

Системы счисления (часть 6)

Подготовил : Ганбаров Анар

Группа: ИТ11

АГУ

г. Астрахань 2016

**АРИФМЕТИКА ЧИСЕЛ
С ФИКСИРОВАННОЙ
ТОЧКОЙ:
УМНОЖЕНИЕ**

Умножение

Умножение – это **многократно повторенная операция сложения.**

Умножение – это **нахождение суммы одинаковых** слагаемых в роли которых выступает **множимое.**

Определение знака произведения

Знак произведения – результат сложения знаковых разрядов по правилам двоичной арифметики.

Разные знаковые разряды – отрицательное.

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

Одинаковые – положительное.

$$0+0=0$$

$$1+1=0$$

Разрядность произведения

Разрядность произведения определяется как **сумма разрядов множимого и множителя.**

$M_1 = 110110$ кол-во цифр(разрядов) = 6

$M_2 = 1110$ кол-во разрядов = 4

$M_1 * M_2 = 1011110100$ кол-во разрядов = 10

Пример

				1	1	0	1	Множимое
			*	1	0	1	1	Множитель
				1	1	0	1	1 Частичное Произведение
		+	1	1	0	1		2 частичное произведение
	+	0	0	0	0			3 частичное произведение
+	1	1	0	1				4 частичное произведение
1	0	0	0	1	1	1	1	Произведение

Получено произведение $A * B$ путём умножения с **младших разрядов множителя В.**

Т.е. число «А» поочередно умножаем на каждую цифру числа «В» начиная с последней цифры числа «В» и все складываем.

Пример

	1	1	0	1			
*	1	0	1	1			
	1	1	0	1			
+		0	0	0	0		
		+	1	1	0	1	
			+	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1

Получено произведение $A * B$ путём умножения **со старших разрядов** множителя **B**.

Т.е. число «A» поочередно умножаем на каждую цифру числа «B» начиная с первой цифры числа «B» и все складываем.

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The text "Теперь более подробно" is written in blue, bold, serif font in the center of the page.

Теперь более подробно

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The text "Умножение чисел без знака" is written in blue, bold, serif font in the center of the page.

Умножение чисел без знака

Умножение

Произведение можно получить **двумя путями**:

- **Сдвиг множимого** на требуемое количество разрядов и добавление полученного очередного частного произведения к ранее накопленной сумме.
- **Сдвиг суммы** ранее полученных **частичных произведений** на каждом шаге на один разряд и последующим добавлением к сдвинутой сумме неподвижного множимого, либо 0.

Что такое частичное произведение?

				1	1	0	1	Множимое
			*	1	0	1	1	Множитель
				1	1	0	1	1 Частичное Произведение
		+	1	1	0	1		2 частичное произведение
	+	0	0	0	0			3 частичное произведение
+	1	1	0	1				4 частичное произведение
1	0	0	0	1	1	1	1	Произведение

Что такое Сумма Частичных Произведений ?

					1	1	0	1	Множимое
				*	1	0	1	1	Множитель
	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
+					1	1	0	1	1 Частичное Произведение
	0	0	0	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП + ЧП 1
+				1	1	0	1		2 частичное произведение
	0	0	1	0	0	1	1	1	СЧП=СЧП + ЧП 2
+			0	0	0	0			3 частичное произведение
	0	0	1	0	0	1	1	1	СЧП=СЧП + ЧП 3
+		1	1	0	1				4 частичное произведение
	1	0	0	0	1	1	1	1	СЧП=СЧП + ЧП 4
Последнее СЧП - это и есть произведение									

В начале решения примера сумма частичных произведений (СЧП) равно 0. По ходу решения к сумме постоянно прибавляются новые ЧП (частичные произведения).

Последнее СЧП – это произведение.

Разрядность СЧП

В предыдущем примере может возникнуть вопрос, а откуда знать скольким «НУЛЯМ» равен СЧП в начале решения?

Ответ: Так как последнее СЧП – это произведение, то следовательно разрядность СЧП равна сумме разрядов множителя и множимого.

$$M_1 = 110110$$

кол-во цифр(разрядов) = 6

$$M_2 = 1110$$

кол-во разрядов = 4

$$M_1 * M_2 = 1011110100$$

кол-во разрядов СЧП = 10

Варианты умножения

Основываясь на девятом слайде можно создать четыре варианта схем машинного умножения:

1) умножение младшими разрядами множителя со сдвигом накапливаемой суммы(СЧП) вправо;

2) умножение младшими разрядами множителя со сдвигом множимого влево;

3) умножение старшими разрядами множителя со сдвигом суммы частичных произведений(СЧП) влево;

4) умножение старшими разрядами множителя со сдвигом множимого вправо.

1)

Умножение младшими разрядами множителя со сдвигом накапливаемой суммы(СЧП) вправо.

В каждом цикле множимое либо добавляется к сумме частичных произведений(если $b=1$), либо нет(если $b=0$), после чего сумма частичных произведений умножается на 2^{-1} , то есть сдвигается на один разряд вправо .

*	1	0	1	0	1	1							
	1	0	0	1	1	1							
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
	1	0	1	0	1	1							ЧП 1
	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 1
+	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	1	0	1	0	1	1							ЧП 2
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 2
+	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	1	0	1	0	1	1							ЧП 3
1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 3
+	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	0	0	0	0	0	0							ЧП 4
	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 4
+	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	0	0	0	0	0	0							ЧП 5
	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	СЧП=СЧП+ЧП 5
+	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП
	1	0	1	0	1	1							ЧП 6
	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	СЧП=СЧП+ЧП 6
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	☐☐☐Сдвиг вправо СЧП

2)

Умножение младшими разрядами
множителя со сдвигом множимого влево.

В каждом цикле умножения множимое
сдвигается на один разряд влево и либо
складывается с СЧП (при $b=1$), либо нет
(при $b=0$).

							1	0	1	0	1	1	Множимое
						*	1	0	0	1	1	1	Множитель
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 1 (Сдвига нет)
	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	СЧП=СЧП+ЧП 1
+						1	0	1	0	1	1		□□□Сдвиг ЧП 2 влево
	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 2
+					1	0	1	0	1	1			□□□Сдвиг ЧП 3 влево
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 3
+				0	0	0	0	0	0				□□□Сдвиг ЧП 4 влево
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 4
+			0	0	0	0	0	0					□□□Сдвиг ЧП 5 влево
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 5
+		1	0	1	0	1	1						□□□Сдвиг ЧП 6 влево
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	СЧП=СЧП+ЧП 6

3)

Умножение старшими разрядами множителя со сдвигом суммы частичных произведений (СЧП) влево;

Управление умножением будет производиться цифрами множителя, начиная со старших разрядов. Сумма частичных произведений в каждом цикле будет сдвигаться на один разряд влево.

							1	0	1	0	1	1	Множимое
						*	1	0	0	1	1	1	Множитель
							0	0	0	0	0	0	СЧП = 0
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 1
							0	0	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 1
							0	0	0	0	1	1	□□□Сдвиг СЧП влево
+							0	0	0	0	0	0	ЧП 2
							0	0	0	0	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 2
							0	0	0	1	0	0	□□□Сдвиг СЧП влево
+							0	0	0	0	0	0	ЧП 3
							0	0	0	1	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 3
							0	0	0	1	0	0	□□□Сдвиг СЧП влево
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 4
							0	0	0	0	0	1	СЧП = СЧП + ЧП 4
							0	0	1	1	0	0	□□□Сдвиг СЧП влево
+							1	0	1	0	1	1	ЧП 5
							0	0	1	1	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 5
							0	1	1	0	0	1	□□□Сдвиг СЧП влево
							1	0	1	0	1	1	ЧП 6
							0	1	1	0	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 6

4)

Умножение **старшими** разрядами
множителя **со сдвигом множимого вправо.**

В каждом цикле множимое сдвигается на один разряд вправо и в зависимости от значения управляющего (старшего) разряда множителя либо передаётся в СЧП, либо нет.

*	1	0	1	0	1	1	Множимое					
	1	0	0	1	1	1	Множитель					
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	СЧП=0
+	0	1	0	1	0	1	1					□□□Сдвиг ЧП 1 вправо
	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 1
+	0	0	0	0	0	0	0	0				□□□Сдвиг ЧП 2 вправо
	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 2
+	0	0	0	0	0	0	0	0	0			□□□Сдвиг ЧП 3 вправо
	0	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	СЧП = СЧП + ЧП 3
+	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1		□□□Сдвиг ЧП 4 вправо
	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 4
+	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	1	□□□Сдвиг ЧП 5 вправо
	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	1	СЧП = СЧП + ЧП 5
+	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	□□□Сдвиг ЧП 6 вправо
	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	СЧП = СЧП + ЧП 6

A spiral-bound notebook with a brown cover and a white page. The spiral binding is on the left side. The page is mostly blank, with a horizontal line near the top. The title "Умножение чисел со знаком" is written in blue, bold, serif font in the center of the page.

Умножение чисел со знаком

Умножение чисел со знаком

Если надо умножить два числа со знаком, то надо сначала перемножить их без знака.

А потом определить знак произведения.

(как определить знак произведения показано на следующем слайде).

Определение знака произведения

Знак произведения – результат сложения знаковых разрядов по правилам двоичной арифметики.

Разные знаковые разряды – отрицательное.

$$1+0=1$$

$$0+1=1$$

Одинаковые – положительное.

$$0+0=0$$

$$1+1=0$$

Пример умножения со знаком

Решить $-13 * 11 = ?$

1) Умножим числа без знака .

				1	1	0	1	Множимое
			*	1	0	1	1	Множитель
				1	1	0	1	1 Частичное Произведение
		+		1	1	0	1	2 частичное произведение
	+			0	0	0	0	3 частичное произведение
+				1	1	0	1	4 частичное произведение
1	0	0	0	1	1	1	1	Произведение = 143

2) Сложим знаковые цифры по модулю 2 .

У числа 13 знак отрицательный, следовательно цифра «1»

У числа 11 знак положительный, следовательно цифра «0»

$$1+0=1$$

Следовательно произведение отрицательное . => произведение = - 143