

Арифметическая прогрессия
Глава III, §12

Последовательности

✓ бесконечные

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

✓ конечные

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

Способы задания

словесный

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

аналитический

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

рекуррентный

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

1. Укажите способ задания числовой последовательности

1

$a_n : 2, 4, 6, 8, 10$

$$a_n = 2n$$

Аналитический способ. Последовательность задается формулой n -члена: $a_n = F(n)$. По этой формуле можно найти любой член последовательности

Укажите способ задания числовой последовательности

2

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

Словесный способ. Представляет собой закономерность или правило расположения членов последовательности, описанный словами.

1. Укажите способ задания числовой последовательности

3

$$y_1=3; y_n=y_{n-1}+4, \text{ если } n=2,3,4\dots$$

$$y_1=3; \quad y_2=y_1+4=3+4=7;$$

$$y_3=y_2+4=7+4=11;$$

$$y_4=y_3+4=11+4=15 \text{ и т. д.}$$

Рекуррентный способ. Этот способ задания последовательности состоит в том, что указывается правило, позволяющее вычислить n -й член последовательности, если известны её предыдущие члены.

1. Устно назовите закономерности задания последовательностей:

1. 1; 2; 3; 4; 5;.....

2. 4; 9; 14; 19; 25;.....

3. 110; 100; 90; 80;.....

2. Запишите зависимость между a_{n+1} и a_n членами каждой последовательности

1. 1; 2; 3; 4; 5;..... $a_{n+1} = a_n \dots$

2. 4; 9; 14; 19; 25;.....

3. 110; 100; 90; 80;..... $a_{n+1} = a_n \dots$

3. Запишите зависимость между a_{n+1} и a_n членами каждой последовательности

1. 1; 2; 3; 4; 5;.....

$$a_{n+1} = a_n + 1$$

2. 4; 9; 14; 19; 25;.....

$$a_{n+1} = a_n + 5$$

3. 110; 100; 90; 80;.....

$$a_{n+1} = a_n - 10$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

Выписать пять первых членов арифметической прогрессии:

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

Стр.88, **№173** (письменно)

Записать первый член и разность арифметической прогрессии:

1) 6, 8, 10, ... $a_1 = \dots, d = \dots$

2) 7, 9, 11, ... $a_1 = \dots, d = \dots$

3) 25, 21, 17, ... $a_1 = \dots, d = \dots$

4) -12, -9, -6, ... $a_1 = \dots, d = \dots$

**П
р
о
в
е
р
к**

Стр.88, №173(письменно)

Записать первый член и разность арифметической прогрессии:

1) $6, 8, 10, \dots$ $a_1 = 6, d = 2$

2) $7, 9, 11, \dots$ $a_1 = 7, d = 2$

3) $25, 21, 17, \dots$ $a_1 = 25, d = -4$

4) $-12, -9, -6, \dots$ $a_1 = -12, d = 3$

Стр.88, №173

Из данных арифметических прогрессий отметьте те, которые являются

возрастающими «+», убывающими «-»?

1) $6, 8, 10, \dots$ $a_1 = 6, d = 2$

2) $7, 9, 11, \dots$ $a_1 = 7, d = 2$

3) $25, 21, 17, \dots$ $a_1 = 25, d = -4$

4) $-12, -9, -6, \dots$ $a_1 = -12, d = 3$

П
р
о
в
е
р
к

**Из данных арифметических прогрессий
отметьте те, которые являются
возрастающими «+», убывающими ?**

1) $6, 8, 10, \dots$ $a_1 = 6, d = 2$ «+»

2) $7, 9, 11, \dots$ $a_1 = 7, d = 2$ «+»

3) $25, 21, 17, \dots$ $a_1 = 25, d = -4$ «-»

4) $-12, -9, -6, \dots$ $a_1 = -12, d = 3$ «+»

Заполните пропуски:

Если **разность** арифметической прогрессии **положительна**, то прогрессия является ..., а если **отрицательной**, то ...

1) $6, 8, 10, \dots$ $a_1 = 6, d = 2$ «+»

2) $7, 9, 11, \dots$ $a_1 = 7, d = 2$ «+»

3) $25, 21, 17, \dots$ $a_1 = 25, d = -4$ «-»

4) $-12, -9, -6, \dots$ $a_1 = -12, d = 3$ «+»

ов

ер

Если **разность** арифметической прогрессии **положительна**, то прогрессия является **возрастающей**, а если **отрицательной**, то **убывающей**

1) 6, 8, 10, ... **возрастающая**

2) 7, 9, 11, ... **возрастающая**

3) 25, 21, 17, ... **убывающая**

4) -12, -9, -6, ... **возрастающая**

5) 7, 7, 7, ... ???

Общий вывод:

- 1) 2, 6, 10, 14, 18, $d=4, a_{n+1} > a_n$
- 2) 11, 8, 5, 2, -1, $d=-3, a_{n+1} < a_n$
- 3) 5, 5, 5, 5, 5, $d=0, a_{n+1} = a_n$

Если в арифметической прогрессии разность положительна ($d > 0$), то прогрессия является возрастающей.

Если в арифметической прогрессии разность отрицательна ($d < 0$), то прогрессия является убывающей.

В случае , если разность равна нулю ($d = 0$) и все члены прогрессии равны одному и тому же числу, последовательность называется стационарной.

Стр.88, №174(1)

Записать первые пять членов
арифметической прогрессии:

$$a_1 = 2, d = 5$$

$$a_2 = \dots$$

$$a_3 = \dots$$

$$a_4 = \dots$$

$$a_5 = \dots$$

**П
р
о
в
е
р
к**



Стр.88, №174(1)

Записать первые пять членов арифметической прогрессии:

$$a_1 = 2, d = 5$$

$$a_2 = 2 + 5 = 7$$

$$a_3 = 7 + 5 = 12$$

$$a_4 = 12 + 5 = 17$$

$$a_5 = 17 + 5 = 22$$

Ответ : 2;7;12;17;22

Стр.85. **Задача 1**

Доказать, что последовательность, заданная формулой $a_n = 1,5 + 3n$, является арифметической прогрессией.

▶ Требуется доказать, что разность $a_{n+1} - a_n$ одна и та же для всех n (не зависит от n).

Запишем $(n + 1)$ -й член данной последовательности:

$$a_{n+1} = 1,5 + 3(n + 1).$$

Поэтому

$$a_{n+1} - a_n = 1,5 + 3(n + 1) - (1,5 + 3n) = 3.$$

Следовательно, разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n . ◀

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = \dots$$

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) =$$

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - 3n - 3 =$$

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - 3n - 3 = 3$$

Стр.88. №175(3)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3(n + 1)$$

Решаем по плану задачи 1

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - (3n + 3) = \\ &= 3n + 6 - 3n - 3 = 3 \end{aligned}$$

$a_{n+1} - a_n = 3$ не зависит от n .

Чтод.


Стр.88. №175(1)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3 - 4n$$

Докажите самостоятельно

**П
р
о
в
е
р
к
а**



Стр.88. №175(1)

Доказать, что последовательность, заданная формулой n -го члена, является арифметической прогрессией

$$a_n = 3 - 4n$$

Докажите самостоятельно

$$a_{n+1} = 3 - 4(n + 1) = 3 - 4n - 4 = -1 - 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = -1 - 4n - (3 - 4n) = -1 - 4n - 3 + 4n = -4$$

$$a_{n+1} - a_n = -4 \quad \text{не зависит от } n.$$

Чтод.

Заполните пропуски:

$$a_{n+1} = a_n + \dots$$

$$a_{n-1} = a_n - \dots$$

**П
р
о
в
е
р
к
а**



Заполните пропуски:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_{n-1} + a_{n+1} = \dots$$

p

ов

ер

к

а

Заполните пропуски:

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_{n-1} + a_{n+1} = 2a_n$$

$a_n =$..

р

о

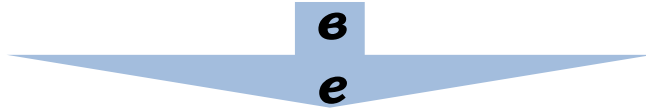
в

е

р

к

а



Заполните пропуски:

$$a_{n+1} = a_n + d \qquad a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_{n-1} + a_{n+1} = 2a_n$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Стр. 85.

Основное свойство
(характеристическое свойство)
арифметической прогрессии

**Найдите члены арифметической
прогрессии:**

1) $a_3 = 5; a_5 = 13, \quad a_4 = \dots$

**Р
е
ш
е
н
и
е**



**Найдите члены арифметической
прогрессии:**

$$1) a_3 = 5; a_5 = 13, \quad a_4 = \frac{5 + 13}{2} = 9$$

$$2) a_{18} = 100; a_{20} = 110, \quad a_{19} = \dots$$

$$3) a_7 = 6; a_9 = -10, \quad a_8 = \dots$$

**п
р
о
в
е
р**



**Найдите члены арифметической
прогрессии:**

$$2) \quad a_{18} = 100; a_{20} = 110, \quad a_{19} = \frac{100 + 110}{2} = 105$$

$$3) \quad a_7 = 6; a_9 = -10, \quad a_8 = \frac{6 + (-10)}{2} = -2$$

Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_2 = a_1 + \dots$$

П

р

ов

ер

к

Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_{\dots} + d = a_{\dots} + \dots$$

**П
р
о
в
е
р
к**



Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_{\dots} + d = a_{\dots} + \dots$$

П

р

ов

ер

к

Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

$$a_{10} = a_1 + \dots d \quad a_{89} = a_1 + \dots d \quad a_{45} = a_1 + \dots d$$

ов

ер

к

Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \quad a_{89} = a_1 + 88d \quad a_{45} = a_1 + 44d$$

Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

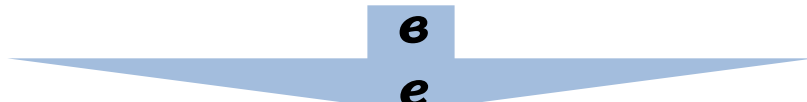
$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

.....

$$a_n = a_1 + (\dots)d$$

о
в
е
н



Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ с разностью d

Заполните пропуски:

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

.....

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Стр.88. №176(1,3)

В арифметической прогрессии найти

1) $a_1 = 2, d = 3$

$$a_n = \dots$$

$$a_{15} = \dots$$

**П
р
о
в
е
р
к**



Стр.88. №176(1,3)

В арифметической прогрессии найти

$$1) a_1 = 2, d = 3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{15} = a_1 + (15 - 1)d = 2 + 14 \cdot 3 = 44$$

Ответ : $a_{15} = 44$

Стр.88. №176(1,3)

В арифметической прогрессии найти

$$3) a_1 = -3, d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{18} = \dots$$

**П
р
о
в
е
р
к**



Стр.88. №176(1,3)

В арифметической прогрессии найти

$$3) a_1 = -3, d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{18} = -3 + 17 \cdot (-2) = -3 - 34 = -37$$

$$\text{Ответ: } a_{18} = -37$$