



ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Алгебра высказываний

Логика – наука, изучающая законы и формы мышления.

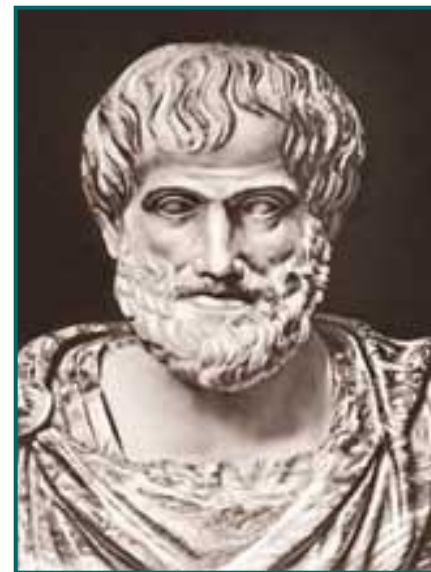
Логика изучает:

- Формы мышления
- Способы мышления

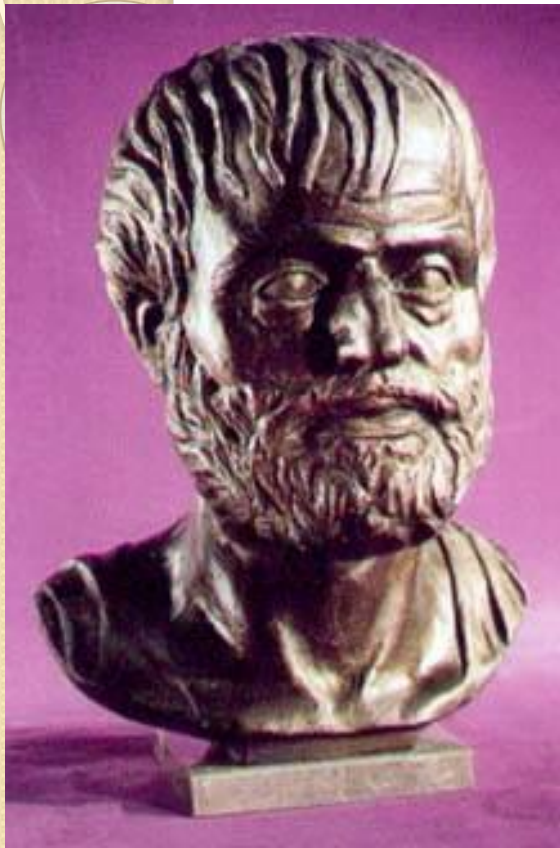
Логика (древнегреч. – слово *logos*, означает «мысль, понятие, рассуждение, закон») – наука о законах и формах мышления.

История логики насчитывает около двух с половиной тысячелетий. Первые учения о формах и способах мышления возникли в Древнем Китае и Индии.

Основателем формальной логики является **Аристотель** (384-322 гг. до н.э.) – древнегреческий философ, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.



Формальная логика



**Основатель – Аристотель
(384 -322гг. до н.э.)**

**Ввёл основные формулы
абстрактного мышления**

ФОРМАЛЬНАЯ ЛОГИКА — наука о законах и формах правильного мышления.

Основные формы мышления

Основными формами мышления являются: *ПОНЯТИЯ, СУЖДЕНИЯ, УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ.*

ПОНЯТИЕ - форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного объекта или класса однородных объектов.

Примеры: *портфель, трапеция, ураганный ветер.*

Понятие имеет две стороны: содержание и объем.

Содержание понятия составляет **совокупность существенных признаков объекта**. Чтобы раскрыть содержание понятия, следует найти признаки, необходимые и достаточные для выделения данного объекта из множества других объектов.

Например, содержание понятия «персональный компьютер» можно раскрыть следующим образом: «Персональный компьютер — это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя».

Объем понятия определяется **совокупностью предметов, на которую оно распространяется**. Объем понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность (сотни миллионов) существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.

Основные формы мышления

СУЖДЕНИЕ – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается об объектах, их свойствах и отношениях.

Суждениями обычно являются повествовательными предложениями, которые могут быть или истинными или ложными.

*«Берн — столица Франции»,
«Река Кубань впадает в Азовское море»,
« $2 > 9$ »,
« $3 \times 5 = 10$ »*

УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ – это форма мышления, посредством которой из одного или нескольких истинных суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем новое суждение (заключение).

Все металлы - простые вещества. Литий - металл. → Литий - простое вещество.

Один из углов треугольника равен 90° . → Этот треугольник прямоугольный.

Математическая логика

В дальнейшем своем развитии логика перешла от формальной к математической, появление которой связывают с именем **Лейбница**.

Во второй половине XVII века выдающийся немецкий ученый **Готфрид Вильгельм Лейбниц** (1646-1716), указавший пути для перевода логики **“из словесного царства, полного неопределенностей, в царство математики, где отношения между объектами или высказываниями определяются совершенно точно”**.

Лейбниц надеялся даже, что в будущем философы, вместо того чтобы бесплодно спорить, станут брать бумагу и вычислять, кто из них прав. При этом в своих работах Лейбниц затрагивал и двоичную систему счисления.



Готфрид Вильгельм
Лейбниц

Математическая логика

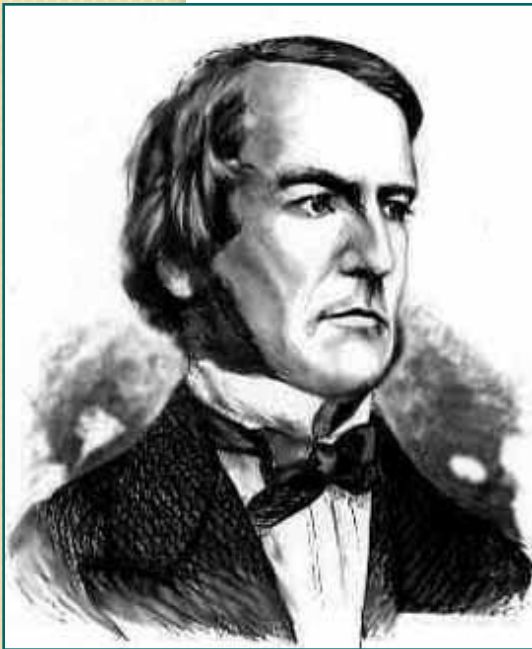
**Основатель – немецкий
ученый и философ
Лейбниц(1642 -1716),
предпринял попытку
применения математических
методов исследования**



Общим между формальной и математической логикой являются законы и категории. Если в формальной логике эти законы абстрактные, то в математической – они конкретные.

Алгебра логики

Алгебра логики – раздел математической логики, изучающий строение сложных логических высказываний и способы установления истинности с помощью алгебраических методов.



В 1842 году **Джорж Буль** разработал *математическую логику* или *алгебру логики*, которую впоследствии стали называть «*булевой алгеброй*».

Спустя 100 лет алгебра логики стала основой теории цифровых вычислительных машин, ее используют в компьютерной логике, электронике, в основе всех микропроцессорных операций.

Уже в XIX веке стало понятно, что система Буля хорошо подходит для описания *электрических переключательных схем.*

Ток в цепи может либо протекать, либо отсутствовать, подобно тому, как утверждение может быть либо истинным, либо ложным.

А еще несколько десятилетий спустя, уже в XX столетии, ученые объединили созданный Джорджем Булем математический аппарат с двоичной системой счисления, заложив тем самым основы для разработки цифрового электронного компьютера.



ЛОГИКА

ЛОГИКА — это наука о формах и законах человеческого мышления и, в частности, о законах доказательных рассуждений.

Логика изучает мышление как средство познания объективного мира. Законы логики отражают в сознании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира.

Формальная логика связана с анализом наших обычных содержательных умозаключений, выражаемых разговорным языком.

Математическая логика изучает только умозаключения со строго определенными объектами и суждениями, для которых можно однозначно решить, истинны они или ложны.

ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, вычислительной технике и электротехнике (построение компьютеров основано на законах математической логики).

В основе логических схем и устройств ПК лежит специальный математический аппарат, использующий законы логики.

Математическая логика изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем.

Знание логики необходимо при разработке алгоритмов и программ, так как в большинстве языков программирования есть логические операции.

Логические высказывания

Логическое высказывание — это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

Высказывание или нет?

- Сейчас идет дождь.
- Жирафы летят на север.
- У квадрата – 10 сторон и все разные.
- Красиво!
- В городе N живут 2 миллиона человек.
- Который час?

Логические переменные

Логические переменные – простые высказывания, содержащие только одну мысль.

Обозначаются буквами латинского алфавита:
A, B, C...

Логические переменные могут принимать лишь два значения: «ИСТИНА» (1) или «ЛОЖЬ» (0)

ВЫСКАЗЫВАНИЕ



Истинное

A=1

Ложное

B=0

A=«Оперативная память хранится в микросхемах»

B=«Сканер – устройство для печати»

Обозначение высказываний

A – Сейчас идет дождь.
B – Форточка открыта. }

простые высказывания
(элементарные)



Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).

Составные высказывания строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

A и B Сейчас идет дождь и открыта форточка.

A или не B Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

если A, то B Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

не A и B Сейчас нет дождя и форточка открыта.

A тогда и только тогда, когда B Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

СОСТАВНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Высказывания, состоящие из нескольких простых суждений и содержащие в себе более, чем одну простую мысль, называются *логическими функциями*

Обозначаются $F(A, B, C, \dots)$

Также могут принимать значения «ИСТИНА» или «ЛОЖЬ» в зависимости от того, какие значения имеют входящие в их состав логические переменные и от действий над ними

Логические связки – это слова, которые подразумевают определенные логические связи между высказываниями.

Связка	Название	Обозначение	Полученное высказывание	Математическая запись
И	конъюнкция	$\&$, \wedge , \bullet	А И В	$A \& B$, $A \wedge B$, $A \bullet B$
ИЛИ	дизъюнкция	\vee , $+$	А ИЛИ В	$A \vee B$, $A + B$
НЕ	отрицание, инверсия	$-$, $\bar{}$, \sim	НЕ А	$\neg B$, \bar{A} , $\sim A$
ЕСЛИ ... ТО	импликация	\rightarrow , \supset	ЕСЛИ А, ТО В	$A \rightarrow B$, $A \supset B$
ЛИБО ... ЛИБО	исключающее или, неравнозначность	\oplus , Δ , \neq	ЛИБО А ЛИБО В	$A \oplus B$, $A \Delta B$, $A \neq B$
ЕСЛИ И ТОЛЬКО	эквивалентность, равнозначность	\equiv , \sim	А, ЕСЛИ И ТОЛЬКО ЕСЛИ В	$A \equiv B$, $A \sim B$

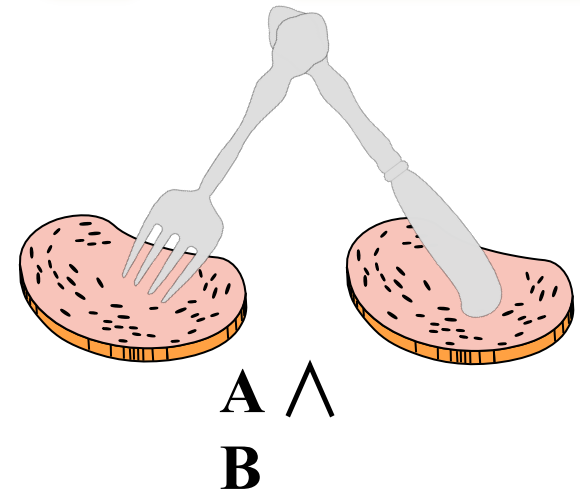
Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

Высказывание «**A и B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.

0
1
2
3

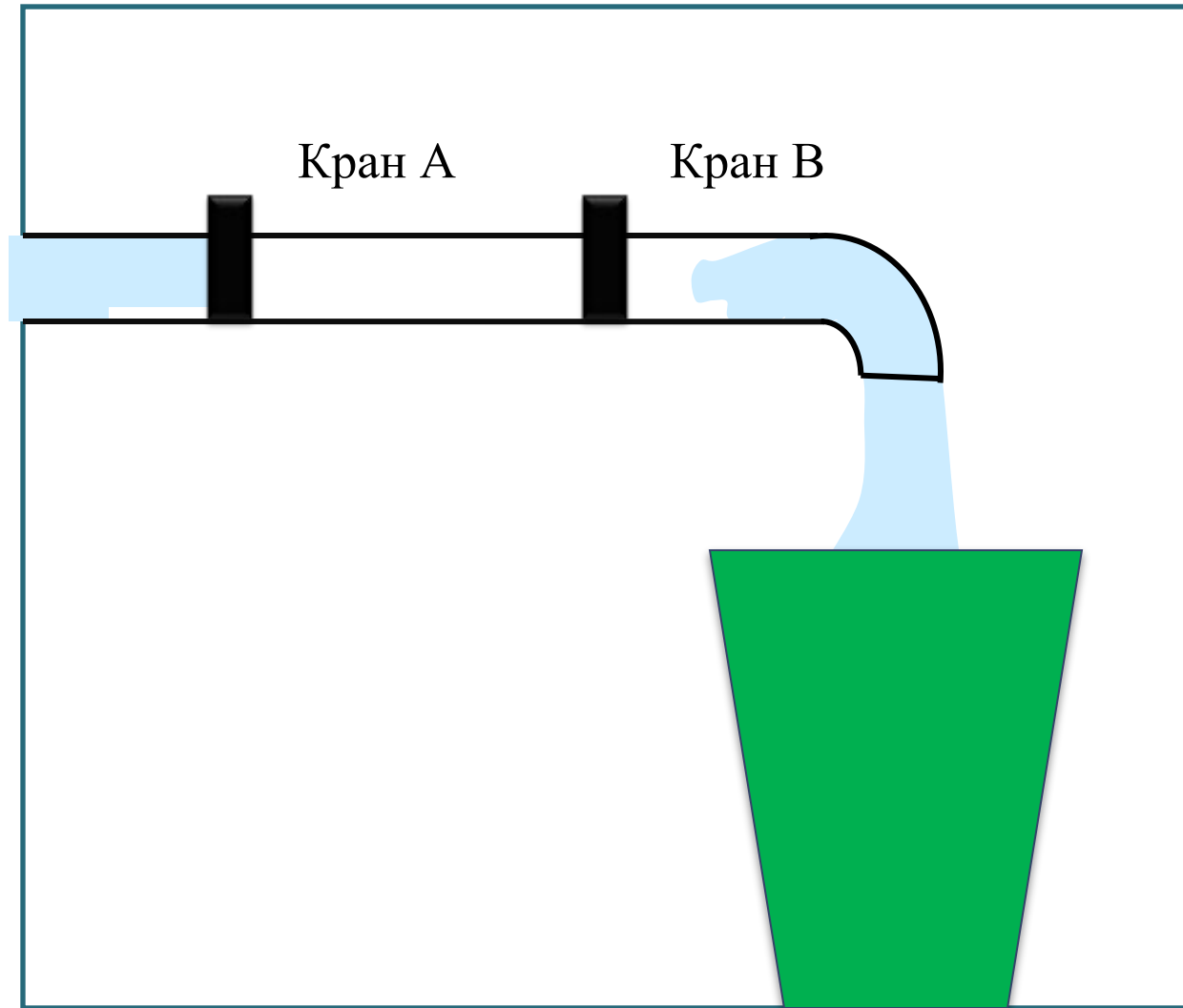
A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также: $A \cdot B$, $A \wedge B$,
A and B (Паскаль),
A && B (Си)



КОНЪЮНКЦИЯ – от лат. *conjunctio* — **соединение**

КОГДА ИЗ ТРУБЫ ПОЛЬЕТСЯ ВОДА?



Открыт кран А

И

Открыт кран В

Значение логической функции определяется по ее таблице истинности

Таблица истинности
показывает какие значения
принимает логическая
функция при всех
возможных значениях
логических переменных

Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

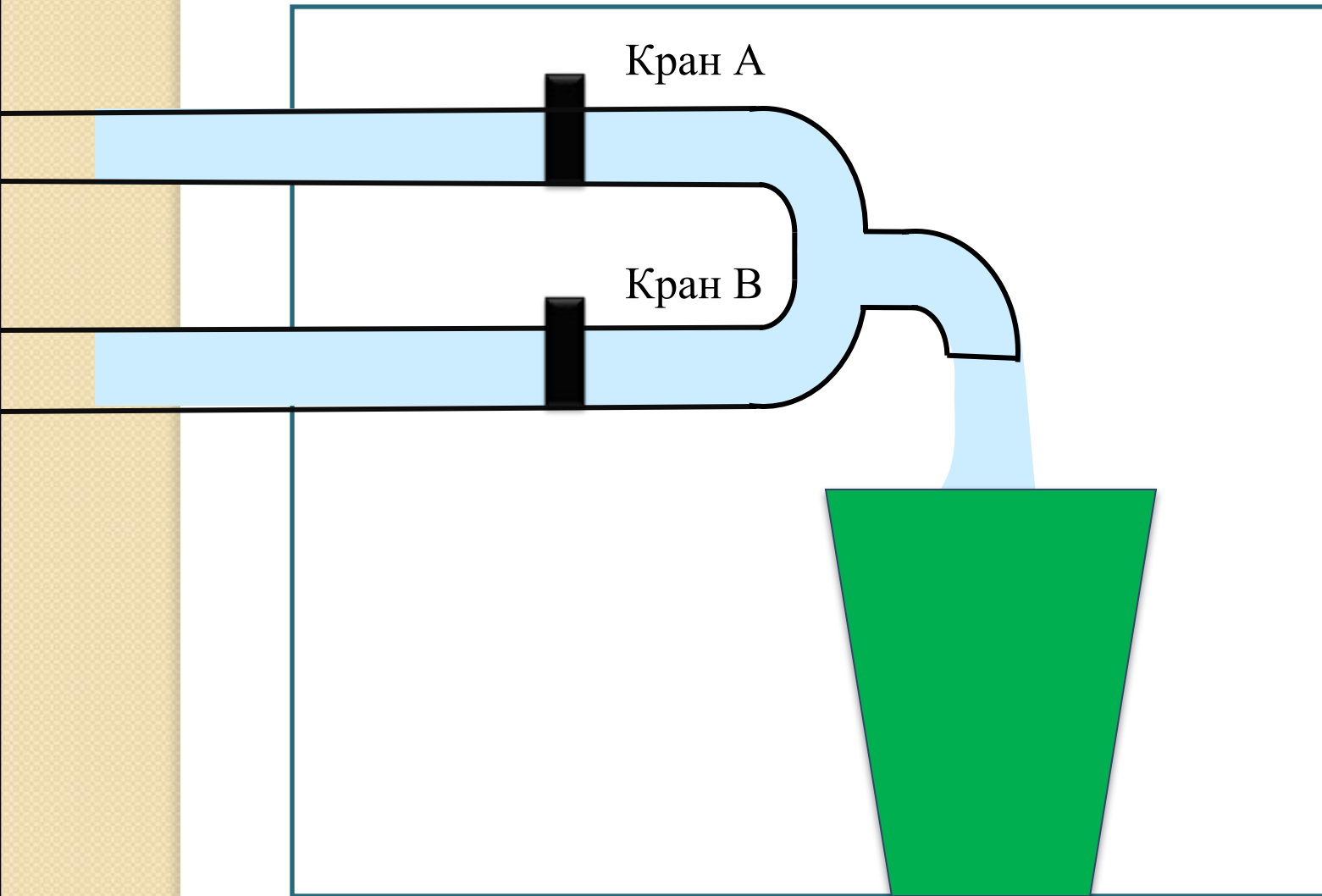
Высказывание «**А или В**» истинно тогда, когда истинно **А** или **В**, или оба вместе.

А	В	А или В
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также: $A+B$, $A \vee B$,
A or B (Паскаль),
A || B (Си)

ДИЗЪЮНКЦИЯ – от лат. *disjunctio* — разъединение

КОГДА ИЗ ТРУБЫ ПОЛЬЕТСЯ ВОДА?



Открыт кран А

ИЛИ

Открыт кран В

ЗАПОМНИ!

ДИЗЬЮНКЦИЯ



ИЛИ



V



ДИЗ – галочка вниз

КОНЬЮНКЦИЯ



И



Λ



КОН – как крыша он

° Логическое отрицание
(*инверсия*) делает истинное
высказывание ложным, а
ложное – истинным

[логическая отрицательная
единица, перевертыш]

Операция НЕ (инверсия)

Если высказывание A истинно, то «не A » ложно, и наоборот.

A	не A
0	1
1	0

также: \bar{A} ,
 $\text{not } A$ (Паскаль),
 $! A$ (Си)

таблица
истинности
операции НЕ

Таблица истинности логического выражения – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения для каждой комбинации.

Импликация

Объединение двух высказываний, из которых первое является условием, а второе – следствием из него, называется *импликацией* (логическим следованием)

Импликация («если ..., то ...»)

Высказывание « $A \rightarrow B$ » истинно, если не исключено, что из A следует B .

A – «Работник хорошо работает».

B – «У работника хорошая зарплата».

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ (ИМПЛИКАЦИЯ)

A – «На улице дождь» **B** – «Асфальт мокрый»

$A \rightarrow B$ – «Если на улице дождь, то асфальт мокрый»

A	B	$A \rightarrow B$
0	1	1
1	0	0
0	0	1
1	1	1

Смысл высказываний A и B для указанных значений		$A \rightarrow B$
Дождя нет	Асфальт мокрый	Истина
Дождь идет	Асфальт сухой	Ложь
Дождя нет	Асфальт сухой	Истина
Дождь идет	Асфальт мокрый	Истина

Импликация двух высказываний **ложна** тогда и только тогда, когда **из истинного высказывания следует ложное.**

Эквиваленция

Эквиваленция – это логическая операция, объединяющая два простых высказывания в одно составное и которое является истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

Эквиваленция («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда A и B равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A \leftrightarrow B = \overline{A \oplus B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Таблицы истинности основных логических функций

Логическое сложение

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1

Логическое умножение

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое отрицание

A	$\neg A$
0	1
1	0

Основные логические операции

Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия	Импликация	Эквивалентность
Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны	Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ЛОЖНЫ, и ИСТИННЫ в остальных случаях	Вывод: результат будет ложным, если исходное выражение истинно, и наоборот	Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (А) следует ложное следствие (В)	Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

Базовый набор операций

С помощью операций **И**, **ИЛИ** и **НЕ** можно реализовать любую логическую операцию.

И

ИЛИ

НЕ

базовый набор операций



Сколько всего существует логических операций с двумя переменными?

Логические выражения и операции

*«Летом Петя поедет в деревню,
и если будет хорошая погода,
то он пойдет на рыбалку».*

Простые высказывания

«Петя поедет в деревню»

«Он пойдет на рыбалку»

«Будет хорошая погода»

A = Петя поедет в деревню;

B = Будет хорошая погода;

C = Он пойдет на рыбалку.

$$F = A \& (B \square C)$$

Порядок действий

1. Действия в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация
6. Эквивалентность