Особливі випадки, що виникають при застосуванні СМ

Практичне заняття 11

$$\begin{aligned} c^T x &\to \max\ , \\ Ax &= b\ , \\ x &\geq 0\ . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &\to \max\ , \\ z - c^T x &= 0\ , \\ Ax &= b\ , \\ x &\geq 0\ . \end{aligned}$$

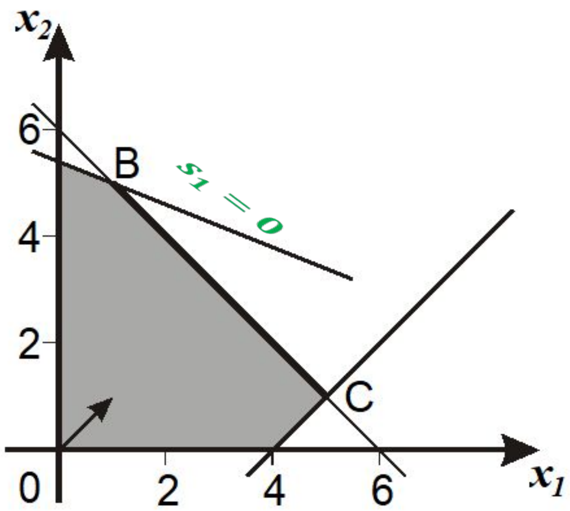
Особливими випадками є:

- − наявність альтернативного оптимуму;
- − виродженість розв’язку;
- − необмеженість цільової функції;
- − відсутність ДР.

Альтернативний оптимум

Ознака альтернативного оптимуму: $d_N \geq 0, \exists\, j \ (d_N)_j = 0$

(одна чи декілька небазисних змінних мають нульову відносну оцінку).



$$z^C = z^B - (d_N)_p (x_N)_p$$

$$z^C = z^B - (0) s_1$$

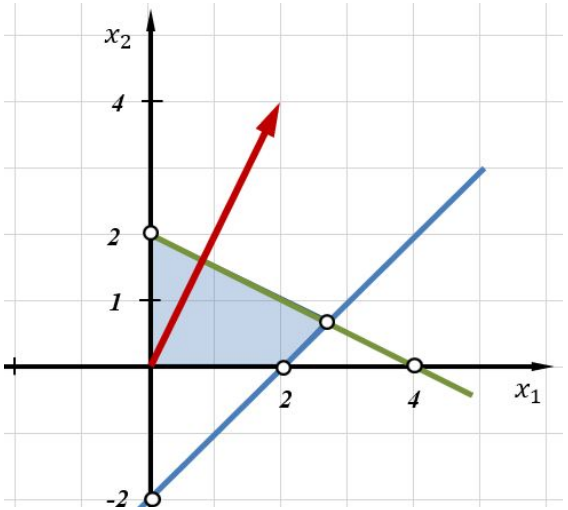
Приклад 1

max $z = 2x_1 + 4x_2$

$x_1 - x_2 <= 2$
$x_1 + 2x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z					

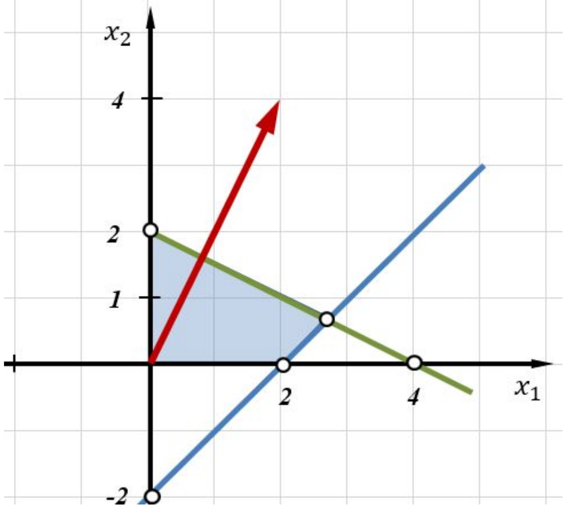


$\max z = 2x_1 + 4x_2$

$x_1 - x_2 <= 2$
$x_1 + 2x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	**P**
z	**-2**	**-4**	**0**	**0**	0
s1	1	-1	**1**	**0**	2
s2	1	2	**0**	**1**	4
БЗ	x1	x2	s1	s2	P

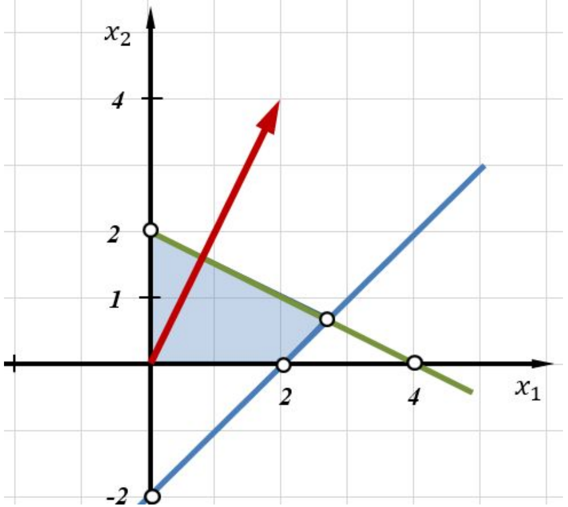


max z = $2x_1 + 4x_2$

$x_1 - x_2 <= 2$
$x_1 + 2x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-2	-4	**0**	**0**	0
s1	1	-1	**1**	**0**	2
s2	1	2	**0**	**1**	4
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	**0**	**0**	**0**	**2**	8
s1	3/2	**0**	**1**	1/2	4
x2	1/2	**1**	**0**	1/2	2



z = 8, x_1 = 0, x_2 = 2

$$d_N^T = \left[d_{x_1} \quad d_{s_2} \right] = \left[0 \quad 2 \right] \geq 0$$ **поточний розв'язок оптимальний**

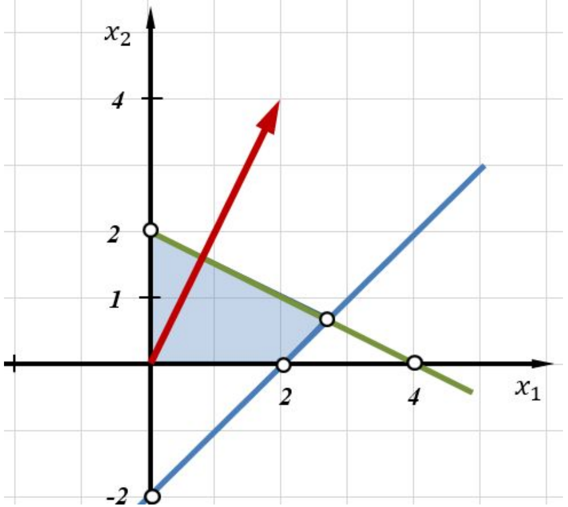
Ознака альтернативного оптимуму: $d_N \geq 0,\ \exists\, j\ \ (d_N)_j = 0$
(одна чи декілька небазисних змінних мають нульову відносну оцінку).

$\max z = 2x_1 + 4x_2$

$x_1 - x_2 <= 2$
$x_1 + 2x_2 <= 4$

$x_{1,} x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-2	-4	**0**	**0**	0
s1	1	-1	**1**	**0**	2
s2	1	2	**0**	**1**	4
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	**0**	**0**	2	8
s1	3/2	**0**	**1**	1/2	4
x2	1/2	**1**	**0**	1/2	2
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z					



$\max z = 2x_1 + 4x_2$

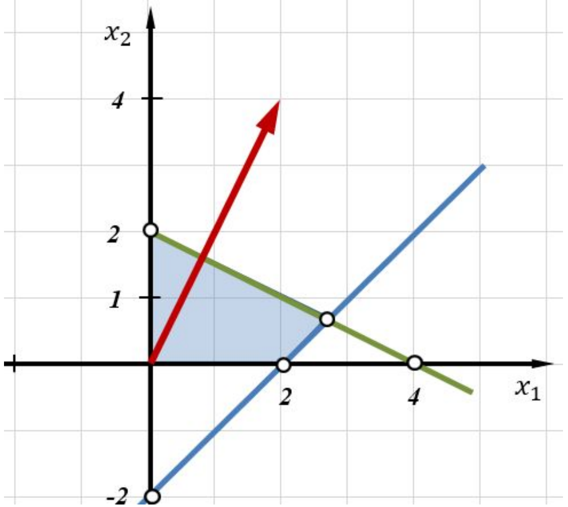
$x_1 - x_2 <= 2$
$x_1 + 2x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-2	-4	0	0	0
s1	1	-1	1	0	2
s2	1	2	0	1	4

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	0	0	2	8
s1	3/2	0	1	1/2	4
x2	1/2	1	0	1/2	2

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	0	0	2	8
x1	1	0	2/3	1/3	8/3
x2	0	1	- 1/3	1/3	2/3



$z = 8, x_1 = 8/3, x_2 = 2/3$

$$d_N^T = \begin{bmatrix} d_{s_1} & d_{s_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \end{bmatrix} \geq 0$$ **поточний розв’язок оптимальний**

Ознака альтернативного оптимуму: $d_N \geq 0, \ \exists\, j \ (d_N)_j = 0$

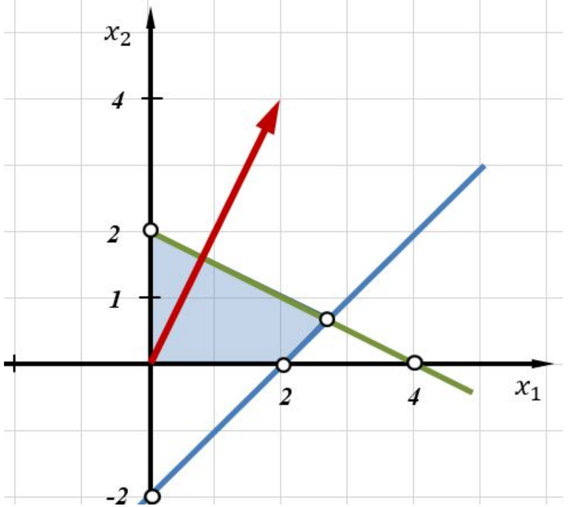
(одна чи декілька небазисних змінних мають нульову відносну оцінку).

$\max z = 2x_1 + 4x_2$

$x_1 - x_2 <= 2$
$x_1 + 2x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	**P**
z	-2	-4	**0**	**0**	0
s1	1	-1	**1**	**0**	2
s2	1	2	**0**	**1**	4
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	**0**	**0**	**0**	2	8
s1	3/2	**0**	**1**	1/2	4
x2	1/2	**1**	**0**	1/2	2
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	**0**	**0**	**0**	2	8
x1	**1**	**0**	2/3	1/3	8/3
x2	**0**	**1**	- 1/3	1/3	2/3



Відповідь

$$\begin{pmatrix} x_1^{opt} \\ x_2^{opt} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + (1-\lambda)\begin{pmatrix} \frac{8}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad 0 \le \lambda \le 1$$

$$z = 8$$

Альтернативний оптимум

Можливі три випадки:

1) **альтернативний оптимум –(нескінчена) обмежена множина;**

2) альтернативний оптимум – (нескінчена) необмежена множина;

3) при наявності ознаки альтернативного оптимуму оптимумальною є єдина точка.

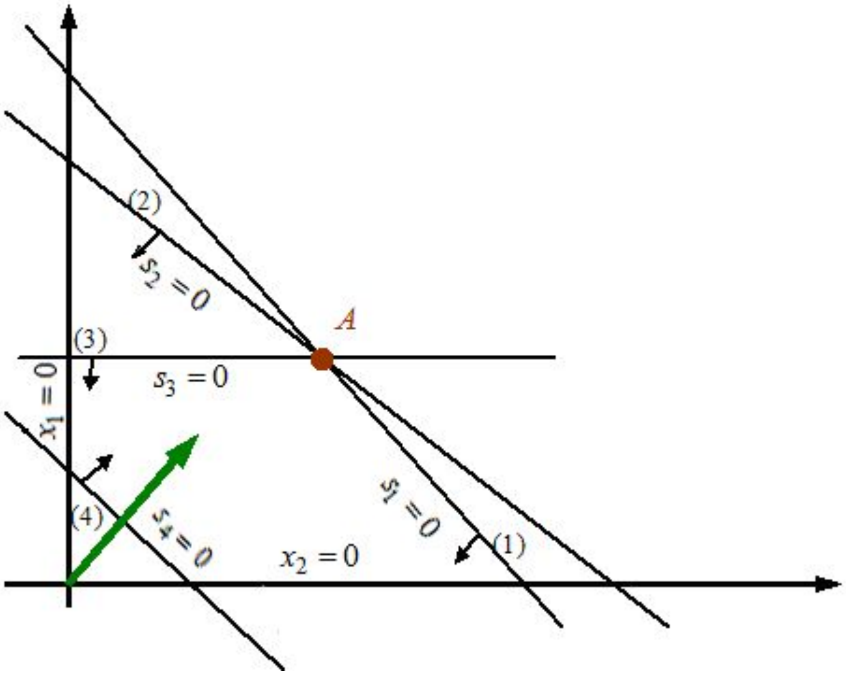
Самостійно №

Для кожного випадку

- виписати ознаку (використовуючи позначення перетвореної задачі);
- показати цю ознаку по симплекс-таблиці;
- дати графічну ілюстрацію.

Вродженість

Ознака виродженості: $\exists i\ \beta_i = 0\ (1 \le i \le m)$
(одна чи декілька базисних змінних приймають нульове значення).



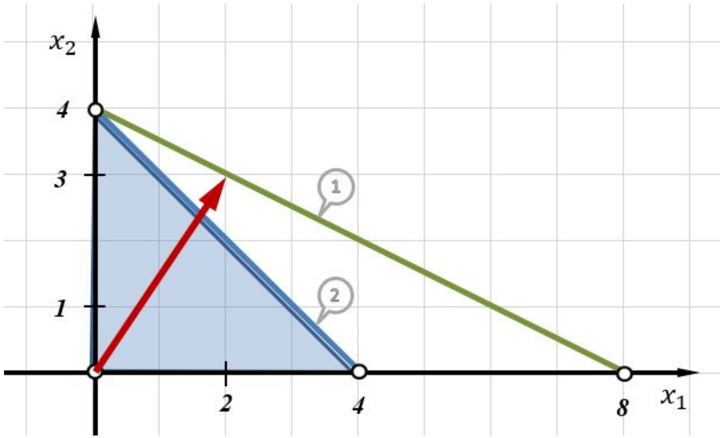
Приклад 2

$\max Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + 2x_2 <= 8$
$x_1 + x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z					

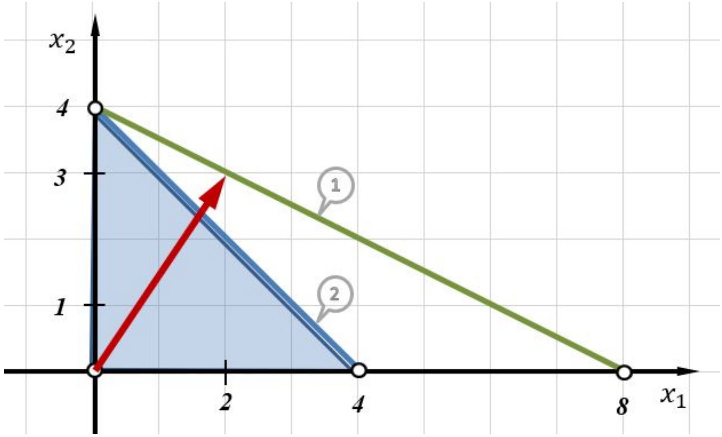


$\max Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + 2x_2 <= 8$
$x_1 + x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	**-2**	**-3**	0	0	0
s1	1	2	1	0	8
s2	1	1	0	1	5

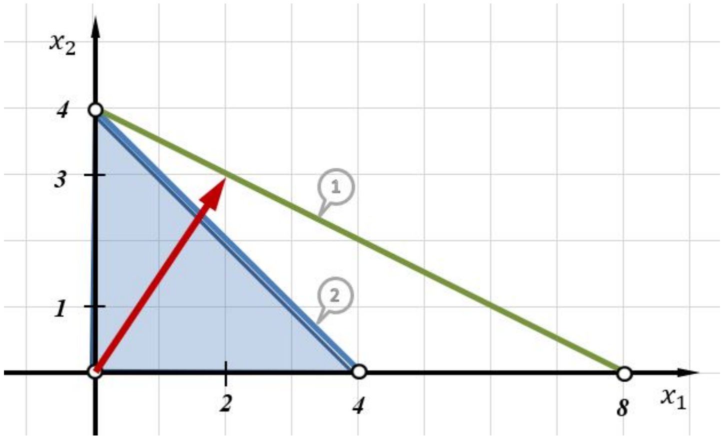


$\max Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + 2x_2 <= 8$
$x_1 + x_2 <= 4$

$x_{1,} x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-2	-3	0	0	0
s1	1	2	1	0	8
s2	1	1	0	1	5



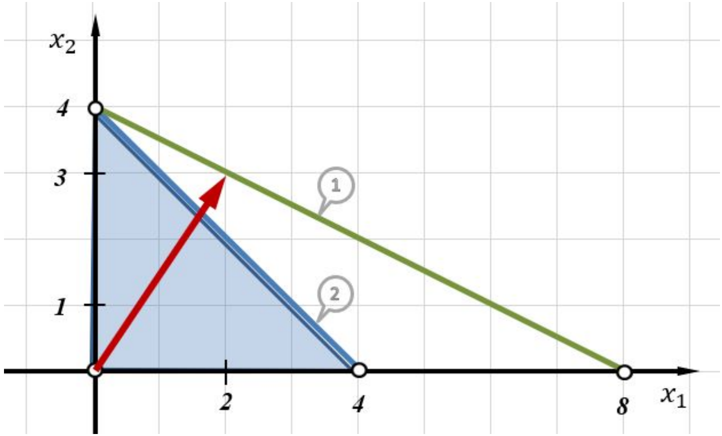
Вырожденность

max $Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + 2x_2 <= 8$
$x_1 + x_2 <= 4$

$x_{1,} x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-2	-3	0	0	0
s1	1	2	1	0	8
s2	1	1	0	1	5
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	**- 1/2**	0	3/2	0	12
x2	1/2	1	1/2	0	4
s2	1/2	0	- 1/2	1	**0**

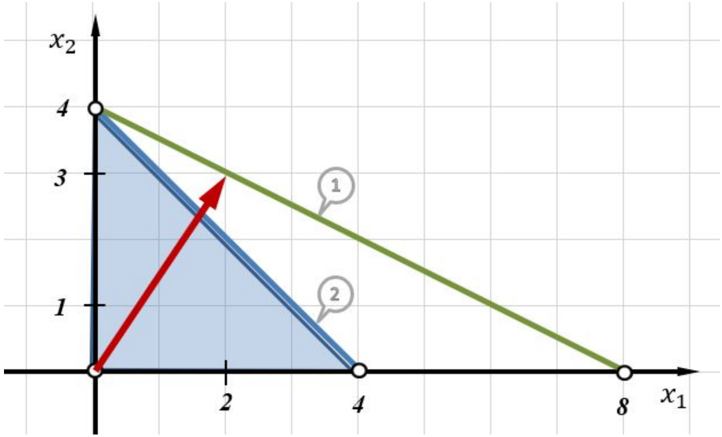


$\max Z = 2x_1 + 3x_2$

$x_1 + 2x_2 <= 8$
$x_1 + x_2 <= 4$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-2	-3	0	0	0
s1	1	2	1	0	8
s2	1	1	0	1	5
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	- 1/2	0	3/2	0	12
x2	1/2	1	1/2	0	4
s2	1/2	0	- 1/2	1	**0**
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	0	1	1	12
x2	0	1	1	-1	4
x1	1	0	-1	2	**0**



Відповідь:
$z = 12$, $x_1 = 0$, $x_2 = 4$
(розв’язок є виродженим)

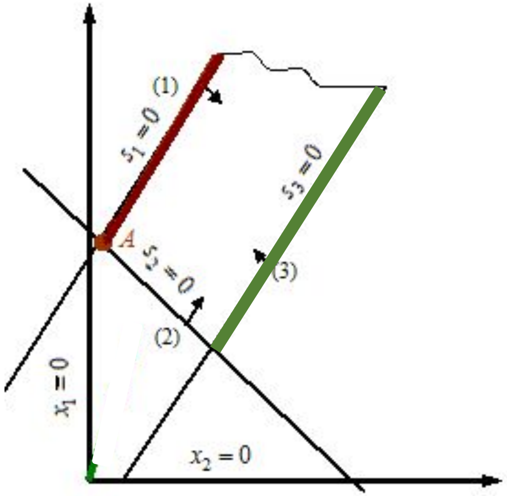
$$d_N^T = \left[d_{s_1} \quad d_{s_2} \right] = \left[1 \quad 1 \right] \geq 0$$ **поточний розв’язок оптимальний**

Ознака виродженості: $\exists i \;\; \beta_i = 0 \;\; (1 \leq i \leq m)$
(одна чи декілька базисних змінних приймають нульове значення).

Необмеженість ЦФ

Необмежена множина допустимих розв’язків

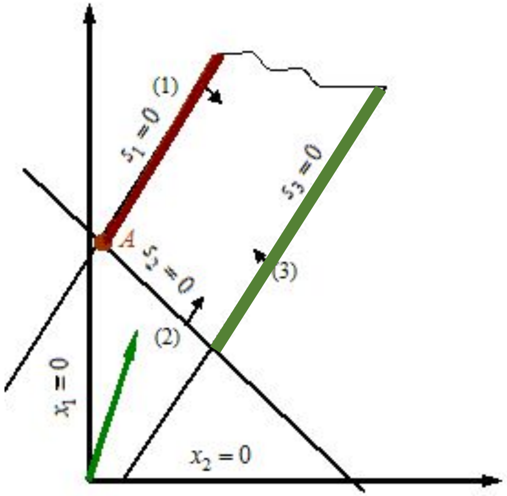
Ознака: $\exists\, j \in I_N \;\; \alpha_{*j} \le 0$.



Необмежена ЦФ

Необхідною умовою цього є необмеженість множини допустимих розв'язків.

Ознака (задача на максимум): $\exists\, j \in I_N \ (\ (d_N)_j < 0$ і $\alpha_{*j} \le 0)$.



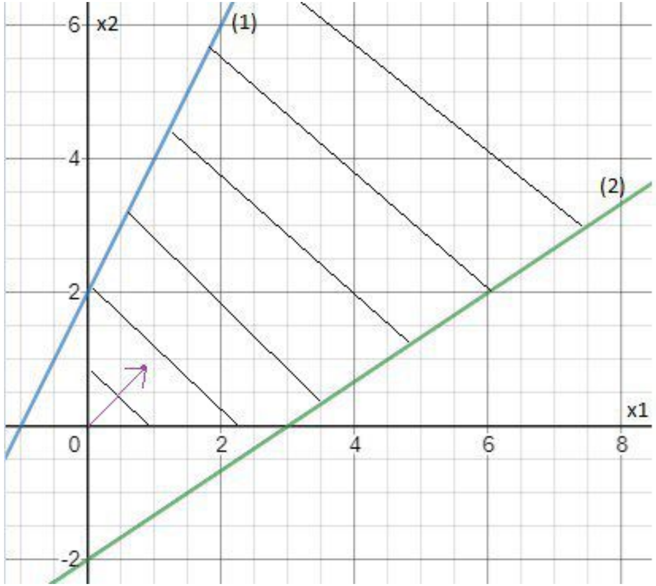
Приклад 3

max $z = x_1 + x_2$

$-2x_1 + x_2 <= 2$
$2x_1 - 3x_2 <= 6$

$x1, x2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-1	-1	0	0	0
s1	-2	1	1	0	2
s2	2	-3	0	1	6

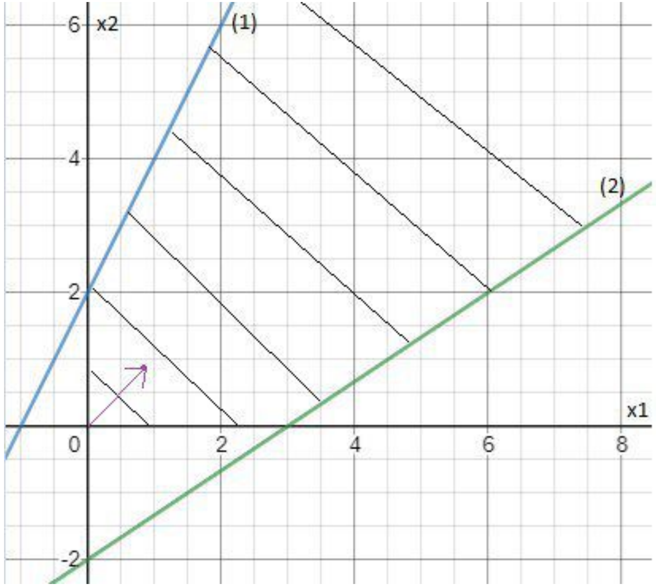


$\max z = x_1 + x_2$

$-2x_1 + x_2 <= 2$
$2x_1 - 3x_2 <= 6$

x1, x2 >= 0

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	-1	-1	0	0	0
s1	-2	1	1	0	2
s2	2	-3	0	1	6
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	-5/2	0	1/2	3
s1	0	-2	1	1	8
x1	1	-3/2	0	1/2	3



Ознака (задача на максимум): $\exists\, j \in I_N \; (\, (d_N)_j < 0 \text{ і } \alpha_{*j} \leq 0).$

Відповідь:
Задача не має розв'язку, оскільки ЦФ не обмежена зверху

Альтернативний оптимум –необмежена множина

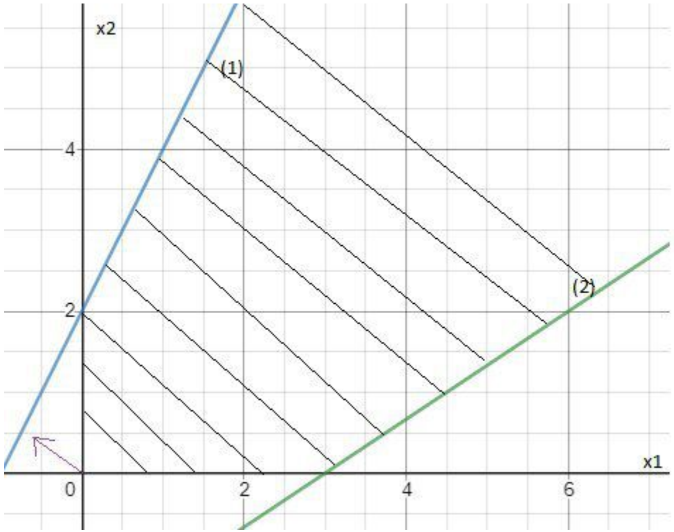
Приклад 4

$\max z = -2x_1 + x_2$

$-2x_1 + x_2 <= 2$
$4x_1 - 6x_2 <= 12$

$x_{1,} x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	2	-1	0	0	0
s1	-2	1	1	0	2
s2	2	-3	0	1	6

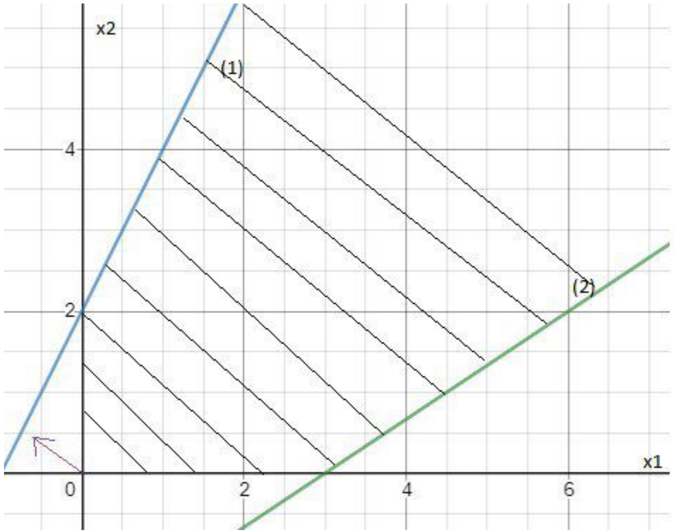


max z = $-2x_1 + x_2$

$-2x_1 + x_2 <= 2$
$4x_1 – 6x_2 <= 12$

$x_1, x_2 >= 0$

БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	2	-1	0	0	0
s1	-2	1	1	0	2
s2	2	-3	0	1	6
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	0	1	0	2
x2	-2	1	1	0	2
s2	-4	0	3	1	12



$d_N^T = \begin{bmatrix} d_{x_1} & d_{s_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \geq 0$ **поточний розв'язок оптимальний**

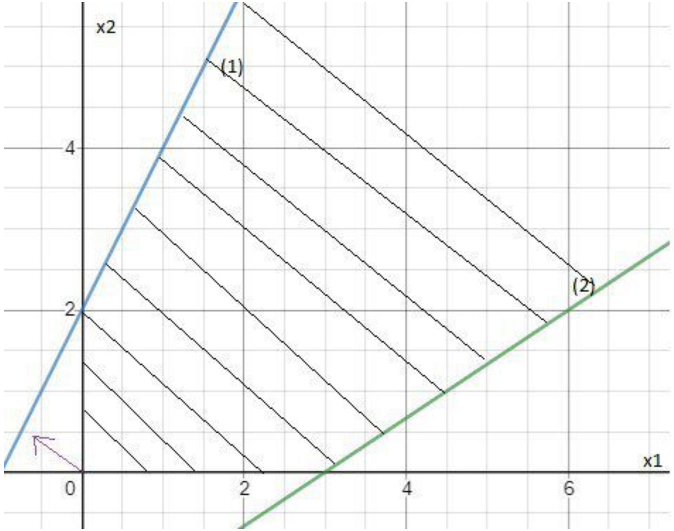
Ознака альтернативного оптимуму: $d_N \geq 0, \exists j \ (d_N)_j = 0$ (одна чи декілька небазисних змінних мають нульову відносну оцінку).

Ознака необмеженості МДР: $\exists j \in I_N \ \alpha_{*j} \leq 0.$

max z = $-2x_1 + x_2$

$-2x_1 + x_2 <= 2$
$4x_1 - 6x_2 <= 12$

$x_1, x_2 >= 0$



БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	2	-1	0	0	0
s1	-2	1	1	0	2
s2	2	-3	0	1	6
БЗ	x1	x2	s1	s2	P
z	0	0	1	0	2
x2	-2	1	1	0	2
s2	-4	0	3	1	12

Відповідь

$$\begin{pmatrix} x_2^{opt} \\ s_2^{opt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} x_1$$

$$x_1 \geq 0$$
$$x_2 = 2 + 2x_1$$
$$z = 2$$

Приклади 5 - 9

Приклад 5

$$\max Z = x1 + 2*x2$$

$$-x1 + x2 <= 2$$

$$x2 <= 4$$

$$x1 , x2 >= 0$$

Приклад 5

$$\max Z = x1 + 2*x2$$

$$-x1 + x2 <= 2$$

$$x2 <= 4$$

$$x1 , x2 >= 0$$

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

Приклад 5 (ДБР1)

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

	x1	x2	s1	s2	P
Z					
x2					
s2					

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

	x1	x2	s1	s2	P
Z					
x2	-1	1	1	0	2
s2					

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

	x1	x2	s1	s2	P
Z		0			
x2	-1	1	1	0	2
s2		0			

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

	x1	x2	s1	s2	P
Z		0		0	
x2	-1	1	1	0	2
s2		0		1	

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-1	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	0	1	0	1	4

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

Приклад 5 (ДБР2)

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

	x1	x2	s1	s2	P
Z					
x2					
x1					

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

	x1	x2	s1	s2	P
Z					
x2					
x1	1	0	-1	1	2

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0				
x2	0				
x1	1	0	-1	1	2

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0			
x2	0	1			
x1	1	0	-1	1	2

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-3	0	2	0	4
x2	-1	1	1	0	2
s2	1	0	-1	1	2

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0	-1	3	10
x2	0	1	0	1	4
x1	1	0	-1	1	2

Приклад 5 (ДБРз)

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0	-1	3	10
x2	0	1	0	1	4
x1	1	0	-1	1	2

Приклад 5

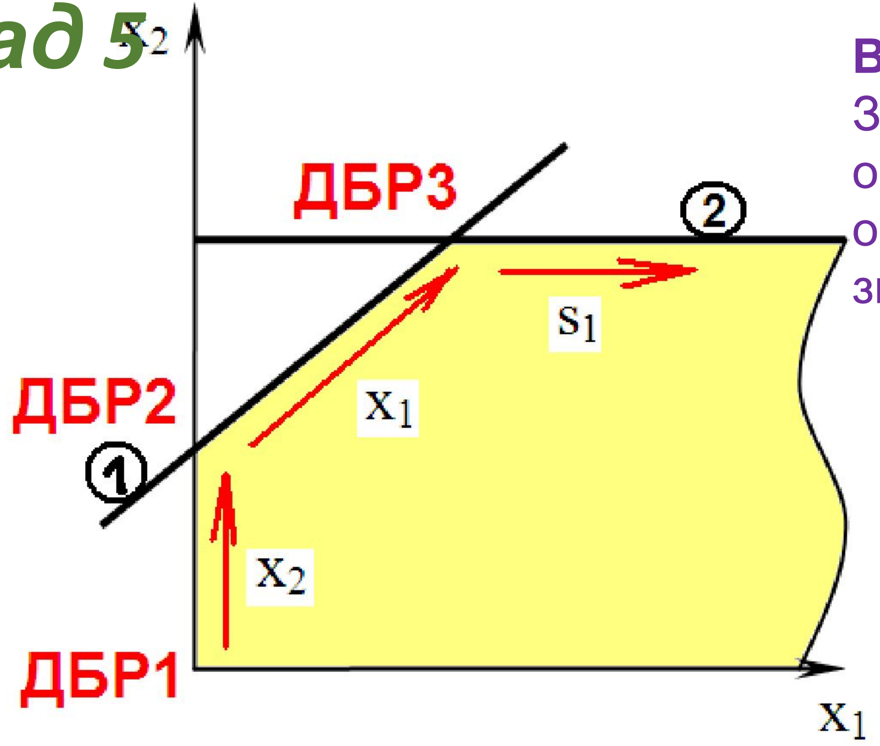
	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0	-1	3	10
x2	0	1	0	1	4
x1	1	0	-1	1	2

Приклад 5

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0	-1	3	10
x2	0	1	0	1	4
x1	1	0	-1	1	2

Відповідь:
Задача не має розв’язку, оскільки ЦФ не обмежена зверху

Приклад 5



Відповідь:
Задача не має розв’язку, оскільки ЦФ не обмежена зверху

Усі виконані ітерації СМ можна було не робити, оскільки вже для першого ДБР виконувалась ознака необмеженості ЦФ!!!

Приклад 6

$$\boxed{\min} Z = 3x1 - 4x2 - 2x3$$

$$x1 + x2 + 6x3 <= 6$$

$$2x1 - x2 - 6x3 <= 12$$

$$-x1 + 3x2 - 5x3 >= -15$$

$$x1 , x2, x3 >=0$$

Приклад 6

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	P
Z	-3	4	2	0	0	0	0
s1	1	1	6	1	0	0	6
s2	2	-1	-6	0	1	0	12
s3	1	-3	5	0	0	1	15

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	P
Z	-7	0	-22	-4	0	0	-24
x2	1	1	6	1	0	0	6
s2	3	0	0	1	1	0	18
s3	4	0	23	3	0	1	33

Приклад 7

$$\max Z = 8*x1 + 2*x2$$

$$-x1 + x2 <= 2$$
$$4*x1 + x2 <= 12$$
$$x1\ ,\ x2 >= 0$$

Приклад 7

	x1	x2	s1	s2	P
Z	-8	-2	0	0	0
s1	-1	1	1	0	2
s2	4	1	0	1	12

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0	0	2	24
s1	0	5/4	1	1/4	5
x1	1	1/4	0	1/4	3

$$x^{1opt} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

	x1	x2	s1	s2	P
Z	0	0	0	2	24
x2	0	1	4/5	1/5	4
x1	1	0	-1/5	1/5	2

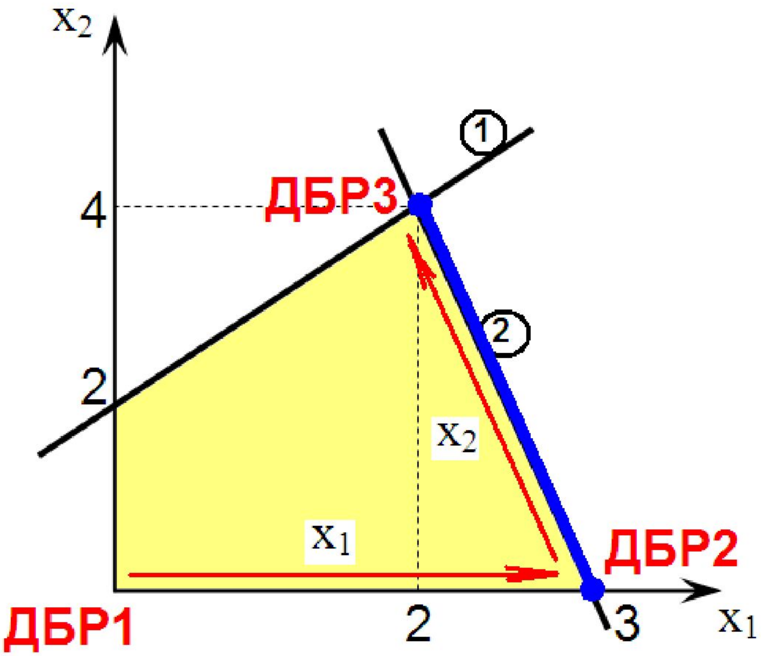
$$x^{2\,opt} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Приклад 7 **Відповідь:**

$$x = \lambda_1 x^{1\,opt} + \lambda_2 x^{2\,opt} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

де $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_1 + \lambda_2 = 1$

Приклад 7



Приклад 8

$$\max Z = 2*x1 + 3*x2$$

$$-3*x1 + 3*x2 <= 3$$
$$-x1 + 4*x2 <= 4$$
$$6*x1 + x2 <= 6$$
$$x1 , x2 >=0$$

Приклад 8

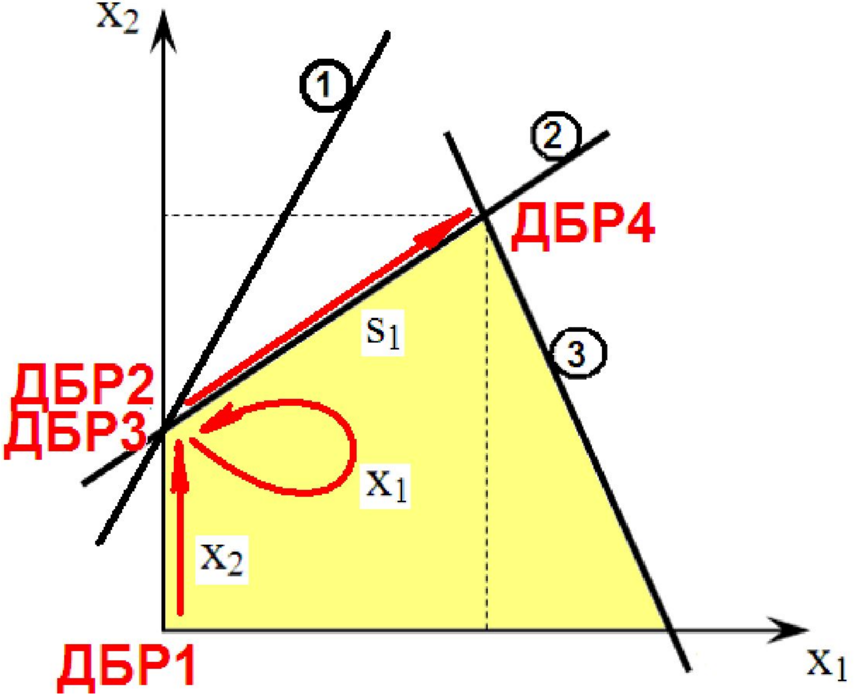
	x1	x2	s1	s2	s3	P
Z	-2	-3	0	0	0	0
s1	-3	3	1	0	0	3
s2	-1	4	0	1	0	4
s3	6	1	0	0	1	6

	x1	x2	s1	s2	s3	P
Z	-5	0	1	0	0	3
x2	-1	1	1/3	0	0	1
s2	3	0	-4/3	1	0	0
s3	7	0	-1/3	0	1	5

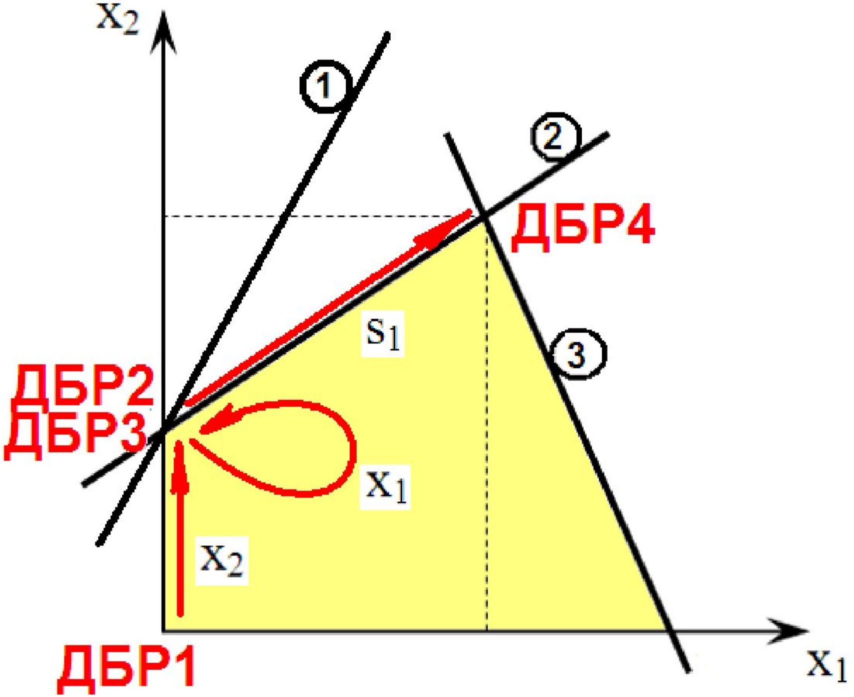
	x1	x2	s1	s2	s3	P
Z	0	0	-11/9	5/3	0	3
x2	0	1	-1/9	1/3	0	1
x1	1	0	-4/9	1/3	0	0
s3	0	0	25/9	-7/3	1	5

	x1	x2	s1	s2	s3	P
Z	0	0	0	16/25	11/25	26/5
x2	0	1	0	6/25	1/25	6/5
x1	1	0	0	-1/25	4/25	4/5
s1	0	0	1	-21/25	9/25	9/5

Приклад 8



Приклад 8

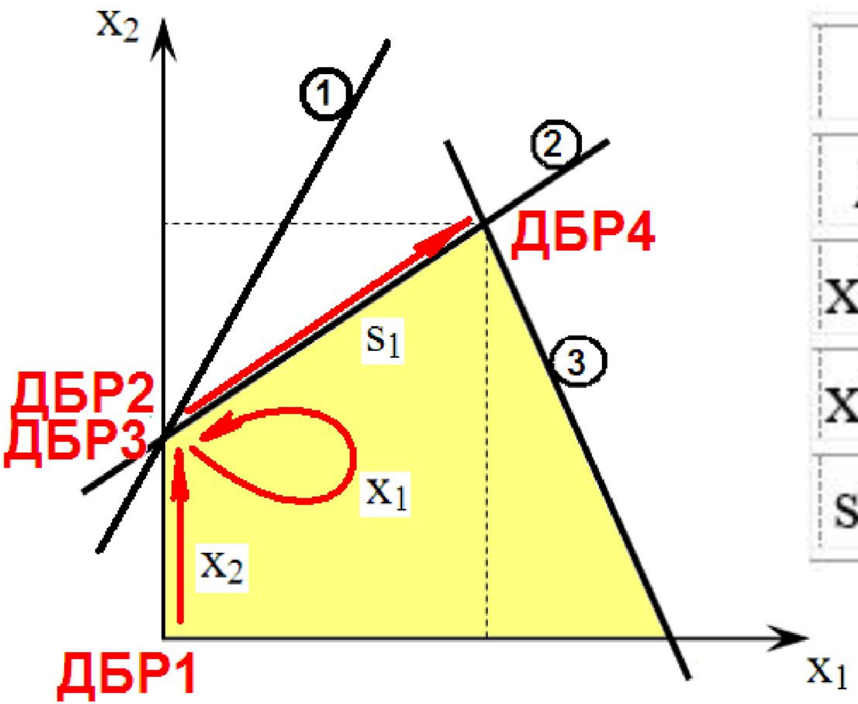


ДБР2

	x1	x2	s1	s2	s3	P
Z	-5	0	1	0	0	3
x2	-1	1	1/3	0	0	1
s2	3	0	-4/3	1	0	0
s3	7	0	-1/3	0	1	5

Приклад 8

ДБР3



	x1	x2	s1	s2	s3	P
Z	0	0	-11/9	5/3	0	3
x2	0	1	-1/9	1/3	0	1
x1	1	0	-4/9	1/3	0	0
s3	0	0	25/9	-7/3	1	5

Приклад 9 (три оптимальні вершини)

$$\max Z = 2*x1 + 2*x2 + 2*x3$$

$$-x1 + 2*x2 + 4*x3 <= 2$$
$$x1 + x2 + x3 <= 1$$
$$2*x1 - 3*x2 - 2*x3 <= 6$$
$$x1 , x2, x3 >= 0$$

Приклад 9

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	P
Z	-2	-2	-2	0	0	0	0
s1	-1	2	4	1	0	0	2
s2	1	1	1	0	1	0	1
s3	2	-3	-2	0	0	1	6

Приклад 9

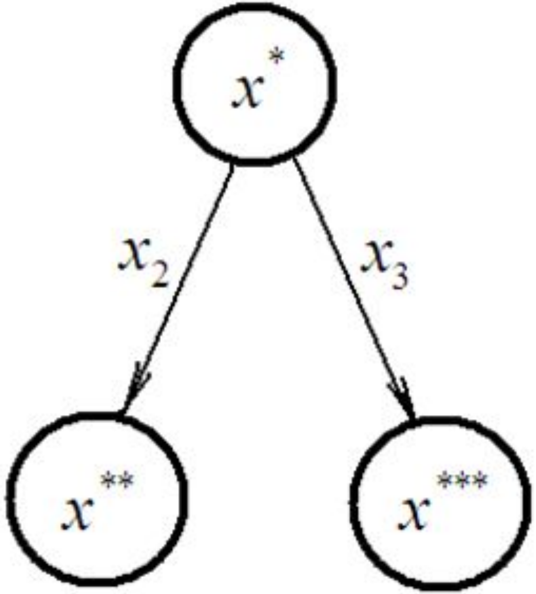
	x1	x2	x3	s1	s2	s3	P
Z	0	0	0	0	2	0	2
s1	0	3	5	1	1	0	3
x1	1	1	1	0	1	0	1
s3	0	-5	-4	0	-2	1	4

Приклад 9 **ДБР2**

	x1	x2	x3	s1	s2	s3	P
Z	0	0	0	0	2	0	2
s1	0	3	5	1	1	0	3
x1	1	1	1	0	1	0	1
s3	0	-5	-4	0	-2	1	4

$$x^* = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Приклад 9 **ДБР2**



$$z^{opt} = z(x^*) = z(x^{**}) = z(x^{***}) = 2$$

Приклад 9

$$x^{**} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} \qquad x^{***} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/5 \\ 0 \\ 3/5 \\ 0 \\ 0 \\ 32/5 \end{pmatrix}$$

Приклад 9

Розв'язок:

Опукла лінійна комбінація точок x^*, x^{**} та x^{***}, тобто всі точки

$$x = \lambda_1 x^* + \lambda_2 x^{**} + \lambda_3 x^{***} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 2/5 \\ 0 \\ 3/5 \\ 0 \\ 0 \\ 32/5 \end{pmatrix},$$

де $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0, \lambda_3 \geq 0, \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$

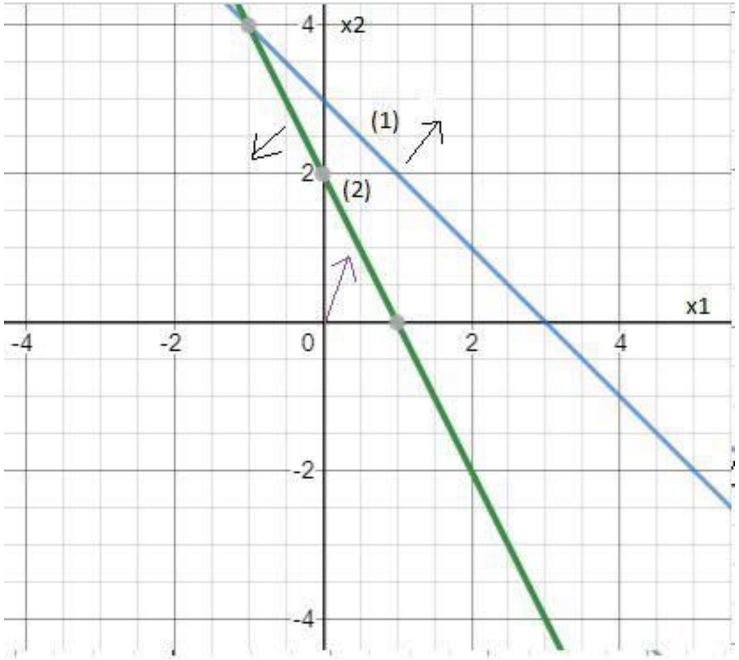
Відсутність допустимих розв'язків

Приклад 11

max $Z = 2x_1 + 5x_2$

$3x_1 + 2x_2 >= 6$
$2x_1 + x_2 <= 2$

$x_1, x_2 >= 0$

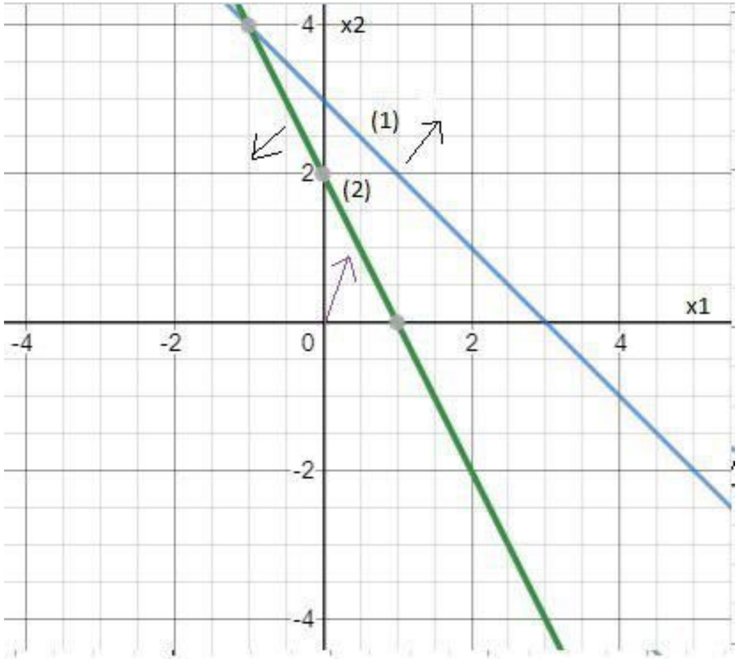


$\max Z = 2x_1 + 5x_2$

$3x_1 + 2x_2 >= 6$
$2x_1 + x_2 <= 2$

$x_1, x_2 >= 0$

	x1	x2	s1	s2	R1	P
r	3	2	-1	0	0	6
z	-2	-5	0	0	0	0
R1	3	2	-1	0	1	6
s2	2	1	0	1	0	2

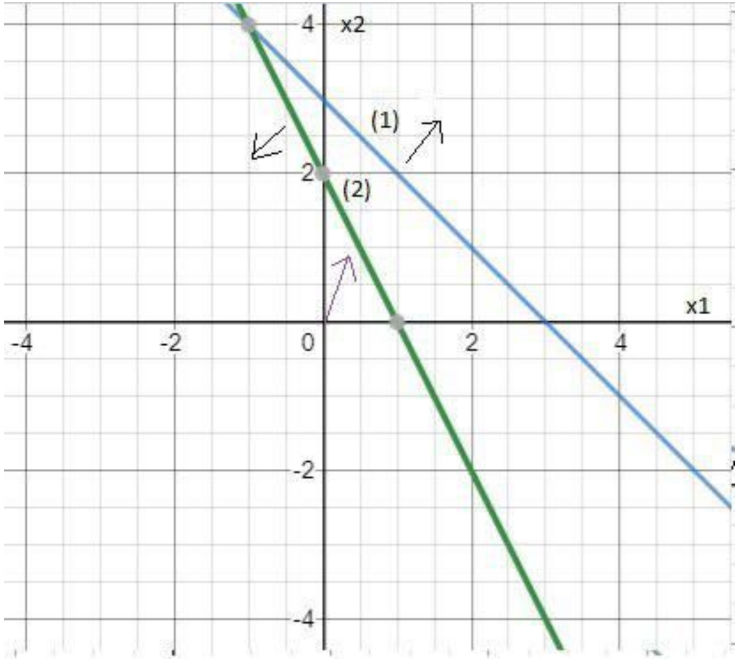


max $Z = 2x_1 + 5x_2$

$3x_1 + 2x_2 >= 6$
$2x_1 + x_2 <= 2$

$x_1, x_2 >= 0$

	x1	x2	s1	s2	R1	P
r	3	2	-1	0	0	6
z	-2	-5	0	0	0	0
R1	3	2	-1	0	1	6
s2	2	1	0	1	0	2
	x1	x2	s1	s2	R1	P
r	0	1/2	-1	-1 1/2	0	3
z	0	-4	0	1	0	2
R1	0	1/2	-1	-1 1/2	1	3
x1	1	1/2	0	1/2	0	1

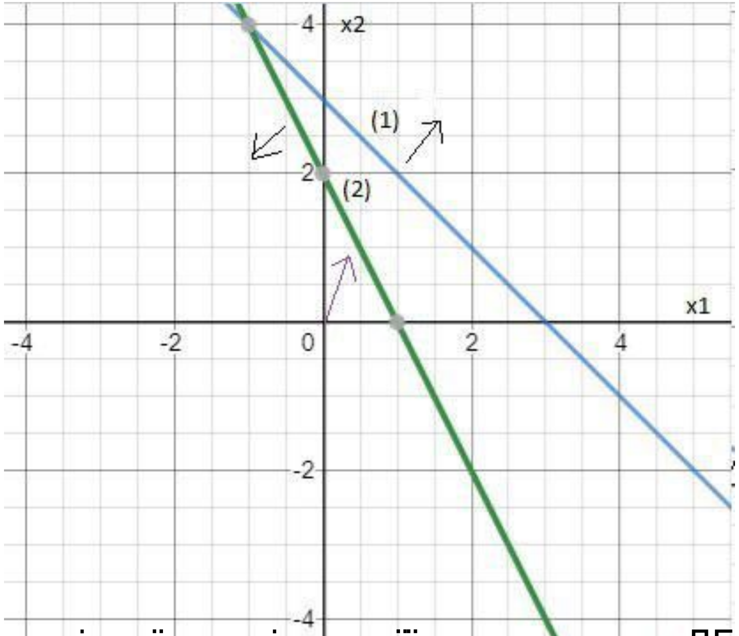


$\max Z = 2x_1 + 5x_2$

$3x_1 + 2x_2 >= 6$
$2x_1 + x_2 <= 2$

$x_1, x_2 >= 0$

	x1	x2	s1	s2	R1	P
r	3	2	-1	0	0	6
z	-2	-5	0	0	0	0
R1	3	2	-1	0	1	6
s2	2	1	0	1	0	2
	x1	x2	s1	s2	R1	P
r	0	1/2	-1	-1 1/2	0	3
z	0	-4	0	1	0	2
R1	0	1/2	-1	-1 1/2	1	3
x1	1	1/2	0	1/2	0	1
	x1	x2	s1	s2	R1	P
r	-1	0	-1	-2	0	2
z	8	0	0	5	0	10
R1	-1	0	-1	-2	1	2
x2	2	1	0	1	0	2



Отримали оптимальний розв’язок допоміжної задачі, але в її оптимальному ДБР штучні змінні мають **додатні** значення. Відповідно, вихідна ***ЗЛП не має допустимих розв’язків***

Приклад 12

$$\min z = 6x_1 + 4x_2$$
$$2x_1 - 2x_2 \geq 3$$
$$-3x_1 + x_2 \geq 5$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

Приклад 12

$$\min z = 6x_1 + 4x_2$$
$$2x_1 - 2x_2 \geq 3$$
$$-3x_1 + x_2 \geq 5$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$r \; - x_1 \; - x_2 \; - S_1 \; - S_2 = 8$$
$$z - 6x_1 - 4x_2 = 0$$
$$2x_1 - 2x_2 - S_1 + R_1 = 3$$
$$-3x_1 + x_2 - S_2 + R_2 = 5$$

Базис	y_1	y_1			R_1	R_2	Розв'язок
r	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	0	0	**8**
z	-6	-4	0	0	0	0	0
R_1	2	-2	-1	0	1	0	3
R_2	-3	1	0	-1	0	1	5

Одразу маємо оптимальний розв'язок допоміжної задачі, але в її оптимальному ДБР штучні змінні мають додатні значення.
Відповідно, ***ЗЛП не має допустимих розв'язків***.