Федеральное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта»
Институт природопользования, территориального развития и градостроительства

ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

Тема: «Анализ и изображение пространственных фигур»

Специальность: 07.02.01 Архитектура

Разработал студент

Группы А11

_________ Н.Г. Курмаз

Руководитель

_________ Е.Х. Тавгер

Консультанты:

_________ И.О. Сидоренко

Калининград

2020г.

СОДЕРЖАНИЕ

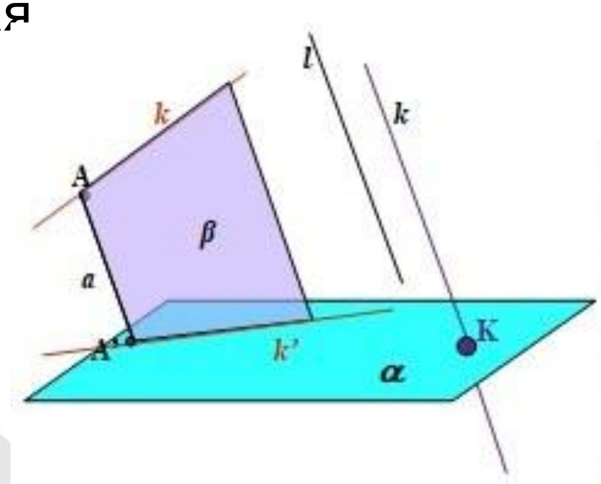
ВВЕДЕНИЕ

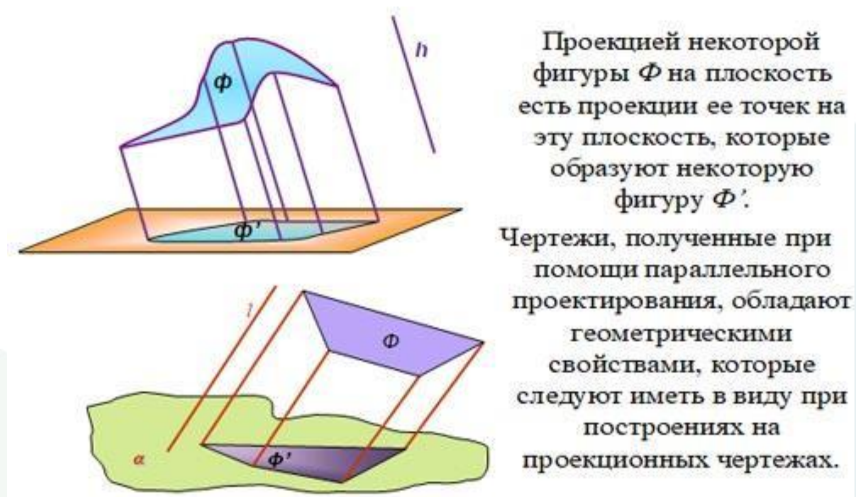
Данный проект предполагает изучить способы изображения пространственных фигур с использованием различных проекций: параллельной, ортогональной, центральной. Параллельная проекция удобна для изображения многогранников и построения их сечений. Ортогональное проектирование используется для изображения тел вращения: цилиндра, конуса, сферы, а также комбинаций многогранников и тел вращения. Центральное проектирование, или перспектива, наиболее близко к зрительному восприятию человеком окружающих предметов. Для указанных проекций доказываются свойства.

ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Каждой точке пространства сопоставляется ее проекция на плоскость. Это соответствие называется **параллельным проектированием** на плоскость α в направлении прямой .

- **Свойство 1**. Если прямая параллельна или совпадает с прямой *l*, то ее проекцией в направлении этой прямой является точка пересечения этой прямой и плоскости. Если прямая не параллельна и не совпадает с прямой *l*, то ее проекцией является прямая





ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

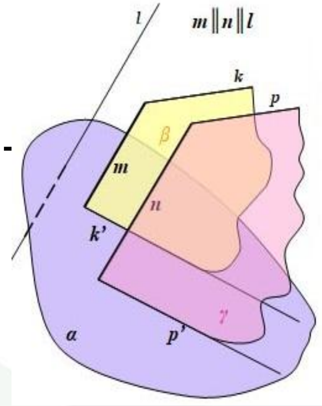
- **Свойство 2.** Проекция отрезка при параллельном проектировании есть точка или отрезок, в зависимости от того лежит он на прямой *l*, параллельной или совпадающей с прямой *l,* или нет. Параллельное проектирование сохраняет отношение длин отрезков, лежащих на прямой, не параллельной и не совпадающей с прямой l. В частности, при параллельном проектировании середина отрезка переходит в середину соответствующего отрезка.
- **Свойство 3.** Если две параллельные

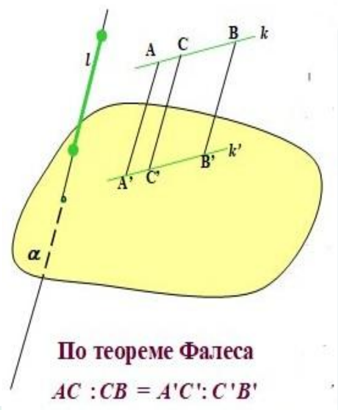
прямые, не параллельны прямой *l*,

то их проекции в направлении *l* могут бы

или параллельными прямыми,

или одной прямой.

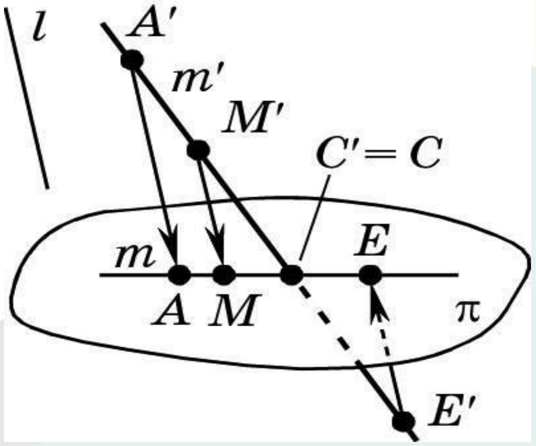




ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ

Фигуру, которую проектируют или изображают, называют оригиналом, а фигуру, которая получается на плоскости проекций (или плоскости изображения) при проектировании данного оригинала, называют параллельной проекцией этого оригинала (этой фигуры). Обычно для построения проекции данной фигуры строят проекции тех точек фигуры, которые её определяют.

- Прямую *l* (рис 5–8) в направлении которой проектируют фигуры на плоскость проекций π, и все прямые пространства, параллельные ей, называют *проектирующими прямыми.*



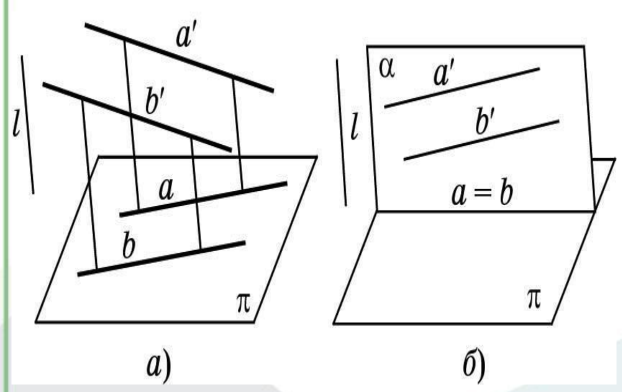
ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ

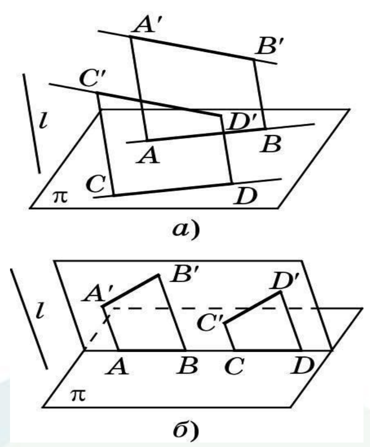
При построении изображений фигур на плоскости мы будем использовать следующие свойства параллельного проектирования:

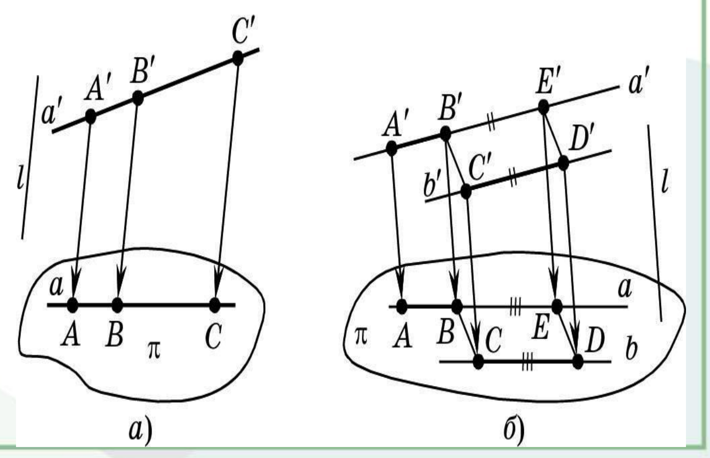
- Проекция прямой есть прямая или точка.
- Две параллельные прямые проектируются либо в две параллельные прямые, либо в одну и ту же прямую.
- Проекции параллельных отрезков лежат либо на параллельных прямых, либо на одной прямой.
- Отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой или на параллельных прямых, равно отношению длин проекций этих отрезков.

ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ

- Фигура, подобная любой параллельной проекции данной фигуры Ф на данную плоскость π, называется **изображением данной фигуры Ф на этой плоскости π**.







ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИГУР В ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОЕКЦИИ

При этом к изображениям предъявляются следующие требования:

– Изображение должно быть верным, т. е. должно представлять собой фигуру, подобную параллельной проекции оригинала. Иначе говоря, по верному изображению можно представить реально существующую фигуру-оригинал.

– Изображение должно быть наглядным, т. е. должно вызывать пространственное представление о форме оригинала. Иначе говоря, наглядность — это способность изображения вызывать зрительное впечатление, наиболее сходное с тем, какое вызывает геометрическая форма оригинала.

– Изображение должно быть быстро и легко выполнимым, т. е. правила, по которым строится изображение, должны быть максимально просты.

Следует заметить: если верность изображения является строго определяемым понятием, то «наглядность» и «лёгкая выполнимость» изображения — субъективные понятия.

СЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ

Задача состоит в построении пересечения двух фигур: многогранника и плоскости (рис.9). Это могут быть: пустая фигура (а), точка (б), отрезок (в), многоугольник (г). Если пересечение многогранника и плоскости есть многоугольник, то этот многоугольник называется **сечением многогранника плоскостью.**

Методы построения многогранников:

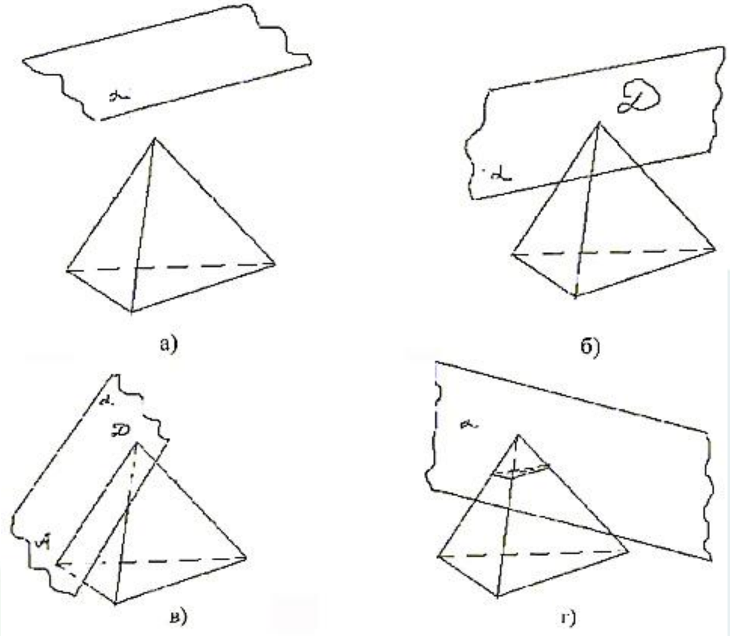
а) *Метод* **следов** заключается в построении следов секущей плоскости на плоскость каждой грани многогранника. Построение сечения многогранника методом следов обычно начинают с построения так называемого основного следа секущей плоскости, т.е. следа секущей плоскости на плоскости основания многогранника.

б) *Метод* **вспомогательных сечений** построения сечений многогранников является в достаточной мере универсальным. В тех случаях, когда нужный след (или следы) секущей плоскости оказывается за пределами чертежа, этот метод имеет даже определенные преимущества. Вместе с тем следует иметь ввиду, что построения, выполняемые при использовании этого метода, зачастую получаются “скученными”. Тем не менее в некоторых случаях метод вспомогательных сечений оказывается наиболее рациональным.

СЕЧЕНИЕ МНОГОГРАННИКОВ

Метод следов и метод вспомогательных сечений являются разновидностями **аксиоматического метода** построения сечений многогранников плоскостью.

в) Суть **комбинированного метода** построения сечений многогранников состоит в применении теорем о параллельности прямых и плоскостей в пространстве в сочетании с аксиоматическим методом.



ОРТОГОНАЛЬНОЕ И ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Параллельное проектирование в направлении прямой, перпендикулярной плоскости проектирования.

Так как ортогональное проектирования является частным случаем параллельного проектирования, то для него верны все свойства параллельного проектирования.

Кроме параллельного и ортогонального проектирования, которые широко применяются в геометрии для изображения пространственных фигур, большое значение имеет и, так называемое, центральное проектирование, которое нашло применение в фотографии, живописи и т. д. Это обусловлено тем, что восприятие человеком окружающих предметов с помощью зрения осуществляется как раз непосредственно по законам центрального проектирования.

Содержание

ОРТОГОНАЛЬНОЕ И ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

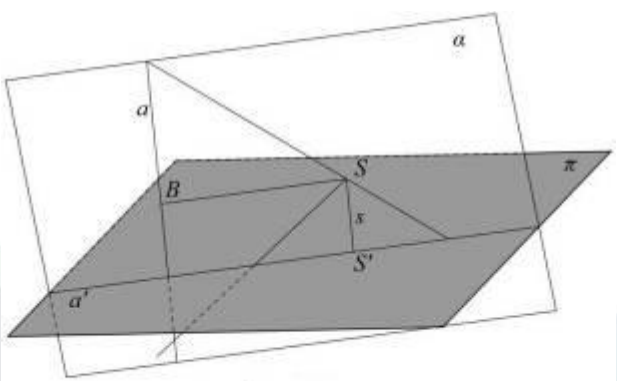
Следует заметить, что вовсе не для любой точки пространства определена её центральная проекция. Если рассмотреть случай, когда прямая a и плоскость p параллельны, то точка A на эту плоскость проекции не имеет.

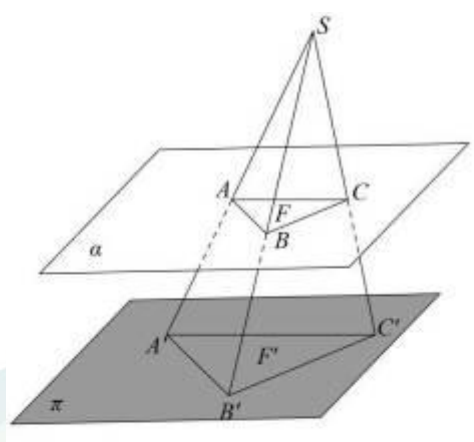
Если мы рассмотрим некоторую фигуру Ц в пространстве, то проекции всех её точек на плоскость p образуют фигуру Ц', которая называется центральной проекцией фигуры Ц на плоскость p.

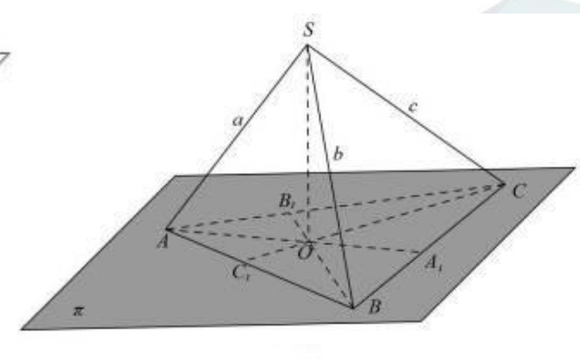
Теорема. Если плоская фигура F расположена в плоскости б, параллельной плоскости проектирования p, то её центральной проекцией будет фигура F', подобная F, причём коэффициент подобия k будет равен отношению расстояний от центра S до плоскостей p и б

ОРТОГОНАЛЬНОЕ И ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ

Выясним, в какие фигуры могут переходить параллельные прямые при центральном проектировании. Мы знаем, что при параллельном проектировании параллельные прямые переходят или в параллельные прямые, или в одну прямую, или в две точки, что определяется расположением этих прямых относительно направления проектирования. Оказывается, при центральном проектировании параллельные прямые могут переходить и в пересекающиеся прямые.







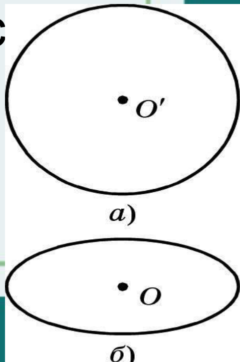
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ПЛОСКИХ ФИГУР

Изображение окружности

Если данная окружность расположена в плоскости, которая параллельна плоскости проекций π, то на основании свойств параллельного проектирования проекцией данной окружности на плоскость π является окружность, равная данной

Если же данная окружность расположена в плоскости α, которая не параллельна плоскости проекций π, и проектирующие прямые пересекают плоскость α, то проекцией данной окружности на плоскость π является кривая, которую называют эллипсом.

Любой отрезок с концами на эллипсе, проходящий через его центр, называется диаметром эллипса. Таким образом, центр и диаметр окружности проектируется в центр и диаметр эллипс



ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ПЛОСКИХ ФИГУР

Изображение треугольника

Изображения плоских фигур в параллельной проекции основаны на следующих двух теоремах об изображении треугольника.

Теорема 1. (теорема об изображении треугольника). Любой треугольник ABC может служить изображением любого треугольника A′B′C′.

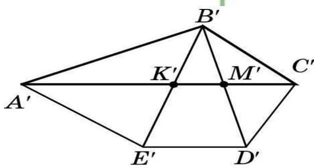
Изображением данного треугольника (в частности, как равнобедренного, так и равностороннего) может быть произвольный треугольник (треугольник произвольной формы). Это означает, что длина отрезка и величина угла, вообще говоря, не сохраняются при параллельном проектировании.

Имея изображение данного треугольника, можно построить изображение любой фигуры, содержащей этот треугольник или лежащей в его плоскости.

Теорема 2. Если на плоскости изображения π треугольник ABC служит изображением треугольника A′B′C′, то на плоскости π однозначно строится изображение любой точки плоскости α = (A′B′C′).

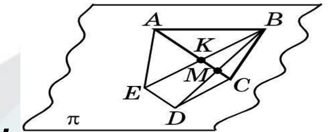
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ ПЛОСКИХ ФИГУР

Смысл и важность теорем 1 и 2 состоит в следующем: при изображении плоской фигуры в параллельной проекции в плоскости изображения произвольно строится изображение трёх точек оригинала, не лежащих на одной прямой (трёх неколлинеарных точек). Изображения остальных точек оригинала (элементов оригинала) не могут быть произвольными, а строятся с учётом его аффинных свойств.



Оригинал
а)

Поэтому алгоритм изображения плоской фигуры таков:



Изображение
б)

1. *Начертить оригинал* (*с точностью до подобия*).
2. *Выделить в оригинале какой-либо треугольник.*
3. *Изобразить этот треугольник произвольным треуголь*
4. *Постепенно строить изображения остальных точек* (*элементов*) *оригинала, используя лишь его аффинные свойства.*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изображение пространственных фигур дает базис для построения чертежей в аксонометрической проекции, а также помогает рассмотреть объект изучения более детально, что делает его понятным для понимания. В данной теме изложены основы построения основных фигур на чертеже. Также изображение пространственных фигур помогает при рисовании и проектировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Методы изображений. Энциклопедия элементарной математики Н.М. Бескин 1963, Москва «Физматлит»
- Метод параллельных проекций А.Б. Василевский 1985, Минск « Народная асвета»
- Математические соревнования (геометрия) Васильев Н.Б., С.А. Молчанов и др. 1974, Москва «Наука»
- Моделирование на уроках геометрии В.Н. Костицин 2000, Москва «Владос»
- Геометрические построения в курсе средней школы. Учебное пособие. А.О. Корнеева 2003, Саратов «Лицей»
- Перспектива. М.Н. Макарова 1989, Москва «Просвещение»
- Проекционный чертеж и построения на нем. И.Г. Польский 1962, Москва «Учпедгиз»
- Геометрия. Учебник для 10 – 11 классов общеобразовательных учреждений Смирнова И.М., Смирнов В.А. 2003, Москва «Мнемозина»
- Изображение пространственных фигур. Элективный курс. 10 – 11 классы. Смирнова И. М. 2007, Москва «Мнемозина»
- Чертежи пространственных фигур в курсе геометрии. Н.Ф. Четвертухин 1946, Москва «Учпедгиз»
- Стереометрические задачи на проекционном чертеже.3-е изд. Н.Ф. Четвертухин 1955, Москва «Учпедгиз»