							0	0	0	0	0	0	ЧП 3
	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 3
	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0		□□□Сдвиг СЧП влево
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 4
	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	СЧП = СЧП + ЧП 4
	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1		□□□Сдвиг СЧП влево
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 5
	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	СЧП = СЧП + ЧП 5
	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1		□□□Сдвиг СЧП влево
							1	0	1	0	1	1	ЧП 6
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	СЧП = СЧП + ЧП 6

4)

Умножение **старшими** разрядами  
множителя **со сдвигом множимого вправо.**

В каждом цикле множимое сдвигается на один разряд вправо и в зависимости от значения управляющего (старшего) разряда множителя либо передаётся в СЧП, либо нет.

*	1	0	1	0	1	1	Множимое						
	1	0	0	1	1	1	Множитель						
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0	
+		1	0	1	0	1	1					□□□Сдвиг ЧП 1 вправо	
	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 1	
+			0	0	0	0	0	0				□□□Сдвиг ЧП 2 вправо	
	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 2	
+				0	0	0	0	0	0			□□□Сдвиг ЧП 3 вправо	
	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 3	
+					1	0	1	0	1	1		□□□Сдвиг ЧП 4 вправо	
	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 4	
+						1	0	1	0	1	1	□□□Сдвиг ЧП 5 вправо	
	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 5
+							1	0	1	0	1	1	□□□Сдвиг ЧП 6 вправо
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	СЧП = СЧП + ЧП 6

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The title is written in blue, bold, serif font in the center of the page.

# **Умножение чисел со знаком**

# Умножение чисел со знаком

---

Если надо умножить два числа со знаком, то надо сначала перемножить их без знака.

А потом определить знак произведения.

(как определить знак произведения показано на следующем слайде).

# Определение знака произведения

**Знак произведения – результат сложения знаковых разрядов** по правилам двоичной арифметики.

**Разные знаковые разряды – отрицательное.**

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

**Одинаковые – положительное.**

$$0+0=0$$

$$1+1=0$$

# Пример умножения со знаком

Решить  $-13 * 11 = ?$

1) Умножим числа без знака .

				1	1	0	1	Множимое
			*	1	0	1	1	Множитель
				1	1	0	1	1 Частичное Произведение
		+		1	1	0	1	2 частичное произведение
	+		0	0	0	0	0	3 частичное произведение
+		1	1	0	1			4 частичное произведение
1	0	0	0	1	1	1	1	Произведение = 143

2) Сложим знаковые цифры по модулю 2 .

У числа 13 знак отрицательный, следовательно цифра «1»

У числа 11 знак положительный, следовательно цифра «0»

$$1+0=1$$

Следовательно произведение отрицательное . => произведение = - 143