Тема презентации: «Векторы на плоскости»

Выполнил:
ученик 9 «А» класса
Школы-гимназии
№5
Мамыраим Улан

Проверила:
Учитель по Алгебре
Школы-гимназии №5
Иянь Марина Юрьевна

№1«Понятие вектора. Равенство векторов».

#1)Какова разница между векторными и скалярными величинами?

Скалярные величины определяются заданием своих числовых величин, то есть не имеют направление в пространстве.
Векторные величины или векторы характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве.

#2)Что такое вектор и как его обозначают?

Вектор-любой направленный отрезок.
Если на отрезке AB точку A принять за начало, а B – за конец, то получится вектор, который обозначается $\overrightarrow{AB}$. Например, на Рис.1 изображены векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{BA}$. Если задан вектор $\overrightarrow{AB}$, то точка A – начало, а B – конец этого вектора. Для вектора $\overrightarrow{BA}$, наоборот, B – начало, а A – конец этого вектора. Векторы так же обозначаются строчными буквами латинского алфавита со стрелкой сверху: $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ и т.д.

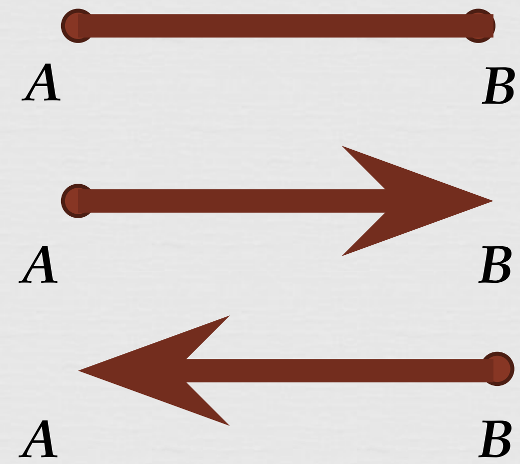


Рис.1

#3)Какие векторы называются коллинеарными? Приведите пример сонаправленных и противоположных направленных векторов.

Если 2 вектора лежат на одной плоскости или на параллельных прямых, то такие векторы называются ***коллинеарными***.

Определение. Два коллинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются ***сонаправленными векторами***, если их направления совпадают: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ (рис. 2).

Определение. Два коллинеарных вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются ***противоположно направленными векторами***, если их направления противоположны: $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ (рис. 3).

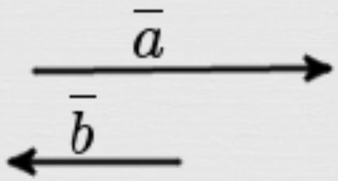


Рис. 3

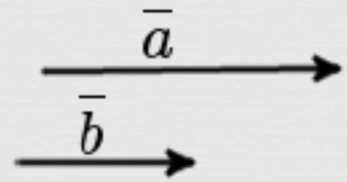


Рис.2

#4)Какие векторы называются равными?

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются ***равными***, если они лежат на одной или параллельных прямых, их направления совпадают, а длины равны (рис. 4).

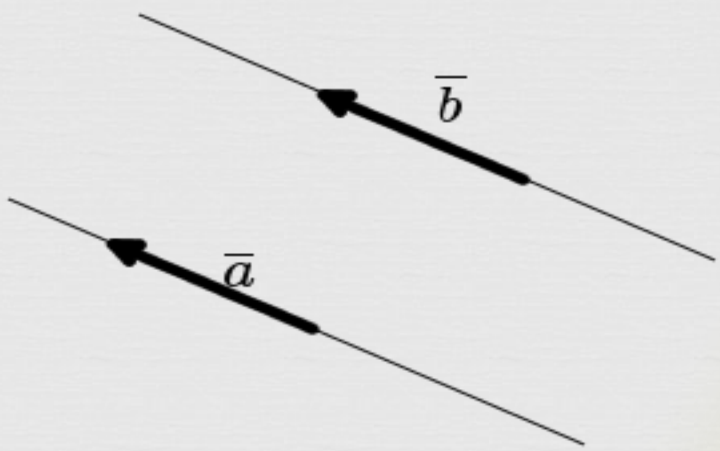


Рис.4

#5)Какая связь между равенством векторов и параллельным переносом?

Теорема. *Равные векторы можно совместить параллельным переносом, и ,обратно, если векторы совмещаются параллельным переносом, то эти векторы равны.*

Доказательство. Пусть векторы $\overrightarrow{AB}$ ***и*** $\overrightarrow{CD}$ ***равны(Рис.5.). Тогда по определению*** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$ ***и*** $\overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{CD}$***, т.е. четырёхугольник ABCD является параллелограммом, так как противоположные стороны AB и CD параллельны и равны. Следовательно, AC=BD и AC||BD,т.е. AC=BD.Это значит, что векторы*** $\overrightarrow{AB}$ ***и*** $\overrightarrow{CD}$ ***можно совместить параллельны переносом. При этом точка A переходит точку C, а точка B-в точку D.***

Обратно, пусть векторы $\overrightarrow{AB}$ ***и*** $\overrightarrow{CD}$ ***совмещаются некоторым параллельным переносом и при этом точка A переходит точку C, а точку B-в точку D. Тогда по определению параллельного переноса AC=BD и AC||BD, т.е. ABCD-параллелограмм. Следовательно,*** $\overrightarrow{AB}\parallel\overrightarrow{CD}$ ***и*** $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|$***. Так как при параллельном переносе начало вектора*** $\overrightarrow{AB}$ ***переходит в начало*** $\overrightarrow{CD}$***, а конец*** $\overrightarrow{AB}$ ***-в конец*** $\overrightarrow{CD}$***, то*** $\overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{CD}$***, т.е.*** $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$***. Теорема доказана.***

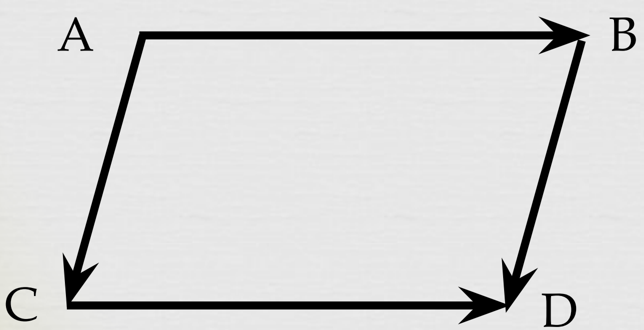


Рис.5.

#6)Что такое (модуль) длина вектора?

Определение. **Модулем вектора** $\overrightarrow{AB}$ *называется число, равное длине отрезка АВ. Обозначается, как* $|\overrightarrow{AB}|$

#7)Что вы знаете о нулевом векторе?

Определение. **Нулевым вектором** называется вектор, у которого начальная и конечная точка совпадают.

Нулевой вектор обычно обозначается как $\vec{0}$.

Длина нулевого вектора равна нулю.

«№2.Сложение и вычитание векторов».

#1)Сформулируйте правило треугольника и правило параллелограмма сложения векторов.

Определение. Пусть даны векторы $\vec{а}$ и $\vec{в}$. Отметим на плоскости точку А и отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{AB}$, равный вектору $\vec{а}$, а от точки В отложим вектор $\overrightarrow{BC}$, равный вектору $\vec{в}$. Полученный вектор $\overrightarrow{AC}$ называют суммой векторов $\vec{а}$ и $\vec{в}$ и пишут: $\overrightarrow{AC} = \vec{а} + \vec{в}$. Такой способ получения суммы двух векторов называется ***правилом треугольника*** сложения векторов.Рис.5.

Определение.Чтобы изобразить сумму неколлинеарных векторов $\vec{а}$ и $\vec{в}$, нужно от некоторой точки А отложить векторы $\overrightarrow{AB} = \vec{а}$ и $\overrightarrow{AD} = \vec{в}$ и построить параллелограмм ABCD. Тогда $\overrightarrow{AC} = \vec{а} + \vec{в}$. Такой способ получения векторов называется ***правилом параллелограмма.Рис.6.***

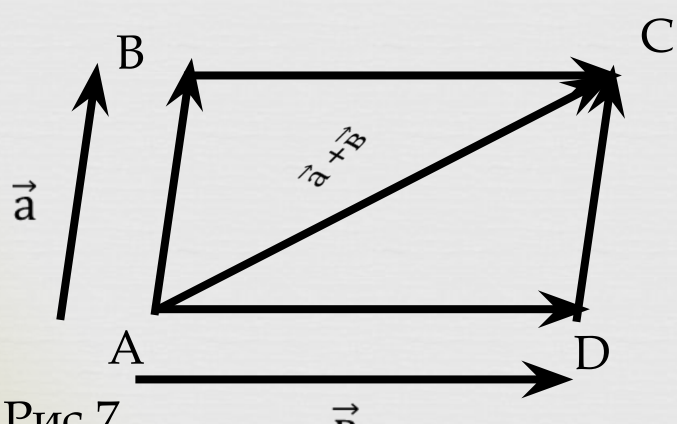


Рис.7.

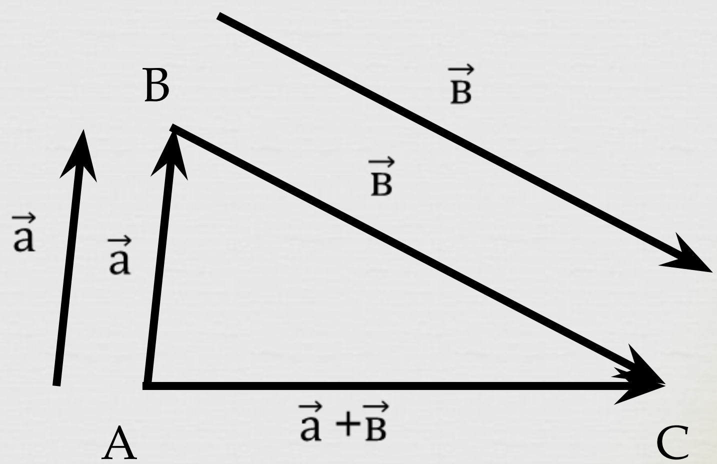
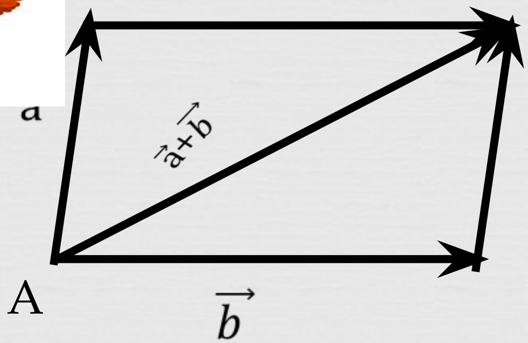
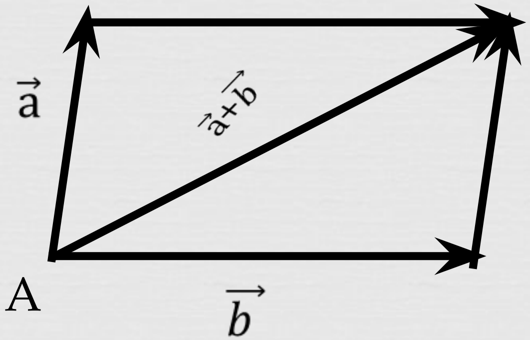


Рис.6.

#2)Покажите, что правило параллелограмма не зависит от выбора точки, от которой откладываются слагаемые?





#3)Какими свойствами обладает сумма векторов?

1) Сложение векторов подчиняется закону ассоциативности, т.е. верно равенство.
2) Существует нулевой элемент относительно сложения векторов.
3) Для любого вектора существует противоположный ему вектор.
4) Сложение векторов подчиняется закону коммуникативности.
Последнее свойство следует из правила параллелограмма сложения векторов.

#4)Как определяется разность векторов?

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\overrightarrow{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\overrightarrow{b}$ равен вектору $\vec{a}$. Разность векторов $\vec{a}$ и $\overrightarrow{b}$ обозначают так $\vec{a} - \overrightarrow{b}$.(Рис.8.)

#5)Какие векторы называются противоположными?

Если ненулевые векторы $\vec{a}$ и a_1 удовлетворяют условиям: $|\vec{a}| = |\overrightarrow{a_1}|$ и $\vec{a} \uparrow\downarrow \overrightarrow{a_1}$,то векторы $\vec{a}$ и $\overrightarrow{a_1}$ называются противоположными векторами.(Рис.9.)

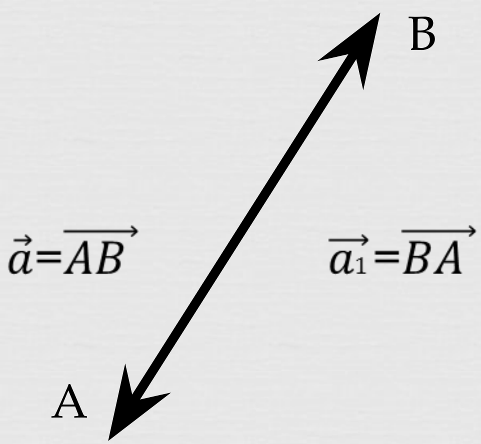


Рис.9. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{AA}=0$

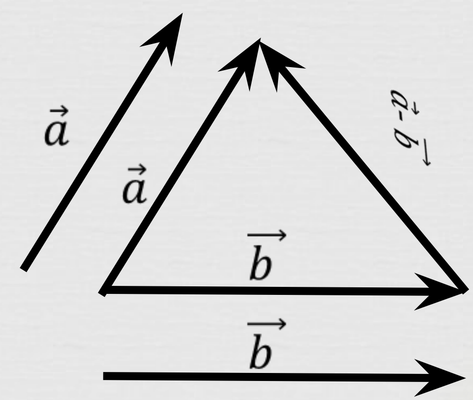


Рис.8.

#6)Какие можно разложить вектор на сумму составляющих по двум пересекающимся прямым?

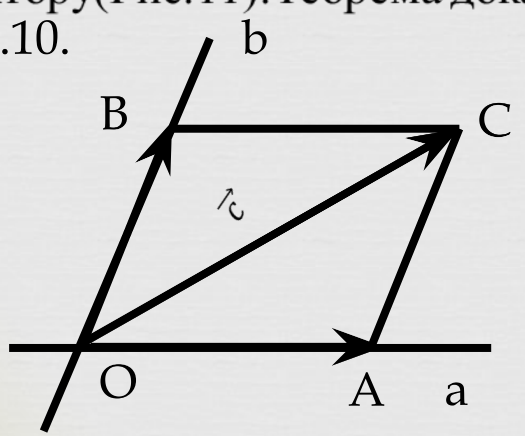
Определение. Если $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$, то векторы $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называются составляющими вектора $\vec{a}$. Также говорят, что вектор $\vec{a}$ разложен на сумму составляющих векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

Теорема. Пусть даны две пересекающиеся прямые. Тогда любой вектор можно разложить на сумму составляющих, расположенных на данных прямых.

Доказательство. Пусть прямые a и b пересекаются в точке O. Отложим данный вектор $\vec{c}$ от точки O: $\overrightarrow{OC}$=c. Тогда с помощью прямых a и b построим параллелограмм OABC так, чтобы отрезок OC был её диагональю (Рис.10.).По правилу параллелограмма сложения векторов имеем $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$. Следовательно, векторы $\overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{OB}$ являются составляющими вектора $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$, расположенными на прямых a и в соответственно. В этом случае вектор $\overrightarrow{OC}$ не лежит на прямой a или b.

Если вектор $\overrightarrow{OC}$ лежит на одной из прямой a или b, то одна из составляющих этого вектора равна самому вектору $\overrightarrow{OC}$, а вторая составляющая-нулевому вектору(Рис.11).Теорема доказана.

Рис.10.



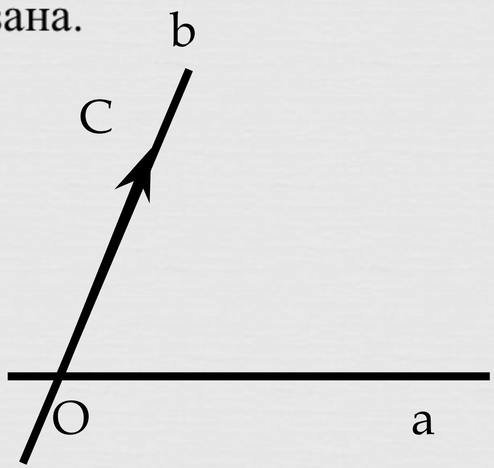


Рис.11.

«№3.Умножение вектора на число и его свойства»

#1)Каким может быть произведение k· $\vec{a}$, если: 1)a=0; 2)k=0?

a·b=0

Произведение равно нулю, когда хотя бы один из множителей равен нулю, т.е. или a=0 или b=0 или a и b равны 0.

#2)Как умножить ненулевое число на ненулевой вектор?

Формулы умножения вектора на число

Формула умножения вектора на число для плоских задач

В случае плоской задачи произведение вектора $\vec{a} = \{a_x ; a_y\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$k \cdot \vec{a} = \{k \cdot a_x; k \cdot a_y\}$

Формула умножения вектора на число для пространственных задач

В случае пространственной задачи произведение вектора $\vec{a} = \{a_x ; a_y ; a_z\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$k \cdot \vec{a} = \{k \cdot a_x ; k \cdot a_y ; k \cdot a_z\}$

Формула умножения n -мерного вектора

В случае n-мерного пространства произведение вектора $\vec{a} = \{a_1 ; a_2; ... ; a_n\}$ и числа k можно найти воспользовавшись следующей формулой:

$k \cdot \vec{a} = \{k \cdot a_1; k \cdot a_2; ... ; k \cdot a_n\}$

#3)Какими свойствами обладает умножение числа на вектор?

Свойства вектора умноженного на число

Если вектор b равен произведению ненулевого числа k и ненулевого вектора $\vec{a}$, то есть $\overrightarrow{b} = k \cdot \vec{a}$, тогда:

$\overrightarrow{b} \parallel \vec{a}$ - вектора $\overrightarrow{b}$ и а параллельны

$\vec{a}\uparrow\uparrow \overrightarrow{b}$, если k > 0 - вектора $\overrightarrow{b}$ и $\vec{a}$ сонаправленные, если число k > 0

$\vec{a}\uparrow\downarrow \overrightarrow{b}$, если k < 0 - вектора $\overrightarrow{b}$ и $\vec{a}$ противоположно направленные, если число k < 0

$|\overrightarrow{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$ - модуль вектора $\overrightarrow{b}$ равен модулю вектора $\vec{a}$ умноженному на модуль числа k

#4)Докажите признаки коллинеарности векторов.

Теорема. Чтобы вектор $\vec{b}$ был коллинеарен нулевому вектору $\vec{a}$, необходимо и достаточно существование числа α такого, что $\vec{b}=\alpha\vec{a}$.

Доказательство. Докажем что существует число α такое, что $\vec{b}=\alpha\vec{a}$ при $\vec{a}\,||\,\vec{b}$.

1)Если $\vec{b}=\vec{0}$, то при $\alpha=0$ получим $\vec{b}=0\cdot\vec{a}=\vec{0}$.

2)Пусть $\vec{b}\neq\vec{0}$.

a)Если $\vec{a}\,||\,\vec{b}$, то при $\alpha=\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$ получим равенство $\vec{b}=\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\cdot\vec{a}$, так как $\vec{b}\uparrow\uparrow\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\cdot\vec{a}$ и

$|\vec{b}|=\frac{||\vec{b}||}{||\vec{a}||}\cdot|\vec{a}|=\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\cdot|\vec{a}|=\left|\vec{b}\right|$.

b)Если $\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{b}$, то при $\alpha=-\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$ получим равенство $\vec{b}=\alpha\vec{a}$.

Если $\vec{b}=\alpha\vec{a}$, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ коллинеарны по определению. Теорема доказана.

#5)Какое условие является необходимым и достаточно для того, чтобы точки A,B и C лежали на одной прямой?

Для того чтобы точка С лежала на одной прямой АВ, необходимо и достаточно, чтобы существовало число α такое, что $\overrightarrow{AC}=\alpha\,\overrightarrow{AB}$.

«№4.Угол между векторами. Скалярное произведение векторов».

#1)Какой угол называется углом между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$?

Определение. Углом между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ называется угол ВАС. Углом между нулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется угол, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.

#2)Как определяется угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$в общем случае?

Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают через $\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$. .(Рис.12).

Используя признак параллельности прямых, можно доказать, что угол между векторами не зависит от выбора точки, от которой откладываются векторы.(Рис.13).

Если векторы сонаправлены, то угол между ними равен 0°, а если векторы противоположно направлены, то угол между ними равен 180°.

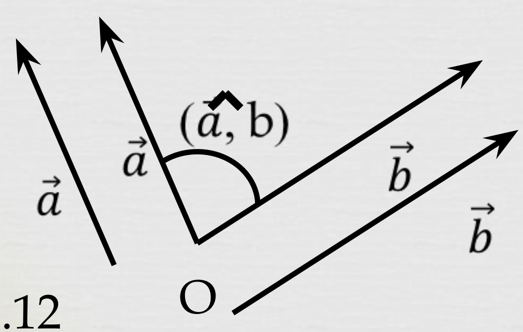


Рис.12

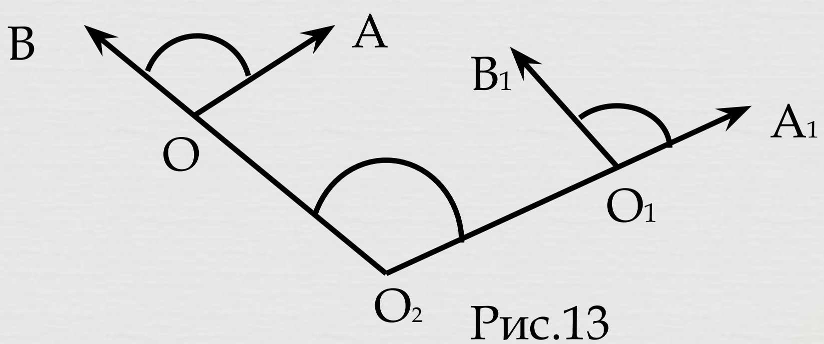


Рис.13

#3)Что называется скалярным произведением двух векторов? Скалярное произведение векторов является числом или вектором?

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла между ними, т.е. скалярное произведение векторов равно числу $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$.

Результат скалярного произведения векторов является числом (в отличие от результата рассмотренных ранее действий с векторами — сложения, вычитания и умножения на число. В таких случаях результатом был вектор). При умножении вектора на вектор получается число, так как длины векторов — это числа, косинус угла — число, соответственно, их произведение также будет являться числом.

#4)Сформулируйте свойства скалярного произведения.

Свойства скалярного произведения векторов

1)Скалярное произведение вектора самого на себя всегда больше или равно нуля:

$\vec{a} \cdot \vec{a} \geq \vec{0}$

2)Скалярное произведение вектора самого на себя равно нулю тогда и только тогда, когда вектор равен нулевому вектору:

$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = \vec{0} \quad <=> \quad \vec{a} = \vec{0}$

3)Скалярное произведение вектора самого на себя равно квадрату его модуля:

$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

4)Операция скалярного умножения коммуникативна:

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

5)Если скалярное произведение двух не нулевых векторов равно нулю, то эти вектора ортогональны:

$\vec{a} \neq 0, \vec{b} \neq 0, \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{0} \quad <=> \quad \vec{a} \perp \vec{b}$

$(\alpha\vec{a}) \cdot \vec{b} = \alpha(\vec{a} \cdot \vec{b})$

6)Операция скалярного умножения дистрибутивна:

$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \overrightarrow{c} = \vec{a} \cdot \overrightarrow{c} + \vec{b} \cdot \overrightarrow{c}$

#5)*Какое условие является необходимым и достаточным для перпендикулярности двух векторов?*

Теорема.

Для перпендикулярности двух ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$
необходимо и достаточно, чтобы их скалярное произведение равнялось нулю, то есть, чтобы выполнялось равенство$(\vec{a}, \vec{b})$=0.

Доказательство:

Пусть векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны. Докажем выполнение равенства $(\vec{a}, \vec{b})$=0.
По определению *скалярное произведение векторов* равно произведению их длин на косинус угла между ними. Так как векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, то угол между ними равен девяноста градусам, следовательно, $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot cos 90° = 0$, что и требовалось доказать.
Переходим ко второй части доказательства.
Теперь считаем, что $(\vec{a}, \vec{b})$=0 . Докажем, что векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны.
Так как векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ ненулевые, то из равенства $(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$ следует, что $\cos\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right) = \frac{(\vec{a}, \vec{b})}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{0}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = 0$. Таким образом, косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен нулю, следовательно, угол $\left(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}\right)$ равен 90°, что указывает на перпендикулярность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.
Итак, необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов полностью доказано.

«№5.Координаты вектора».

#1)Сформулируйте и докажите теорему о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам.

Теорема:

Если нулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то для любого вектора $\vec{c}$ найдутся числа x и y такие, что выполняется равенство: $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$, причём коэффициенты разложения x и y определяется единственным образом.

Доказательство:

На плоскости отложим от точки О векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$. Концы полученных векторов соответственно обозначим через A,B и C (рис.14). Тогда, по теореме о разложении вектора на составляющие по двум рассекающимся прямым, вдоль прямых OA и OB найдутся единственные векторы $\overrightarrow{OA_1}$ и $\overrightarrow{OB_1}$ такие, что: $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1}$.
Так как $\overrightarrow{OA}||\overrightarrow{OA_1}$ и $\overrightarrow{OB} \mid \mid \overrightarrow{OB_1}$, то по теореме о коллинеарных векторах существуют единственные действительные числа x и y, что $\overrightarrow{OA_1}$=x$\cdot$ $\overrightarrow{OA}$=x$\vec{a}$ и $\overrightarrow{OB_1}$=y$\cdot$ $\overrightarrow{OB}$=y$\cdot$ $\vec{b}$.
Поэтому из равенства следует что единственное представление вида : $\vec{c}=\overrightarrow{OC} = x\vec{a}+y\vec{b}$.
Теорема доказана.

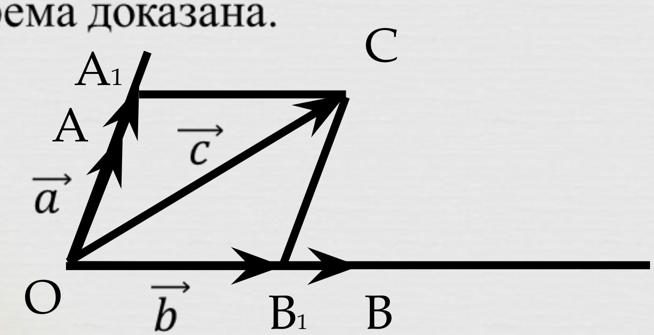


Рис.14.

#2)Какие векторы называются базисными векторами на плоскости?

*Из теоремы о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам вытекает, что любой вектор можно разложить по двум произвольным неколлинеарным векторам. Если на плоскости выбраны такие два неколлинеарных вектора, то они называются **базисными векторами** на плоскости.*

#3)Что такое координаты вектора и как их обозначают?

*Рассмотрим прямоугольную систему координат Оху. Пусть $\vec{i}$-единичный вектор, сонаправленный с осью Ох, а $\vec{j}$-единичный вектор, сонаправленной осью Оу. Эти векторы называются **координатными векторами**.*

Координаты вектора обозначаются круглыми скобками, например: $\vec{c}(x;y)$.

#4)Напишите координаты координатных векторов.

Координаты нулевого вектора равны нулю.
Координаты равных векторов соответственно равны.
Координаты вектора суммы двух векторов равны сумме соответствующих координат этих векторов.
Координаты вектора разности двух векторов равны разностям соответствующих координат этих векторов.
Координаты вектора произведения данного вектора на число равны произведениям соответствующих координат этого вектора на данное число.

#5)Какие свойства координат векторов вы знаете? Докажите их.

Свойства координат вектора:

1.У равных векторов соответствующие координаты равны: если $\vec{a}=(x;y)$, $\vec{b}=(u;v)$ и $\vec{a}=\vec{b}$, то x=u, y=v.

Обратно, векторы, у которых соответствующие координаты равны: если $\vec{a}=(x;y)$, $\vec{b}=(u;v)$ и x=u, y=v, то $\vec{a}=\overrightarrow{b}$.

Действительно, если $x\vec{i}+y\vec{j}=\vec{a}=\vec{b}=u\vec{i}+v\vec{j}$. Отсюда $(x-u)\vec{i}+(y-v)\vec{j}=0$. Если здесь $x\neq u$ (или $y\neq v$), то $\vec{i}=-\frac{y-v}{x-u}\cdot\vec{j}$ (или $\vec{j}=-\frac{x-u}{y-v}\vec{i}$). Тем самым векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ оказались бы коллинеарны. Полученное противоречие показывает, что x-u=0, y-v=0, т.е.x=u, y=v.

Обратно, пусть x=u, y=v. Тогда в силу равенства получим, что $\vec{a}=x\vec{i}+y\vec{j}=u\vec{i}+v\vec{j}=\overrightarrow{b}$.

2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если $\vec{a}=(x;y)$, $\vec{b}=(u;v)$, то $\overrightarrow{a}+\vec{b}$= (x+u; y+v).

Действительно, в силу равенства имеем : $\overrightarrow{a}+\vec{b}=(x+y)\vec{i}+(u+v)\vec{j}$, что и требовалось доказать.

3. При умножении вектора на число его координаты умножения на это же число, если $\overrightarrow{a}$ =(x;y) и λ-число, то $\lambda\cdot\alpha=(\lambda\cdot x;\lambda\cdot y)$.

В самом деле $\lambda\cdot\alpha=\lambda(x\vec{i}+y\vec{j})=\lambda(x\vec{i})+\lambda(y\vec{j})=(\lambda x)\vec{i}+(\lambda y)\vec{j}$.

Следствие. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат этих векторов: если $\vec{a}=(x;y)$, $\vec{b}=(u;v)$, то $\overrightarrow{a}-\vec{b}$=(x-u) + (y-v).

Доказательство вытекает из свойств 2 и 3.

#6)Какой вектор называется радиус-вектором точки А?

Если на плоскости Oxy задана точка А(x;y), то вектор $\overrightarrow{OA}$ называется ***радиус-вектором точки А.***

#7)Как определяются координаты вектора, если заданы координаты его концов?

По формуле: $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}$

#8)По какой формуле определяется модуль вектора?

По формуле: $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$.

«№6.Выражения скалярного произведения через координаты векторов».

#1)Как можно определить скалярное произведение векторов по их координатам? Запиши соответствующие формулы и докажите их.

Скалярное произведение векторов $\vec{a}=(x_1;y_1)$ и $\vec{b}=(x_2;y_2)$ определяется по формуле:
$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1 \cdot x_2+y_1 \cdot y_2$.

#2)*Напишите условие перпендикулярности векторов и докажите его.*

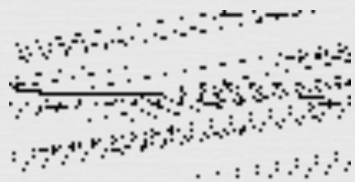
Если векторы $\vec{a}=(x_1;y_1)$ и $\vec{b}=(x_2;y_2)$ взаимно перпендикулярны, то $(\widehat{\vec{a},\vec{b}}) = 90°$. Поэтому их скалярное произведение равно 0 т.е. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 90° = 0$. Тогда по формуле $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$ имеем:

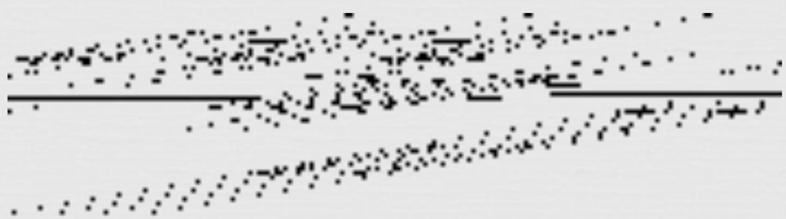
$$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0.$$

Это и есть условие перпендикулярности ненулевых векторов.

#3)*По какой формуле определяется угол между векторами? Докажите её.*

Угол между векторами определяется по формулам:

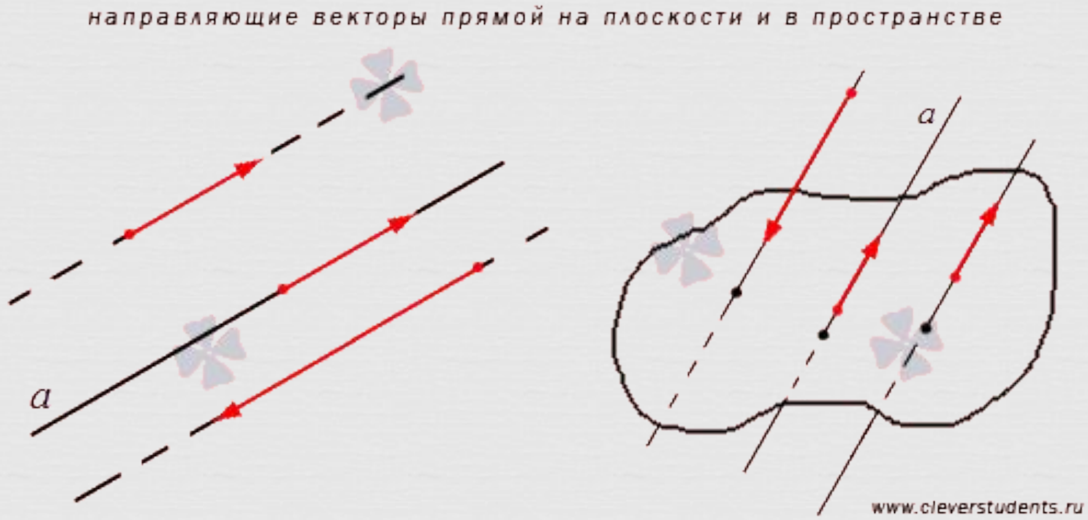




«№7.Различные способы задания прямой в прямоугольной системе координат».

#1)Какой вектор называется направляющим вектором прямой?

Определение:
Направляющий вектор прямой - это любой ненулевой вектор, лежащий на данной прямой или на параллельной ей прямой.



#2)Какая точка называется начальной точкой прямой? Напишите уравнения прямой по точке и направляющему вектору. Каков смысл ограничения о том, что направляющий вектор не должен быть параллелям осям координат.

Начальной точкой прямой называется заданная точка.
Найти уравнение прямой с направляющим вектором (1, -1) и проходящей через точку A(1, 2).
Уравнение искомой прямой будем искать в виде: $A_x + B_y + C = 0$. В соответствии с определением, коэффициенты должны удовлетворять условиям:
$1\times A + (-1)\times B = 0$, т.е. $A = B$.
Тогда уравнение прямой имеет вид: $A_x + A_y + C = 0$, или $x + y + C/A = 0$.
при $x = 1$, $y = 2$ получаем $C/A = -3$, т.е. искомое уравнение:
$x + y - 3 = 0$

***#3)Напишите уравнения прямой, проходящей через две заданные точки:* C(2;5) и D(5;2).**

Решение: Уравнение прямой которая проходит через две точки:
(x-x1)/(x2-x1)=(y-y1)/(y2-y1)
Подставляем координаты точек:
(x-2)/(5-2)=(y-5)/(2-5)
(x-2)/3=(y-5)/(-3)
x-2=-(y-5)
x-2=-y+5
x+y-7=0
Ответ: x+y-7=0

#4)Что такое нормали прямой? Напишите уравнения прямой по точке и вектору нормали.

Вектор нормали - это вектор, перпендикулярный искомой прямой. Вектор нормали чаще всего записывается так: $\vec{n}=(n_1;n_2)$. Координаты точки x_0- и y_0.
Общее уравнение прямой на плоскости по точке и вектору нормали составляется по формуле:

$$n_1(x-x_0)+n_2(y-y_0)=0$$

Составить общее уравнение прямой на плоскости, если она проходит через точку M(-3; 5) и вектор нормали к ней $\vec{n}(2; -8)$.
Решение. Используя формулу (1), получаем:
2(x+3)-8(y-5)=0
2x+6-8y+40=0
X-4y+23=0

#5)Напишите по общему уравнения прямой направляющий вектор, вектор нормали и угловой коэффициент этой прямой.

Найти уравнение прямой с направляющим вектором (1, -1) и проходящей через точку А(1, 2).
Решение. Уравнение искомой прямой будем искать в виде: $A_x + B_y + C = 0$. В соответствии с определением, коэффициенты должны удовлетворять условиям:
1 * A + (-1) * B = 0, т.е. A = B.
Тогда уравнение прямой имеет вид: $A_x + A_y + C = 0$, или x + y + C / A = 0. при $\vec{a}$ x = 1, y = 2 получаем C/ A = -3, т.е. искомое уравнение:
x + y - 3 = 0

#6)По какой формуле определяется угол между прямыми?

По формуле:

$$\cos\varphi = \frac{l_1 l_2 + m_1 m_2}{\sqrt{l_1^2 + m_1^2} \bullet \sqrt{l_2^2 + m_2^2}}$$

#7)Как определяется расстояние от точки до прямой?

Определение.
Расстояние от точки до прямой — равно длине перпендикуляра, опущенного из точки на прямую.
Если задано уравнение прямой $A_x + B_y + C = 0$, то расстояние от точки $M(M_x, M_y)$ до прямой можно найти, используя следующую формулу:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!