

# ***Арифметическая прогрессия***

## ***Глава III, §12***

# Последовательности

✓ бесконечные

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

✓ конечные

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

## Способы задания

*словесный*

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

*аналитический*

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

*рекуррентный*

$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

# 1. Укажите способ задания числовой последовательности

1

$a_n : 2, 4, 6, 8, 10$

$$a_n = 2n$$

**Аналитический способ.** Последовательность задается формулой  $n$ -члена:  $a_n = F(n)$ . По этой формуле можно найти любой член последовательности

# Укажите способ задания числовой последовательности

2

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

Словесный способ. Представляет собой закономерность или правило расположения членов последовательности, описанный словами.

# 1. Укажите способ задания числовой последовательности

3

$$y_1=3; y_n=y_{n-1}+4, \text{ если } n=2,3,4\dots$$

$$y_1=3; \quad y_2=y_1+4=3+4=7;$$

$$y_3=y_2+4=7+4=11;$$

$$y_4=y_3+4=11+4=15 \text{ и т. д.}$$

Рекуррентный способ. Этот способ задания последовательности состоит в том, что указывается правило, позволяющее вычислить  $n$ -й член последовательности, если известны её предыдущие члены.

**1. Устно назовите закономерности задания последовательностей:**

**1.** 1; 2; 3; 4; 5;.....

**2.** 4; 9; 14; 19; 25;.....

**3.** 110; 100; 90; 80;.....

**2. Запишите зависимость между  $a_{n+1}$  и  $a_n$  членами каждой последовательности**

**1.** 1; 2; 3; 4; 5;.....  $a_{n+1} = a_n \dots$

**2.** 4; 9; 14; 19; 25;.....

**3.** 110; 100; 90; 80;.....  $a_{n+1} = a_n \dots$

**3. Запишите зависимость между  $a_{n+1}$  и  $a_n$  членами каждой последовательности**

**1.** 1; 2; 3; 4; 5;.....

$$a_{n+1} = a_n + 1$$

**2.** 4; 9; 14; 19; 25;.....

$$a_{n+1} = a_n + 5$$

**3.** 110; 100; 90; 80;.....

$$a_{n+1} = a_n - 10$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

Выписать пять первых членов арифметической прогрессии:

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots \quad (a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

$$(a_n): a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

Стр.88, **№173** (письменно)

**Записать** первый член и разность арифметической прогрессии:

1) 6, 8, 10, ...       $a_1 = \dots, d = \dots$

2) 7, 9, 11, ...       $a_1 = \dots, d = \dots$

3) 25, 21, 17, ...       $a_1 = \dots, d = \dots$

4) -12, -9, -6, ...       $a_1 = \dots, d = \dots$

**П  
р  
о  
в  
е  
р  
к**

**Стр.88, №173(письменно)**

**Записать** первый член и разность арифметической прогрессии:

1)  $6, 8, 10, \dots$        $a_1 = 6, d = 2$

2)  $7, 9, 11, \dots$        $a_1 = 7, d = 2$

3)  $25, 21, 17, \dots$        $a_1 = 25, d = -4$

4)  $-12, -9, -6, \dots$        $a_1 = -12, d = 3$

Стр.88, №173

Из данных арифметических прогрессий отметьте те, которые являются

возрастающими «+», убывающими «-»?

1)  $6, 8, 10, \dots$        $a_1 = 6, d = 2$

2)  $7, 9, 11, \dots$        $a_1 = 7, d = 2$

3)  $25, 21, 17, \dots$        $a_1 = 25, d = -4$

4)  $-12, -9, -6, \dots$        $a_1 = -12, d = 3$

П  
р  
о  
в  
е  
р  
к

**Из данных арифметических прогрессий  
отметьте те, которые являются  
возрастающими «+», убывающими ?**

1)  $6, 8, 10, \dots$        $a_1 = 6, d = 2$       «+»

2)  $7, 9, 11, \dots$        $a_1 = 7, d = 2$       «+»

3)  $25, 21, 17, \dots$        $a_1 = 25, d = -4$       «-»

4)  $-12, -9, -6, \dots$        $a_1 = -12, d = 3$       «+»

## Заполните пропуски:

Если **разность** арифметической прогрессии **положительна**, то прогрессия является ..., а если **отрицательной**, то ...

1) 6, 8, 10, ...       $a_1 = 6, d = 2$       «+»

2) 7, 9, 11, ...       $a_1 = 7, d = 2$       «+»

3) 25, 21, 17, ...       $a_1 = 25, d = -4$       «-»

4) -12, -9, -6, ...       $a_1 = -12, d = 3$       «+»

ов

ер

Если **разность** арифметической прогрессии **положительна**, то прогрессия является **возрастающей**, а если **отрицательной**, то **убывающей**

1) 6, 8, 10, ... **возрастающая**

2) 7, 9, 11, ... **возрастающая**

3) 25, 21, 17, ... **убывающая**

4) -12, -9, -6, ... **возрастающая**

5) 7, 7, 7, ... ???

## Общий вывод:

- 1) 2, 6, 10, 14, 18, ....  $d=4, a_{n+1} > a_n$
- 2) 11, 8, 5, 2, -1, ....  $d=-3, a_{n+1} < a_n$
- 3) 5, 5, 5, 5, 5, ....  $d=0, a_{n+1} = a_n$

Если в арифметической прогрессии разность положительна ( $d > 0$ ), то прогрессия является возрастающей.

Если в арифметической прогрессии разность отрицательна ( $d < 0$ ), то прогрессия является убывающей.

В случае, если разность равна нулю ( $d = 0$ ) и все члены прогрессии равны одному и тому же числу, последовательность называется стационарной.

**Стр.88, №174(1)**

**Записать** первые пять членов  
арифметической прогрессии:

$$a_1 = 2, d = 5$$

$$a_2 = \dots$$

$$a_3 = \dots$$

$$a_4 = \dots$$

$$a_5 = \dots$$

**П**

**р**

**о**

**в**

**е**

**р**

**к**

**Стр.88, №174(1)**

**Записать** первые пять членов арифметической прогрессии:

$$a_1 = 2, d = 5$$

$$a_2 = 2 + 5 = 7$$

$$a_3 = 7 + 5 = 12$$

$$a_4 = 12 + 5 = 17$$

$$a_5 = 17 + 5 = 22$$

*Ответ : 2;7;12;17;22*

## Стр.85. Задача 1

Доказать, что последовательность, заданная формулой  $a_n = 1,5 + 3n$ , является арифметической прогрессией.

▶ Требуется доказать, что разность  $a_{n+1} - a_n$  одна и та же для всех  $n$  (не зависит от  $n$ ).

Запишем  $(n + 1)$ -й член данной последовательности:

$$a_{n+1} = 1,5 + 3(n + 1).$$

Поэтому

$$a_{n+1} - a_n = 1,5 + 3(n + 1) - (1,5 + 3n) = 3.$$

Следовательно, разность  $a_{n+1} - a_n$  не зависит от  $n$ . ◀

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = \dots$$

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) =$$

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - 3n - 3 =$$

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$a_{n+1} - a_n = 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - 3n - 3 = 3$$

**Стр.88. №175(3)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3(n + 1)$$

**Решаем по плану задачи 1**

$$a_{n+1} = 3(n + 1 + 1) = 3(n + 2)$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= 3(n + 2) - 3(n + 1) = 3n + 6 - (3n + 3) = \\ &= 3n + 6 - 3n - 3 = 3 \end{aligned}$$

**$a_{n+1} - a_n = 3$  не зависит от  $n$ .**

**Чтод.**

**Стр.88. №175(1)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3 - 4n$$

**Докажите самостоятельно**

**П  
р  
о  
в  
е  
р  
к  
а**



**Стр.88. №175(1)**

**Доказать, что последовательность, заданная формулой  $n$ -го члена, является арифметической прогрессией**

$$a_n = 3 - 4n$$

**Докажите самостоятельно**

$$a_{n+1} = 3 - 4(n + 1) = 3 - 4n - 4 = -1 - 4n$$

$$a_{n+1} - a_n = -1 - 4n - (3 - 4n) = -1 - 4n - 3 + 4n = -4$$

$$a_{n+1} - a_n = -4 \quad \text{не зависит от } n.$$

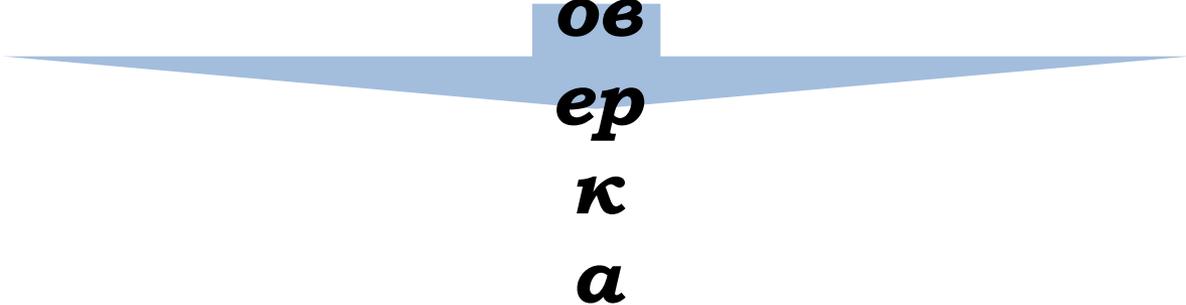
**Чтд.**

**Заполните пропуски:**

$$a_{n+1} = a_n + \dots$$

$$a_{n-1} = a_n - \dots$$

**П  
р  
о  
в  
е  
р  
к  
а**



**Заполните пропуски:**

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_{n-1} + a_{n+1} = \dots$$

***p***

***ов***

***ер***

***к***

***а***

**Заполните пропуски:**

$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_{n-1} + a_{n+1} = 2a_n$$

$a_n =$       ..

**р**

**о**

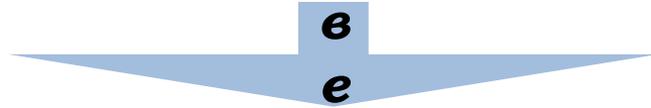
**в**

**е**

**р**

**к**

**а**



**Заполните пропуски:**

$$a_{n+1} = a_n + d \qquad a_{n-1} = a_n - d$$

$$a_{n-1} + a_{n+1} = 2a_n$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

**Стр.85.**

**Основное свойство**  
**(характеристическое свойство)**  
**арифметической прогрессии**

**Найдите члены арифметической  
прогрессии:**

1)  $a_3 = 5; a_5 = 13, \quad a_4 = \dots$

**Р  
е  
ш  
е  
н  
и  
е**



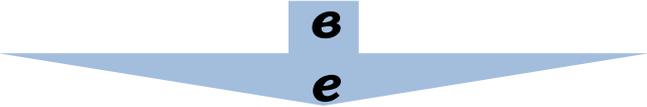
**Найдите члены арифметической  
прогрессии:**

$$1) a_3 = 5; a_5 = 13, \quad a_4 = \frac{5 + 13}{2} = 9$$

$$2) a_{18} = 100; a_{20} = 110, \quad a_{19} = \dots$$

$$3) a_7 = 6; a_9 = -10, \quad a_8 = \dots$$

**п  
р  
о  
в  
е  
р**



**Найдите члены арифметической  
прогрессии:**

$$2) \quad a_{18} = 100; a_{20} = 110, \quad a_{19} = \frac{100 + 110}{2} = 105$$

$$3) \quad a_7 = 6; a_9 = -10, \quad a_8 = \frac{6 + (-10)}{2} = -2$$

**Дана арифметическая прогрессия**

**$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$**

**Заполните пропуски:**

$$a_2 = a_1 + \dots$$

**П  
р  
о  
в  
е  
р  
к**



**Дана арифметическая прогрессия**

**$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$**

**Заполните пропуски:**

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_{\dots} + d = a_{\dots} + \dots$$

**П**

**р**

**ов**

**ер**

**к**

**Дана арифметическая прогрессия**

**$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$**

**Заполните пропуски:**

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_{\dots} + d = a_{\dots} + \dots$$

**П**

**р**

**ов**

**ер**

**к**

**Дана арифметическая прогрессия**

**$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$**

**Заполните пропуски:**

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

$$a_{10} = a_1 + \dots d \quad a_{89} = a_1 + \dots d \quad a_{45} = a_1 + \dots d$$

**ов**

**ер**

**к**

**Дана арифметическая прогрессия**

**$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$**

**Заполните пропуски:**

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \quad a_{89} = a_1 + 88d \quad a_{45} = a_1 + 44d$$

# Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$

**Заполните пропуски:**

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

.....

$$a_n = a_1 + (\dots)d$$

о  
в  
е  
н



## Дана арифметическая прогрессия

$(a_n) : a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  с разностью  $d$

**Заполните пропуски:**

$$a_{\textcircled{2}} = a_1 + d$$

$$a_{\textcircled{3}} = a_2 + d = a_1 + \textcircled{2}d$$

$$a_{\textcircled{4}} = a_3 + d = a_1 + \textcircled{3}d$$

.....

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

**Стр.88. №176(1,3)**

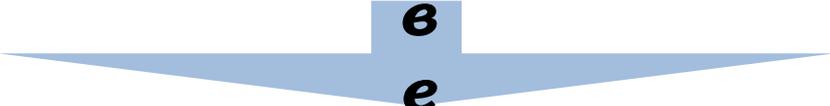
**В арифметической прогрессии найти**

1)  $a_1 = 2, d = 3$

$$a_n = \dots$$

$$a_{15} = \dots$$

**П  
р  
о  
в  
е  
р  
к**



**Стр.88. №176(1,3)**

**В арифметической прогрессии найти**

$$1) a_1 = 2, d = 3$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{15} = a_1 + (15 - 1)d = 2 + 14 \cdot 3 = 44$$

**Ответ :  $a_{15} = 44$**

**Стр.88. №176(1,3)**

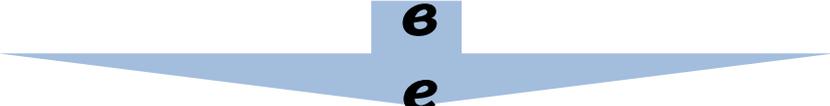
**В арифметической прогрессии найти**

$$3) a_1 = -3, d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{18} = \dots$$

**П  
р  
о  
в  
е  
р  
к**



**Стр.88. №176(1,3)**

**В арифметической прогрессии найти**

$$3) a_1 = -3, d = -2$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$a_{18} = -3 + 17 \cdot (-2) = -3 - 34 = -37$$

$$\text{Ответ: } a_{18} = -37$$