Отображение(функция)

Отображение множеств

- **Определение 1**

Отображением (функцией) $f: X \to Y$ называется закон, по которому каждому элементу $x \in X$ ставится в соответствие единственный элемент $y \in Y$.

x - прообраз элемента y , $x = f^{-1}(y)$.

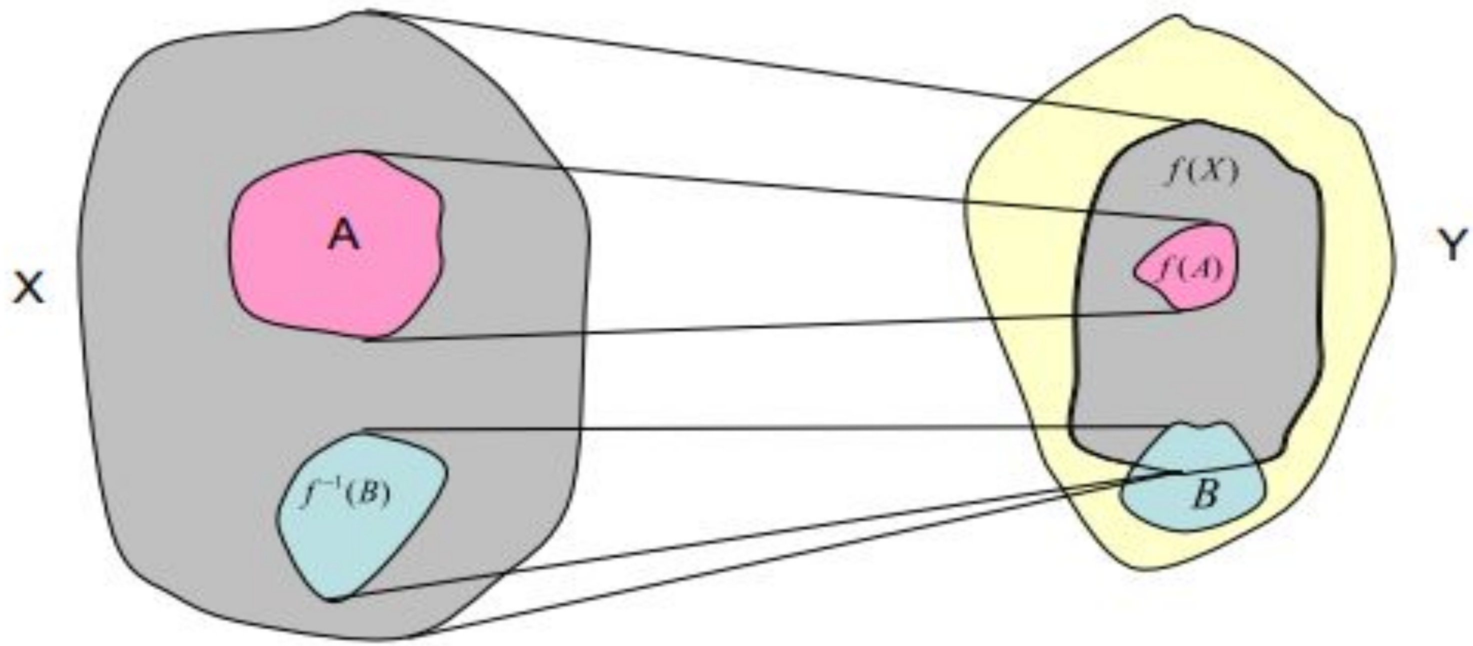
y - образ элемента x , $y = f(x)$

- **Замечание**

Образ всегда единственный, прообразов может быть несколько.

Отображение множеств

- **Определение 2**
- А) Пусть $A \subset X, f : X \to Y$. Образом множества A называют множество $f(A) = \{f(a) : a \in A\}$
- Б) Пусть $B \subset Y, f : X \to Y$. Прообразом множества *B* называют множество $f^{-1}(B) = \{x \in X : f(x) \in B\}$.



Отображение множеств

Определение 3

А) Отображение $f: X \to Y$ называется сюръективным, если $f(X) = Y$.

Б) Отображение $f: X \to Y$ называется инъективным, если для любых $x_1, x_2 \in X$ справедлива импликация

$$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$$

(т.е. «разные элементы переходят в разные»).

В) Отображение называется биективным, если оно сюръективно и инъективно.

Инъекция

Примеры

1) Отображение множества студентов данной аудитории на множество стульев - инъекция, так как разные студенты сидят на разных стульях.

2) Отображение множества детей в Вашем городе на множество имен не является инъекцией, так как есть дети, имеющие одинаковые имена

3) Является ли инъекцией отображение множества людей, проживающих в Вашем доме на множество номеров квартир? Почему?

Сюръекция

Примеры

1) Соответствие между множеством всех студентов и множеством групп – сюръективное отображение, так как каждой группе соответствует хотя бы один студент

2) Соответствие между множеством студентов 2 курса Вашего института и множеством преподавателей Вашего института не является сюръекцией, так как есть преподаватели, которые не преподают на 2 курсе.

3) Является ли сюръекцией соответствие между множеством предметов в Вашей зачетной книжке и множеством оценок $\{3,4,5\}$

Почему?

Биекция

Примеры

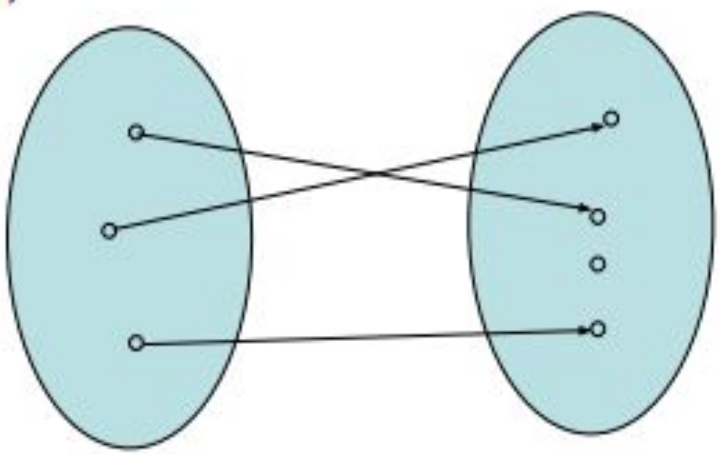
1) Соответствие между множеством государств Европы и множеством европейских столиц - биекция

2) Соответствие между множеством страниц учебника по математике и множеством номеров этих страниц - биекция

3) Будет ли биекцией соответствие между множеством четных и нечетных чисел

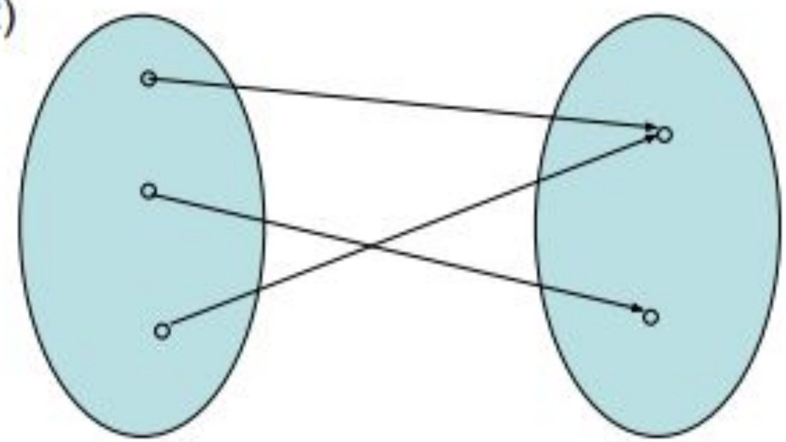
Примеры

1)



Инъективное, не сюръективное отображение

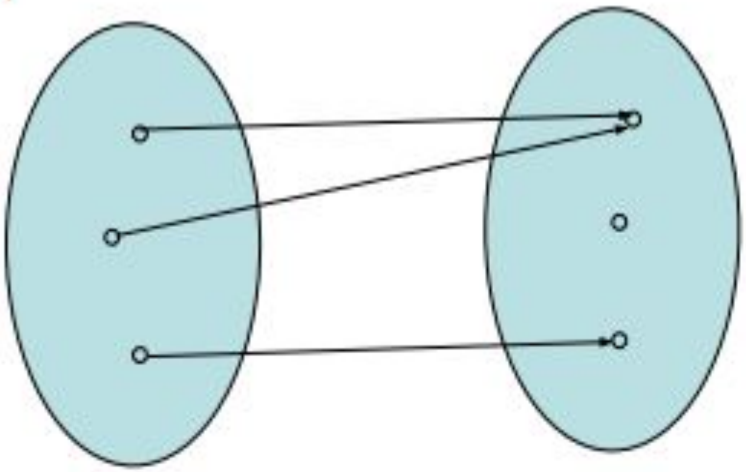
2)



Не инъективное, сюръективное отображение

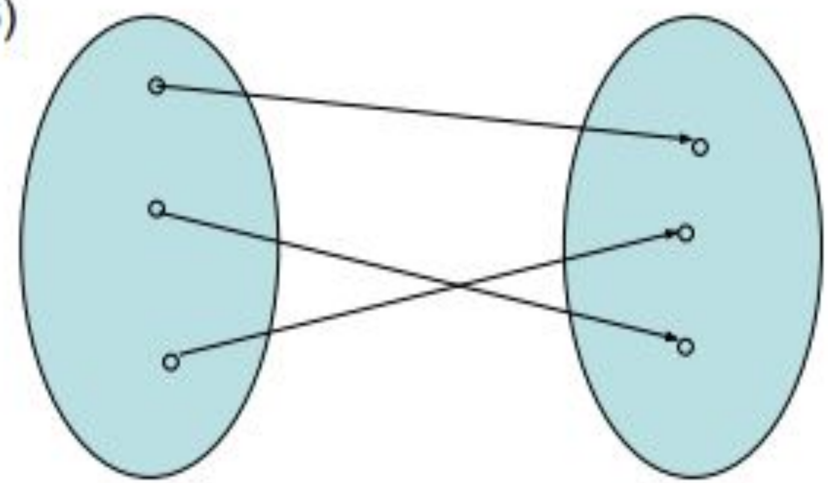
Примеры

5)



Не инъективное, не сюръективное отображение

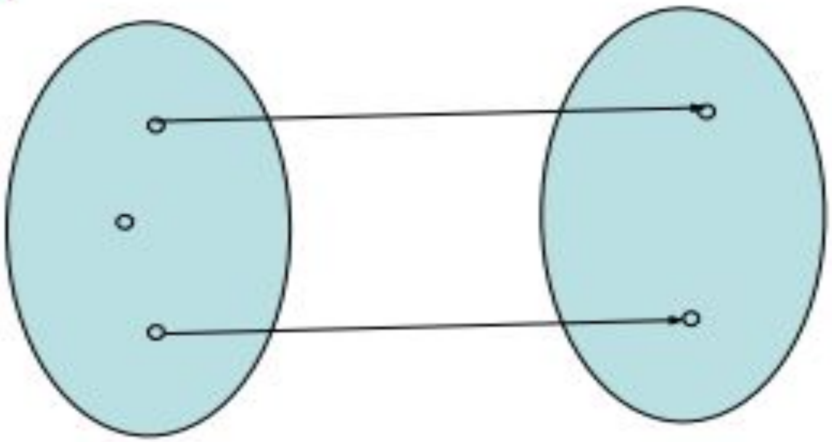
6)



Инъективное, сюръективное отображение – биекция

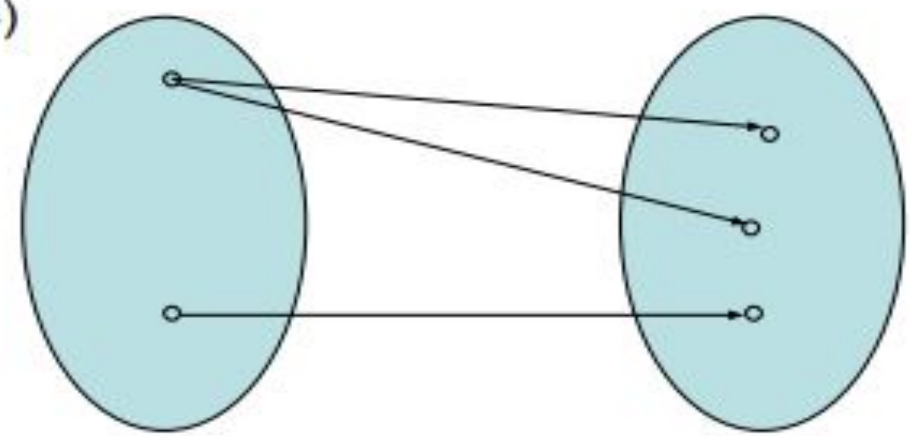
Примеры

3)



Не отображение

4)



Не отображение

Примеры:

1. В списке студентов группы отображение множества нумерации на множество фамилий – биективно

2. X – множество экзаменов зимней сессии,

   У – множество оценок полученных на экзаменах

   $f: X \to Y$ - отображение не инъективное и не сюръективное.

3. Заданная функция $f(x) = x^2$ биективная

   $R \to R$ не сюръективное и не инъективное

   $R \to [0, +\infty)$ сюръективное, но не инъективное

   $[0, \infty) \to [0, \infty)$ сюръективное, инъективное

   следовательно биективное отображение

Примеры

1) $2N = \{2;4;6;8;10;12;...;2n;...\}$ -множество четных чисел

$|2N| - ?$

$f(n) = 2n$ - Биективное отображение

2) |*Z*| - *целые положительные числа*

$$\begin{array}{ccccccccc} 0; & -1; & 1; & -2; & 2; & -3; & 3; & \ldots\ -n; & n \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 1; & 2; & 3; & 4; & 5; & 6; & 7; & \ldots\ 2n; & 2n+1 \end{array}$$

$$f(x) = \begin{cases} -2x, \text{если } x < 0, \\ 2x+1, \text{если } x \geq 0 \end{cases}$$

биективное

Равномощные множества

Определение 4

Множества А и В называются эквивалентными (равномощными), е
существует биекция $f : A \to B$

Обозначение $A = B$

Определение 5

Класс эквивалентных множеств, которому принадлежит множеств
А называют мощностью множества А, кардиналом или кардинал
числом множества А.

Говорят, что кардинальное число множества А не больше кардина
числа множества В $|A| \le |B|$, если А равномощно
некоторому подмножеству В.

Множество А называется счетным, если оно равномощно множес
натуральных чисел.

Мощность счетного множества обозначается $\aleph_0$

Равномощные множества

Определение 6

Множество A, равномощное множеству [0;1] называется множество
мощности континуум. Мощность множества континуум обознача

Примеры

1) Доказать, что |[0;1]|=|[a;b]|.

$y=(b-a)x+a$ биекция