

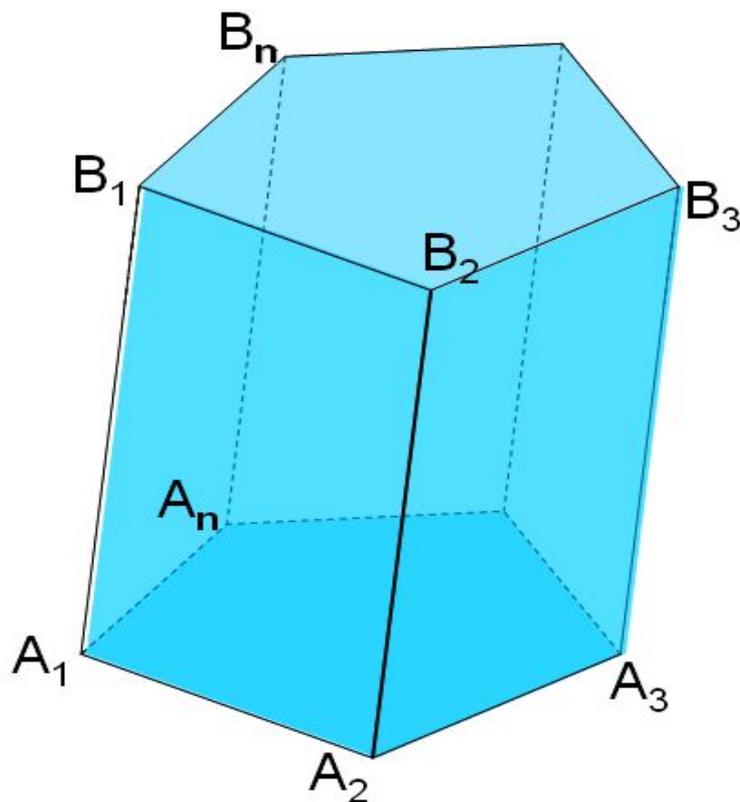
Призма.
Площади
Поверхностей.
Объем призмы



Теоретическая часть



ПРИЗМА



Многогранник, составленный из двух равных многоугольников $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$, расположенных в параллельных плоскостях, и n параллелограммов, называется **призмой**.

n -угольная призма.

Многоугольники $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$ – **основания призмы**.

Параллелограммы $A_1A_2B_2B_1, A_1A_2B_2B_1, \dots, A_nA_1B_1B_n$ – **боковые грани призмы**.

Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ – **боковые ребра призмы**.

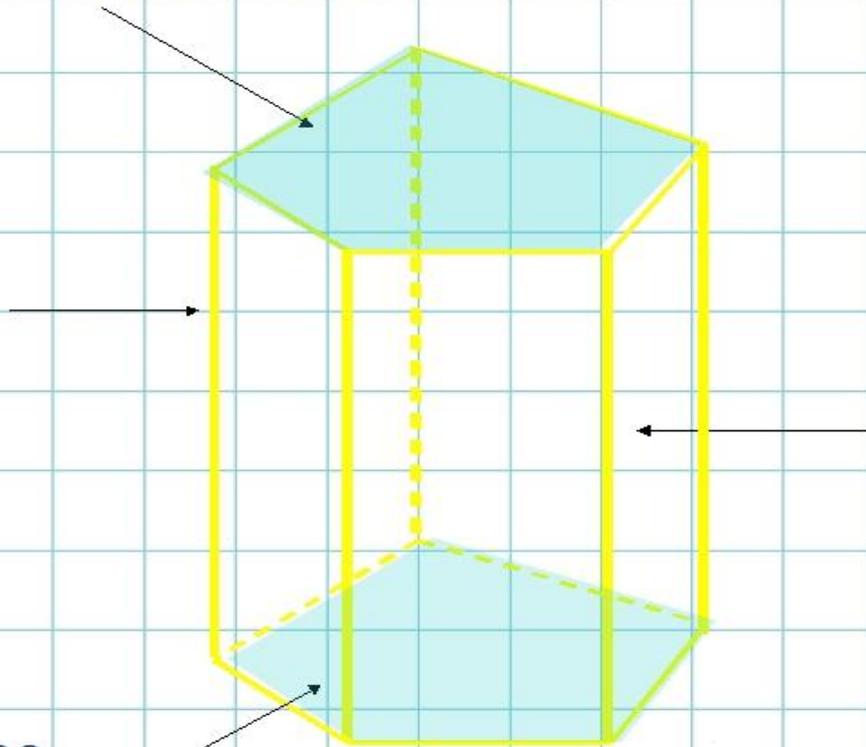
Элементы призм

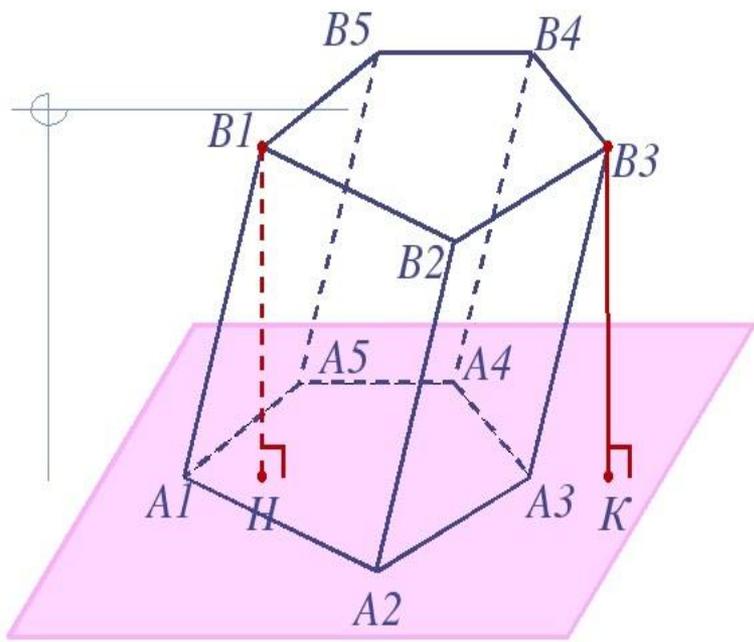
Верхнее основание

Боковое ребро

Боковая грань

Нижнее основание





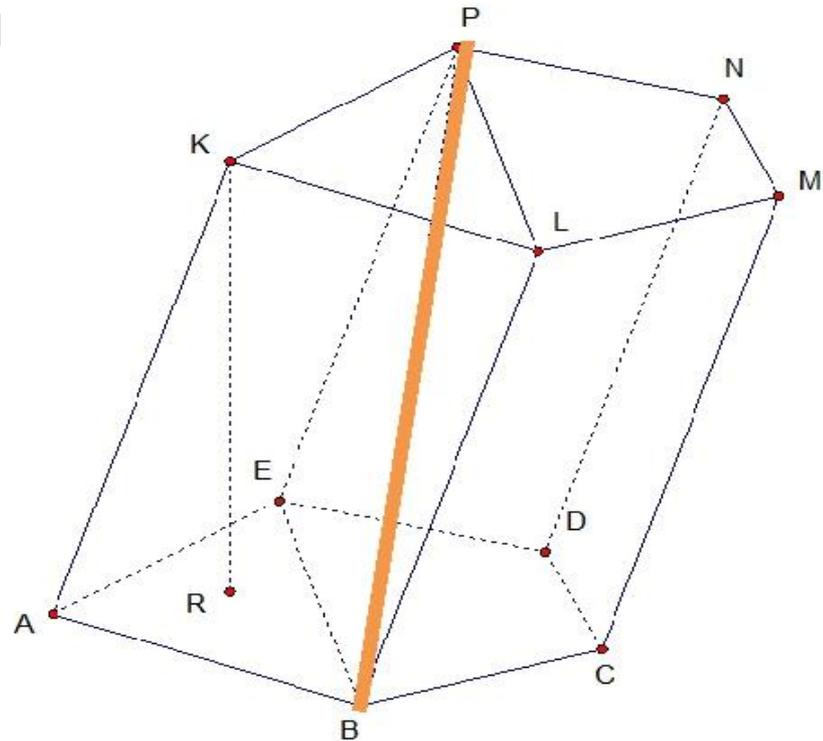
Высотой *призмы*
называется перпендикуляр,
проведенный из какой-
нибудь точки одного
основания к плоскости
другого основания

$$B1H \perp (A1A2A3)$$

$$B3K \perp (A1A2A3)$$

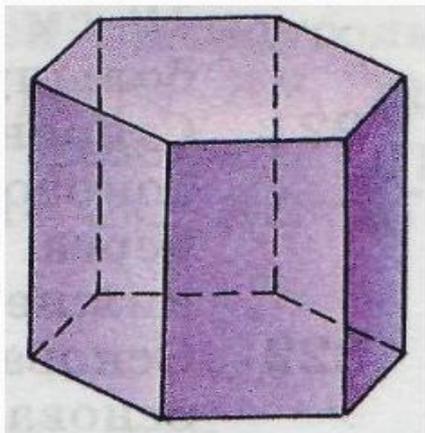
Элементы призмы

Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю призмы**.

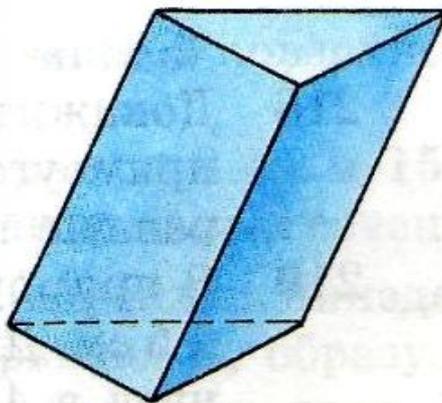


Виды призм

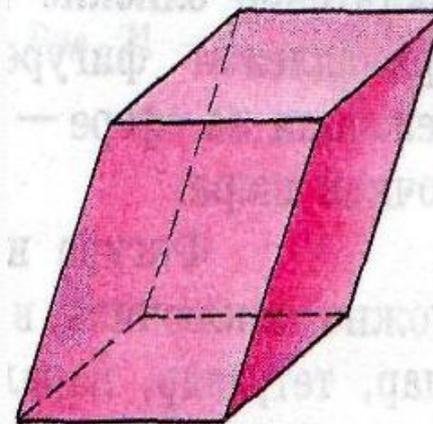
- По виду оснований



***Шестиугольная
призма***



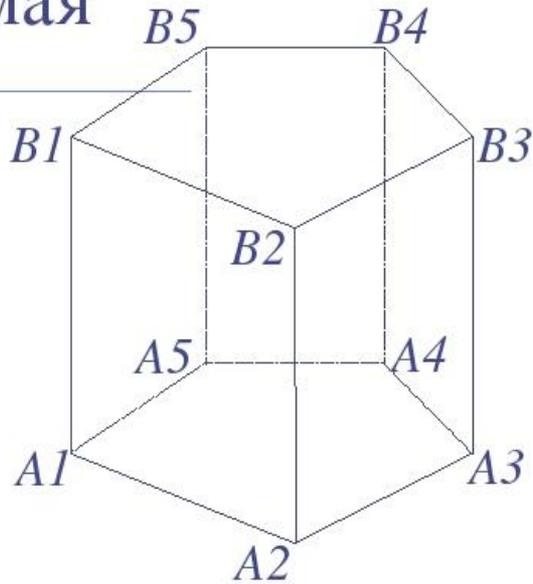
***Треугольная
призма***



***Четырехугольная
призма***

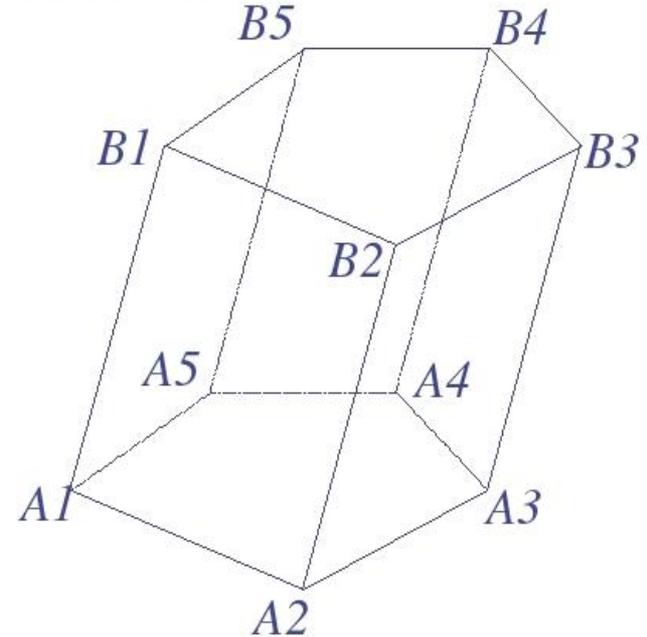
Виды призм

Прямая



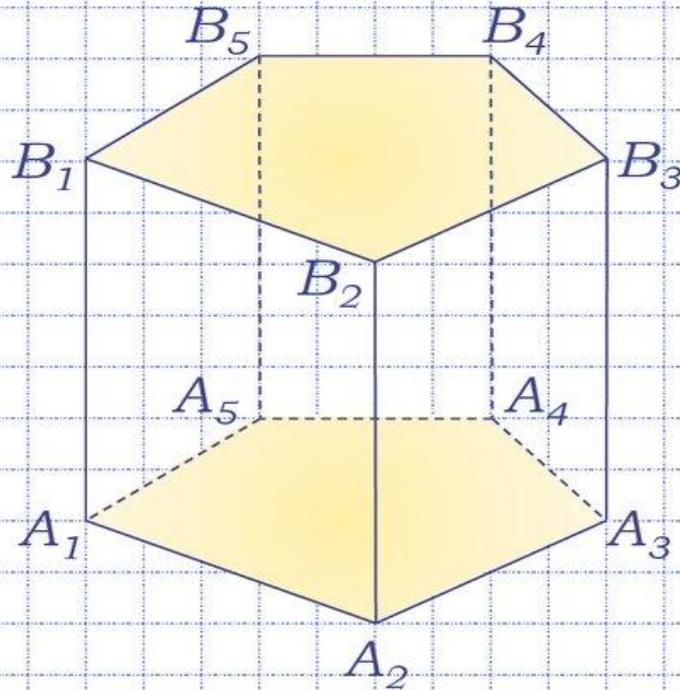
Если боковые ребра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма называется *прямой*, высота – боковое ребро

Наклонная



в противном случае – *наклонной*.

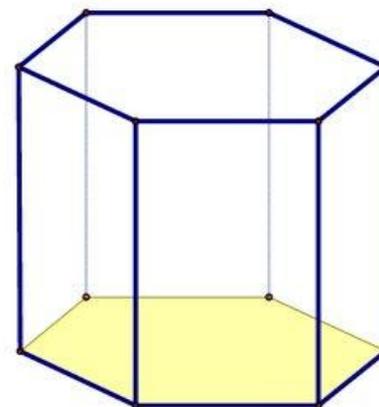
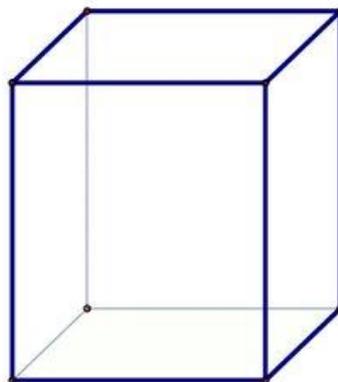
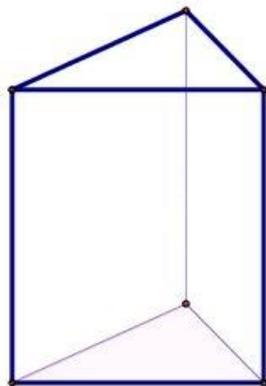
Правильная призма



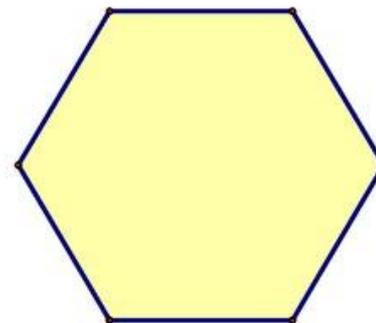
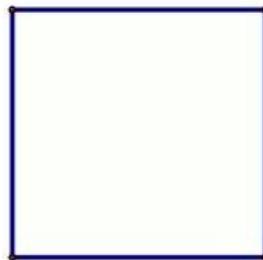
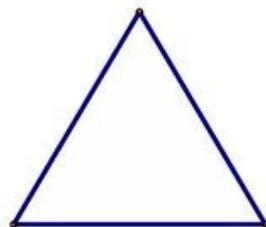
Прямая призма называется **правильной**, если её основания – правильные многоугольники
У правильной призмы все боковые грани – равные прямоугольники

Правильные призмы

Призма:

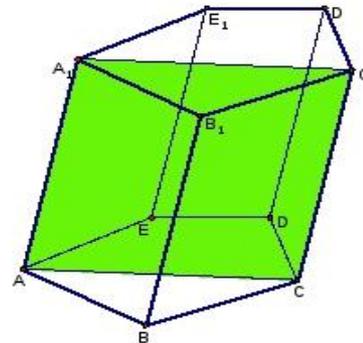
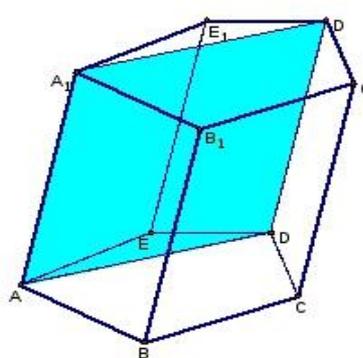


Основание:

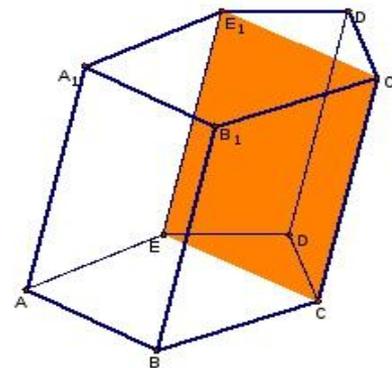
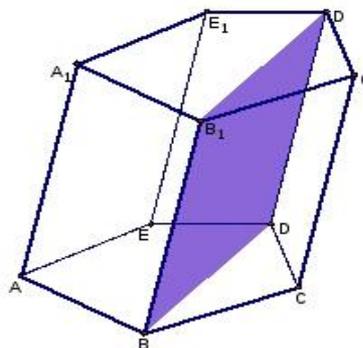


Диагональные сечения призмы

- Сечения призмы плоскостями, проходящими через два боковых ребра, не принадлежащих одной грани, называются **диагональными сечениями**



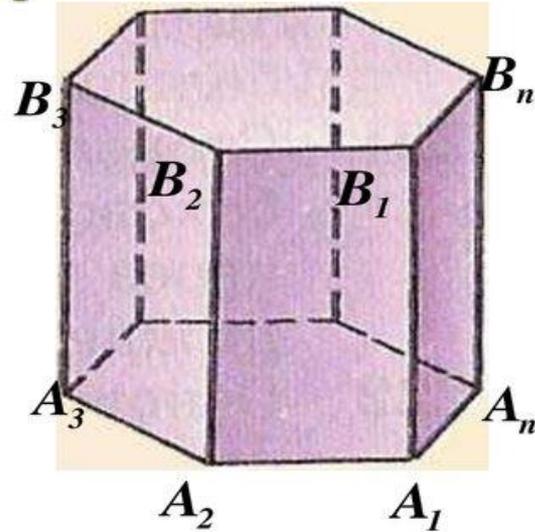
- Диагональные сечения призмы являются **параллелограммами**



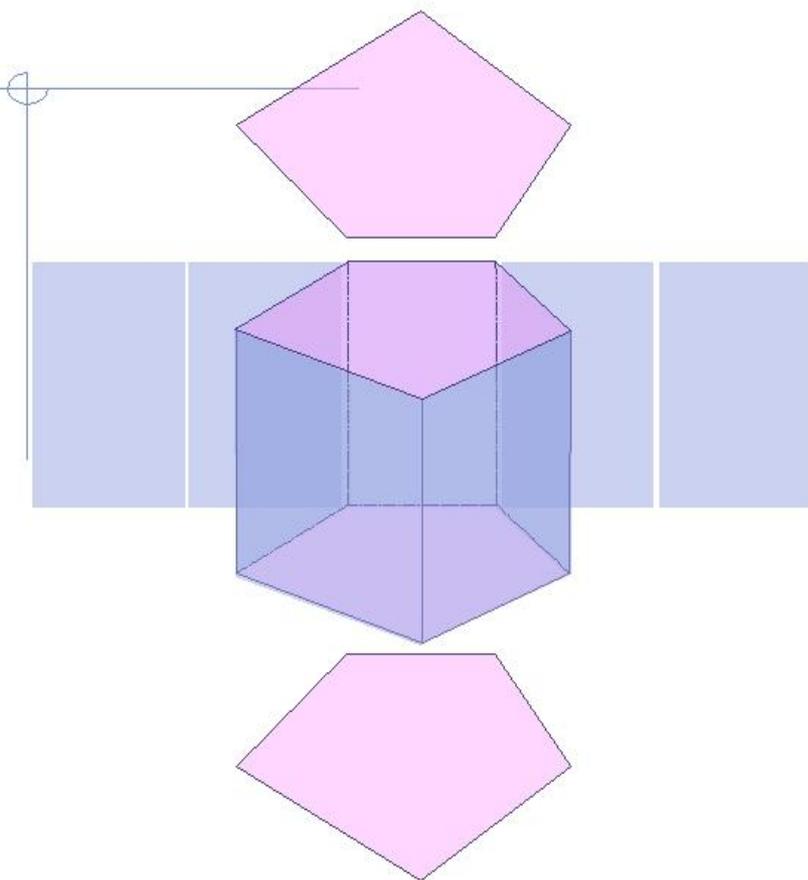
Площадь боковой поверхности призмы

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} h$$

$$S_{\text{бок}} = P_{\text{сеч}} l$$



Площадь поверхности призмы



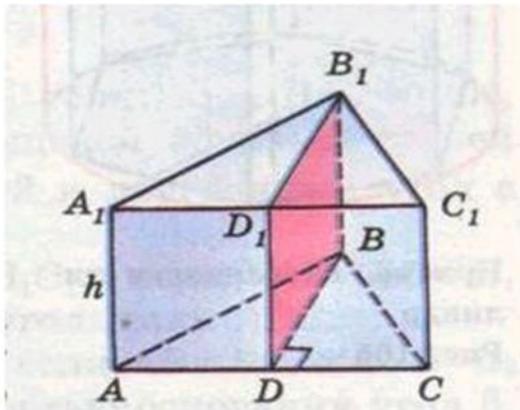
Площадь боковой поверхности призмы называется сумма площадей её боковых граней.

Площадь полной поверхности призмы называется сумма площадей всех её граней

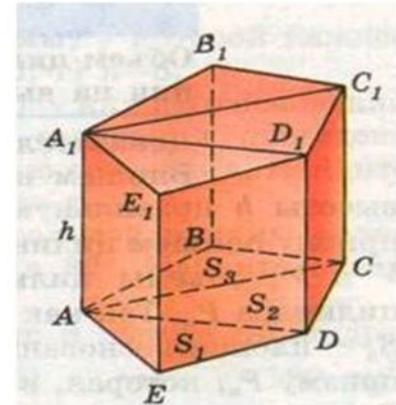
$$S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$$

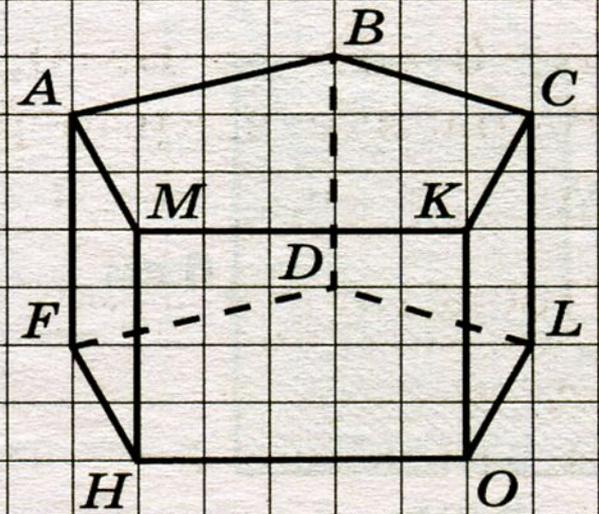
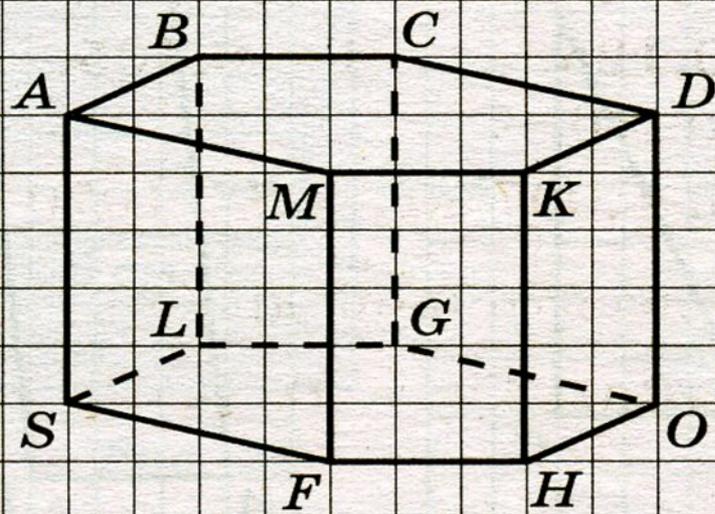
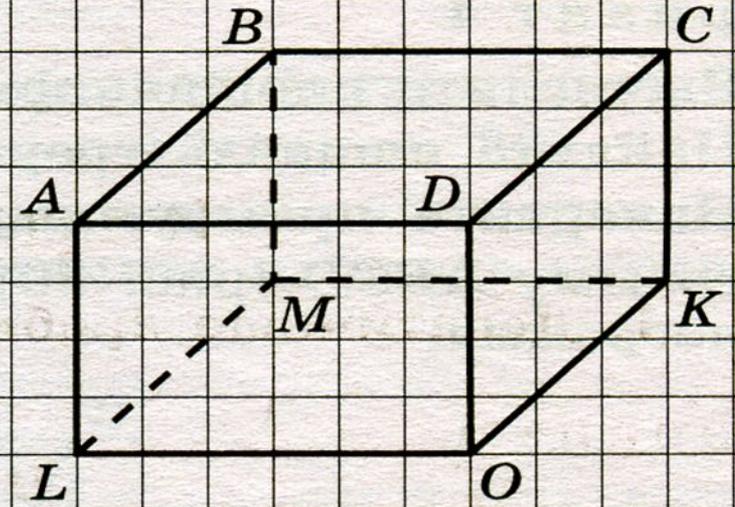
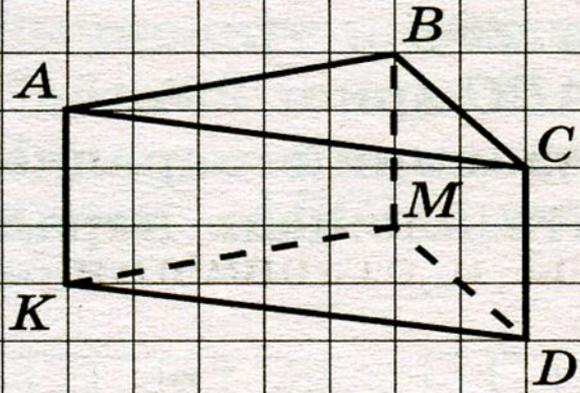
Объём прямой призмы

Объём прямой призмы равен
произведению площади основания на
высоту.



$$V = S_{\text{осн.}} \cdot h$$

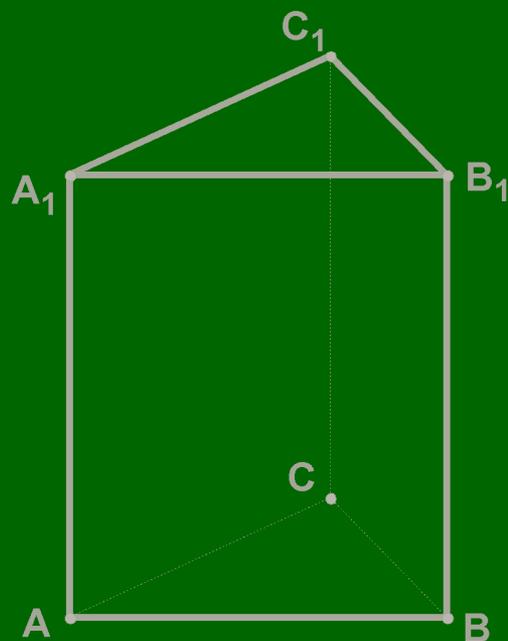




Образец решения задач

Стороны основания треугольной призмы равны соответственно 3, 4 и 5 см, а боковое ребро - 14 см.

Вычислите полную поверхность данной призмы.



Дано: $ABCA_1B_1C_1$ - призма

$AA_1 \perp (ABC)$

$AC = 3$ см

$AB = 5$ см

$BC = 4$ см

$AA_1 = 14$ см

Найти: S бок

Решение

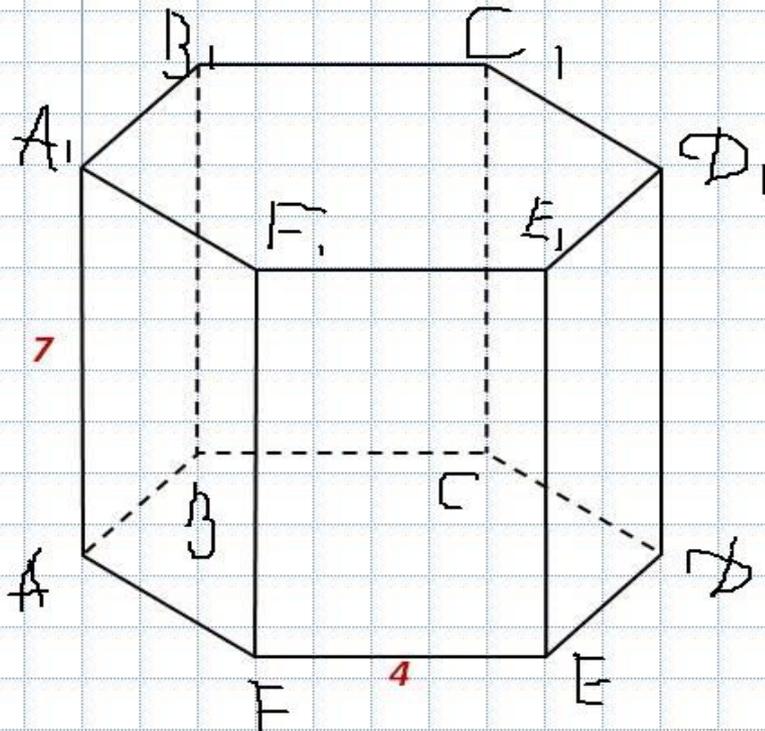
$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} h$

$S_{\text{бок}} = (3+4+5) 14 = 168$ см²

Ответ: $S_{\text{бок}} = 168$ см².

№10

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 4, а высота – 7.



Дано: ABCDEFA1B1C1D1E1F1-
призма

$AA_1 \perp (ABC)$

$AB = 4$

$AA_1 = 7$

Найти : $S_{\text{бок}}$

Решение

$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot AA_1$

$S_{\text{бок}} = (6 \cdot 4) \cdot 7 = 148$

Ответ: $S_{\text{бок}} = 148$

Формулы для вычисления площади простых фигур

1. Квадрат



$$S = a^2$$

2. Прямоугольник



$$S = ab$$

3. Трапеция



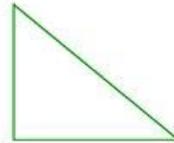
$$S = \frac{a+b}{2}h$$

4. Параллелограмм



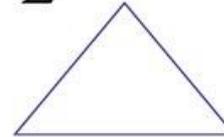
$$S = ah$$

5. Прямоугольный
треугольник



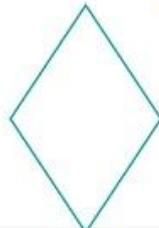
$$S = \frac{1}{2}ab$$

6. Произвольный
треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah$$

7. Ромб



$$S = \frac{d_1 d_2}{2}$$

$$S = ah$$

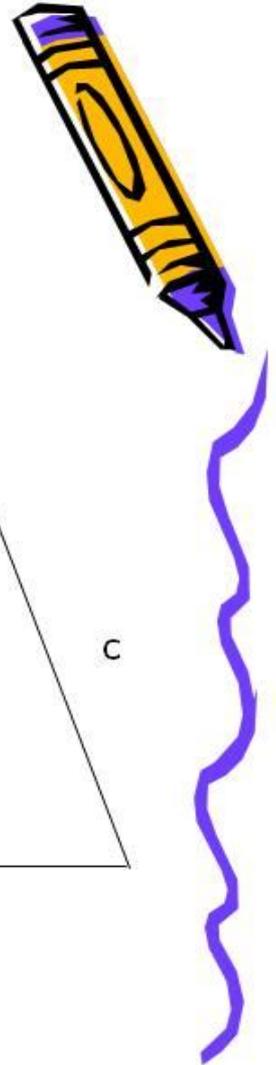
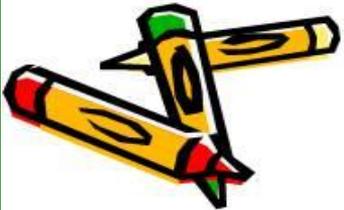
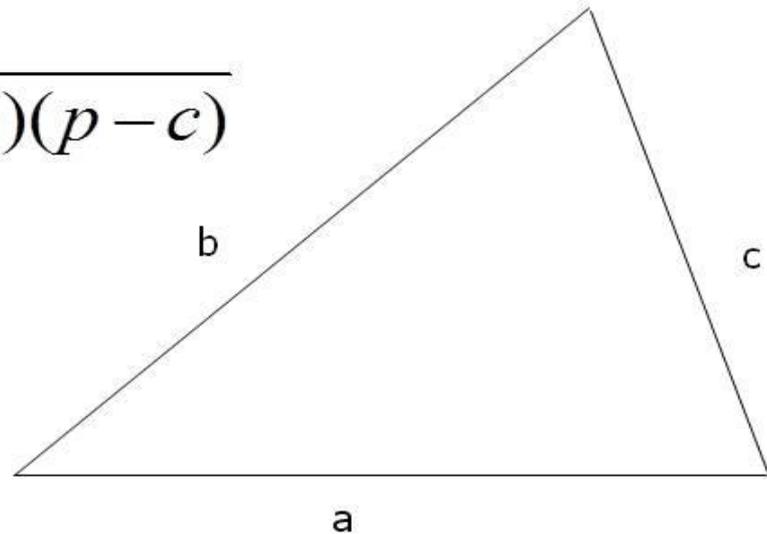
Формула Герона

Через три стороны:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

где

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$



Практическая часть



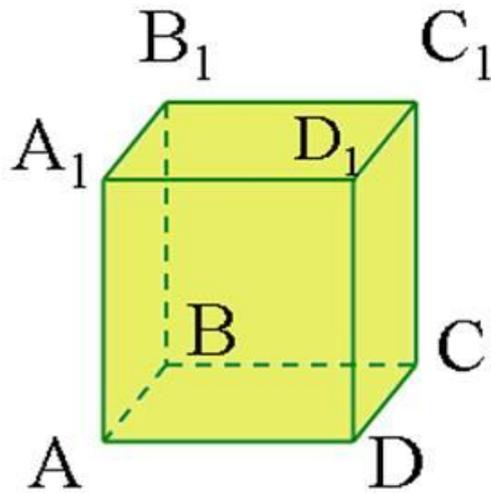
По ссылке

<https://yadi.sk/i/MJ5BFb9vNIYMQQ>

посмотрите мой видеоурок

Призма

Назовите для данной призмы:



а) вершины;

б) основания;

в) боковые рёбра;

г) боковые грани;

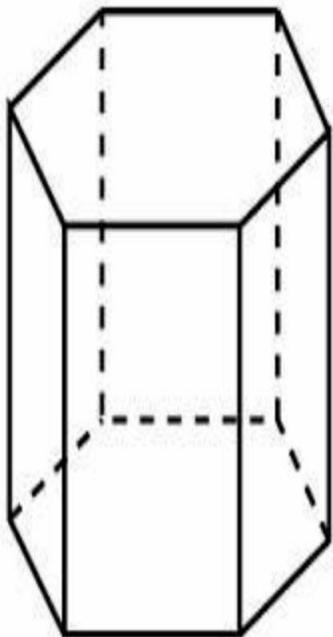
д) противоположные грани;

е) диагонали граней;

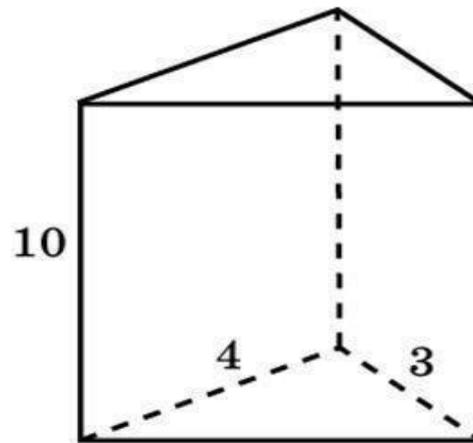
ж) диагонали призмы;

и) диагональные сечения.

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 10, а высота равна 20.

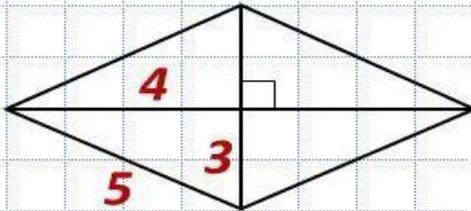
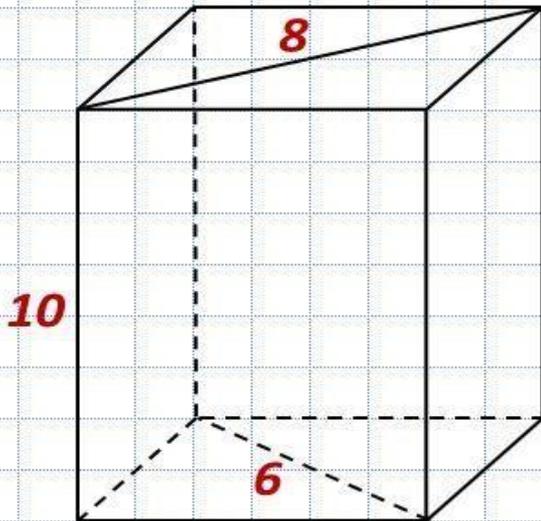


Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.

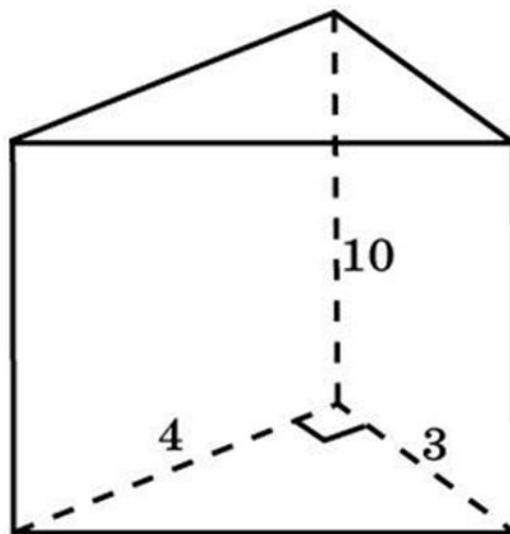


№14

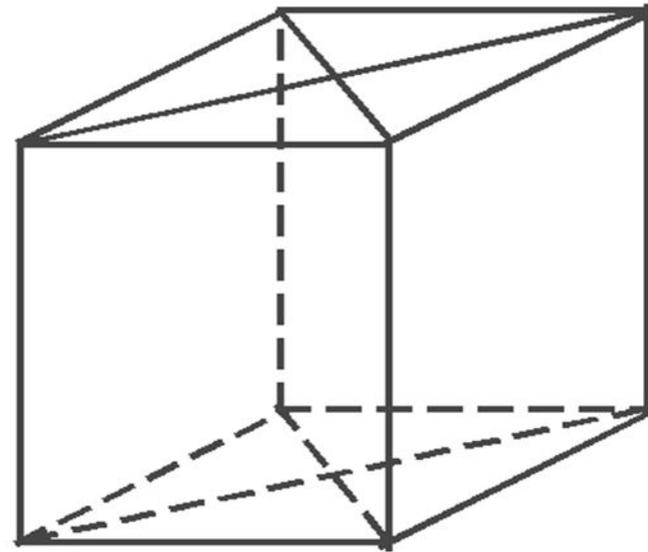
Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, боковое ребро равно 10 см. Найдите объем призмы.



Найти объем прямой призмы с высотой 5 см, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 4 и 6 см.



1. Найдите площадь поверхности прямой призмы,  в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 9 и 40, и боковым ребром, равным 55.

2. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 12, а площадь поверхности равна 576.

3. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 7 и 24, высота призмы равна 15. Найдите площадь ее поверхности.