

Тема:

«Числовая последовательность.  
Арифметическая прогрессия и  
геометрическая прогрессия»

Термин *“прогрессия”* был введен  
римским автором Боэцием в IV в. н.э.

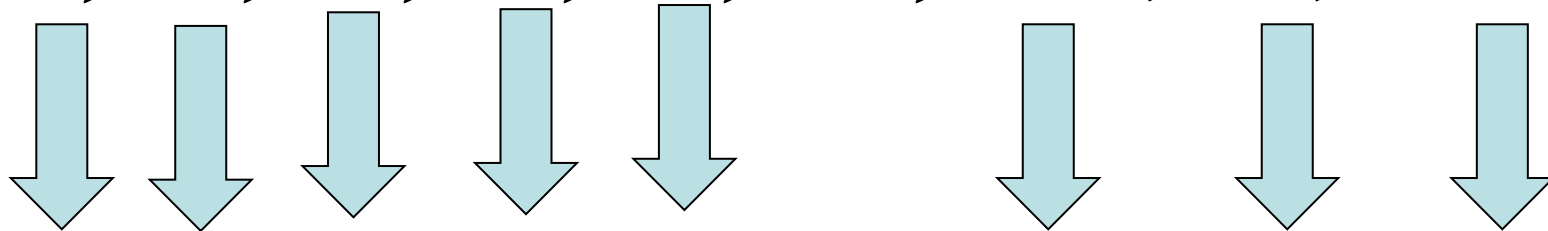
От латинского слова *progressio* –  
“движение вперед”.

- 2, 4, 6, 8, 10, ...
- 5, 10, 15, 20, 25, ...
- 3, -1, -5, -9, -13, ...

**Последовательностью** называется  
бесконечное множество  
пронумерованных элементов.

# Обозначение членов последовательности

**1, 2, 3, 4, 5, ..., n-1, n, n+1, ...**



*a*<sub>1</sub>, *a*<sub>2</sub>, *a*<sub>3</sub>, *a*<sub>4</sub>, *a*<sub>5</sub>, ..., *a*<sub>n-1</sub>, *a*<sub>n</sub>, *a*<sub>n+1</sub>, ...

2, 4, 6, 8, 10, ... *2(n-1)*, *2n*, *2(n+1)*, ...

5, 10, 15, 20, 25, ... *5(n-1)*, *5n*, *5(n+1)*, ...

3, -1, -5, -9, -13, ... ?

# Рекуррентный способ задания последовательности

Название способа произошло от слова «**recurro**» -  
возвращаться.

**Рекуррентной** называется формула,  
выражающая любой член последовательности,  
начиная с некоторого через предыдущие.

Например:

$$a_1 = 4, a_{n+1} = a_n + 1$$
$$a_2 = a_1 + 1 = 4 + 1 = 5,$$
$$a_3 = a_2 + 1 = 5 + 1 = 6, \dots$$

## Определение.

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен сумме предыдущего члена и одного и того же числа  $d$ , называется

*арифметической прогрессией*, а число  $d$  - *разностью* арифметической

Таким образом, ~~числовая последовательность~~ прогрессии, заданная *рекуррентной* формулой  $a_{n+1} = a_n + d$  является *арифметической прогрессией*

# Арифметическая прогрессия

*Используя рекуррентную формулу*

$$a_{n+1} = a_n + d, \text{ выполнить } \begin{array}{l} \text{№174(2),} \\ \text{№235} \end{array}$$

Формула n- члена

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$\text{№176(2,4), №177(3)}$$

# Геометрическая прогрессия

## Определение.

Числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен произведению предыдущего члена и одного и того же числа  $q$ , называется *геометрической прогрессией*.

Число  $q$  – *знаменатель* геометрической прогрессии.

# Геометрическая прогрессия

– это числовая последовательность,  
заданная *рекуррентной* формулой

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

Формула n- члена

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

№244(1,3), №243(1)



# Подведём итог

## Арифметическая прогрессия

Последовательность,  
в которой каждый член,  
начиная со второго, равен  
предыдущему **сложенному**  
с одним и тем же числом.

$d$  - **разность** прогрессии

## Геометрическая прогрессия

Последовательность  
отличных от нуля чисел,  
в которой каждый член,  
начиная со второго, равен  
предыдущему **умноженному**  
на одно и то же число.

$q$  - **знаменатель** прогрессии.

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots \quad q = b_2 : b_1 = b_3 : b_2 = b_4 : b_3 = \dots$$

# Формула $n$ -го члена прогрессии

арифметической,

геометрической

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

Дано:  $a_1 = 7, d = 5$

Дано:  $b_1 = 3, q = 2$

Найти:  $a_4$

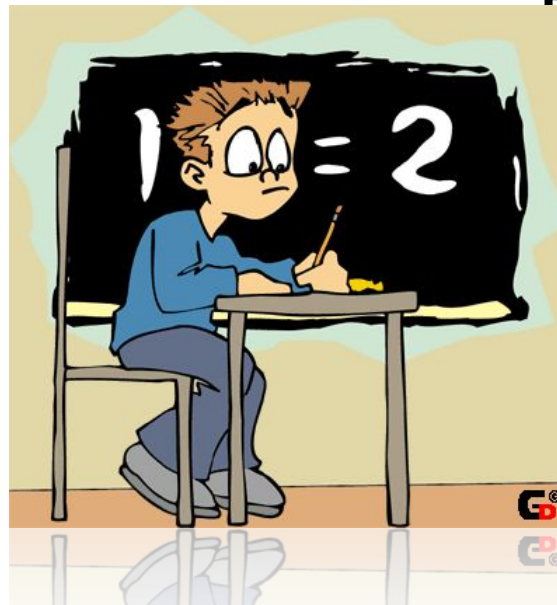
Найти:  $b_3$ .

$$a_4 = 22$$

$$b_3 = 12$$

№183(1)

№179



№214(3)

№213(3)

# Характеристическое свойство прогрессий

## Арифметическая прогрессия

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго есть **среднее арифметическое** между двух соседних с ним членов последовательности

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$x_1, x_2, 4, x_4, 14, \dots$

Найти:  $x_4$

$$x_4 = 9$$

№187 (2,4)

## Геометрическая прогрессия

Если все члены геометрической прогрессии положительны, то каждый член, начиная со второго есть **среднее геометрическое** между предыдущим и последующим членами последовательности

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$b_1, b_2, 1, b_4, 16, \dots$

Найти:  $b_4$

№216