

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ И ИХ ПРОВЕРКА

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ И ИХ ПРОВЕРКА.

1. Статистические гипотезы, их типы и виды.
2. Статистические критерии.
3. Правило отклонения нулевой и принятия альтернативной гипотезы.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Под *статистической гипотезой* понимают любое предположение о свойствах случайных величин или событий.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Основные типы гипотез.

I тип. Гипотезы о типах вероятностных законов распределения случайных величин.

Например: оценки учащихся по некоторому тесту имеют нормальное распределение в совокупности учащихся пятых классов Санкт-Петербурга.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Основные типы гипотез.

II тип. Гипотезы о свойствах числовых параметров.

Например: среднее число верных ответов на контрольные задания не меньше 9.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Основные типы гипотез.

III тип. Гипотезы о стохастической (вероятностной) зависимости двух и более признаков (факторов).

Например: успеваемость класса стохастически зависит от уровня обучаемости учащихся.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Основные типы гипотез.

IV тип. Гипотезы о равенстве или различии законов распределения случайных величин.

Например:

- а) усвоение курса математики не имеет существенных различий у учащихся, начавших обучение с шести или с семи лет;
- б) количество правильно выполненных заданий у учащихся экспериментальной группы не больше, чем у учащихся контрольной группы.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Следует различать содержательные и статистические гипотезы.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Путь формулировки статистических гипотез.

- Сформулировать содержательную гипотезу.
- Выбрать шкалу измерения.
- Подобрать соответствующий статистический критерий.
- Сформулировать статистические гипотезы.

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Статистические гипотезы подразделяются на *нулевые и альтернативные.*

Нулевая гипотеза — это гипотеза об отсутствии различий.

Она обозначается H_0 .

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Статистические гипотезы подразделяются на *нулевые и альтернативные.*

Альтернативная гипотеза — это гипотеза о значимости различий.

Она является отрицанием H_0 и обозначается H_1 .

Альтернативную гипотезу иногда называют *экспериментальной гипотезой.*

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

Статистические гипотезы подразделяются на *ненаправленные* и *направленные*.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ

```
graph TD; A[СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ] --> B[Ненаправленные:]; A --> C[Направленные:];
```

Ненаправленные:

H_0 : X_1 не отличается от X_2

H_1 : X_1 отличается от X_2

Направленные:

H_0 : X_1 не превышает X_2

H_1 : X_1 превышает X_2

1. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ГИПОТЕЗЫ.

К каким видам гипотез относятся следующие?

- а) усвоение курса математики не имеет существенных различий у учащихся, начавших обучение с шести или с семи лет;
- б) количество правильно выполненных заданий у учащихся экспериментальной группы не больше, чем у учащихся контрольной группы.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Статистические гипотезы проверяются с помощью *статистических критериев*.

Статистический критерий — это решающее правило, обеспечивающее принятие истинной и отклонение ложной гипотезы с высокой вероятностью.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

При проверке нулевой гипотезы принципиально возможны четыре случая.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

При проверке нулевой гипотезы принципиально возможны четыре случая.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0		
Отклоняем H_0		

(Верные и ошибочные варианты.)

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0		
Отклоняем H_0	α	

Отклонение истинной H_0 называется *ошибкой первого рода*.

Вероятность ошибки первого рода обозначают α .

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0		
Отклоняем H_0	α	

Отклонение истинной H_0 называется *ошибкой первого рода*.

Вероятность ошибки первого рода обозначают α .

Иначе α называется уровнем значимости.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0		
Отклоняем H_0	α	

В современной литературе уровень значимости обозначается буквой p .

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Обычно альтернативную гипотезу принимают на одном из следующих уровней значимости:

$p \leq 0,10$ (читать: «десятипроцентный уровень значимости»);

$p \leq 0,05$ (читать: «пятипроцентный уровень значимости»);

$p \leq 0,01$ (читать: «однопроцентный уровень значимости»);

$p \leq 0,001$ (читать: «одномилльный уровень значимости»).

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0		
Отклоняем H_0	α	$1 - \alpha$

Вероятность отклонения ложной H_0 будет равна $1 - \alpha$.

$1 - \alpha$ — это уровень достоверности.

Он иногда обозначается буквой Θ .

$$\Theta = 1 - \alpha$$

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Т.о., каждому уровню значимости соответствует свой уровень достоверности:

$p \leq 0,10$ соответствует $\Theta \geq 0,90$;

$p \leq 0,05$ соответствует $\Theta \geq 0,95$;

$p \leq 0,01$ соответствует $\Theta \geq 0,99$;

$p \leq 0,001$ соответствует $\Theta \geq 0,999$.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0	$1 - \beta$	β
Отклоняем H_0	α	$1 - \alpha$

Принятие ложной H_0 называется *ошибкой второго рода*.

Вероятность ошибки второго рода обозначается буквой β .

Тогда, вероятность принятия истинной H_0 будет равна $1 - \beta$.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0	$1 - \beta$	β
Отклоняем H_0	α	$1 - \alpha$

$1 - \beta$ — это *мощность критерия*.

Другими словами, мощность критерия — это его способность не допустить ошибок второго рода.

2. СТАТИСТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ.

Действия исследователя	Состояние H_0	
	H_0 истинна	H_0 ложна
Принимаем H_0	$1 - \beta$	β
Отклоняем H_0	α	$1 - \alpha$

Мощность критерия трудно выразить в процентах.

Она устанавливается эмпирически путем применения разных критериев к одним и тем же задачам.

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Правило отклонения H_0 и принятия H_1 (строгое).

Если эмпирическое значение критерия меньше критического значения, соответствующего $p \leq 0,05$, то принимается H_0 .

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p \leq 0,05$, или превышает его, но меньше критического значения, соответствующего $p \leq 0,01$, то H_0 отклоняется, но мы еще не можем определенно принять H_1 .

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p \leq 0,01$, или превышает его, то H_0 отклоняется и принимается H_1 .

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Правило отклонения H_0 и принятия H_1 (строгое).

Исключения:

G (критерий знаков).

U (критерий Манна-Уитни).

T (критерий Вилкоксона).

Для них устанавливаются обратные соотношения.

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Правило отклонения H_0 и принятия H_1 (строгое).

Исключения:

G

U

T

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Проиллюстрируем правило на «оси значимости»:



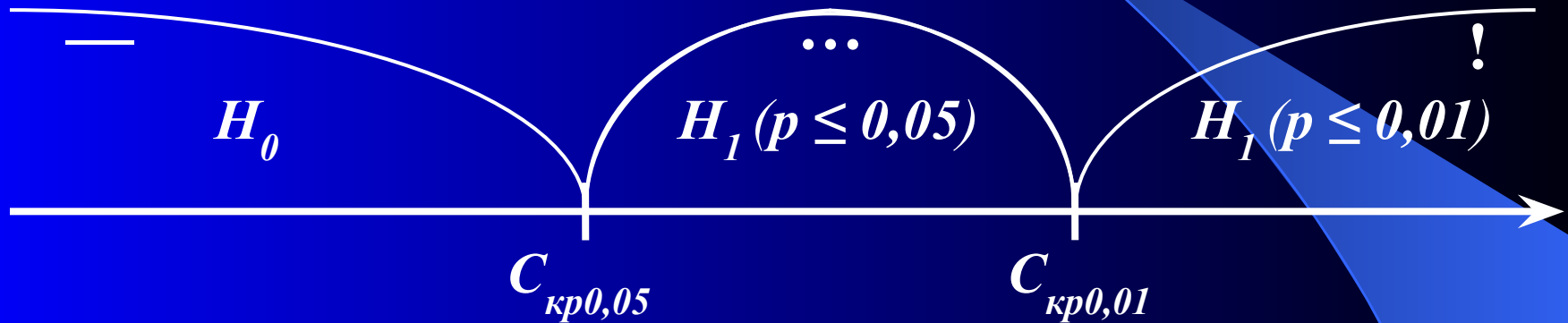
3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

В психолого-педагогических исследованиях $p \leq 0,05$ считается достаточным для принятия H_1 .

Поэтому мы будем пользоваться следующим (основным) правилом.

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Правило отклонения H_0 и принятия H_1 (основное).



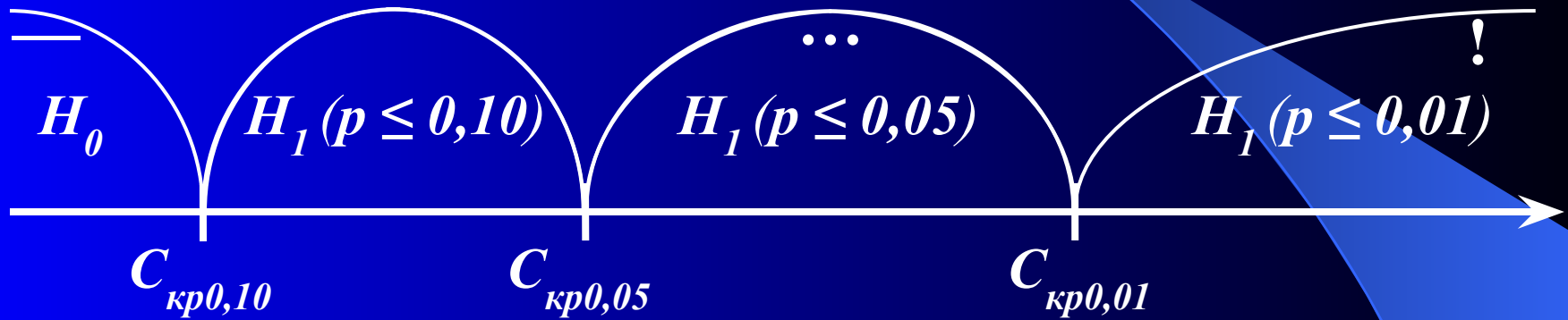
3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

В педагогических исследованиях, если позволяют результаты качественного анализа, иногда и $p \leq 0,10$ считается достаточным для принятия H_1 .

В этом случае можно воспользоваться следующим (нестрогим) правилом.

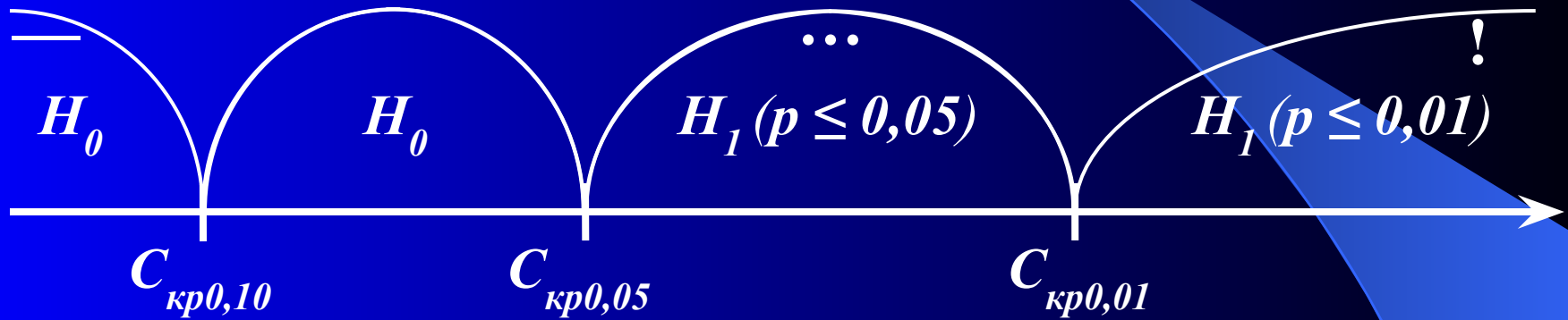
3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Правило отклонения H_0 и принятия H_1 (нестрогое).



3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Правило отклонения H_0 и принятия H_1 (основное).



3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Если мы предполагаем, что различия между группами есть (т.е. H_1 — истинна), а критерий этого не показывает, то можно:

а) увеличить выборку;

б) применить более мощный критерий.

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

Если это не помогло, то возможны следующие объяснения:

- а) некорректно применен критерий;
- б) ошибки в вычислениях;
- в) выборка все еще мала;
- г) мы заблуждаемся.

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

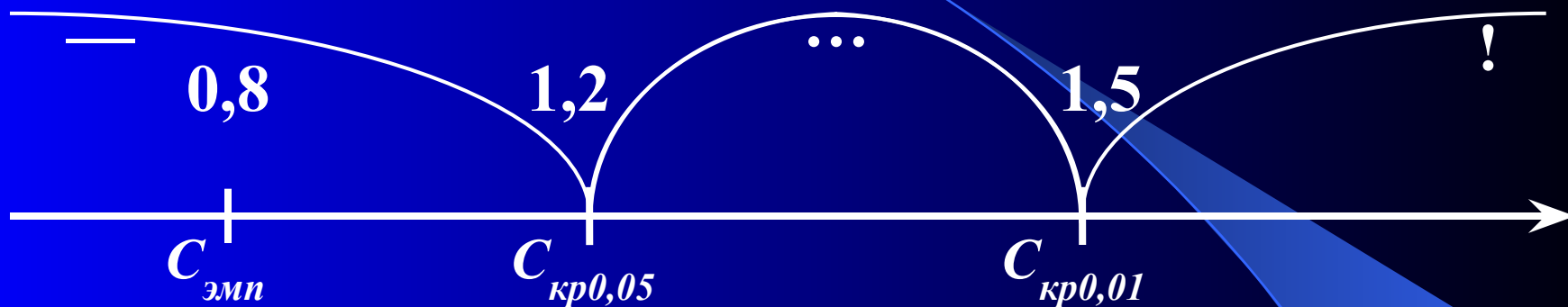
Как отличить $v)$ от $z)$?

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

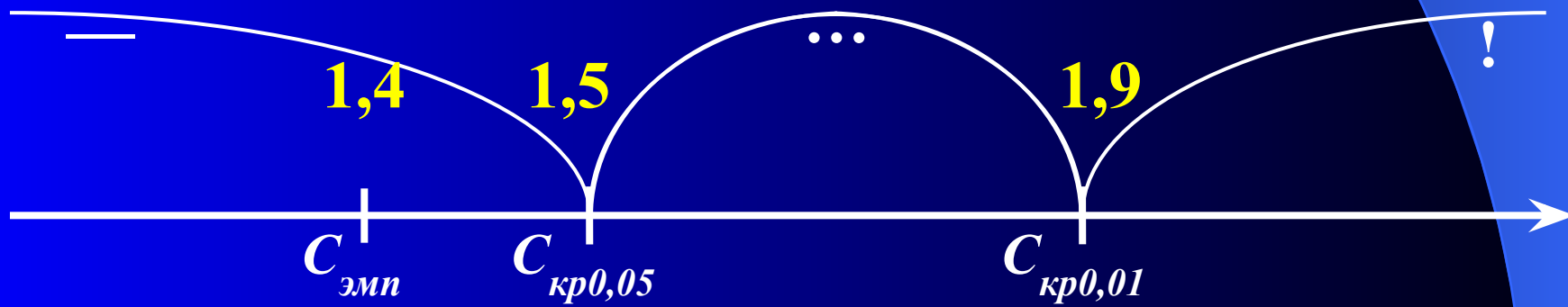
e) — выборка все еще мала.

3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

в) — выборка все еще мала.

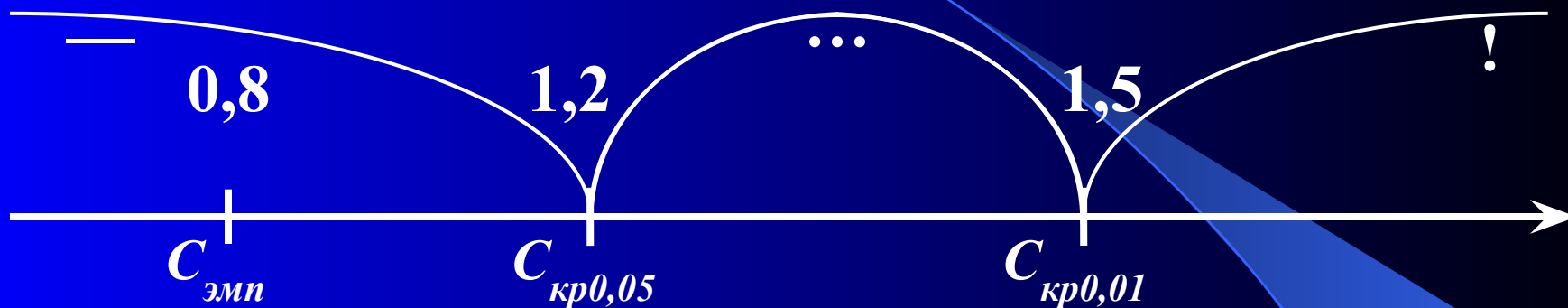


Увеличили выборку на пять человек:

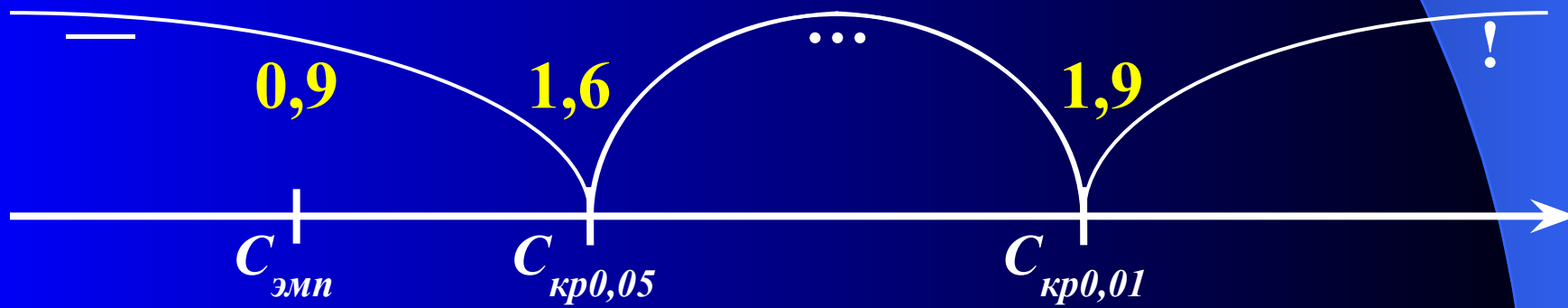


3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

г) — различий между группами нет.



Увеличили выборку на пять человек:



3. ПРАВИЛО ПРИНЯТИЯ АЛЬТЕРНАТИВНОЙ ГИПОТЕЗЫ.

На практике мы в большинстве случаев будем пользоваться основным правилом!

Если эмпирическое значение критерия меньше критического значения, соответствующего $p \leq 0,05$, то принимается H_0 .

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p \leq 0,05$, или превышает его, но меньше критического значения, соответствующего $p \leq 0,01$, то H_0 отклоняется и принимается H_1 ($p \leq 0,05$).

Если эмпирическое значение критерия равняется критическому значению, соответствующему $p \leq 0,01$, или превышает его, то H_0 отклоняется и принимается H_1 ($p \leq 0,01$).

