



# ОСНОВЫ ЛОГИКИ

**Алгебра высказываний**

# Логика – наука, изучающая законы и формы мышления.

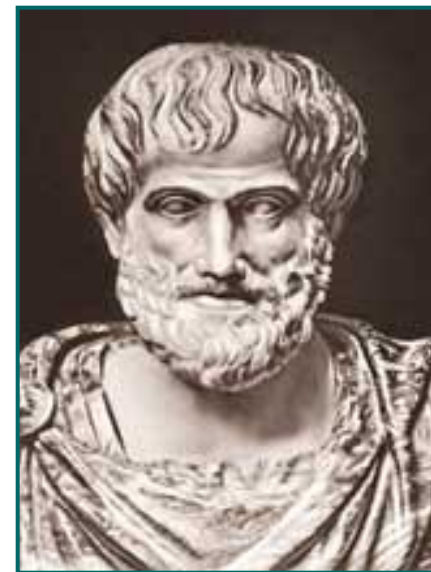
## Логика изучает:

- Формы мышления
- Способы мышления

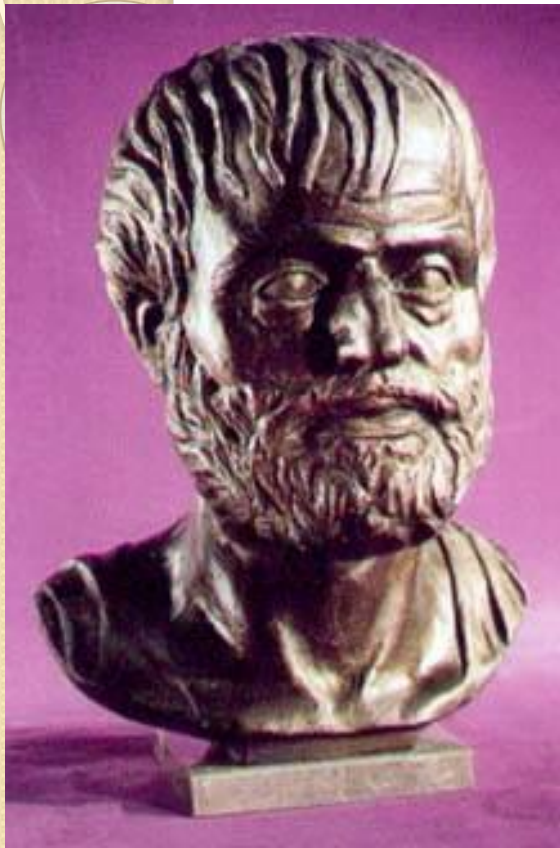
**Логика** (древнегреч. – слово *logos*, означает «мысль, понятие, рассуждение, закон») – наука о законах и формах мышления.

История логики насчитывает около двух с половиной тысячелетий. Первые учения о формах и способах мышления возникли в Древнем Китае и Индии.

Основателем формальной логики является **Аристотель** (384-322 гг. до н.э.) – древнегреческий философ, который впервые отделил логические формы мышления от его содержания.



# Формальная логика



**Основатель – Аристотель  
(384 -322гг. до н.э. )**

**Ввёл основные формулы  
абстрактного мышления**

**ФОРМАЛЬНАЯ ЛОГИКА** — наука о законах и формах правильного мышления.

# Основные формы мышления

Основными формами мышления являются: *ПОНЯТИЯ, СУЖДЕНИЯ, УМОЗАКЛЮЧЕНИЯ.*

**ПОНЯТИЕ** - форма мышления, в которой отражаются существенные признаки отдельного объекта или класса однородных объектов.

Примеры: *портфель, трапеция, ураганный ветер.*

**Понятие имеет две стороны: содержание и объем.**

Содержание понятия составляет **совокупность существенных признаков объекта**. Чтобы раскрыть содержание понятия, следует найти признаки, необходимые и достаточные для выделения данного объекта из множества других объектов.

Например, содержание понятия «персональный компьютер» можно раскрыть следующим образом: «Персональный компьютер — это универсальное электронное устройство для автоматической обработки информации, предназначенное для одного пользователя».

Объем понятия определяется **совокупностью предметов, на которую оно распространяется**. Объем понятия «персональный компьютер» выражает всю совокупность (сотни миллионов) существующих в настоящее время в мире персональных компьютеров.

# Основные формы мышления

**СУЖДЕНИЕ** – это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается об объектах, их свойствах и отношениях.

Суждениями обычно являются повествовательными предложениями, которые могут быть или истинными или ложными.

*«Берн — столица Франции»,  
«Река Кубань впадает в Азовское море»,  
« $2 > 9$ »,  
« $3 \times 5 = 10$ »*

**УМОЗАКЛЮЧЕНИЕ** – это форма мышления, посредством которой из одного или нескольких истинных суждений, называемых посылками, мы по определенным правилам вывода получаем новое суждение (заключение).

*Все металлы - простые вещества. Литий - металл. → Литий - простое вещество.*

*Один из углов треугольника равен  $90^\circ$ . → Этот треугольник прямоугольный.*

# Математическая логика

В дальнейшем своем развитии логика перешла от формальной к математической, появление которой связывают с именем **Лейбница**.

Во второй половине XVII века выдающийся немецкий ученый **Готфрид Вильгельм Лейбниц** (1646-1716), указавший пути для перевода логики **“из словесного царства, полного неопределенностей, в царство математики, где отношения между объектами или высказываниями определяются совершенно точно”**.

Лейбниц надеялся даже, что в будущем философы, вместо того чтобы бесплодно спорить, станут брать бумагу и вычислять, кто из них прав. При этом в своих работах Лейбниц затрагивал и двоичную систему счисления.



Готфрид Вильгельм  
Лейбниц

# Математическая логика

**Основатель – немецкий  
ученый и философ  
Лейбниц(1642 -1716),  
предпринял попытку  
применения математических  
методов исследования**

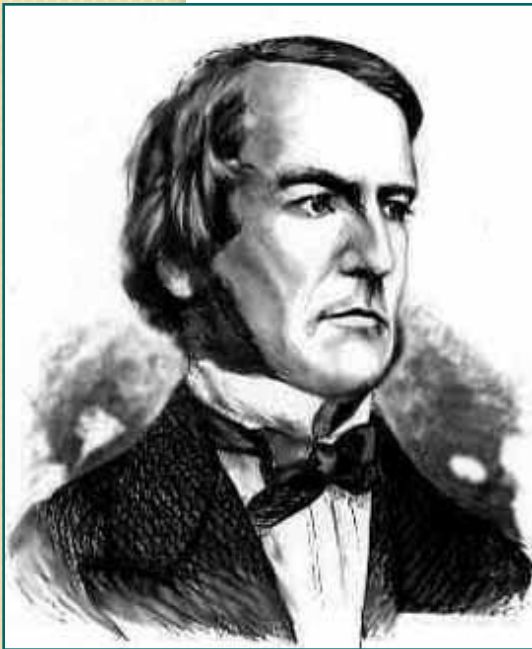


Общим между формальной и математической логикой являются законы и категории. Если в формальной логике эти законы абстрактные, то в математической – они конкретные.



# Алгебра логики

**Алгебра логики** – раздел математической логики, изучающий строение сложных логических высказываний и способы установления истинности с помощью алгебраических методов.



В 1842 году **Джорж Буль** разработал *математическую логику* или *алгебру логики*, которую впоследствии стали называть «*булевой алгеброй*».

Спустя 100 лет алгебра логики стала основой теории цифровых вычислительных машин, ее используют в компьютерной логике, электронике, в основе всех микропроцессорных операций.

Уже в XIX веке стало понятно, что система Буля хорошо подходит для описания *электрических переключательных схем.*

Ток в цепи может либо протекать, либо отсутствовать, подобно тому, как утверждение может быть либо истинным, либо ложным.

А еще несколько десятилетий спустя, уже в XX столетии, ученые объединили созданный Джорджем Булем математический аппарат с двоичной системой счисления, заложив тем самым основы для разработки цифрового электронного компьютера.



# ЛОГИКА

**ЛОГИКА — это наука о формах и законах человеческого мышления и, в частности, о законах доказательных рассуждений.**

Логика изучает мышление как средство познания объективного мира. Законы логики отражают в сознании человека свойства, связи и отношения объектов окружающего мира.

**Формальная логика** связана с анализом наших обычных содержательных умозаключений, выражаемых разговорным языком.

**Математическая логика** изучает только умозаключения со строго определенными объектами и суждениями, для которых можно однозначно решить, истинны они или ложны.

# ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

Идеи и аппарат логики используется в кибернетике, вычислительной технике и электротехнике (построение компьютеров основано на законах математической логики).

В основе логических схем и устройств ПК лежит специальный математический аппарат, использующий законы логики.

Математическая логика изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем.

**Знание логики необходимо при разработке алгоритмов и программ, так как в большинстве языков программирования есть логические операции.**

# Логические высказывания

---

**Логическое высказывание** — это повествовательное предложение, относительно которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

**Высказывание или нет?**

- Сейчас идет дождь.
- Жирафы летят на север.
- У квадрата – 10 сторон и все разные.
- Красиво!
- В городе N живут 2 миллиона человек.
- Который час?

# Логические переменные

Логические переменные – простые высказывания, содержащие только одну мысль.

Обозначаются буквами латинского алфавита:  
A, B, C...

Логические переменные могут принимать лишь два значения: «ИСТИНА» (1) или «ЛОЖЬ» (0)

# ВЫСКАЗЫВАНИЕ



**Истинное**

**A=1**

**Ложное**

**B=0**

**A=«Оперативная память хранится в микросхемах»**

**B=«Сканер – устройство для печати»**

# Обозначение высказываний

**A** – Сейчас идет дождь.  
**B** – Форточка открыта. }

простые высказывания  
(элементарные)



**Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).**

**Составные высказывания** строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

**A и B** Сейчас идет дождь и открыта форточка.

**A или не B** Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

**если A, то B** Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

**не A и B** Сейчас нет дождя и форточка открыта.

**A тогда и только тогда, когда B** Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.



# СОСТАВНЫЕ ВЫСКАЗЫВАНИЯ

Высказывания, состоящие из нескольких простых суждений и содержащие в себе более, чем одну простую мысль, называются *логическими функциями*

Обозначаются  $F(A, B, C, \dots)$

Также могут принимать значения «ИСТИНА» или «ЛОЖЬ» в зависимости от того, какие значения имеют входящие в их состав логические переменные и от действий над ними

**Логические связки** – это слова, которые подразумевают определенные логические связи между высказываниями.

Связка	Название	Обозначение	Полученное высказывание	Математическая запись
И	конъюнкция	$\&$ , $\wedge$ , $\bullet$	А И В	$A \& B$ , $A \wedge B$ , $A \bullet B$
ИЛИ	дизъюнкция	$\vee$ , $+$	А ИЛИ В	$A \vee B$ , $A + B$
НЕ	отрицание, инверсия	$-$ , $\bar{\phantom{A}}$ , $\sim$	НЕ А	$\neg B$ , $\bar{A}$ , $\sim A$
ЕСЛИ ... ТО	импликация	$\rightarrow$ , $\supset$	ЕСЛИ А, ТО В	$A \rightarrow B$ , $A \supset B$
ЛИБО ... ЛИБО	исключающее или, неравнозначность	$\oplus$ , $\Delta$ , $\neq$	ЛИБО А ЛИБО В	$A \oplus B$ , $A \Delta B$ , $A \neq B$
ЕСЛИ И ТОЛЬКО	эквивалентность, равнозначность	$\equiv$ , $\sim$	А, ЕСЛИ И ТОЛЬКО ЕСЛИ В	$A \equiv B$ , $A \sim B$

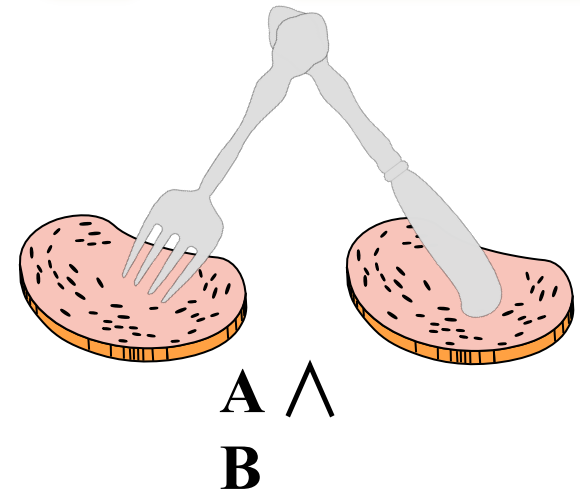
# Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

Высказывание «**A и B**» истинно тогда и только тогда, когда **A** и **B** истинны одновременно.

0  
1  
2  
3

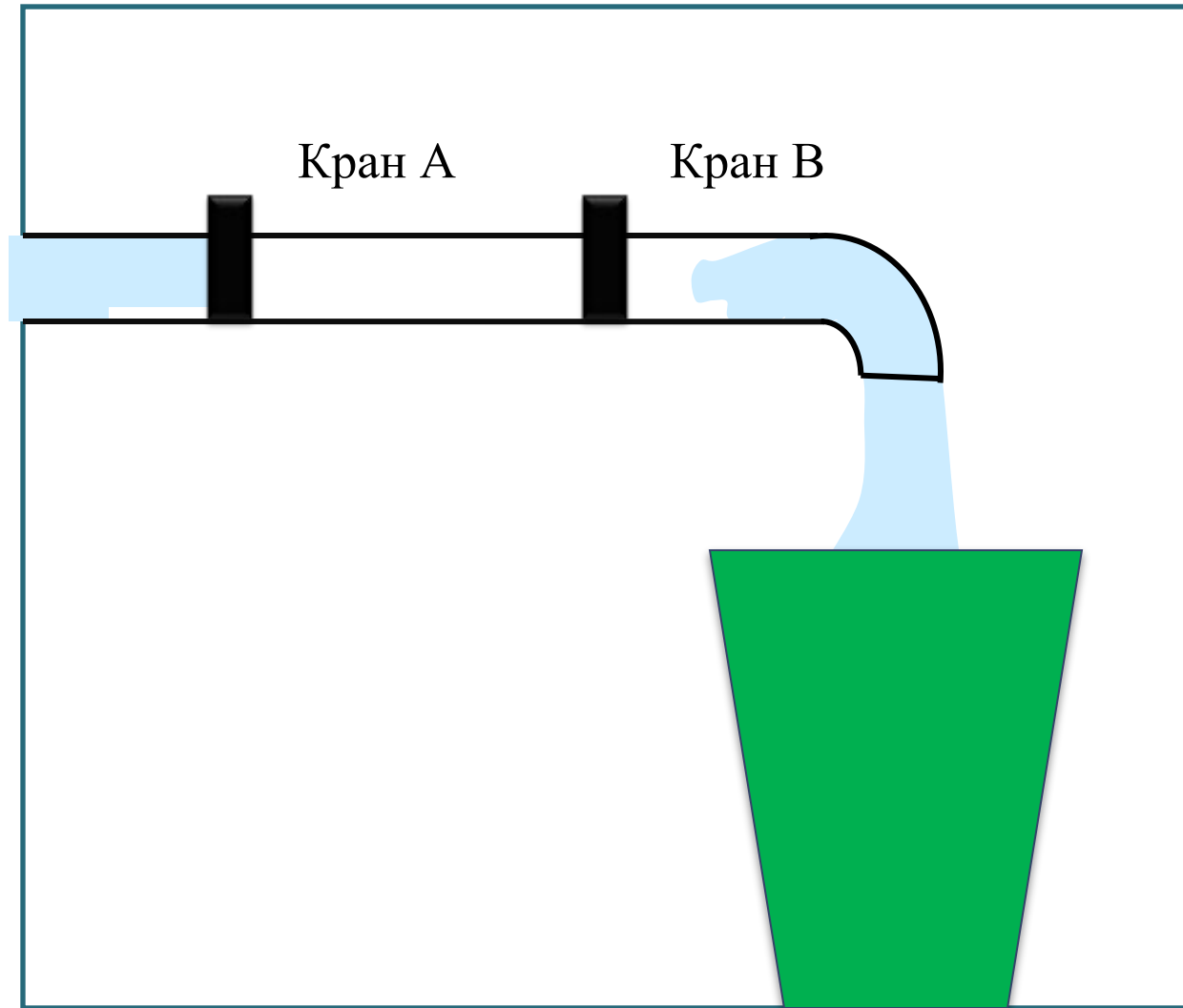
A	B	A и B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

также:  $A \cdot B$ ,  $A \wedge B$ ,  
**A and B** (Паскаль),  
**A && B** (Си)



**КОНЪЮНКЦИЯ** – от лат. *conjunctio* — **соединение**

# КОГДА ИЗ ТРУБЫ ПОЛЬЕТСЯ ВОДА?



Открыт кран А

**И**

Открыт кран В

Значение логической функции определяется по ее таблице истинности

**Таблица истинности**  
показывает какие значения  
принимает логическая  
функция при всех  
возможных значениях  
логических переменных

# Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

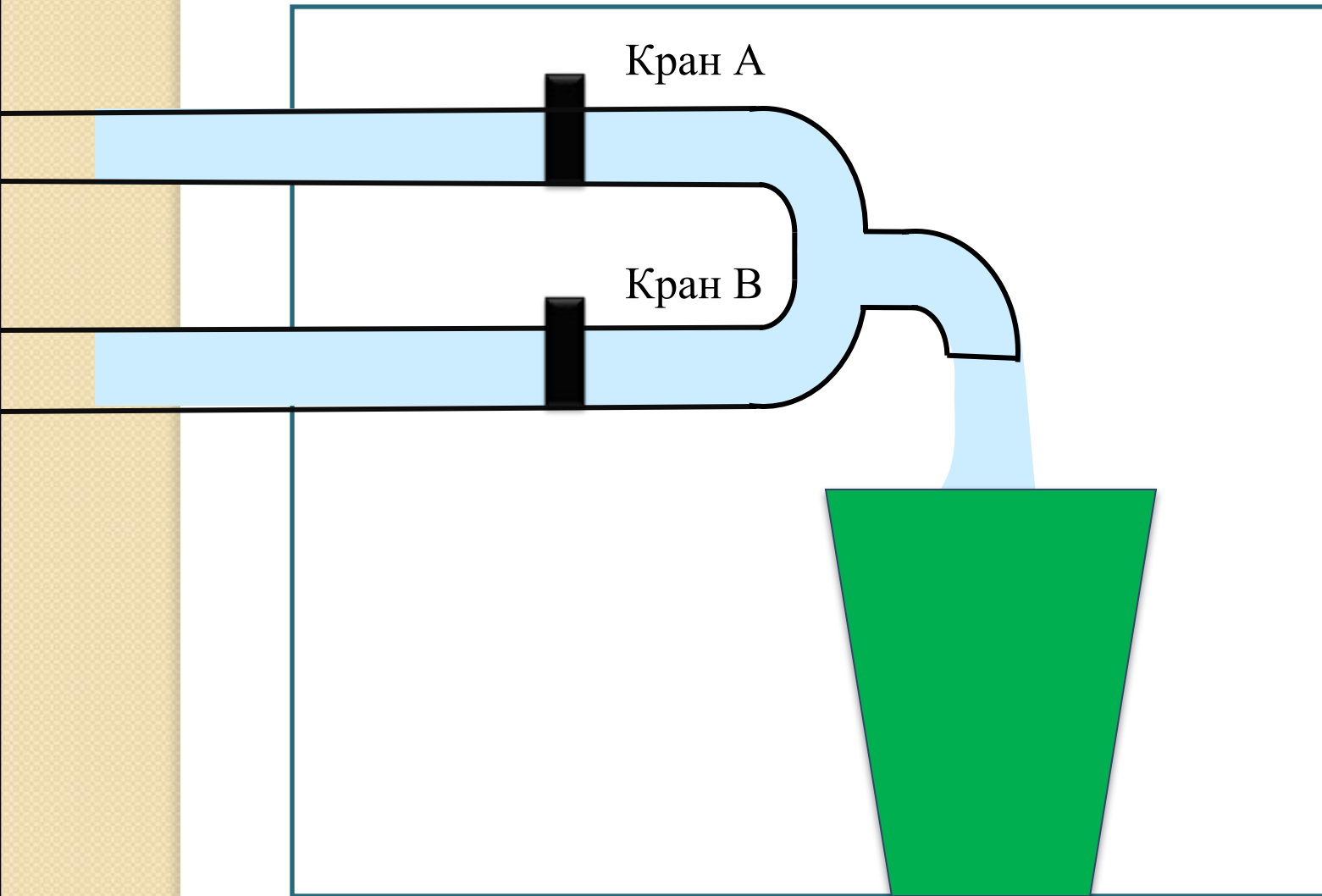
Высказывание «**А или В**» истинно тогда, когда истинно **А** или **В**, или оба вместе.

<b>А</b>	<b>В</b>	<b>А или В</b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

также:  $A+B$ ,  $A \vee B$ ,  
**A or B** (Паскаль),  
**A || B** (Си)

**ДИЗЪЮНКЦИЯ** – от лат. *disjunctio* — разъединение

# КОГДА ИЗ ТРУБЫ ПОЛЬЕТСЯ ВОДА?



Открыт кран А

**ИЛИ**

Открыт кран В

# ЗАПОМНИ!

ДИЗЬЮНКЦИЯ



ИЛИ



V



ДИЗ – галочка вниз

КОНЬЮНКЦИЯ



И



Λ



КОН – как крыша он



° Логическое отрицание  
(*инверсия*) делает истинное  
высказывание ложным, а  
ложное – истинным

[логическая отрицательная  
единица, перевертыш]

# Операция НЕ (инверсия)

Если высказывание  $A$  истинно, то «не  $A$ » ложно, и наоборот.

$A$	не $A$
0	1
1	0

также:  $\bar{A}$ ,  
 $\text{not } A$  (Паскаль),  
 $! A$  (Си)

**таблица  
истинности  
операции НЕ**

**Таблица истинности логического выражения** – это таблица, где в левой части записываются все возможные комбинации значений исходных данных, а в правой – значение выражения для каждой комбинации.

# Импликация

Объединение двух высказываний, из которых первое является условием, а второе – следствием из него, называется *импликацией* (логическим следованием)

# Импликация («если ..., то ...»)

Высказывание « $A \rightarrow B$ » истинно, если не исключено, что из  $A$  следует  $B$ .

$A$  – «Работник хорошо работает».

$B$  – «У работника хорошая зарплата».

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$A \rightarrow B = \bar{A} + B$$

# ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ (ИМПЛИКАЦИЯ)

**A** – «На улице дождь» **B** – «Асфальт мокрый»

$A \rightarrow B$  – «Если на улице дождь, то асфальт мокрый»

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>A \rightarrow B</math></b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>

Смысл высказываний A и B для указанных значений		<b><math>A \rightarrow B</math></b>
<b>Дождя нет</b>	<b>Асфальт мокрый</b>	<b>Истина</b>
<b>Дождь идет</b>	<b>Асфальт сухой</b>	<b>Ложь</b>
<b>Дождя нет</b>	<b>Асфальт сухой</b>	<b>Истина</b>
<b>Дождь идет</b>	<b>Асфальт мокрый</b>	<b>Истина</b>

Импликация двух высказываний **ложна** тогда и только тогда, когда **из истинного высказывания следует ложное.**

# Эквиваленция

*Эквиваленция* – это логическая операция, объединяющая два простых высказывания в одно составное и которое является истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно либо истинны, либо ложны.

# Эквиваленция («тогда и только тогда, ...»)

Высказывание « $A \leftrightarrow B$ » истинно тогда и только тогда, когда  $A$  и  $B$  равны.

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$A \leftrightarrow B = \overline{A \oplus B} = A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B}$$

# Таблицы истинности основных логических функций

## Логическое сложение

A	B	A ∨ B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

1

## Логическое умножение

A	B	A ∧ B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

## Логическое отрицание

A	¬A
0	1
1	0



# Основные логические операции

Конъюнкция	Дизъюнкция	Инверсия	Импликация	Эквивалентность
Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны	Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ЛОЖНЫ, и ИСТИННЫ в остальных случаях	Вывод: результат будет ложным, если исходное выражение истинно, и наоборот	Вывод: результат будет ложным тогда и только тогда, когда из истинного основания (А) следует ложное следствие (В)	Вывод: результат будет истинным тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны

# Базовый набор операций

---

С помощью операций **И**, **ИЛИ** и **НЕ** можно реализовать любую логическую операцию.

**И**

**ИЛИ**

**НЕ**

базовый набор операций



Сколько всего существует логических операций с двумя переменными?

# Логические выражения и операции

*«Летом Петя поедет в деревню,  
и если будет хорошая погода,  
то он пойдет на рыбалку».*

Простые высказывания

«Петя поедет в деревню»

«Он пойдет на рыбалку»

«Будет хорошая погода»

A = Петя поедет в деревню;

B = Будет хорошая погода;

C = Он пойдет на рыбалку.

$$F = A \& (B \square C)$$

# Порядок действий

1. Действия в скобках
2. Отрицание
3. Конъюнкция
4. Дизъюнкция
5. Импликация
6. Эквивалентность