



Сложные высказывания

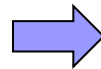
Тема 3

Сложное высказывание

Объединение нескольких простых высказываний в одно.

ПРИМЕР

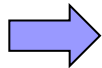
Е = Идет налево – песнь
заводит, направо – сказку
говорит.



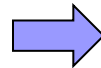
$$E = (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow D)$$

Формализовать условие задачи – определить форму сложного высказывания.

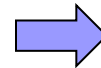
Условие
задачи в виде
текста.



Выделить
простые
высказывания.



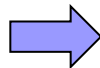
Выделить связи
между
высказываниями



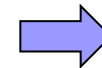
Записать
на языке
формул

ПРИМЕР

Вчера было
пасмурно, **а** сегодня
светит солнце.



A = Вчера было пасмурно
B = Сегодня светит солнце



$$E = A \ \& \ B$$

Приоритет логических операций:

1. Инверсия;
2. Конъюнкция;
3. Дизъюнкция;
4. Импликация и эквивалентность.

Операции одного приоритета выполняются слева направо.

ПРИМЕР

$$A \overset{3}{\vee} B \overset{4}{\rightarrow} C \overset{2}{\&} D \overset{5}{\leftrightarrow} \overset{1}{\neg} A$$

$$A \overset{4}{\vee} (B \overset{2}{\rightarrow} C) \overset{3}{\&} D \overset{5}{\leftrightarrow} \overset{1}{\neg} A$$

Скобки используют для изменения порядка выполнения действий.

Построение таблицы истинности сложного высказывания

1. **Вычислить количество строк.**
 $i = 2^n + 2$ строки заголовка
(n – количество составляющих простых высказываний);
2. **Вычислить количество столбцов.**
 $j = n + k$
(k - количество логических операций, входящих в высказывание);
3. **Начертить таблицу и заполнить заголовок.**
Первая строка заголовка – номера столбцов;
Вторая строка заголовка – промежуточные формулы;
4. **Заполнить столбцы:**
Для первых n столбцов заполнение соответствует двоичной записи чисел от 0 до $2^n - 1$.
Остальные столбцы заполняются в соответствии с таблицами истинности соответствующих логических операций.

Задание:

Постройте таблицы истинности сложных высказываний и определите, являются ли эти высказывания тождественно истинными:

1. $A \& B \rightarrow A$
2. $A \& B \rightarrow B$
3. $A \rightarrow (B \vee A)$
4. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
5. $A \rightarrow (B \rightarrow A \& B)$
6. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \& C))$
7. $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \vee B \rightarrow C))$
8. $(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow (A \rightarrow C))$
9. $(A \rightarrow (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$
10. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow \neg B \rightarrow \neg A)$

Тождественно истинным (или тавтологией) называется высказывание, принимающее значения 1 (истинно) при всех значениях входящих в него переменных.

Задание

Постройте таблицу истинности сложного высказываний и определите, является ли это высказывание тождественно истинным:

3 $A \rightarrow (B \vee A)$

A	B	$B \vee A$	$A \rightarrow (B \vee A)$

Задание :

Постройте таблицу истинности сложного высказываний и определите, является ли это высказывание тождественно истинным:

6 $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \ \& \ C))$

[illegible]

Задание:

Постройте таблицы истинности сложных высказываний и определите, являются ли эти пары высказываний эквивалентными:

1. $A \vee B$; ? $B \vee A$
2. $A \vee (B \vee C)$; ? $(A \vee B) \vee C$
3. $A \vee (B \& C)$; ? $(A \vee B) \& (A \vee C)$
4. $A \vee A \& B$; ? A
5. $A \rightarrow B$; ? $\neg B \rightarrow \neg A$
6. $A \rightarrow B \& A$; ? $A \vee B$
7. $A \& (B \& C)$; ? $(A \& B) \& C$
8. $A \& (B \vee C)$; ? $(A \& B) \vee (A \& C)$
9. $A \leftrightarrow B$; ? $(A \rightarrow B) \& (\neg B \rightarrow \neg A)$
10. $A \rightarrow B$; ? $A \vee \neg B$

Эквивалентными (равносильными, тождественными) называются высказывания, значения которых совпадают на всех возможных наборах переменных.

Задача 1

Для какого целого числа X из интервала $[1; 4]$ истинно высказывание

$$X > 1 \wedge ((X < 5) \rightarrow (X < 3))$$

Задача 2

Сколько различных решений имеет уравнение

$$(K \wedge L \wedge M) \vee (\neg L \wedge \neg M \wedge N) = 1$$

где K, L, M, N - логические переменные?

В ответе не нужно перечислять все различные наборы значений K, L, M и N , при которых выполнено данное равенство. В качестве ответа вам нужно указать только количество таких наборов.

Задача 3

Укажите значения логических переменных K, L, M, N , при которых логическое выражение

$$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) \text{ ложно.}$$

Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 0101 соответствует тому, что $K=0, L=1, M=0, N=1$.

Задание 3:

Укажите значения логических переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение

$$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N)$$

ложно.

Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке).

Так, например, строка 0101 соответствует тому, что K=0, L=1, M=0, N=1.

Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Решение Вариант 1:

K 1	L 2	M 3	N 4	$\neg L$ 5	$K \vee M$ 6	$M \vee \neg L$ 7	$L \vee N$ 8	$6 \rightarrow 8$
0	0	0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	0	0	0	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	1	1
K, L, M, N	1	1	1	1	0	1	1	1

Задание:

$$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$$

Python:

```
for k in range(2):
    for l in range(2):
        for m in range(2):
            for n in range(2):
                F = int((k or m) <= (m or (not(l) or n)))
                print( k, l, m, n, F )
```

Полная таблица
ИСТИННОСТИ

Pascal:

```
var k, l, m, n, F: boolean;
Begin
    For k := false to true do
        for l := false to true do
            for m := false to true do
                for n := false to true do
                    F:= (k or m) <= (m or (not(l) or n))
                    then writeln(k, l, m, n, F)
end.
```

Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Python:

```
for k in range(2):
    for l in range(2):
        for m in range(2):
            for n in range(2):
                if ((k or m) <= (m or (not(l) or n))) == False:
                    print( k, l, m, n )
```

Таблица истинности
для F=0

Pascal:

```
var k, l, m, n: boolean;
Begin
    For k := false to true do
        for l := false to true do
            for m := false to true do
                for n := false to true do
                    if ((k or m) <= (m or (not(l) or n))) = false
                        then writeln(k, l, m, n)
end.
```

Запомнить

Логическая операция		Питон	Паскаль
Инверсия	\neg	not	not
Конъюнкция	& and \wedge	& and	and
дизъюнкция	or xor	or \vee	or xor
Импликация	\rightarrow	<=	<=
Эквивалентность	\leftrightarrow	==	=
Инверсия эквивалентности	$\neg(\dots \leftrightarrow \dots)$	\wedge !=	xor <>
		False True	false true

Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Решение Вариант 3-1:

G5 X ✓ fx =ИЛИ(НЕ(E5);F5)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	$(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$						
2							
3							
4	K	L	M	N	K ∨ M	$M \vee \neg L \vee N$	F=0
5	0	0	0	0	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА
6	0	0	0	0	1	ИСТИНА	ИСТИНА
7	0	0	1	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
8	0	0	1	1	ИСТИНА		
9	0	1				=ИЛИ(НЕ(E5);F5)	
10	0	1					
11	0	1			ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
12	0	1	1	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
13	1	0	0	0		=ИЛИ(C5;НЕ(B5);D5)	
14	1	0	0	1			ИСТИНА
15	1	0	1	0			ИСТИНА
16	1	0	1	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
17	1	1	0	0	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
18	1	1	0	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
19	1	1	1	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
20	1	1	1	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА
21							

Задание: $(K \vee M) \rightarrow (M \vee \neg L \vee N) = 0$

Решение Вариант 3-2:

	A	B	C	D	E
1	K	L	M	N	F
2	0	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	1
5	0	0	1	1	1
6	0	1	0	0	1
7	0	1	0	1	1
8	0	1	1	0	1
9	0	1	1	1	1
10	1	0	0	0	1
11	1	0	0	1	1
12	1	0	1	0	1
13	1	0	1	1	1
14	1	1	0	0	0
15	1	1	0	1	1
16	1	1	1	0	1
17	1	1	1	1	1
18					

=ЕСЛИ(ИЛИ(A2;C2)<=ИЛИ(C2; НЕ(B2);D2);1;0)

Задача

Логическая функция F задаётся выражением
 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$.

Постройте таблицу истинности

Решение 1 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow$
 $z)$

x	y	z	$x \rightarrow y$	$y \rightarrow z$	F
0	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	1	1

Задача

Логическая функция F задаётся выражением
 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$.

Постройте таблицу истинности

Решение 2 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow$
 $z)$

ПИТОН

```
for x in range(2):  
    for y in range(2):  
        for z in range(2):  
            F = int(x <= y) and (y <= z)  
            print( x, y, z, F )
```

0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Задача

Логическая функция F задаётся выражением
 $(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$.

Постройте таблицу истинности

Решение 3

$$(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z)$$

= ЕСЛИ(И(A2 <= B2; B2 <= C2)=ИСТИНА; 1; 0)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x	y	z	F				
2	0	0	0	1				
3	0	0	1	1				
4	0	1	0	0				
5	0	1	1	1				
6	1	0	0	0				
7	1	0	1	0				
8	1	1	0	0				
9	1	1	1	1				