

Отображение(функция)

Отображение множеств

- **Определение 1**

Отображением (функцией) $f: X \rightarrow Y$ называется закон, по которому каждому элементу $x \in X$ ставится в соответствие единственный элемент $y \in Y$.

x - прообраз элемента y , $x = f^{-1}(y)$.

y - образ элемента x , $y = f(x)$

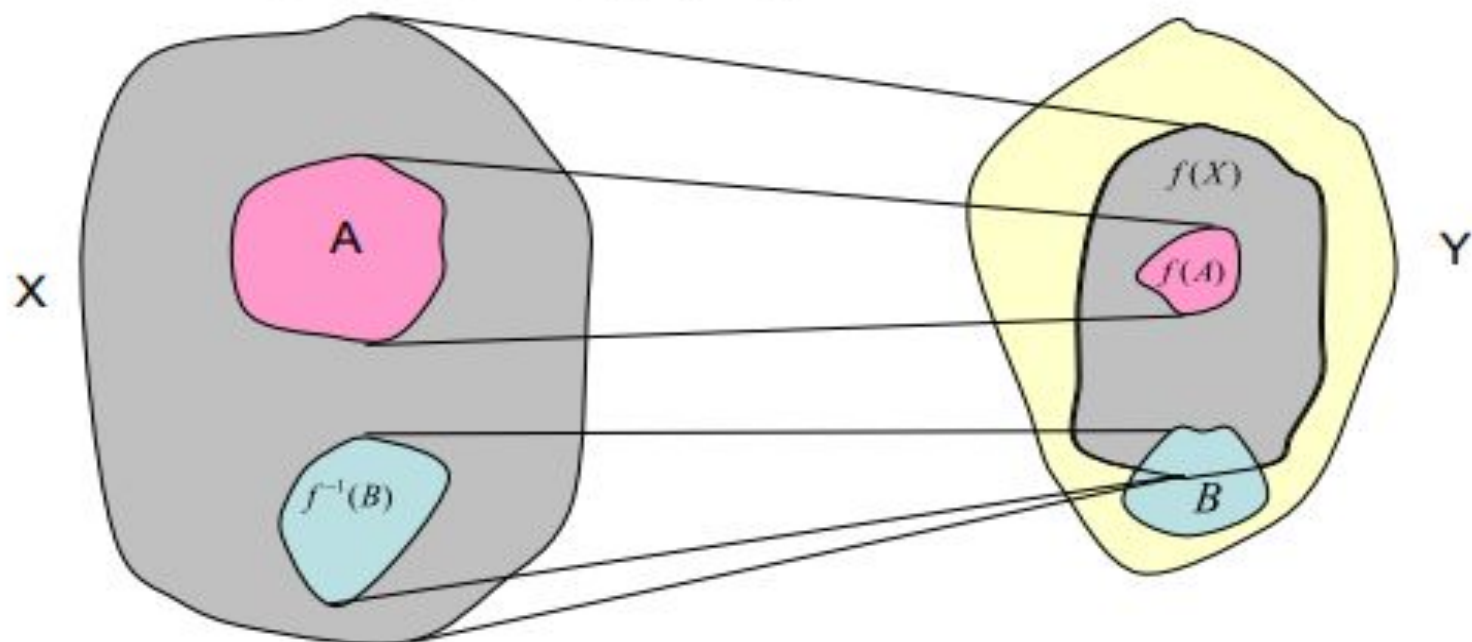
- **Замечание**

Образ всегда единственный, прообразов может быть несколько.

Отображение множеств

- **Определение 2**

- А) Пусть $A \subset X, f: X \rightarrow Y$. Образом множества A называют множество $f(A) = \{f(a) : a \in A\}$
- Б) Пусть $B \subset Y, f: X \rightarrow Y$. Прообразом множества B называют множество $f^{-1}(B) = \{x \in X : f(x) \in B\}$.



Отображение множеств

Определение 3

А) Отображение $f: X \rightarrow Y$ называется сюръективным, если

$$f(X) = Y .$$

Б) Отображение $f: X \rightarrow Y$ называется инъективным, если для любых $x_1, x_2 \in X$ справедлива импликация

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

(т.е. «разные элементы переходят в разные»).

В) Отображение называется биективным, если оно сюръективно и инъективно.

Инъекция

Примеры

- 1) Отображение множества студентов данной аудитории на множество стульев - инъекция, так как разные студенты сидят на разных стульях.
- 2) Отображение множества детей в Вашем городе на множество имен не является инъекцией, так как есть дети, имеющие одинаковые имена
- 3) Является ли инъекцией отображение множества людей, проживающих в Вашем доме на множество номеров квартир?
Почему?

Сюръекция

Примеры

- 1) Соответствие между множеством всех студентов и множеством групп – сюръективное отображение, так как каждой группе соответствует хотя бы один студент
- 2) Соответствие между множеством студентов 2 курса Вашего института и множеством преподавателей Вашего института не является сюръекцией, так как есть преподаватели, которые не преподают на 2 курсе.
- 3) Является ли сюръекцией соответствие между множеством предметов в Вашей зачетной книжке и множеством оценок $\{3,4,5\}$

Почему?

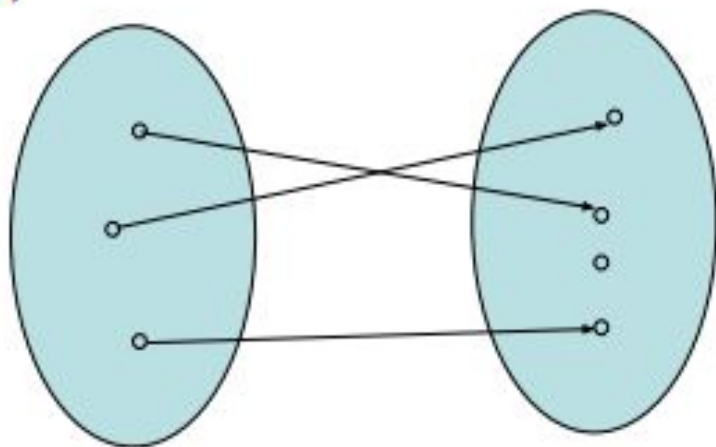
Биекция

Примеры

- 1) Соответствие между множеством государств Европы и множеством европейских столиц - биекция
- 2) Соответствие между множеством страниц учебника по математике и множеством номеров этих страниц - биекция
- 3) Будет ли биекцией соответствие между множеством четных и нечетных чисел

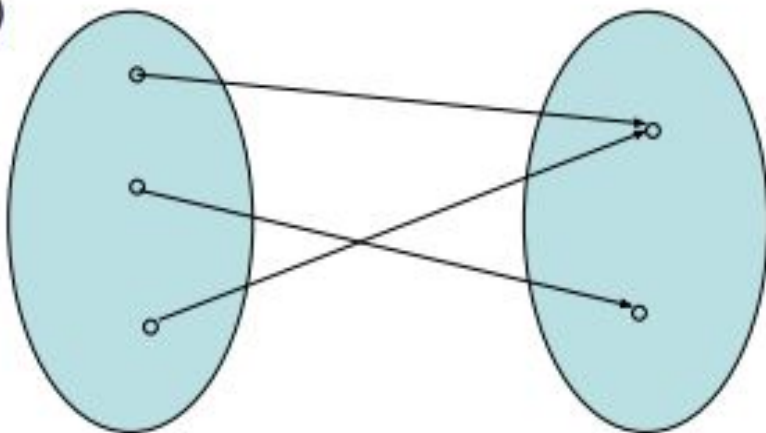
Примеры

1)



Инъективное, не сюръективное
отображение

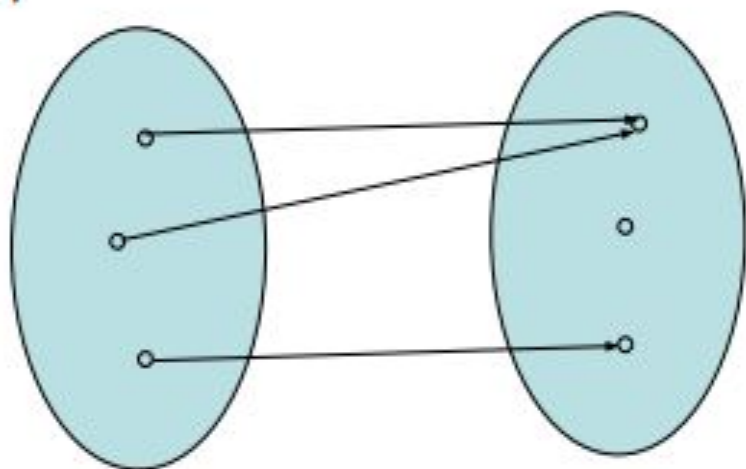
2)



Не инъективное, сюръективное
отображение

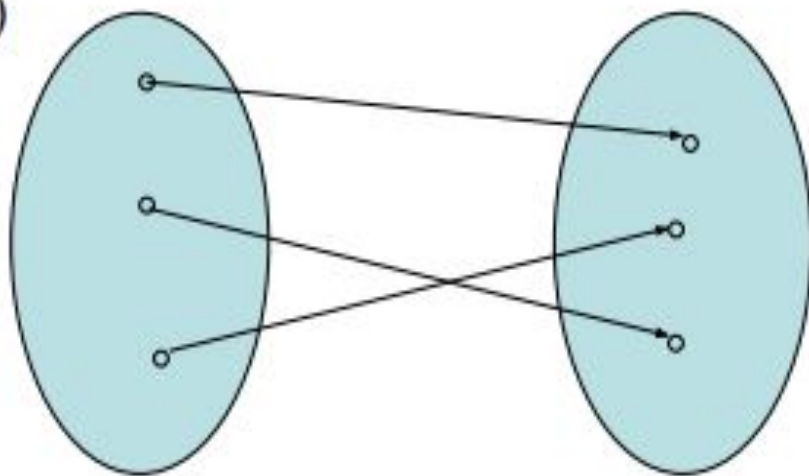
Примеры

5)



Не инъективное, не сюръективное
отображение

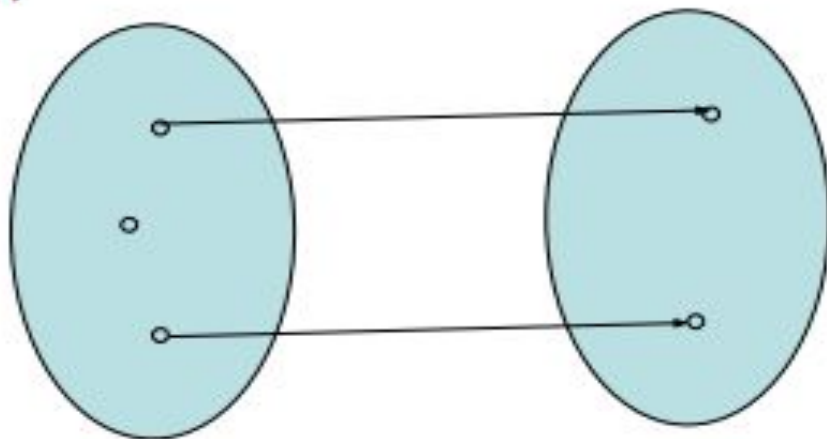
6)



Инъективное, сюръективное
отображение – биекция

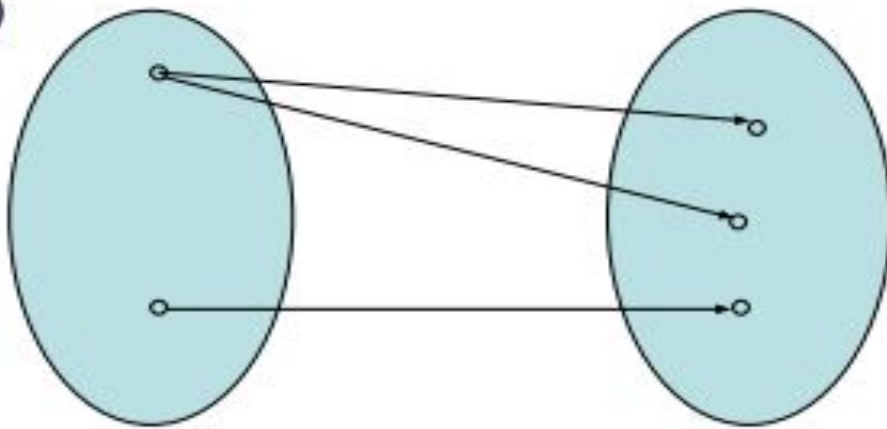
Примеры

3)



Не отображение

4)



Не отображение

Примеры:

1. В списке студентов группы отображение множества нумерации на множество фамилий – биективно

2. X – множество экзаменов зимней сессии,
 Y – множество оценок полученных на экзаменах
 $f : X \rightarrow Y$ - отображение не инъективное и не сюръективное.

3. Заданная функция $f(x) = x^2$ биективная

$R \rightarrow R$ не сюръективное и не инъективное
 $R \rightarrow [0, +\infty)$ сюръективное, но не инъективное
 $[0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ сюръективное, инъективное
следовательно биективное отображение

Примеры

1) $2N = \{2; 4; 6; 8; 10; 12; \dots; 2n; \dots\}$ - множество четных чисел

$|2N| - ?$

$f(n) = 2n$ - Биективное отображение

2) $|Z|$ - *целые положительные числа*

0; -1; 1; -2; 2; -3; 3; ... -n; n
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; ... 2n; 2n+1

$$f(x) = \begin{cases} -2x, & \text{если } x < 0, \\ 2x+1, & \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

биективное

- Алгебра
- Биология
- География
- Геометрия
- Детские презентации
- Информатика
- История
- Литература
- Маркетинг
- Математика**
- Медицина
- Менеджмент
- Музыка
- МХК
- Немецкий язык
- ОБЖ
- Обществознание



Играй бесплатно (16+)

Собери армию могущественных героев и развивай их умения. Покажи, на что ты способен. (16+)

Хроники Хаоса

Подробнее >

Главная > Математика > Отображение множеств

Равномощные множества

Определение 4

Множества A и B называются эквивалентными (равномощными), если существует биекция $f : A \rightarrow B$

Обозначение $A \sim B$

Определение 5

Класс эквивалентных множеств, которому принадлежит множество A называют мощностью множества A, кардиналом или кардинальностью множества A.

Говорят, что кардинальное число множества A не больше кардинального числа множества B $|A| \leq |B|$, если A равномощно некоторому подмножеству B.

Множество A называется счетным, если оно равномощно множеству натуральных чисел.

Мощность счетного множества обозначается \aleph_0

Примеры

Примеры

- 1) Отображение множества натуральных чисел \mathbb{N} на множество четных натуральных чисел $2\mathbb{N}$ является биекцией.
- 2) Отображение множества натуральных чисел \mathbb{N} на множество натуральных чисел \mathbb{N} является биекцией.
- 3) Отображение множества натуральных чисел \mathbb{N} на множество натуральных чисел \mathbb{N} является биекцией.

Примеры

1) Отображение множества натуральных чисел \mathbb{N} на множество натуральных чисел \mathbb{N} является биекцией.

2) Отображение множества натуральных чисел \mathbb{N} на множество натуральных чисел \mathbb{N} является биекцией.

3) Отображение множества натуральных чисел \mathbb{N} на множество натуральных чисел \mathbb{N} является биекцией.

- Алгебра
- Биология
- География
- Геометрия
- Детские презентации
- Информатика
- История
- Литература
- Маркетинг
- Математика**
- Медицина
- Менеджмент
- Музыка
- МХК
- Немецкий язык
- ОБЖ
- Обществознание



Играй бесплатно (16+)

Собери армию могущественных героев и развивай их умения. Покажи, на что ты способен. (16+)

Хроники Хаоса

Подробнее >

Главная > Математика > Отображение множеств

Равномощные множества

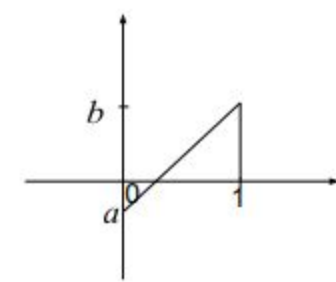
Определение 6

Множество A, равномощное множеству [0;1] называется множеством мощности континуум. Мощность множества континуум обозначается c .

Примеры

1) Доказать, что $|[0;1]| = |[a;b]|$.

$y = (b - a)x + a$ биекция



<p>Примеры</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) Отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, заданное формулой $f(x) = 2x + 1$, является биекцией. 2) Отображение $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, заданное формулой $f(x) = x^2$, не является биекцией. 	<p>Равномощные множества</p> <p>Множества A и B называются равномощными, если существует биекция между ними.</p> <p>Множества A и B называются равномощными, если существует биекция между ними.</p>	<p>Примеры</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) Множества \mathbb{N} и \mathbb{Z} равномощны. 2) Множества \mathbb{N} и \mathbb{Q} равномощны. 	<p>Определение 6</p> <p>Множество A называется множеством континуумной мощности, если оно равномощно отрезку $[0;1]$.</p>	<p>Примеры</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) Множества \mathbb{R} и $[0;1]$ равномощны. 2) Множества \mathbb{R} и \mathbb{C} равномощны.
--	---	--	---	---

