

Тема

ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЕ И ИНТЕГРИРУЮЩИЕ ЦЕПИ

План темы

1. Примеры одной и той же цепи в разном начертании
2. Последовательное, параллельное, смешанное соединения.
3. Соединения «звездой» и «треугольником».
4. Топологические элементы цепей.
5. Законы Кирхгофа.
6. Уравнения электрического равновесия.
4. Контрольные вопросы.

Дифференцирующие цепи – это цепи, выходное напряжение u_2 которых пропорционально *производной* входного напряжения u_1 :

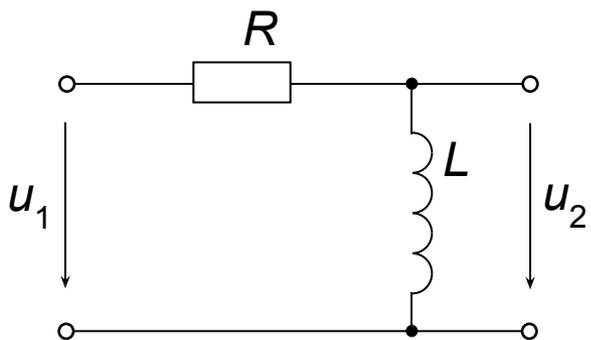
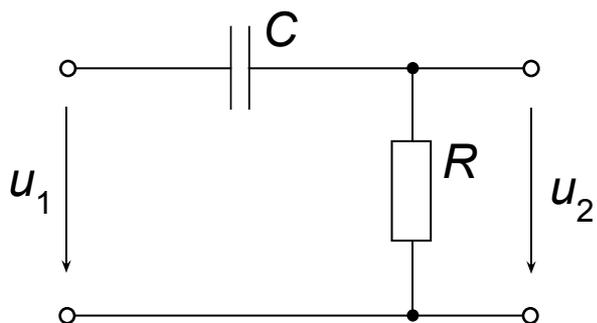
$$u_2 = \alpha_1 \frac{du_1}{dt}, \quad \text{где } \alpha_1 \text{ - некоторое действительное число}$$

Интегрирующие цепи – это цепи, выходное напряжение u_2 которых пропорционально *интегралу* входного напряжения u_1 :

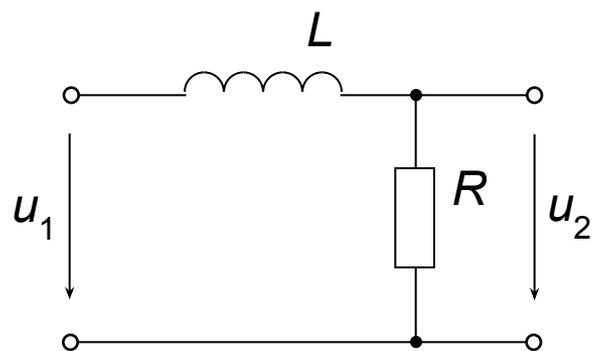
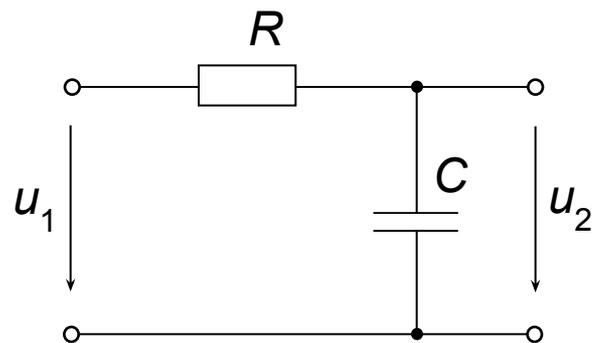
$$u_2 = \alpha_2 \int u_1 dt, \quad \text{где } \alpha_2 \text{ - некоторое действительное число}$$

Схемы дифференцирующих и интегрирующих цепей

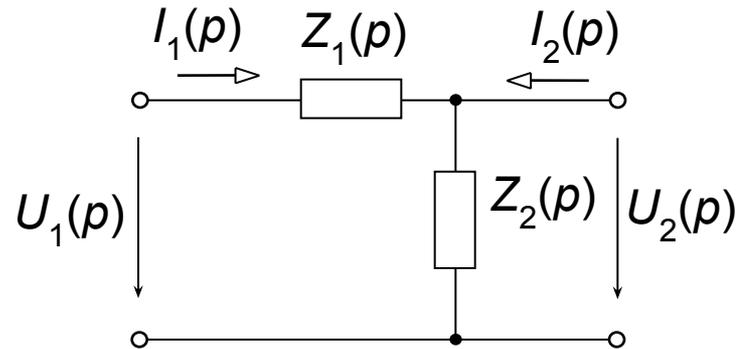
Дифференцирующие цепи



Интегрирующие цепи



Обобщенная операторная схема дифференцирующих и интегрирующих цепей



$Z_1(p)$ и $Z_2(p)$ – операторные сопротивления

$U_1(p)$ и $U_2(p)$ – операторные входное и выходное напряжения

$I_1(p)$ и $I_2(p)$ – операторные входной и выходной токи

Значок \doteq означает – можно поставить в соответствие

$U(p) \doteq u$ – операторное изображение напряжения u

$I(p) \doteq i$ – операторное изображение тока i

} – напоминание

В соответствии с теоремой дифференцирования

$$U_2(p) = \alpha_1 p U_1(p)$$

$$K_{21}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{\alpha_1 p U_1(p)}{U_1(p)} = \alpha_1 p$$

$$K_{21}(p) = \alpha_1 p$$

Аналогично, операторный коэффициент передачи по напряжению интегрирующей цепи пропорционален p^{-1}

$$K_{21}(p) = \frac{\alpha_2}{p}$$

α_2 - некоторый постоянный коэффициент

Полагая $I_2(p) = 0$

$$K_{21}(p) = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p) + Z_2(p)} = \frac{1}{1 + \frac{Z_1(p)}{Z_2(p)}}$$

$$\left| 1 + \frac{Z_1(p)}{Z_2(p)} \right| \gg 1$$

Отсюда следует, что напряжение u_2 на выходе простейших дифференцирующих и интегрирующих цепей много меньше входного u_1 . Увеличение u_2 ведёт к усложнению схем, например к применению операционных усилителей.

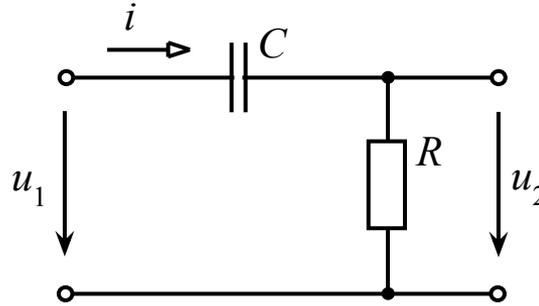
$\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = \alpha_1 p$ Для дифференцирующей цепи постоянная времени должна быть много меньше длительности дифференцируемого сигнала.

$\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} = \frac{\alpha_2}{p}$ Для интегрирующей цепи постоянная времени должна быть много больше длительности интервала интегрирования.

$\tau_C = RC$ - постоянная времени цепи RC.

$\tau_L = \frac{L}{R}$ - постоянная времени цепи RL.

Дифференцирующая цепь RC



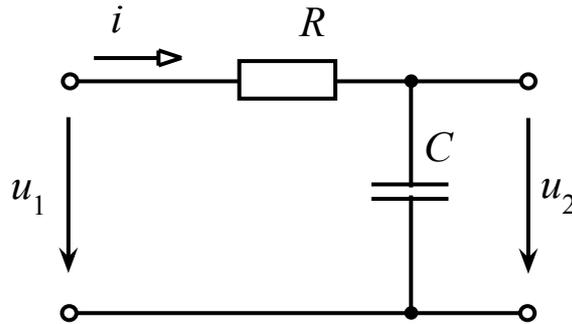
$$u_1 = u_C + u_R \quad u_1 \approx u_C \quad i = C \frac{du_C}{dt} \approx C \frac{du_1}{dt}$$

$$u_R = R \cdot i \quad u_R = u_2 = Ri \approx RC \frac{du_1}{dt} = \tau \frac{du_1}{dt}$$

$$u_2 \approx \tau \frac{du_1}{dt}$$

$\tau_C = RC$ - постоянная времени цепи RC.

Интегрирующая цепь RC



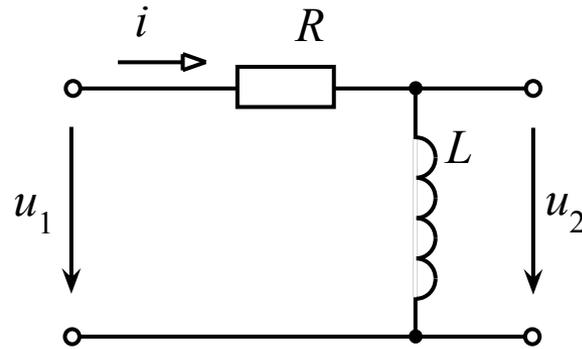
$$u_1 = u_R + u_C \quad u_1 \approx u_R \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt \quad i = \frac{u_R}{R} \approx \frac{u_1}{R}$$

$$u_C = u_2 = \frac{1}{C} \int i dt \approx \frac{1}{C} \int \frac{u_1}{R} dt = \frac{1}{RC} \int u_1 dt = \frac{1}{\tau} \int u_1 dt$$

$$u_2 \approx \frac{1}{RC} \int u_1 dt = \frac{1}{\tau} \int u_1 dt$$

$\tau_C = RC$ - постоянная времени цепи RC.

Дифференцирующая цепь RL



$$u_1 = u_R + u_L \quad u_1 \approx u_R \quad u_L = L \frac{di}{dt} \quad i = \frac{u_R}{R}$$

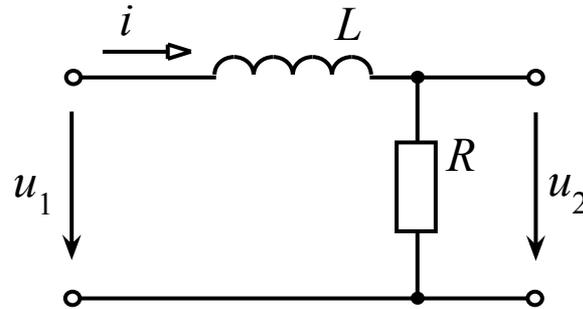
$$u_L = u_2 = L \frac{di}{dt} = L \frac{d\left(\frac{u_R}{R}\right)}{dt} = \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} \approx \frac{L}{R} \frac{du_1}{dt} = \tau \frac{du_1}{dt}$$

$$u_2 \approx \tau \frac{du_1}{dt}$$

$$\tau_L = \frac{L}{R}$$

- постоянная времени цепи RL.

Интегрирующая цепь RL



$$u_1 = u_L + u_R \quad u_1 \approx u_L \quad i = \frac{1}{L} \int u_L dt \approx \frac{1}{L} \int u_1 dt$$

$$u_R = u_2 = R \cdot i \approx R \frac{1}{L} \int u_1 dt = \frac{R}{L} \int u_1 dt = \frac{1}{\tau} \int u_1 dt$$

$$u_2 \approx \frac{R}{L} \int u_1 dt = \frac{1}{\tau} \int u_1 dt$$

$$\tau_L = \frac{L}{R} \quad - \text{ постоянная времени цепи RL.}$$