

# Сложные высказывания

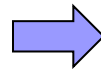
Тема 3

# Сложное высказывание

Объединение нескольких простых высказываний в одно.

ПРИМЕР

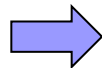
E = Идет налево – песнь  
заводит, направо – сказку  
говорит.



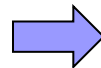
$$E = (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow D)$$

Формализовать условие задачи – определить форму сложного высказывания.

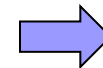
Условие  
задачи в виде  
текста.



Выделить  
простые  
высказывания.



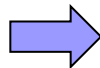
Выделить связи  
между  
высказываниями



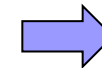
Записать  
на языке  
формул

ПРИМЕР

Вчера было  
пасмурно, **a** сегодня  
светит солнце.



A = Вчера было пасмурно  
V = Сегодня светит солнце



$$E = A \& V$$

# Приоритет логических операций:

1. Инверсия;
2. Конъюнкция;
3. Дизъюнкция;
4. Импликация и эквивалентность.

Операции одного приоритета выполняются слева направо.

ПРИМЕР

$$A \vee B \rightarrow C \& D \leftrightarrow \neg A$$

3      4      2      5      1

$$A \vee (B \rightarrow C) \& D \leftrightarrow \neg A$$

4      2      3      5      1

Скобки используют для изменения порядка выполнения действий.

# Построение таблицы истинности сложного высказывания

- 1. Вычислить количество строк.**  
 $i = 2^n + 2$  строки заголовка  
( $n$  – количество составляющих простых высказываний);
- 2. Вычислить количество столбцов.**  
 $j = n + k$   
( $k$  - количество логических операций, входящих в высказывание);
- 3. Начертить таблицу и заполнить заголовок.**  
Первая строка заголовка – номера столбцов;  
Вторая строка заголовка – промежуточные формулы;
- 4. Заполнить столбцы:**  
Для первых  $n$  столбцов заполнение соответствует двоичной записи чисел от 0 до  $2^n - 1$ .  
Остальные столбцы заполняются в соответствии с таблицами истинности соответствующих логических операций.

# Задание:

Постройте таблицы истинности сложных высказываний и определите, являются ли эти высказывания тождественно истинными:

1.  $A \& B \rightarrow A$
2.  $A \& B \rightarrow B$
3.  $A \rightarrow (B \vee A)$
4.  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
5.  $A \rightarrow (B \rightarrow A \& B)$
6.  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \& C))$
7.  $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$
8.  $(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow (A \rightarrow C))$
9.  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
10.  $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B \rightarrow \neg A)$

Тождественно истинным (или тавтологией) называется высказывание, принимающее значения 1 (истинно) при всех значениях входящих в него переменных.

# Задание

Постройте таблицу истинности сложного высказываний и определите, является ли это высказывание тождественно истинным:

3  $A \rightarrow (B \vee A)$

A	B	$B \vee A$	$A \rightarrow (B \vee A)$



# Задание:

Постройте таблицы истинности сложных высказываний и определите, являются ли эти пары высказываний эквивалентными:

1.  $A \vee B$ ;            ?     $B \vee A$
2.  $A \vee (B \vee C)$ ;    ?     $(A \vee B) \vee C$
3.  $A \vee (B \& C)$ ;    ?     $(A \vee B) \& (A \vee C)$
4.  $A \vee A \& B$ ;        ?     $A$
5.  $A \rightarrow B$ ;        ?     $\neg B \rightarrow \neg A$
6.  $A \rightarrow B \& A$ ;    ?     $A \vee B$
7.  $A \& (B \& C)$ ;    ?     $(A \& B) \& C$
8.  $A \& (B \vee C)$ ;    ?     $(A \& B) \vee (A \& C)$
9.  $A \leftrightarrow B$ ;        ?     $(A \rightarrow B) \& (\neg B \rightarrow \neg A)$
10.  $A \rightarrow B$ ;       ?     $A \vee \neg B$

Эквивалентными (равносильными, тождественными) называются высказывания, значения которых совпадают на всех возможных наборах переменных.



## Задача 1

Для какого целого числа  $X$  из интервала  $[1; 4]$  истинно высказывание

$$X > 1 \wedge ((X < 5) \rightarrow (X < 3))$$

## Задача 2

Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \wedge L \wedge M) \vee (\neg L \wedge \neg M \wedge N) = 1$$

где  $K, L, M, N$  - логические переменные?

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений  $K, L, M$  и  $N$ , при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

## Задача 3

Укажите значения логических переменных  $K, L, M, N$ , при которых логическое выражение

$$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) \text{ ложно.}$$

Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных  $K, L, M$  и  $N$  (в указанном порядке). Так, например, строка 0101 соответствует тому, что  $K=0, L=1, M=0, N=1$ .

# Задание 3:

Укажите значения логических переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение

$$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N)$$

**ложно.**

Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке).

Так, например, строка 0101 соответствует тому, что K=0, L=1, M=0, N=1.

# Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Решение Вариант 1:

K	L	M	N	$\neg L$	$k \vee M$	$M \vee \neg L$	$7 \vee N$	$6 \rightarrow 8$
1	2	3	4	5	6	7	8	
0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	1	1	1

K, L, M, N

# Задание:

$$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$$

**Python:**

```
for k in range(2):
    for l in range(2):
        for m in range(2):
            for n in range(2):
                F = int((k or m) <= (m or (not(l) or n)))
                print( k, l, m, n, F )
```

Полная таблица  
ИСТИННОСТИ

**Pascal:**

```
var k, l, m, n, F: boolean;
Begin
  For k := false to true do
    for l := false to true do
      for m := false to true do
        for n := false to true do
          F:= (k or m) <= (m or (not(l) or n))
          then writeln(k, l, m, n, F)
        end.
      end.
    end.
  end.
```

**Задание:**  $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

**Python:**

```
for k in range(2):
    for l in range(2):
        for m in range(2):
            for n in range(2):
                if ((k or m) <= (m or (not(l) or n))) == False:
                    print( k, l, m, n )
```

Таблица истинности  
для F=0

**Pascal:**

```
var k, l, m, n: boolean;
Begin
  For k := false to true do
    for l := false to true do
      for m := false to true do
        for n := false to true do
          if ((k or m) <= (m or (not(l) or n))) = false
            then writeln(k, l, m, n)
end.
```

# Запомнить

Логическая операция		Питон	Паскаль
Инверсия	$\neg$	not	not
Конъюнкция	& and $\wedge$	& and	and
дизъюнкция	or xor	or $\wedge$	or xor
Импликация	$\rightarrow$	<=	<=
Эквивалентность	$\leftrightarrow$	==	=
Инверсия эквивалентности	$\neg(\dots \leftrightarrow \dots)$	$\wedge$ !=	xor <>
		False True	false true

# Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Решение Вариант 3-1:

	A	B	C	D	E	F	G
1	$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$						
2							
3							
4	K	L	M	N	$K \vee M$	$M \vee \neg L \vee N$	F=0
5	0	0	0	0	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА
6	0	0	0	1	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА
7	0	0	1	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
8	0	0	1	1	ИСТИНА		
9	0	1					
10	0	1					
11	0	1					
12	0	1	1	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
13	1	0	0	0			ИСТИНА
14	1	0	0	1			ИСТИНА
15	1	0	1	0			ИСТИНА
16	1	0	1	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
17	1	1	0	0	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
18	1	1	0	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
19	1	1	1	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
20	1	1	1	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
21							

Formula bar: =ИЛИ(НЕ(E5);F5)

Formulas in cells:

- Cell E5: =ИЛИ(A5;C5)
- Cell F5: =ИЛИ(НЕ(E5);F5)
- Cell E11: =ИЛИ(C5;НЕ(B5);D5)

Red circles highlight the row where F=0 (row 17).

# Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Решение Вариант 3-2:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	K	L	M	N	F			
2	0	0	0	0	1			
3	0	0	0	1	1			
4	0	0	1	0	1			
5	0	0	1	1	1			
6	0	1	0	0	1			
7	0	1	0	1	1			
8	0	1	1	0	1			
9	0	1	1	1	1			
10	1	0	0	0	1			
11	1	0	0	1	1			
12	1	0	1	0	1			
13	1	0	1	1	1			
14	1	1	0	0	0			
15	1	1	0	1	1			
16	1	1	1	0	1			
17	1	1	1	1	1			
18								

`=ЕСЛИ(ИЛИ(A2;C2)<=ИЛИ(C2; НЕ(B2);D2);1;0)`





# Задача

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  
 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$ .

Постройте таблицу истинности

Решение 1  $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$

$x$	$y$	$z$	$x \rightarrow y$	$y \rightarrow z$	$F$
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

# Задача

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  
 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$ .

Постройте таблицу истинности

---

Решение 2       $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$

ПИТОН

```
for x in range(2):
    for y in range(2):
        for z in range(2):
            F = int(x <= y) and (y <= z)
            print( x, y, z, F )
```

0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

# Задача

Логическая функция  $F$  задаётся выражением  
 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$ .

Постройте таблицу истинности

Решение 3

$$(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$$

`= ЕСЛИ(И(A2 <= B2; B2 <= C2)=ИСТИНА; 1; 0)`

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>x</b>	<b>y</b>	<b>z</b>	<b>F</b>				
2	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>				
3	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>				
4	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				
5	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>				
6	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				
7	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>				
8	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				
9	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>				