

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Ялтинская средняя школа №6»
Муниципального образования городской округ Ялта Республики Крым
Проект
по направлению: алгебра
«Теорема Виета и её применение»
Тип проекта: информационный

Работа допущена к защите:

« _____ » _____ 20__ г

Работа защищена:

« _____ » _____ 20__ г

С решением:

« _____ »

Председатель АК

Члены АК

Выполнил(а)

Белоусова Арина Сергеевна

Класс: 9-Б

Руководитель: Елькина Олеся Дмитриевна, учитель

математики

Содержание

I. Франсуа Виет - "отец" алгебры.....	4
II. 1.Теорема Виета.....	7
2.Франсуа Виет	
3.Решение приведенных квадратных уравнений.....	8
4. Решение полных квадратных уравнений.....	9
5.Рекомендации для «решающих».....	10
III. Обратная теорема Виета. Решение задач с использованием компьютерного программирования.....	11
Заключение	14
СТИХИ.....	15
Литература.....	19

Введение

- В этом году 470 лет с года рождения замечательного французского математика, положившего начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создателя буквенного исчисления Франсуа Виета. Теорема Виета стала ныне самым знаменитым утверждением школьной алгебры. Изучая алгебру в школе, не задумываемся об её истории, о её создателях. Данная работа – возможность как можно лучше узнать историю, улучшить свои знания и раскрыть творческий потенциал.
- Кроме этого, связи с последними реформами в системе образования – введение ЕГЭ положением «О проведении единого государственного экзамена», утвержденное приказом Министерством образования России - серьезная подготовка к сдаче экзамена для каждого выпускника крайне важна. Решения задач, приведенных в данной работе, способствуют формированию логического мышления и определенного уровня знаний для подготовки к Единому государственному экзамену. Таким образом, избранная тема настоящей исследовательской работы является крайне актуальной.

Цели:

- Целью исследования является рассмотрение практического применения теоремы Виета в системе подготовки к ЕГЭ и в компьютерном программировании. Для достижения поставленной цели предполагается решить следующие задачи:
- Определить вклад в развитие алгебры Франсуа Виета.
- Доказать и рассмотреть на практических примерах применение прямой теоремы Виета (задачи с параметрами). Сформулировать рекомендации для учащихся при решении задач с параметрами.
- Доказать обратную теорему Виета и показать как с помощью компьютерных технологий можно составить квадратное уравнение с заданными корнями.

Задачи:

- Обобщить знания о теореме Виета;
- Определили структуру работы, которая состоит из введения, трех разделов, заключения, списка литературы и приложения;

Франсуа Виет - "отец" алгебры

Франсуа Виет изложил программу своих исследований и перечислил трактаты, объединенные общим замыслом и написанные на математическом языке новой буквенной алгебры, в изданном в 1591 году знаменитом «Введение в аналитическое искусство». Перечисление шло в том порядке, в каком эти труды должны были издаваться, чтобы составить единое целое — новое направление в науке. К сожалению, единого целого не получилось, трактаты публиковались в совершенно случайном порядке, и многие увидели свет только после смерти Виета. Один из трактатов вообще не найден. Однако главный замысел ученого замечательно удался: началось преобразование алгебры в мощное математическое исчисление. Само название «алгебра» Франсуа Виет в своих трудах заменил словами «аналитическое искусство». Он писал в письме к де Партене. «Все математики знали, что под алгеброй и алмукабалой... скрыты несравненные сокровища, но не умели их найти. Задачи, которые они считали наиболее трудными, совершенно легко решаются десятками с помощью нашего искусства...»

Франсуа Виет показал, что, оперируя с символами, можно получить результат, который применим к любым соответствующим величинам, т. е. решить задачу в общем виде. Это положило начало коренному перелому в развитии алгебры: стало возможным буквенное исчисление. Не случайно, что за это Виета называют "отцом" алгебры, основоположником буквенной символики.

Франсуа Виет - "отец" алгебры

Демонстрируя силу своего метода, ученый привел в своих работах запас формул, которые могли быть использованы для решения конкретных задач. Из знаков действий он использовал «+» и «-», знак радикала и горизонтальную черту для деления. Произведение обозначал словом «т». Виет первым стал применять скобки, которые, правда, у него имели вид не скобок, а черты над многочленом. Но многие знаки, введенные до него, он не использовал. Так, квадрат, куб и т. д. обозначал словами или первыми буквами слов.

Ему принадлежит установление единообразного приема решения уравнений 2-й, 3-й и 4-й степени, новый метод решения кубического уравнения, тригонометрическое решение уравнения 3-й степени в т. н. неприводимом случае, различные рациональные преобразования корней и пр. Среди этих открытий сам Виет особенно ценил установление зависимости между корнями и коэффициентами уравнений (формулы Виета). Для приближенного решения уравнений с числовыми коэффициентами Виет предложил метод, сходный с позднейшим методом И. Ньютона.

В «Математическом каноне» Виета (1579), содержатся таблицы синусов, косинусов, тангенсов, котангенсов, секансов, косекансов. По существу здесь применяются десятичные дроби, но для их записи Виет не придерживается какого-либо одного обозначения. Виет впервые употребил фигурные скобки. Виет нашел ключ к шифру, который применяли испанцы во время войны с Францией и даже нашел средство следить за всеми изменениями этого шифра.

Франсуа Виет (1540-1603)

- **Франсуа Виет** (1540-1603) — французский математик. Разработал почти всю элементарную алгебру.
- Франсуа Виет — замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления.
- Франсуа Виет родился в 1540 году на юге Франции в небольшом городке Фантене-ле-Конт, что находится в 60 км от Ла-Рошели, бывшей в то время оплотом французских протестантов-гугенотов. Большую часть жизни он прожил рядом с виднейшими руководителями этого движения, хотя сам оставался католиком. По-видимому, религиозные разногласия ученого не волновали.
- Отец Виета был прокурором. По традиции, сын выбрал профессию отца и стал юристом, окончив университет в Пуату. В 1560 году двадцатилетний адвокат начал свою карьеру в родном городе, но через три года перешел на службу в знатную гугенотскую семью де Партене. Он стал секретарем хозяина дома и учителем его дочери двенадцатилетней Екатерины. Именно преподавание пробудило в молодом юристе интерес к математике.

Теорема Виета

Теорема Франсуа Виета стала ныне самым знаменитым утверждением школьной алгебры. Теорема Виета достойна восхищения, тем более что ее можно обобщить на многочлены любой степени.

Знаменитая теорема, устанавливающая связь коэффициентов многочлена с его корнями, была обнаружена в 1591 году. Теперь она носит имя Виета, а сам автор формулировал ее так: «Если $B+D$, умноженное на A , минус A в квадрате равно BD , то A равно B и равно D ».

Сегодня же эта теорема (для частного случая, если $a = 1$) формулируется так: сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Доказательство: По формуле корней приведенного квадратного уравнения имеем:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a \cdot 2a}$$

Складывая эти равенства, получаем:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Решение приведенных квадратных уравнений

На теореме Виета основан целый ряд традиционных задач и методов решения.

Перейдем непосредственно к задачам, которые и раскроют возможности применения

этой теоремы.

1. Решить уравнение

Решение: Допустим, это уравнение имеет корни, а именно, x_1 и x_2 . Тогда по теореме Виета одновременно должны выполняться равенства

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = 6, \\ x_1 + x_2 = 5. \end{cases}$$

Ответ: 2; 3.

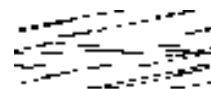
Обратим внимание, что произведение корней – положительное число. А значит, корни уравнения одного знака. А так как сумма корней также является положительным числом, делаем вывод, что оба корня уравнения – положительные. Вернемся снова к произведению корней.

Таким образом, числа 2 и 3 удовлетворяют обоим равенствам, а значит, и являются корнями заданного уравнения.

Решение полных квадратных уравнений

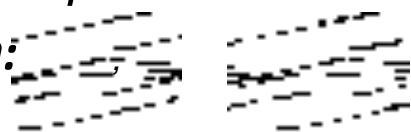
Решите уравнение

$$15x^2 - 11x + 2 = 0$$

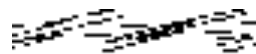


Решение: Составим вспомогательное уравнение и по теореме Виета найдем его корни . А значит, корни исходного уравнения

Ответ:



$$t^2 - 11t + 30 = 0$$



Уравнение по теореме Виета

Теорема Виета

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

проверим

- | | | |
|------------------------|-----------|------------|
| 1. $x^2 + 5x - 14 = 0$ | $x_1 = 2$ | $x_2 = -7$ |
| 2. $x^2 + 2x - 15 = 0$ | $x_1 = 3$ | $x_2 = -5$ |
| 3. $x^2 - 7x + 12 = 0$ | $x_1 = 3$ | $x_2 = 4$ |
| 4. $x^2 - 5x + 6 = 0$ | $x_1 = 2$ | $x_2 = 3$ |
| 5. $x^2 + x - 20 = 0$ | $x_1 = 4$ | $x_2 = -5$ |

Теорема Виета

$$x^2 + bx + c = 0;$$

$$1) x^2 - 3x + 2 = 0;$$

$$2) x^2 + 3x + 2 = 0;$$

$$3) x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$4) x^2 + 5x + 6 = 0;$$

$$5) x^2 - 3x - 18 = 0;$$

$$6) x^2 + 3x - 18 = 0;$$

$$7) x^2 + x - 30 = 0;$$

$$8) x^2 - x - 30 = 0;$$

$$9) x^2 + 12x + 27 = 0;$$

$$10) x^2 + 24x - 25 = 0;$$

$$\begin{cases} x_1 x_2 = c, \\ x_1 + x_2 = -b. \end{cases}$$

$$x_1 = 1; x_2 = 2.$$

$$x_1 = -2; x_2 = -1.$$

$$x_1 = 2; x_2 = 3.$$

$$x_1 = -3; x_2 = -2;$$

$$x_1 = -3; x_2 = 6.$$

$$x_1 = -6; x_2 = 3.$$

$$x_1 = -6; x_2 = 5.$$

$$x_1 = -5; x_2 = 6.$$

$$x_1 = -9; x_2 = -3.$$

$$x_1 = -25; x_2 = 1.$$

Применение теоремы Виета

1. Дано квадратное уравнение:

$$x^2 - 2x - 15 = 0,$$

являются ли числа 5 и -3 корнями квадратного уравнения.

$$\text{Пусть } x_1 = 5 \quad x_2 = -3$$

По формулам Виета $x_1 + x_2 = -b = 2$ $x_1 \cdot x_2 = c = -15$

$$\text{Проверяем: } 5 + (-3) = 2$$

$$5 \cdot (-3) = -15$$

Обратная теорема Виета. Решение задач с использованием компьютерного программирования

Если числа b, c, x_1, x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -b$, $x_1 x_2 = c$, то x_1 и x_2 - корни уравнения x в квадрате $+bx+c=0$

Доказательство: Подставим в левую часть x в квадрате $+bx+c$ вместо b выражение $-(x_1+x_2)$

А вместо произведения $x_1 x_2$

Таким образом, если числа b, c, x_1 и x_2 связаны указанными соотношениями, то при всех x выполняется равенство x в квадрате $+bx+c=(x-x_1)(x-x_2)$ из которого следует, что x_1 и x_2 - корни уравнения x в квадрате $+bx+c=0$

Используя теорему, обратную теореме Виета, иногда можно подбором найти корни квадратного уравнения.

Заключение

Теорема Виета позволяет не только устно решать квадратные уравнения, но находить решение непростых алгебраических задач, позволяет сделать решение лаконичным и сэкономить время. С помощью обратной теоремы Виета можно всегда сделать проверку решения квадратного уравнения.

Теорема Виета для корней квадратного уравнения

По праву достойна в стихах быть воспета

О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого:

Умножишь ты корни — и дробь уж готова:

В числителе c , в знаменателе a ,

А сумма корней тоже дроби равна.

Хоть с минусом дробь эта, что за беда —

В числителе b , в знаменателе a .

Формула приведенного квадратного уравнения

Р со знаком взяв обратным,

На 2 мы его разделим

И от корня аккуратно

Знаком минус, плюс отделим.

А под корнем, очень кстати,

Половина p в квадрате.

Минус q — и вот решение

Небольшого уравнения.

Когда уравнение решаешь дружок,
Ты должен найти у него корешок.
Значение буквы найти ведь не сложно.
Поставь в уравнение его осторожно.
Коль верное равенство выйдет у вас,
То корнем значенья зовите тотчас.

Теорему Виета тебе

Я запомнить легко помогу:

Сумма корней минус p ,

Произведение q

Литература

- 1. Горнштейн с параметрами/ И, Б, -М.: Илекса, 2с.-ISBN -6
- 2. История арифметики/ - М.: Просвещение, 19с.
- 3. История математики в школе/ – М.: Просвещение, 1981. – 239 с.
- 4. Решение задач: [учебное пособие](#) для [10 класса](#)/ -М.: Просвещение, 1994.-252 с.- ISBN -9
- 5. Электронный ресурс - Режим доступа: <http://easymath.greatmathone.php?pp1=353>
- 6. Электронный ресурс - Режим доступа: http://fio.*****/archive/group11/c4wu7/ch1.htm#fv
- 7. Электронный ресурс - Режим доступа: http://*****/articles/503928/

Литература

- 8. *Алгебра: учебник для 8 класса/ А, М, В и др. – М.: Просвещение, 2007. – 239 с. – ISBN-1*
- 9. *Сборник задач по алгебре/ , , -М.: Просвещение, 2000.*
- 10. *Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы /Под ред. – М. : Альянс-В, 2003. – 608 с.*
- 11. *Биография Франсуа Виета источник: интернет-
<https://gigabaza.ru/doc/40685.html>*
- 12. *Стихи, источник: интернет*
- 13. *Янндекс Картинки*