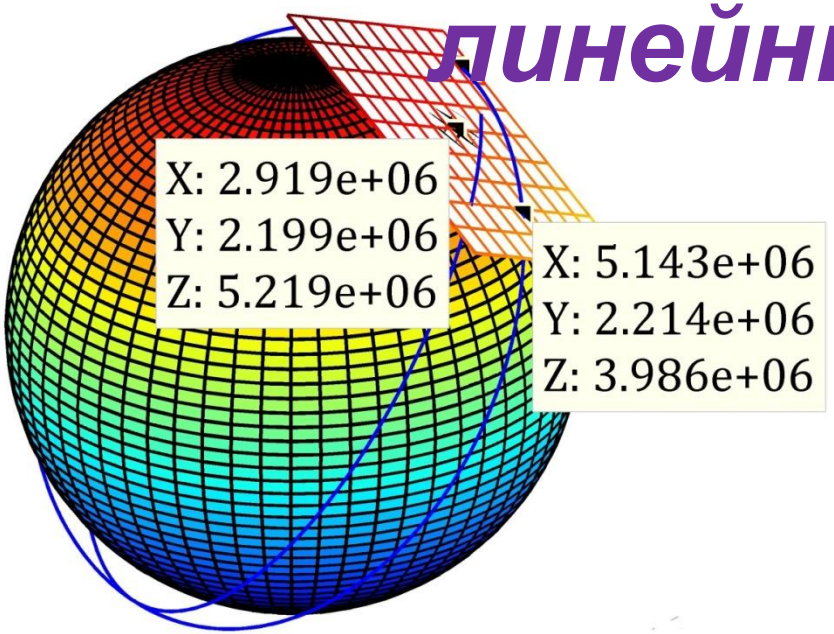
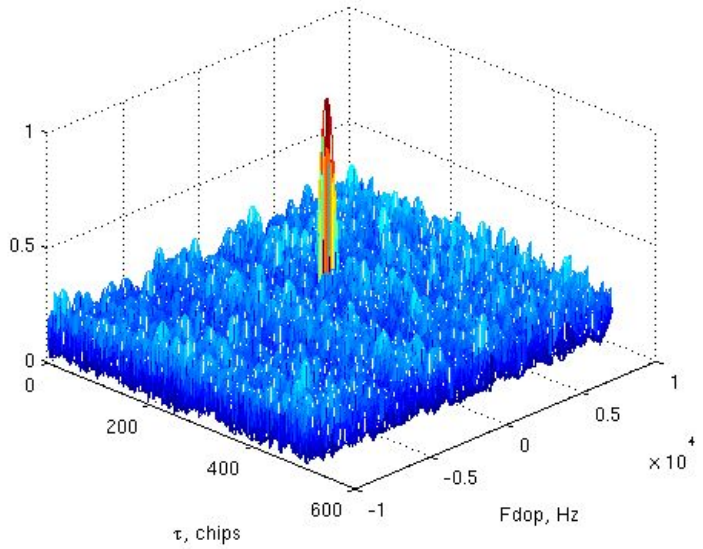
Кафедра Радиотехнических систем (РТС)

Математическое моделирование РТУ и С

Семинар 5. Моделирование линейных звеньев





Преподаватель:
к.т.н. старший преподаватель
кафедры РТС Захарова Елена

SRNS.RU

Тема занятия: Моделирование линейных звеньев

Цели занятия:

- освоить построение основных характеристик непрерывных и дискретных линейных звеньев в MATLAB;
- научиться применять метод билинейного преобразования;
- научиться реализовывать дискретные линейные звенья в MATLAB.

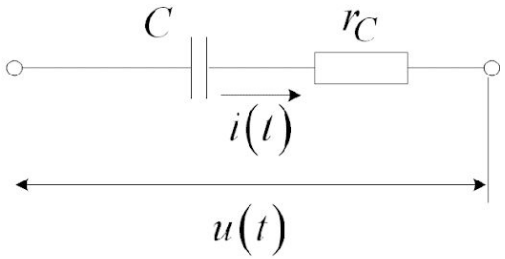
Преобразование сигналов

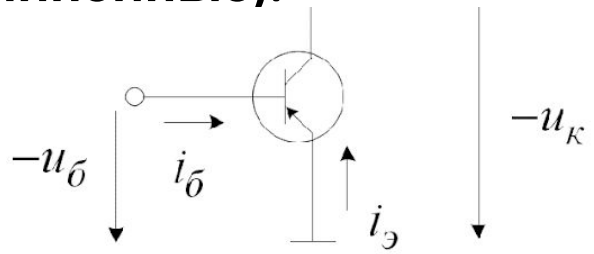
Любое обрабатывающее радиосигнал устройство может быть представлено как совокупность линейных и нелинейных звеньев

$$x(t)=\sum_k x_k(t).$$

$$y(t)=\sum_k y_k(t),$$

Формально отличие в дифференциальных уравнениях (м.б. линейные / нелинейные):





p-n-p

$$u(t)=i(t)r_C+\frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,dt$$

$$i=I_s\cdot\left(\exp\left(u/nV\right)-1\right)$$

Но важно следствие:
при действии суммы сигналов отклик звена есть суперпозиция откликов на каждое воздействие в отдельности:

$$K(p)\sum\alpha_i S_i=\sum\alpha_i K(p)S_i$$

Коэффициент передачи

Линейное звено описывается дифференциальным уравнением:

$$a_M y^{(M)}(t) + \ldots + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) = b_N x^{(N)}(t) + \ldots + b_1 x^{(1)}(t) + b_0 x(t)$$

Нам достаточно научиться его решать для воздействия $x(t) = e^{j\omega t}$,

а потом воспользоваться преобразованием Фурье и линейностью

Решение лежит на поверхности - $y(t) = \dot{U} e^{j\omega t}$:

$$(j\omega)^M a_M \dot{U} e^{j\omega t} + \ldots + (j\omega) a_1 \dot{U} e^{j\omega t} + a_0 \dot{U} e^{j\omega t} =$$

$$= (j\omega)^N b_N e^{j\omega t} + \ldots + (j\omega) b_1 e^{j\omega t} + b_0 e^{j\omega t}$$

откуда

а

$$\dot{U} = \dot{U}(j\omega) = \frac{(j\omega)^N b_N + \ldots + (j\omega) b_1 + b_0}{(j\omega)^M a_M + \ldots + (j\omega) a_1 + a_0}$$

Коэффициент передачи

Нетрудно заметить, что в этом случае

$$y(t) = \dot{U}\dot{x}(t)$$

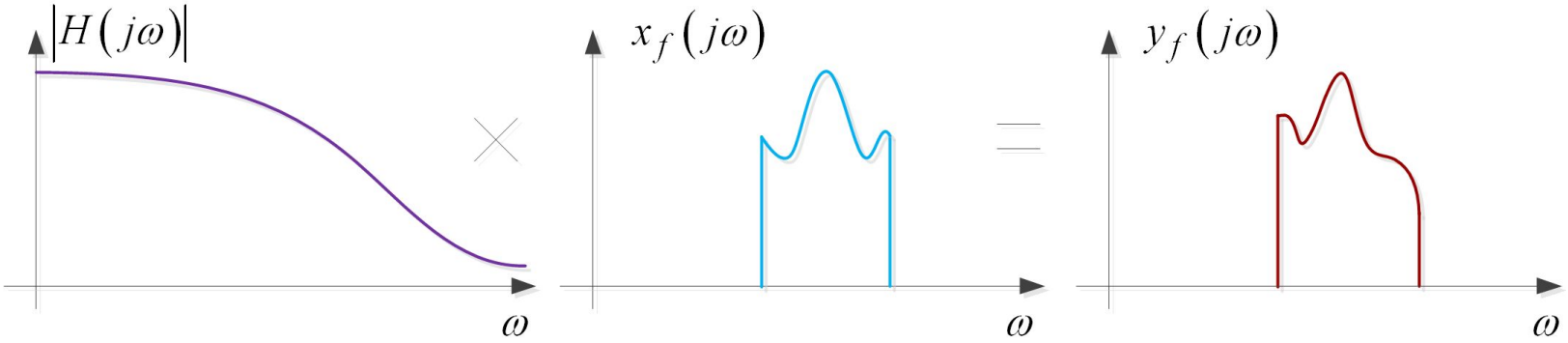
Да это же не только комплексная амплитуда, но ещё и коэффициент передачи (transfer function)!

Сделаем замену: $s = j\omega$

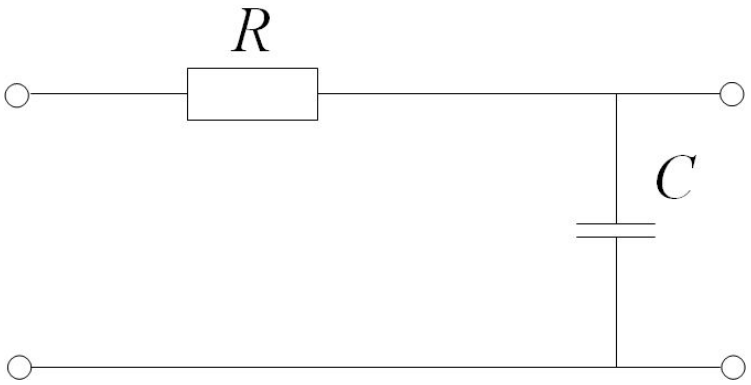
$$H(s) = \dot{U}(s) = \frac{b_N s^N + \ldots + b_1 s + b_0}{a_M s^M + \ldots + a_1 s + a_0}$$

Благодаря линейности для сигналов с произвольным спектром имеем

$$y_f(s) = H(s)x_f(s),\ y_f(s) = f\{y(t)\},\ x_f(s) = f\{x(t)\}$$



Коэффициент передачи



$$x(t) = i(t)R + y(t), \quad i(t) = C\frac{dy(t)}{dt} \Rightarrow$$

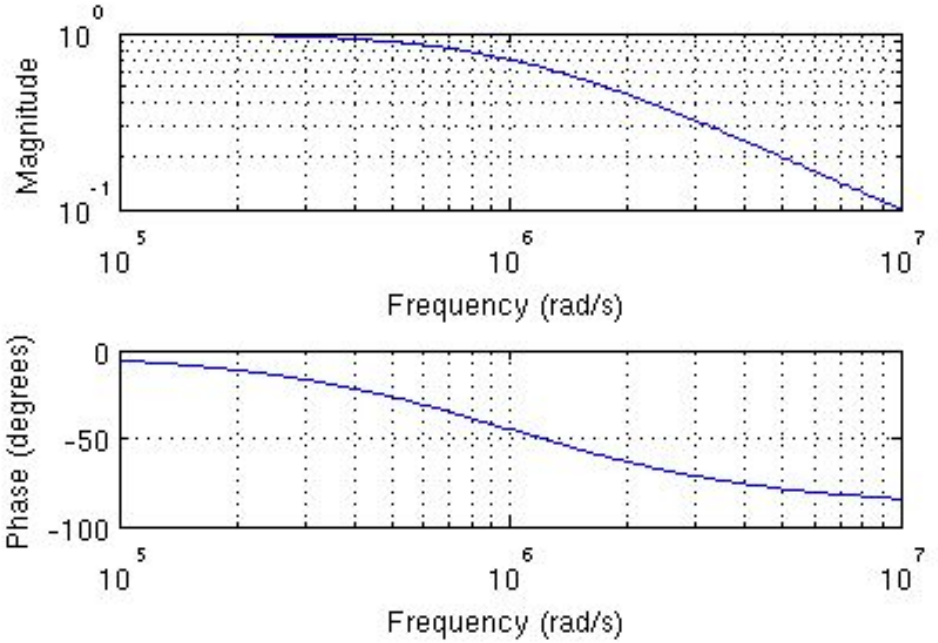
$$RC\frac{dy(t)}{dt} + y(t) = x(t) \Rightarrow$$

$$a_1 = RC;\ a_0 = 1;\ b_0 = 1; \Rightarrow$$

$$H(s) = \frac{1}{RC \cdot s + 1}$$

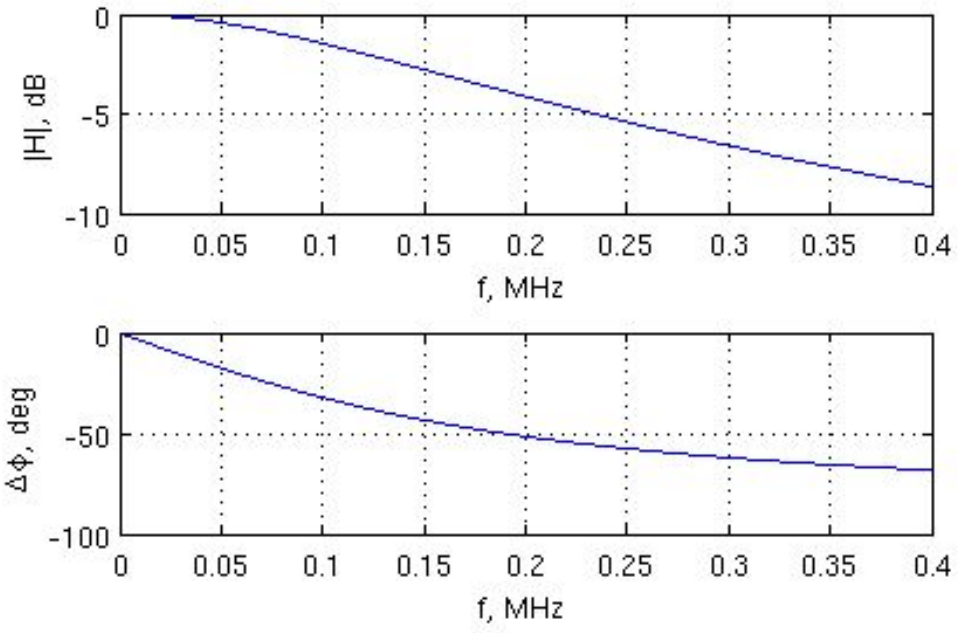
В MATLAB есть функции для работы с линейными звеньями

```
clear all; clc; close all;

RC = 1e-6;

a = [RC 1];
b = [1];

freqs(b, a);
```



Коэффициент передачи

```
clear all; clc; close all;
RC = 1e-6;

a = [RC 1]; b = [1];
Fs = 100; Fmax = 4e5; f = 0:Fs:Fmax;
H = freqs(b, a, 2*pi*f);

figure(1); subplot(2,1,1);
plot(f/1e6, 20*log10(abs(H)));
subplot(2,1,2);
plot(f/1e6, rad2deg(unwrap(angle(H))));
```



freqs

Frequency response of analog filters

Syntax

```
h = freqs(b,a,w)
[h,w] = freqs(b,a,n)
freqs
```

Description

`freqs` returns the complex frequency response $H(j\omega)$ (Laplace transform) of an analog filter

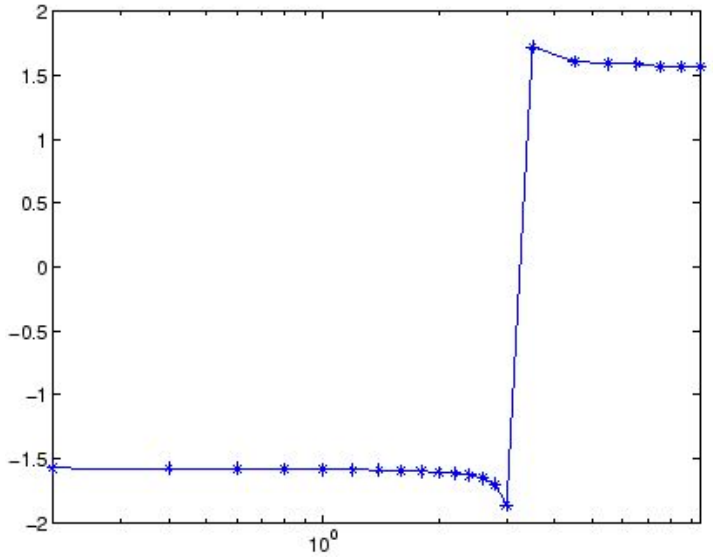
$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b(1)s^n + b(2)s^{n-1} + \cdots + b(n+1)}{a(1)s^m + a(2)s^{m-1} + \cdots + a(m+1)}$$

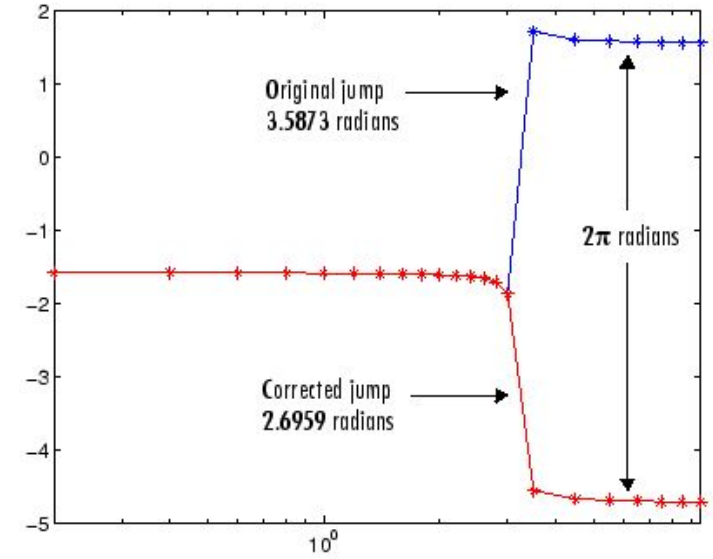
given the numerator and denominator coefficients in vectors b and a.

`h = freqs(b,a,w)` returns the complex frequency response of the analog filter specified by coefficient vectors b and a. `freqs` evaluates the frequency response along the imaginary axis in the complex plane at the angular frequencies in rad/sec specified in real vector `w`, where `w` is a vector containing more than one frequency.

`[h,w] = freqs(b,a,n)` uses n frequency points to compute the frequency response h, where n is a real, scalar value. The frequency vector `w` is auto-generated and has length n. If you omit n as an input, 200 frequency points are used. If you do not need the generated frequency vector returned, you can use the form `h = freqs(b,a,n)` to return only the frequency response h.

Функция unwrap





unwrap

Correct phase angles to produce smoother phase plots

Syntax

```
Q = unwrap(P)
Q = unwrap(P,tol)
Q = unwrap(P,[],dim)
Q = unwrap(P,tol,dim)
```

Description

`Q = unwrap(P)` corrects the radian phase angles in a vector P by adding multiples of $\pm 2\pi$ when absolute jumps between consecutive elements of P are greater than or equal to the default jump tolerance of π radians. If P is a matrix, unwrap operates columnwise. If P is a multidimensional array, unwrap operates on the first nonsingleton dimension.

`Q = unwrap(P,tol)` uses a jump tolerance `tol` instead of the default value, π.

`Q = unwrap(P,[],dim)` unwraps along `dim` using the default tolerance.

`Q = unwrap(P,tol,dim)` uses a jump tolerance of `tol`.

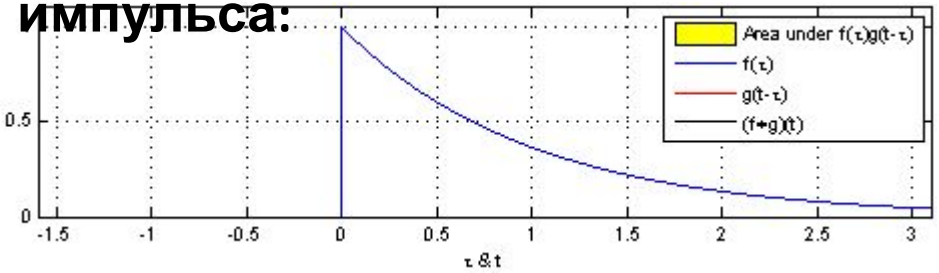
Импульсная характеристика (ИХ)

Умножению в частотной области соответствует свертка во временной

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau$$

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} H(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

Для нашей RC-цепи и П-импульса:



А можно и через преобразование Лапласа:

$$h(t)=\frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} H(s)e^{st}ds$$

Это интегрирование по линии, параллельной мнимой оси.

Выбором сигмы σ все особенности подынтегральной функции оставляют слева от контура интегрирования.

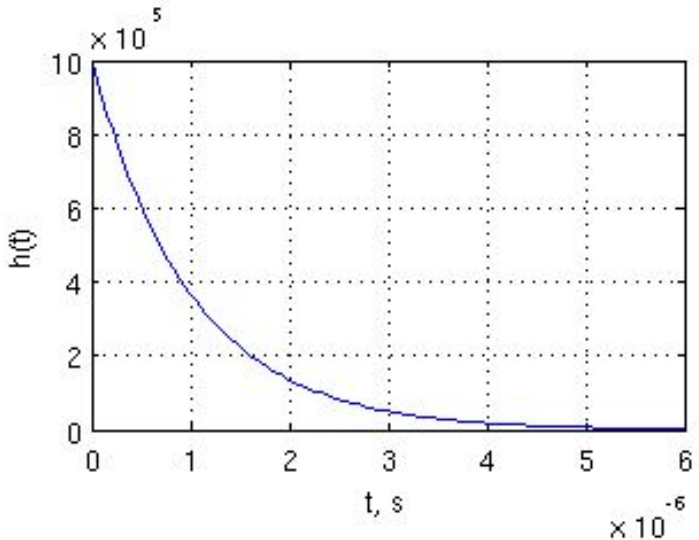
Обратно:

$$H(j\omega)=\int_{0}^{+\infty} h(t)e^{-j\omega t}dt \leftrightarrow H(s)=\int_{0}^{+\infty} h(t)e^{-st}dt$$

Импульсная характеристика

Для построения импульсной характеристики можно воспользоваться функциями Control System Toolbox

```
RC = 1e-6; a = [RC 1]; b = [1];

sys = tf(b,a);
[y,t] = impulse(sys); % Без `[y, t] =`
% сразу построит график

figure(1); plot(t, y);
xlabel('t, s'); ylabel('h(t)');
grid on
```



impulse

Impulse response plot of dynamic system

Syntax

```
impulse
impulse(sys)
impulse(sys,t)
```

Description

`impulse` calculates the unit impulse response of a dynamic system. The impulse response is the response to a Dirac input $\delta(t)$ for continuous-time systems and to a unit pulse at $t = 0$ for discrete-time systems. Zero initial state is assumed in the state-space case. When invoked without left-hand arguments, this function plots the impulse response on the screen.

tf

Convert unconstrained MPC controller to linear transfer function

Syntax

```
sys=tf(MPCobj)
```

Description

The `tf` function computes the transfer function of the linear controller `ss(MPCobj)` as an LTI system in `tf` form corresponding to the MPC controller when the constraints are not active. The purpose is to use the linear equivalent control in Control System Toolbox software for sensitivity and other linear analysis.

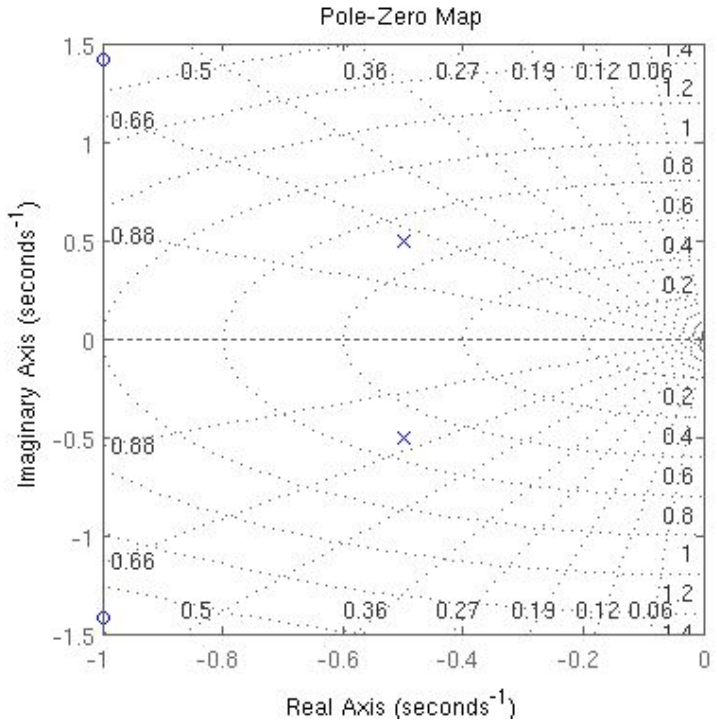
Нули и полюсы

Функцию передачи можно представить в виде

$$H(s) = k\frac{(s - z_N)(s - z_{N-1})\cdot\ldots\cdot(s - z_1)}{(s - p_M)(s - p_{M-1})\cdot\ldots\cdot(s - p_1)}$$

здесь $k = \frac{b_N}{a_M}$ **– коэффициент усиления,** z_i **– нули,** p_i **– полюсы**

pzmap();



tf2zp

Convert transfer function filter parameters to zero–pole–gain form

Syntax

```
[z,p,k]=tf2zp(b,a)
```

Description

`tf2zp` finds the zeros, poles, and gains of a continuous–time transfer function.

Note You should use `tf2zp` when working with positive powers ($s^2 + s + 1$), such as in continuous–time transfer functions. A similar function, `tf2zpk`, is more useful when working with transfer functions expressed in inverse powers ($1 + z^{-1} + z^{-2}$), which is how transfer functions are usually expressed in DSP.

`[z,p,k] = tf2zp(b,a)` finds the matrix of zeros z, the vector of poles p, and the associated vector of gains k from the transfer function parameters b and a:

- The numerator polynomials are represented as columns of the matrix b.
- The denominator polynomial is represented in the vector a.

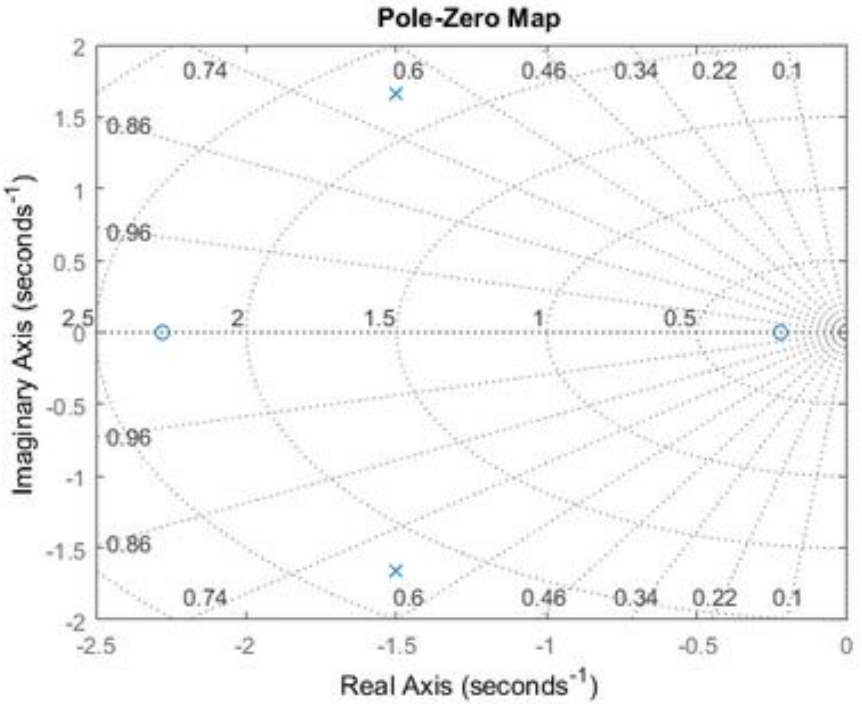
Прямое преобразование функции передачи в нули и полюсы:

[z,p,k] = tf2zp(b,a)

Нули и полюсы

pzmap();

Действие	Команды MATLAB
1. Постройте на графике расположение нулей и полюсов системы.	`pzmap ( f )`



pzmap

Pole-zero plot of dynamic system

collapse all in page

Syntax

```
pzmap(sys)
pzmap(sys1,sys2,...,sysN)
[p,z] = pzmap(sys)
```

Description

`pzmap(sys)` creates a pole-zero plot of the continuous- or discrete-time dynamic system model `sys`. For SISO systems, `pzmap` plots the transfer function poles and zeros. For MIMO systems, it plots the system poles and transmission zeros. The poles are plotted as `x`'s and the zeros are plotted as `o`'s.

`pzmap(sys1,sys2,...,sysN)` creates the pole-zero plot of multiple models on a single figure. The models can have different numbers of inputs and outputs and can be a mix of continuous and discrete systems.

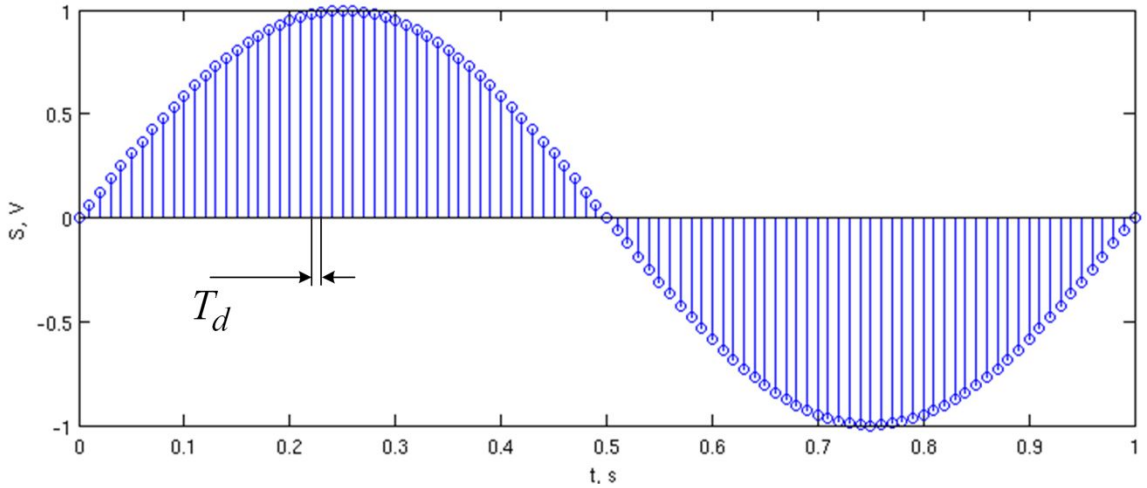
`[p,z] = pzmap(sys)` returns the system poles and (transmission) zeros in the column vectors `p` and `z`. No plot is drawn on the screen.

You can use the functions `sgrid` or `zgrid` to plot lines of constant damping ratio and natural frequency in the *s*- or *z*-plane.

$\mathrm{Re}\left(p_i \right) < 0 \Leftrightarrow$ устойчивост

Цифровые фильтры

Всё это здорово, наглядно и удобно описывает аналоговые системы, но нам же нужно уметь их моделировать – получать отклик на сигнал



И входные, и выходные сигналы в машине мы представляем в виде дискретных последовательностей:

Нужна модель, для которой это приближенное равенство выполняется как можно точнее

Да это же задача синтеза цифрового фильтра по аналоговому прототипу!

Импульсная характеристика

Т.к. система линейна, то может описываться только уравнением вида:

$$y_k + a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} + \ldots + a_M y_{k-M} =$$

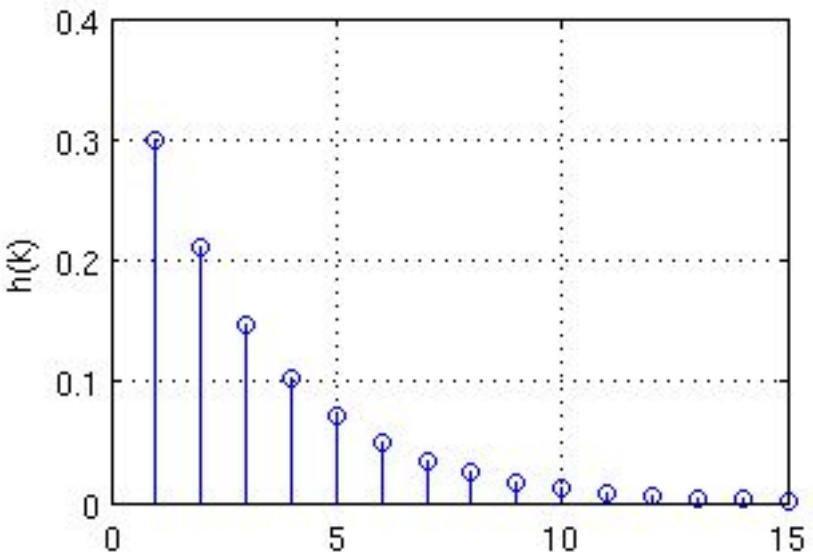
$$= b_0 x_k + b_1 x_{k-1} + b_2 x_{k-2} + \ldots + b_N x_{k-N}$$

Непрерывные линейные системы характеризуются импульсной характеристикой – откликом на дельта-функцию.

Для дискретной системы можем найти отклик на единичный импульс:

$$y_k = y_{k-1} + 0.3 \cdot \left(x_k - y_{k-1} \right) = 0.7 \cdot y_{k-1} + 0.3 \cdot x_k$$ – **ФНЧ**

```
clear all; close all; clc
x = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
km = 1:length(x);
for k = km
    if k > 1
        y(k) = 0.7*y(k-1) + 0.3*x(k);
    else
        y(k) = 0.3*x(k);
    end
end
figure(1);
stem(km, y)
```

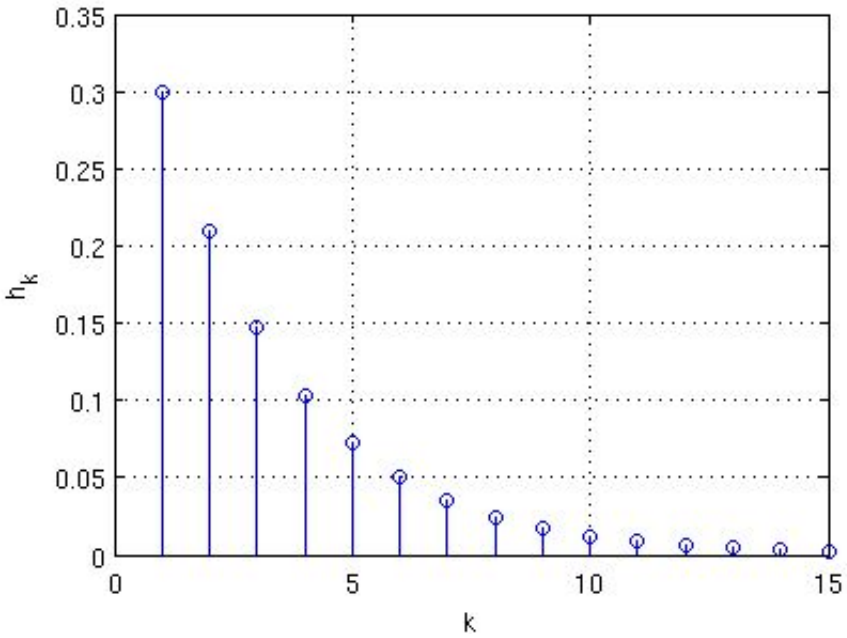


impz(…)

$$y_k = 0.7 \cdot y_{k-1} + 0.3 \cdot x_k \rightarrow$$

$$\rightarrow a_0 = 1,\ \ a_1 = -0.7,\ \ b_0 = 0.3$$

```
clear all; close all; clc

a = [1 -0.7]; b = [0.3];
h = impz(b, a, 15);

figure(1); stem(h);
xlabel('k'); ylabel('h_k'); grid on
```



Передаточная функция фильтра имеет вид:

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \cdots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \cdots + a_M z^{-M}}$$

где порядок фильтра — большее *N* или *M*.

impz

Impulse response of digital filter

Syntax

```
[h,t] = impz(b,a)
[h,t] = impz(b,a,n)
[h,t] = impz(b,a,n,fs)
impz(b,a)
impz(Hd)
```

Description

`[h,t] = impz(b,a)` computes the impulse response of the filter with numerator coefficients `b` and denominator coefficients `a`. `impz` chooses the number of samples and returns the response in the column vector `h` and sample times in the column vector `t` (where `t = [0:n-1]'`, and `n = length(t)` is computed automatically).

`[h,t] = impz(b,a,n)` computes `n` samples of the impulse response when `n` is an integer (`t = [0:n-1]'`). If `n` is a vector of integers, `impz` computes the impulse response at those integer locations, starting the response computation from 0 (and `t = n` or `t = [0 n]`). If, instead of `n`, you include the empty vector `[]` for the second argument, the number of samples is computed automatically by default.

Transfer function

Вспоминаем РЦС, z-преобразование и его свойства:

$$y_k = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_n h_{k-n} = \sum_{n=-\infty}^{k} x_n h_{k-n} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Y(z) = H(z)X(z),\ H(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k z^{-k}$$

Или из уравнения:

$$y_k + a_1 y_k z^{-1} + \ldots + a_M y_k z^{-M} = b_0 x_k + b_1 x_k z^{-1} + \ldots + b_N x_k z^{-N}$$

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \ldots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + \ldots + a_M z^{-M}}$$

Связь с преобразованием Фурье:

$$H(j\omega) = H(z)\big|_{z=e^{j\omega T}} = \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-j\omega T} \qquad H(z) = \frac{0.3}{1 - 0.7z^{-1}}$$

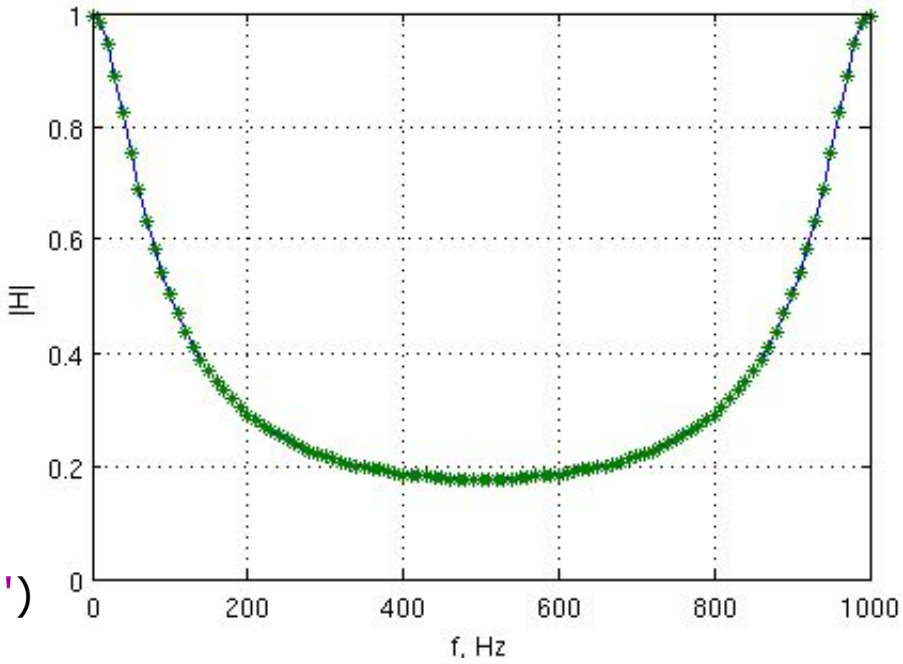
Transfer function

```
clear all; close all; clc
a = [-0.7]; b = [0.3];

xp = [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
km = 1:length(x);
for k = km
    if k > 1
        h(k) = -a(1)*h(k-1) + b(1)*xh(k);
    else
        h(k) = b(1)*xh(k);
    end
end

T = 0.001; f = 0:(1/T/100):(1/T);
z = exp(1i*2*pi*f*T);

H2 = 0;
for k = km
    H2 = H2 + h(k) * z.^-k;
end

H1 = 0.3 ./ (1 - 0.7 * z.^-1);
figure(1); plot(f, abs(H1), f, abs(H2), '*')
xlabel('f, Hz'); ylabel('|H|'); grid('on');
```

$$H(j\omega) = H(z)\Big|_{z=e^{j\omega T}} = \sum_{k=0}^{\infty} h_k e^{-j\omega T}$$

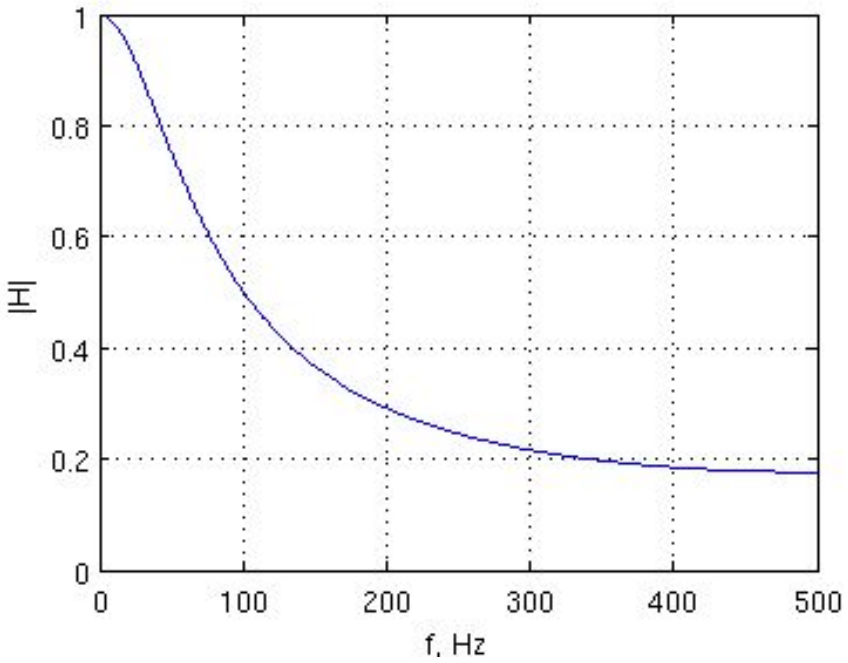
$$y_k = 0.7 \cdot y_{k-1} + 0.3 \cdot x_k \rightarrow$$

$$H(z) = \frac{0.3}{1 - 0.7z^{-1}}$$



freqz(...)

```
clear all; close all; clc

a = [1 -0.7]; b = [0.3];
H = freqz(b, a);

T = 0.001;
f = ( (1:length(H)) - 1)/ length(H)*1/T/2 ;

figure(1); plot(f, abs(H));
ylabel('|H|'); grid on; xlabel('f, Hz');
```



freqz

Frequency response of digital filter

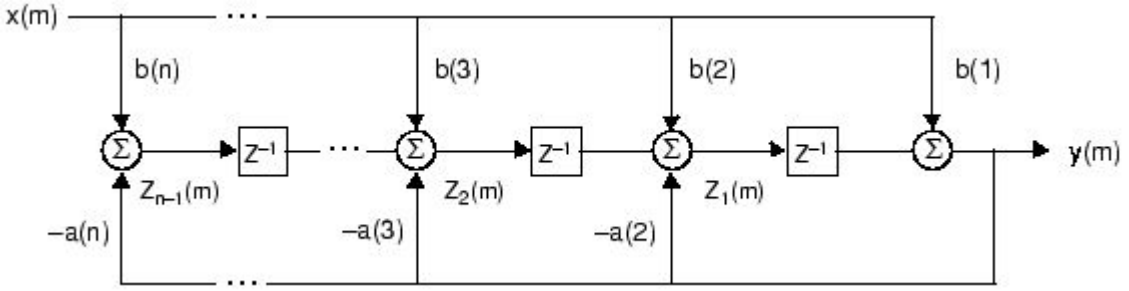
Syntax

```
[h,w]=freqz(b,a,n)
h=freqz(b,a,w)
[h,w]=freqz(b,a,n,'whole')
[h,f]=freqz(b,a,n,fs)
h=freqz(b,a,f,fs)
[h,f]=freqz(b,a,n,'whole',fs)
freqz(b,a,...)
freqz(Hd)
```

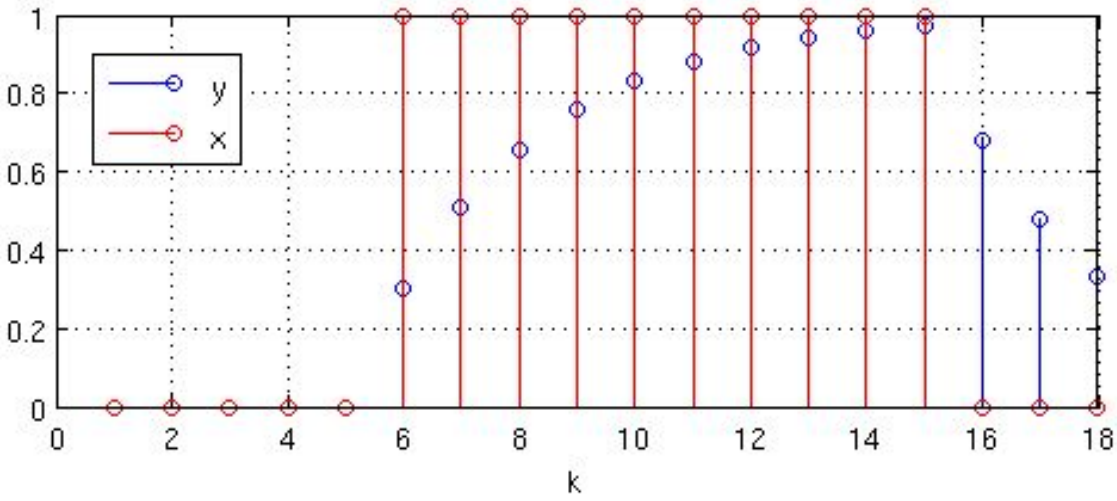
Description

`[h,w] = freqz(b,a,n)` returns the frequency response vector h and the corresponding angular frequency vector w for the digital filter whose transfer function is determined by the (real or complex) numerator and denominator polynomials represented in the vectors b and a, respectively. The vectors h and w are both of length n. n must be a positive integer greater than or equal to two. The angular frequency vector w has values ranging from 0 to π radians per sample. If you do not specify the integer n, or you specify it as the empty vector `[]`, the frequency response is calculated using the default value of 512 samples.

filter(...)




```
clear all; close all; clc

a = [1 -0.7]; b = [0.3];

x = [0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0];
y = filter(b, a, x);

figure(1)
stem(1:length(y), y); hold on
stem(1:length(x), x, 'r'); hold off
grid on; legend('y', 'x'); xlabel('k')
```



filter

1-D digital filter

Syntax

```
y = filter(b,a,X)
[y,zf] = filter(b,a,X)
[y,zf] = filter(b,a,X,zi)
y = filter(b,a,X,zi,dim)
[...] = filter(b,a,X,[],dim)
```

Description

The `filter` function filters a data sequence using a digital filter which works for both real and complex inputs. The filter is a *direct form II transposed* implementation of the standard difference equation (see "Algorithm").

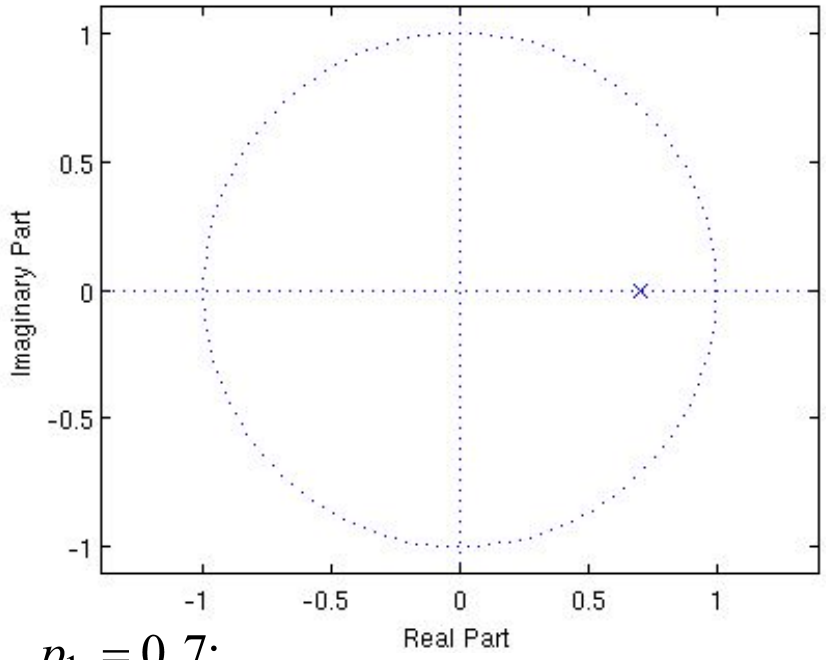
`y = filter(b,a,X)` filters the data in vector X with the filter described by numerator coefficient vector b and denominator coefficient vector a. If `a(1)` is not equal to 1, `filter` normalizes the filter coefficients by `a(1)`. If `a(1)` equals 0, `filter` returns an error.

Нули и полюсы

Коэффициенты ПФ – строки, нули/полюсы - столбцы

$$H(z) = k\frac{\left(1 - z_1 z^{-1}\right)\left(1 - z_2 z^{-1}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1 - z_N z^{-1}\right)}{\left(1 - p_1 z^{-1}\right)\left(1 - p_2 z^{-1}\right)\cdot\ldots\cdot\left(1 - p_M z^{-1}\right)}$$

```
clear all; close all; clc

a = [1 -0.7]; b = [0.3];
[z, p, k] = tf2zp(b, a);   TF2ZP ();

% zplane(b, a);
zplane(z, p);
```



$p_1 = 0,7;$

zplane

Zero-pole plot for filter

Syntax

```
zplane(Hq)
zplane(Hq,'plotoption')
zplane(Hq,'plotoption','plotoption2')
[zq,pq,kq] = zplane(Hq)
[zq,pq,kq,zr,pr,kr] = zplane(Hq)
```

Description

This function displays the poles and zeros of quantized filters, as well as the poles and zeros of the associated unquantized reference filter.

`zplane(Hq)` plots the zeros and poles of a quantized filter Hq in the current figure window. The poles and zeros of the quantized and unquantized filters are plotted by default. The symbol o represents a zero of the unquantized reference filter, and the symbol × represents a pole of that filter. The symbols □ and + are used to plot the zeros and poles of the quantized filter Hq. The plot includes the unit circle for reference.

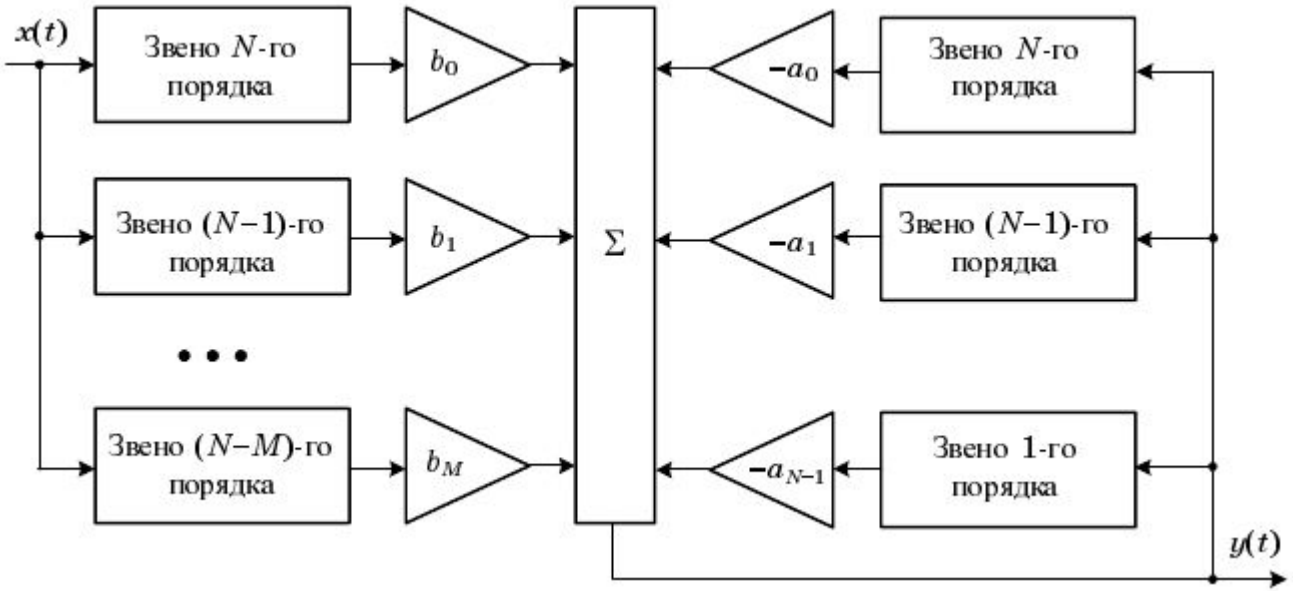
$|p_i| < 1 \Leftrightarrow$ устойчивость

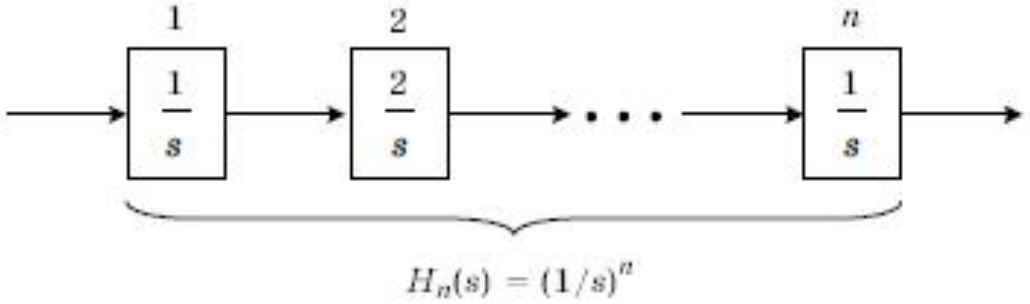
Метод билинейного преобразования

Поделим на s^M

$$H(s)=\frac{b_N s^N+\ldots+b_1 s+b_0}{a_M s^M+\ldots+a_1 s+a_0}=\frac{b_N\left(\frac{1}{s}\right)^{M-N}+\ldots+b_1\left(\frac{1}{s}\right)^{M-1}+b_0\left(\frac{1}{s}\right)^{M}}{a_M+\ldots+a_1\left(\frac{1}{s}\right)^{M-1}+a_0\left(\frac{1}{s}\right)^{M}}$$

Да это же пачки интеграторов!



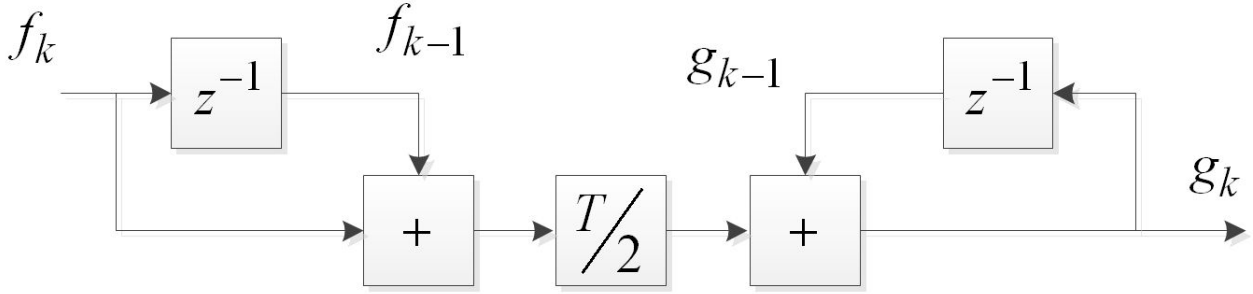


Метод билинейного преобразования

А давайте аналоговый интегратор заменим цифровым!

Интегрировать будем методом трапеций:

$$g_k = g_{k-1} + \frac{\left(f_{k-1} + f_k\right)T}{2}$$



$$H_i(z) = \left(1 + z^{-1}\right) \cdot T/2 \cdot \frac{1}{1 - z^{-1}} \Leftrightarrow \frac{1}{s}$$

Итого, в качестве *s* должны использовать:

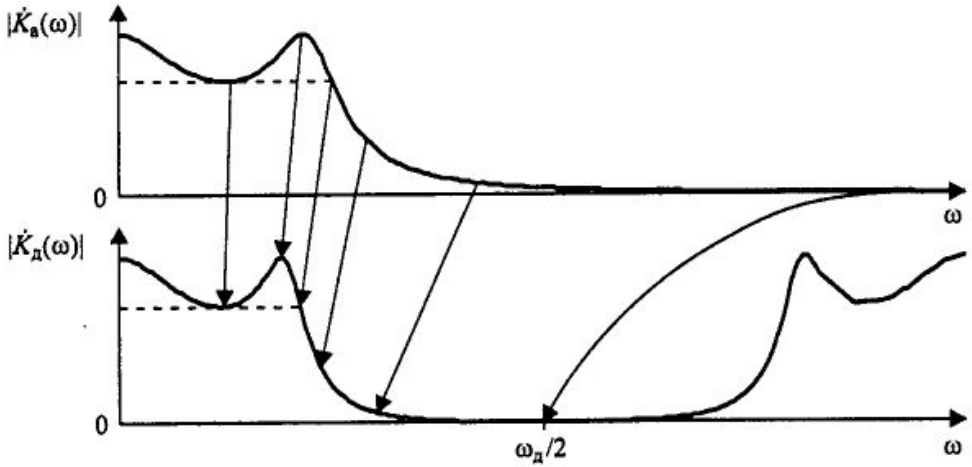
$$s = \frac{2}{T}\left(\frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}\right)$$

Это преобразование и называется билинейным

Метод билинейного преобразования

Полуплоскость переменной *s* отображается в окружность единичного радиуса в плоскости переменной *z*

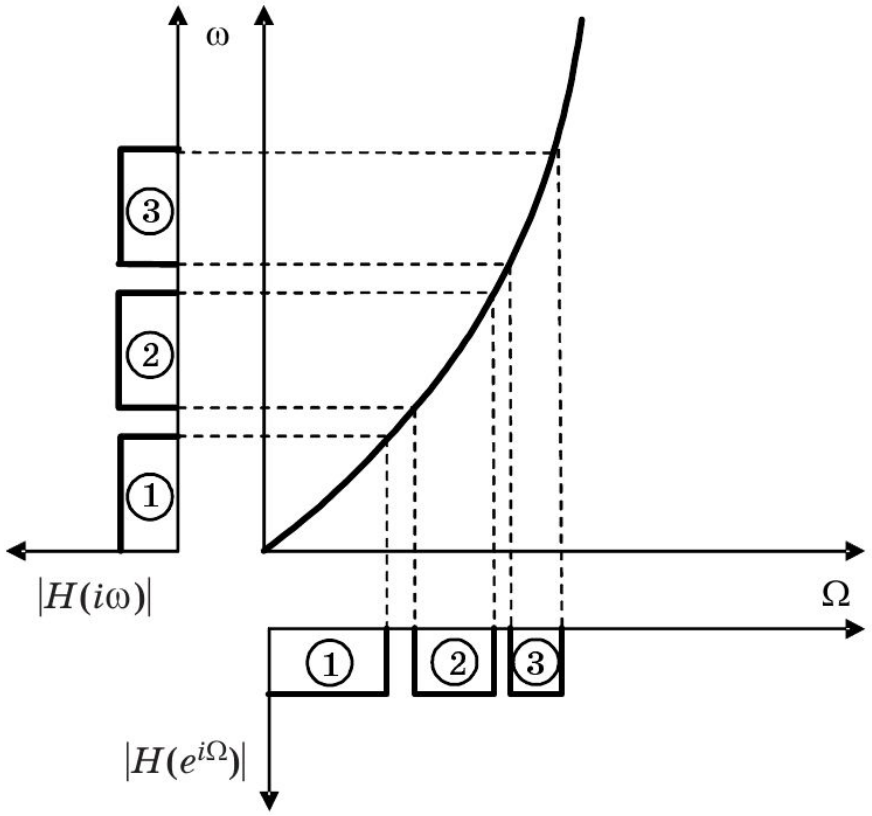
Есть явление деформации оси частот



$$\frac{2}{T}\operatorname{tg}\left(\frac{\omega T}{2}\right) \approx \omega, \text{ если } \omega T \ll 1.$$

$$s = j\omega_s,\ z = e^{j\Omega} = e^{j\omega_z T} \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \omega_s = \frac{2}{T} tg \frac{\omega_z T}{2}$$



Можно заранее скомпенсировать в аналоговом прототипе

$$\omega_s' = \frac{2}{T} tg \frac{\omega_s T}{2}$$

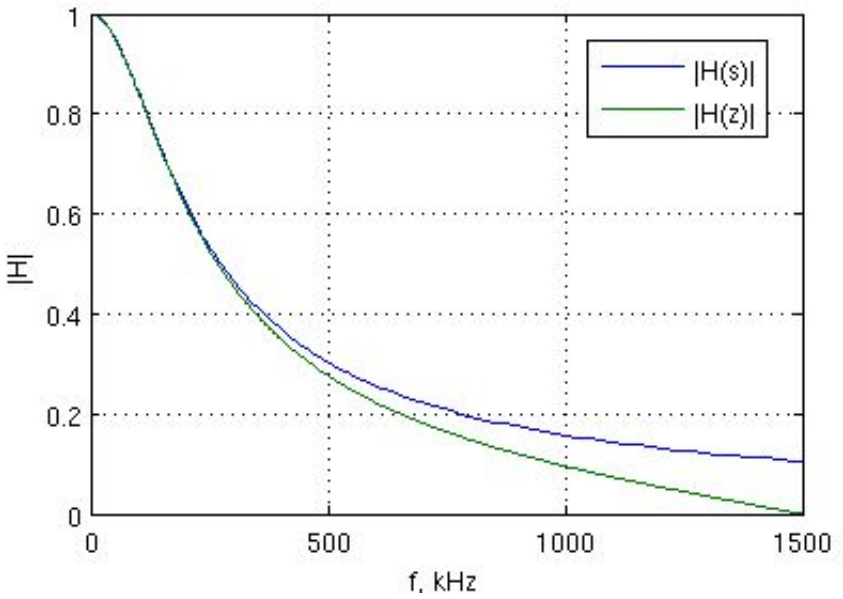
Метод билинейного преобразования

Пример. Смоделируем RC цепь, что использовали ранее.

$$H(s)=\frac{1}{RC\cdot s+1}\rightarrow H(z)=\frac{1}{RC\cdot\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}+1}=\frac{1+z^{-1}}{1+RC\cdot\frac{2}{T}+\left(1-RC\cdot\frac{2}{T}\right)z^{-1}}$$

```
clear all; clc; close all;

RC = 1e-6;
T = RC/3;

as = [RC 1]; bs = [1];
[Hs, w] = freqs(bs, as);

az = [1+2*RC/T, 1-2*RC/T]; bz = [1, 1];
Hz = freqz(bz, az);

figure(1)
plot(w/2/pi/1000, abs(Hs), ...
    ((1:length(Hz)) - 1)/ length(Hz) *
1/T/2/1000, abs(Hz))
xlabel('f, kHz'); ylabel('|H|')
legend('|H(s)|', '|H(z)|'); grid on
```

$$b_0^z=1,\ b_1^z=1,\ a_0^z=1+\frac{2RC}{T},\ a_1^z=1-\frac{2RC}{T}$$



Билинейное преобразование - функция bilinear();

bilinear

Bilinear transformation method for analog-to-digital filter conversion

collapse all in page

Syntax

```
[zd,pd,kd] = bilinear(z,p,k,fs)
[zd,pd,kd] = bilinear(z,p,k,fs,fp)
[numd,dend] = bilinear(num,den,fs)
[numd,dend] = bilinear(num,den,fs,fp)
[Ad,Bd,Cd,Dd] = bilinear(A,B,C,D,fs)
[Ad,Bd,Cd,Dd] = bilinear(A,B,C,D,fs,fp)
```

Description

The *bilinear transformation* is a mathematical mapping of variables. In digital filtering, it is a standard method of mapping the s or analog plane into the z or digital plane. It transforms analog filters, designed using classical filter design techniques, into their discrete equivalents.

The bilinear transformation maps the s-plane into the z-plane by

$$H(z) = H(s)\big|_{s=2f_s\frac{z-1}{z+1}}.$$

This transformation maps the $j\Omega$ axis (from $\Omega = -\infty$ to $+\infty$) repeatedly around the unit circle (e^{jw}, from $\omega = -\pi$ to π) by

$$\omega = 2\tan^{-1}\left(\frac{\Omega}{2f_s}\right).$$

`bilinear` can accept an optional parameter `Fp` that specifies prewarping. `fp`, in hertz, indicates a "match" frequency, that is, a frequency for which the frequency responses before and after mapping match exactly. In prewarped mode, the bilinear transformation maps the s-plane into the z-plane with

$$H(z) = H(s)\Big|_{s=\frac{2\pi f_p}{\tan\left(\pi\frac{f_p}{f_s}\right)}\frac{z-1}{z+1}}.$$

Практическая сторона дела

Задача 5.1

Постановка задачи:

В рамках лабораторной работы №1 проводилось моделирование участка электрической цепи.

При моделировании цепь заменяется ближайшей линейной, если исходная цепь содержит нелинейные элементы.

Требуется:

1. найти характеристики аналогового звена:

- коэффициенты a_i^s, b_j^s функции передачи (записав дифференциальное уравнение цепи или передаточную функцию);
- АЧХ $|H_s(j\omega)|$ и ФЧХ $arg(H_s(j\omega))$ - функции freqs(), unwrap();
- импульсную характеристику (ИХ) $h_s(t)$ - функция impulse();
- карту нулей z_i^s и полюсов p_j^s - функции tf2zp(), pzmap();

- найти коэффициенты a_i^z, b_j^z функции передачи дискретного аналога рассматриваемого звена с помощью билинейного преобразования - функция bilinear();

Практическая сторона дела

Задача 5.1

Постановка задачи (продолжение):

Требуется:

2. найти характеристики дискретного фильтра, полученного методом билинейного преобразования:

- АЧХ $|H_z(j\omega)|$ и ФЧХ $arg(H_z(j\omega))$ - функция freqz(), unwrap();
- импульсную характеристику $h_{z,k}$ - функция impz(),
- карту нулей n_i и полюсов p_j - функции tf2zp(), zplane();
- получить отклик на гармоническое воздействие и воздействие в виде белого гауссовского шума для дискретного аналога, полученного методом билинейного преобразования - функция filter();

3. сравнить полученные характеристики и процессы с результатами лабораторной работы №1.

Практическая сторона дела

Программа «PR5.m»

```
clear all; clc; close all;

tstart = tic();  % начало отсчета работы программы

RC = 1e-6;
wmax = 1/RC * 2*pi * 10;
dw = wmax / 100;
w = 0:dw:wmax;

a = [RC 1];      % [a1 a0]
b = [1];         % [b0]
```

$$H(s) = \frac{1}{RC \cdot s + 1}$$

```
% Находим передаточную функцию (ПФ), строим АЧХ/ФЧХ

figure(1)
freqs(b, a, w)      % Вывести АЧХ / ФЧХ, приняв по оси частот w
H = freqs(b, a, w);     % Посчитать ПФ, но график не выводить
```

Практическая сторона дела
Продолжение программы «PR5.m»

```
figure(2)
subplot(2, 1, 1)
semilogy(w/2/pi/1e6, abs(H));
xlabel('f, MHz'); ylabel('|H|')
subplot(2, 1, 2);
plot(w/2/pi/1e6, unwrap(angle(H)));
xlabel('f, MHz'); ylabel('arg H')

% Находим импульсную характеристику (ИХ)
sys = tf(b,a);
[y,t] = impulse(sys);

figure(3)
plot(t, y); xlabel('t, sec'); ylabel('h(t)')

figure (4);
pzmap(sys);
```

Практическая сторона дела
Продолжение программы «PR5.m»

```
% Находим цифровой аналог
Fs = 2 * wmax / 2/pi;
[bz, az] = bilinear(b, a, Fs);
[Hz, wz] = freqz(bz, az);

figure (5);
plot(Fs*wz/2/pi/1e6, abs(Hz));
xlabel('f, MHz'); ylabel('|H|')

figure (6);
plot(w/2/pi/1e6, abs(H), Fs*wz/2/pi/1e6, abs(Hz));
xlabel('f, MHz'); ylabel('|H|')

figure (7);
[z,p,k] = tf2zp(bz,az);
zplane(z, p);

Td = 1 / Fs;
Tmod = 100000*Td;
t = 0:Td:Tmod;
```

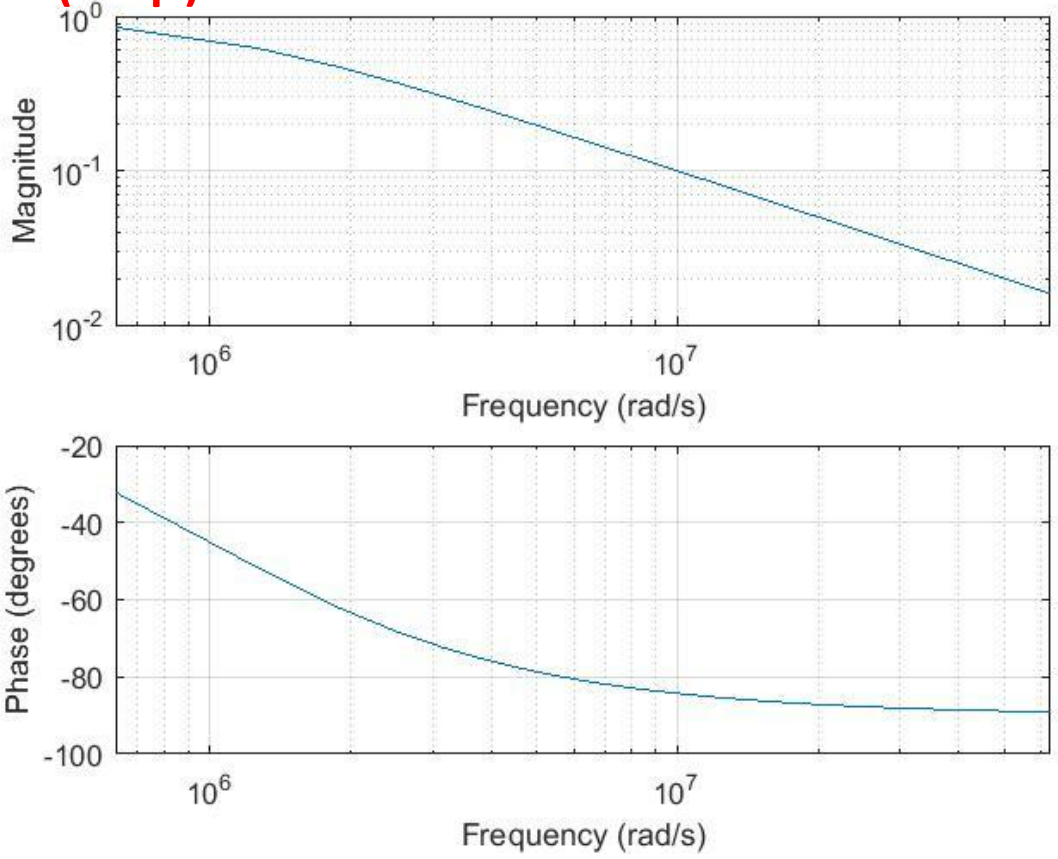
Практическая сторона дела
Продолжение программы «PR5.m»

```
f = 1e3; % Hz
A = 1;
E  = A*sin(2*pi*f*t); % гармоническое воздействие
y1 = filter(bz, az, E);

figure (8);
plot(t, [E; y1]); % plot(t, E, t, y1)
xlabel('t, sec');

% Шум

stdn = 13;
n = stdn * randn(1, length(t));
y = filter(bz, az, n);

figure (9);
plot(t, [n; y]); % plot(t, n, t, y)
xlabel('t, sec');
```

Продолжение программы «PR5.m»

```
nf = fft(n);
yf = fft(y);
mn = sqrt(mean(abs(nf).^2)) * 2.5;
nf = nf / mn;
yf = yf / mn;
f = 0:1/Tmod:(1/Td);

Figure (10);
plot(f/1e6, [abs(nf); abs(yf)], …
…w/2/pi/1e6, abs(H), …
…'LineWidth', 3);
xlim([0 Fs/1e6/2])
xlabel('f, MHz')
dt = toc(tstart);

% вывод времени работы
% программы в [мс]
fprintf('dt = %f ms\n', dt * 1e3);
```

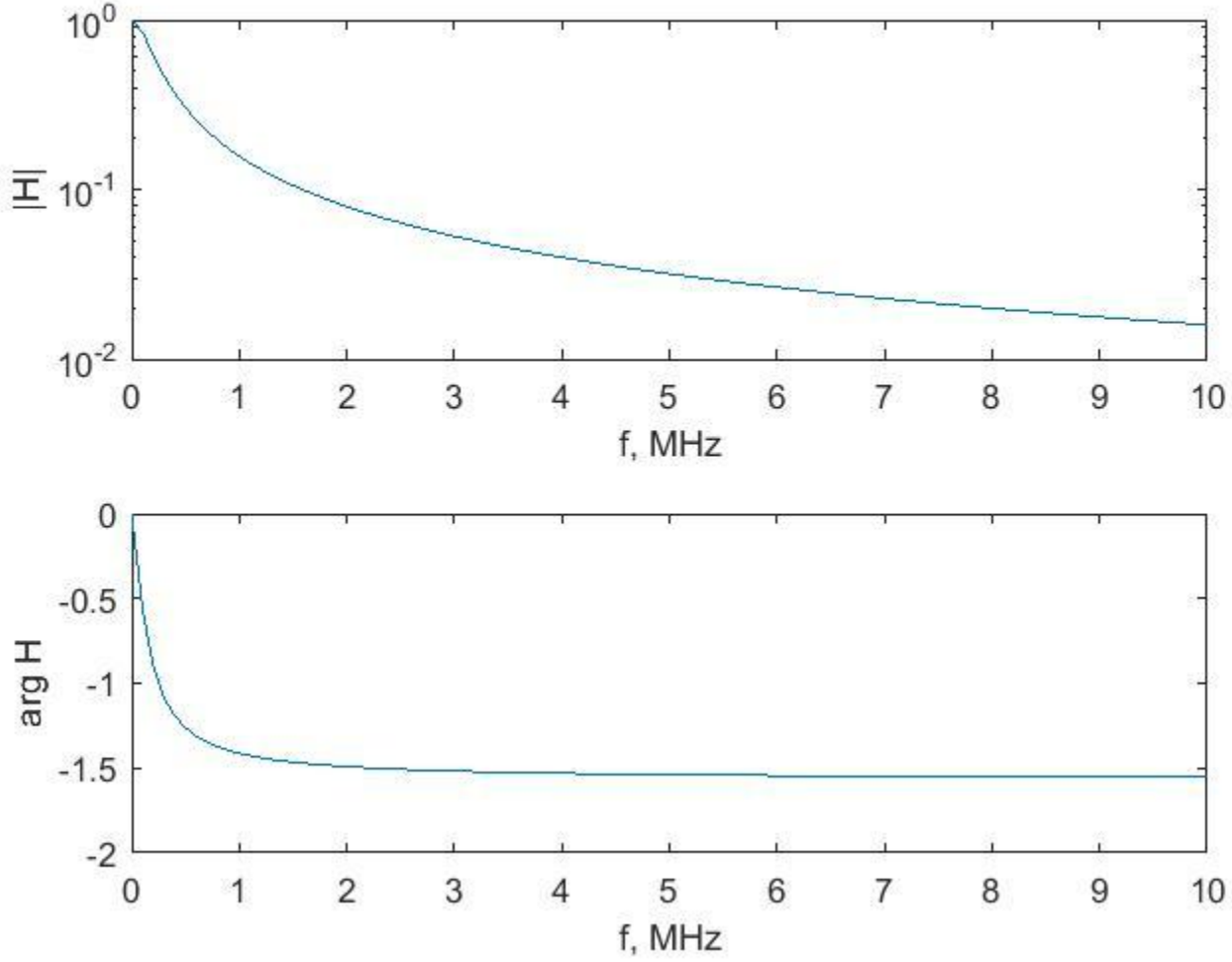
Графики АЧХ и ФЧХ аналогового звена (freqs)



Вывод программы:

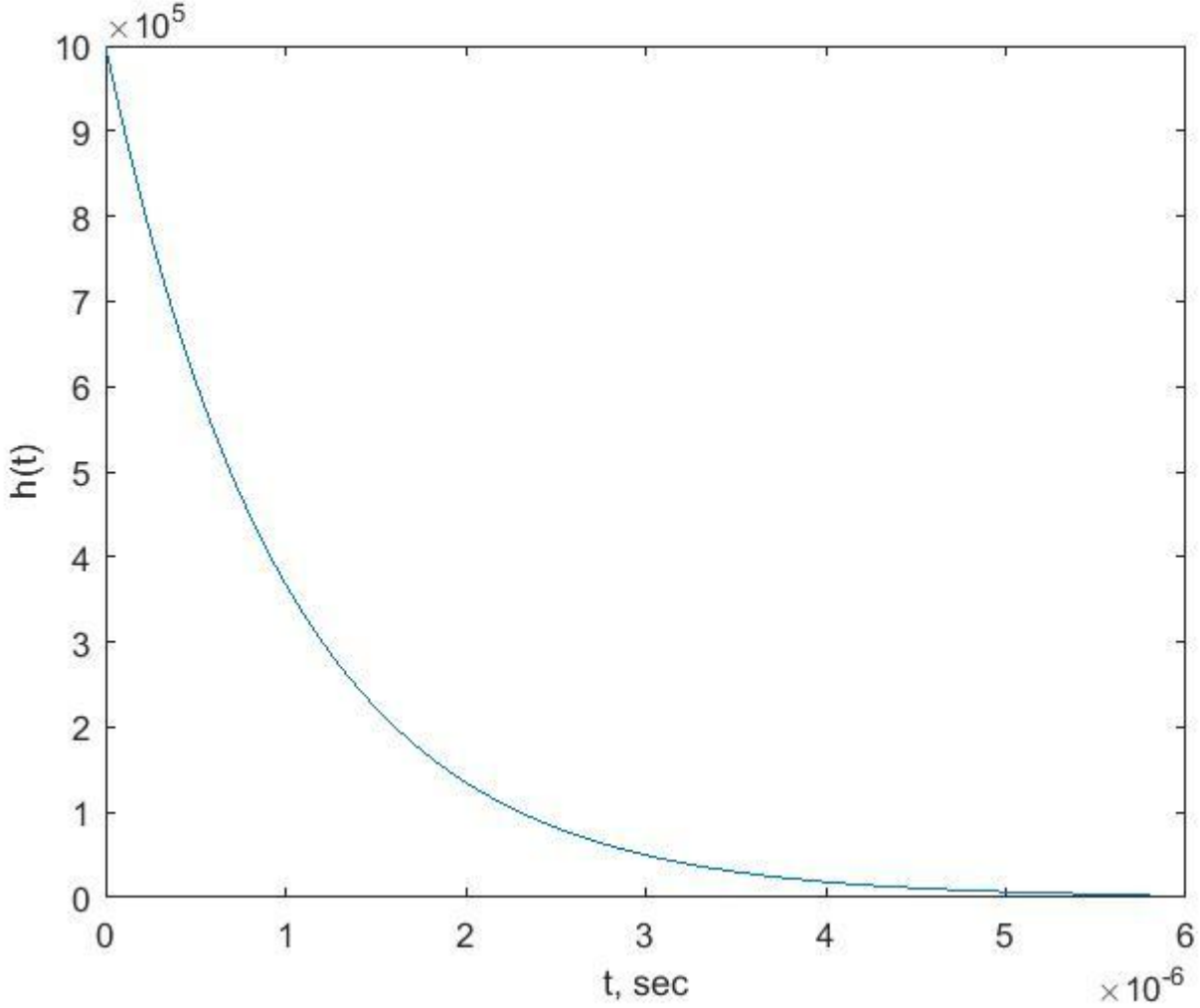
dt = 5491.096880 ms

Вывод программы:
Графики АЧХ и ФЧХ аналогового звена (unwrap)



Вывод программы:

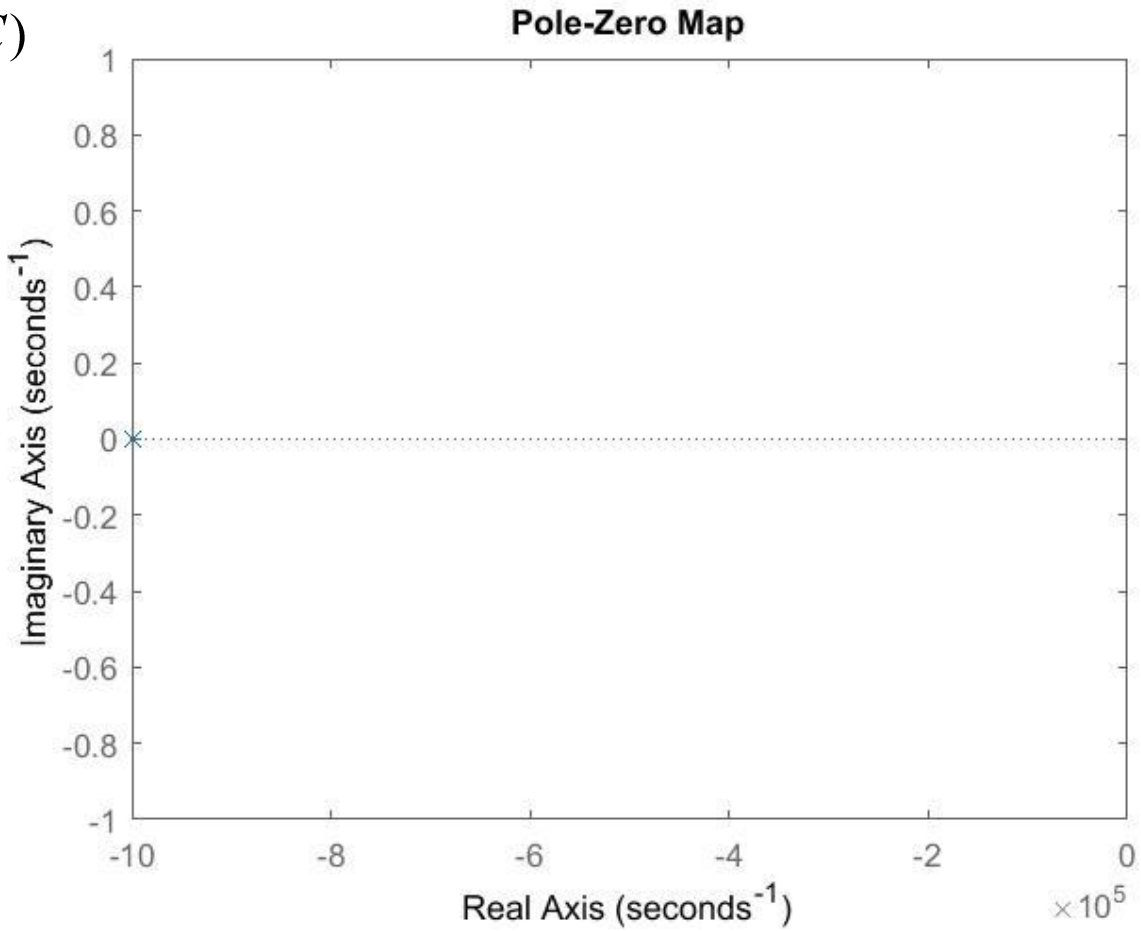
График ИХ аналогового звена (impulse)



Вывод программы:

Карта расположения нулей (обозначаются кружками) и полюсов (крестики) системы на комплексной плоскости для **аналогового фильтра**

$$H(s) = \frac{1}{RC \cdot s + 1} = \frac{1/RC}{s - (-1/RC)}$$



$$p_1 = -\frac{1}{RC} = -10^6\left(c^{-1}\right);$$

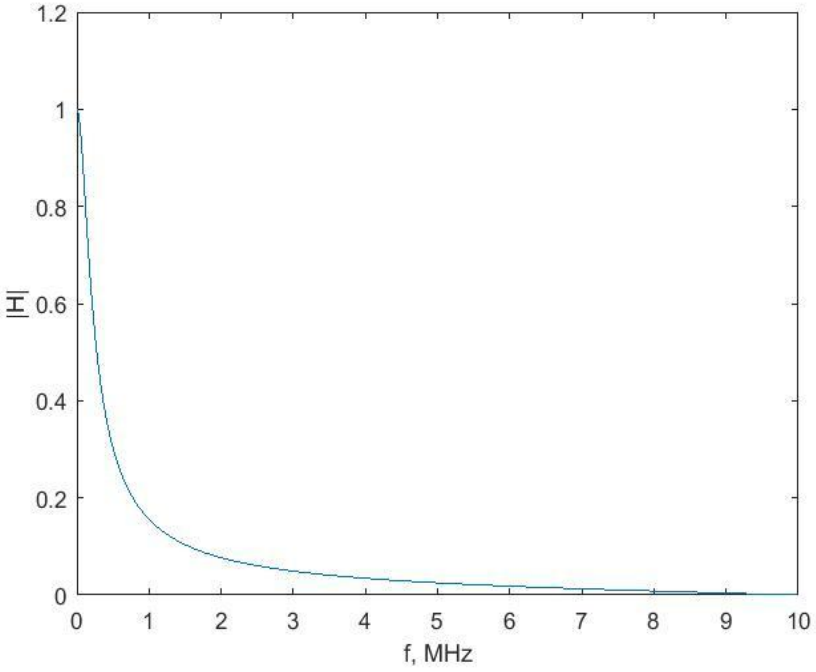
$$\mathrm{Re}\left(p_i\right) < 0 \Leftrightarrow$$

устойчивость

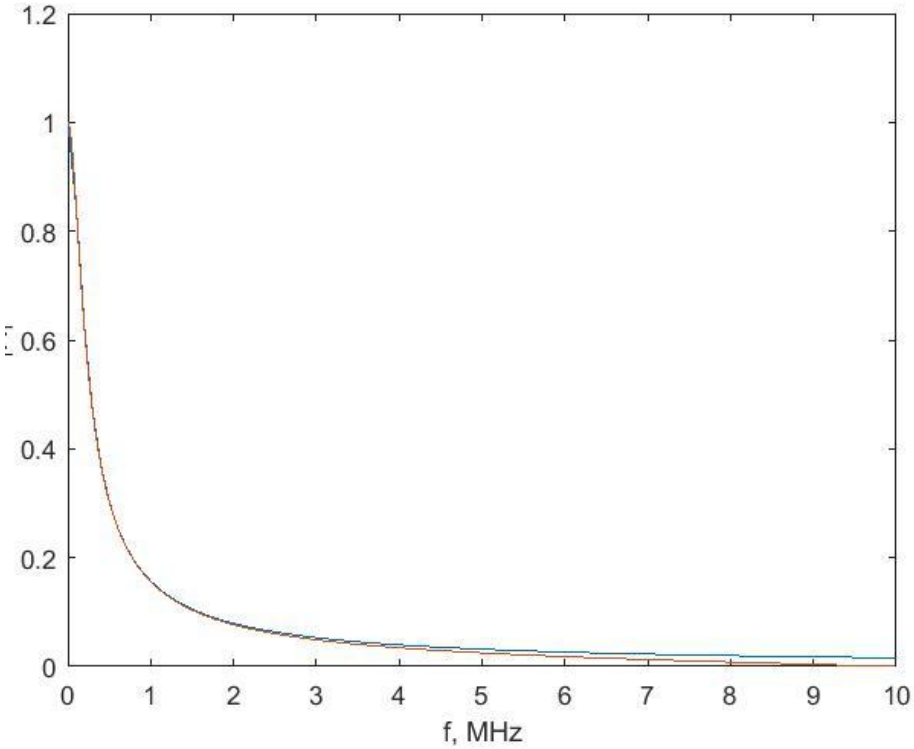
Нули z

Вывод программы:

График АЧХ для цифрового звена



емейство из двух графиков АЧХ для аналогового звена (синий) и цифрового звена (красный) (bilinear)



Вывод программы:

Карта расположения нулей (обозначаются кружками) и полюсов (крестики) системы на комплексной плоскости для **дискретного фильтра**

$$H(s)=\frac{1}{RC\cdot s+1}=\frac{1}{RC\cdot\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)+1}=$$

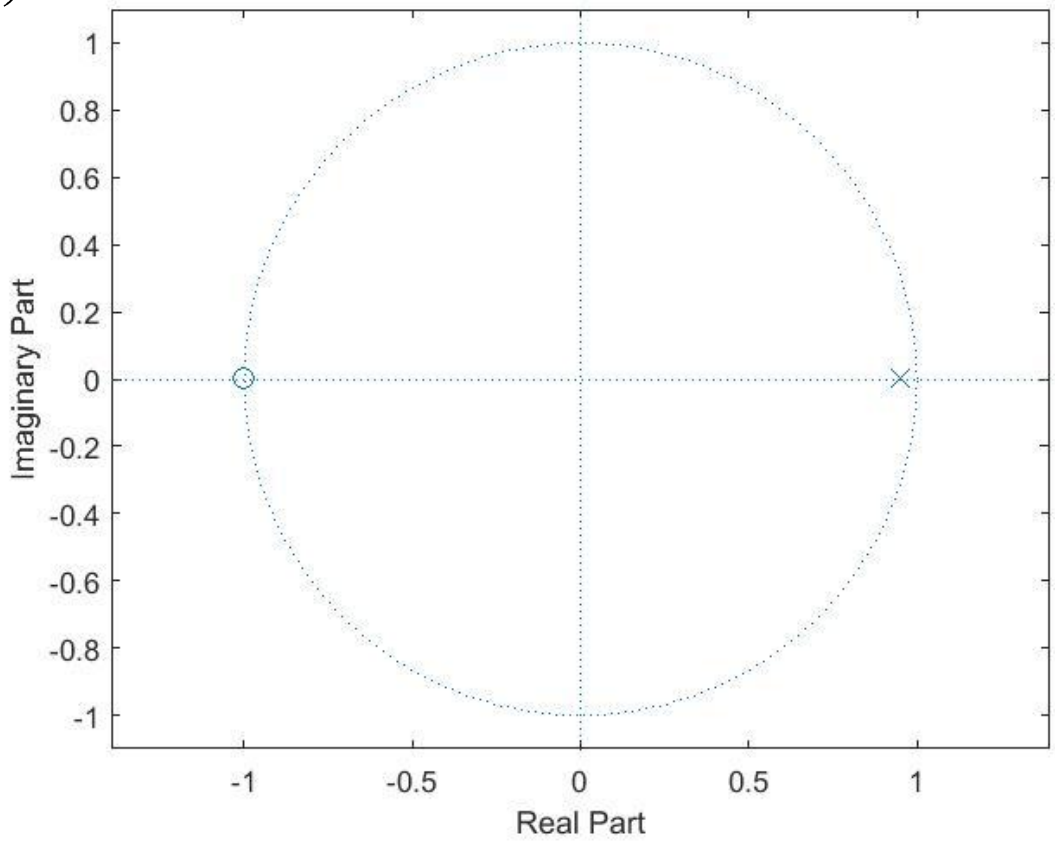
$$s=\frac{2}{T}\left(\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}\right)$$

$$=\frac{T\left(1+z^{-1}\right)}{2RC\cdot\left(1-z^{-1}\right)+T\left(1+z^{-1}\right)}=$$

$$=T\frac{\left(1-(-z^{-1})\right)}{2RC+T-2RC\cdot z^{-1}+T\cdot z^{-1}}=$$

$$=T\frac{\left(1-(-z^{-1})\right)}{2RC+T-z^{-1}\left(2RC-T\right)}=$$

$$=\frac{T}{2RC+T}\cdot\frac{\left(1-(-z^{-1})\right)}{1-\frac{2RC-T}{2RC+T}z^{-1}}=$$

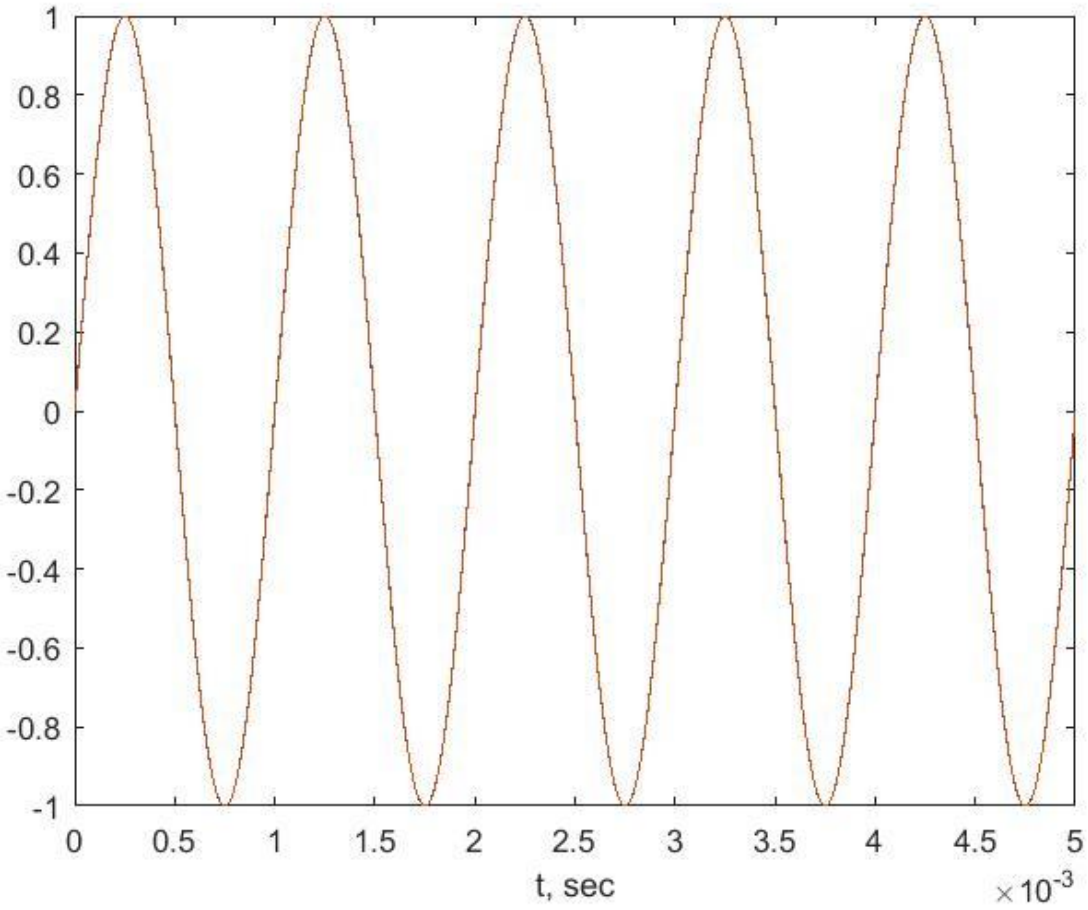


$$z_1=-1;\quad p_1=\frac{2RC-T}{2RC+T}=0,9512;$$

$$|p_i|<1\Leftrightarrow$$ устойчивость

Вывод программы:

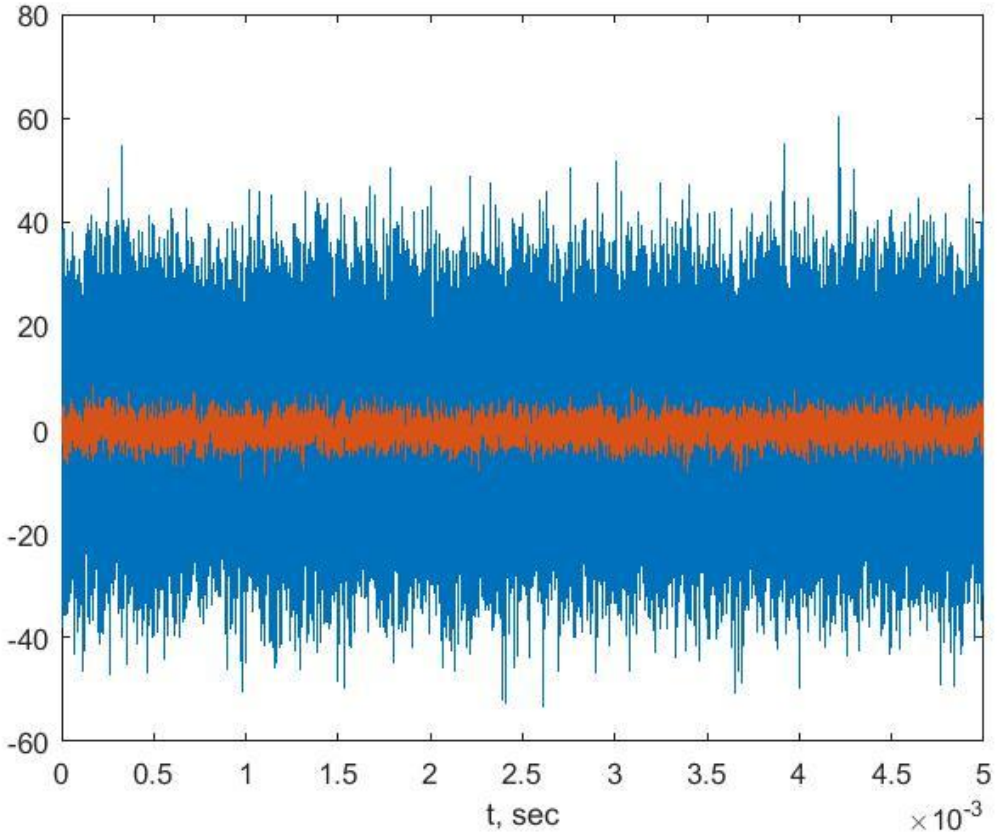
Отклик на гармоническое воздействие и воздействие в виде белого гауссовского шума для дискретного аналога, полученного методом билинейного преобразования -



Вывод программы:

Отклик на воздействие в виде белого гауссовского шума для дискретного аналога, полученного методом билинейного преобразования - функция filter();

Tmod = 100000*Td;



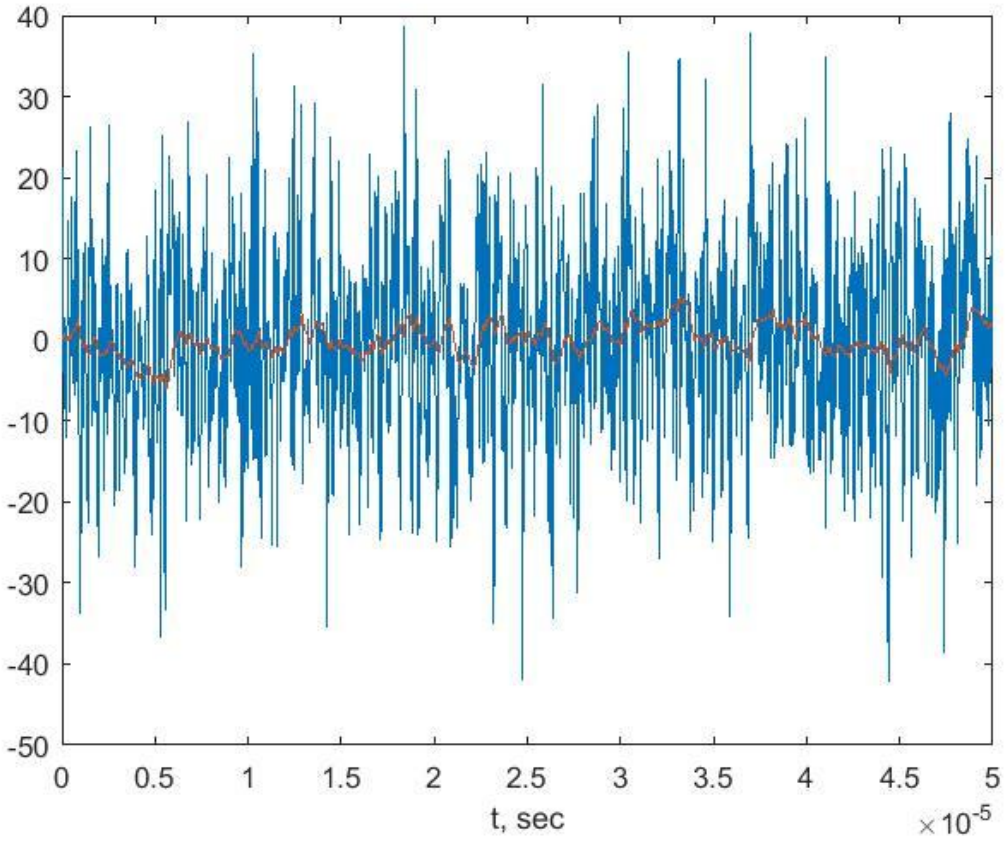
Синий график: БГШ

Рыжий график: БГШ после

Вывод программы:

Отклик на воздействие в виде белого гауссовского шума для дискретного аналога, полученного методом билинейного преобразования - функция filter();

Tmod = 1000*Td;



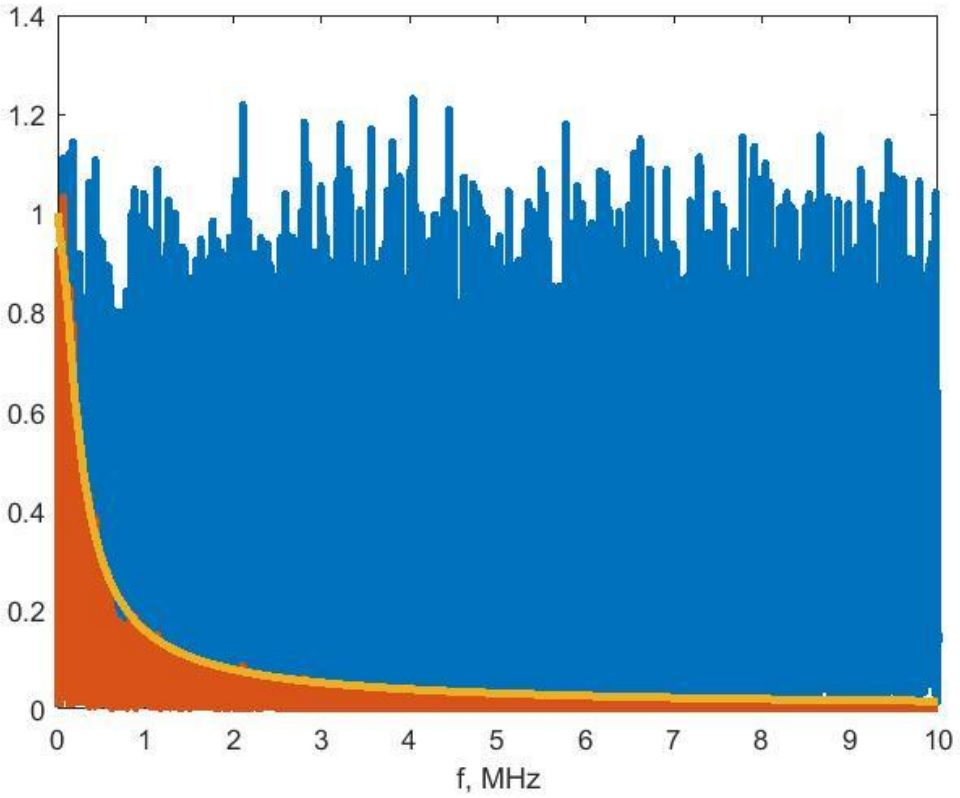
Синий график: БГШ

Рыжий график: БГШ после

Вывод программы:

Спектральные плотности исходного шума и фильтрованного

Tmod = 100000*Td;

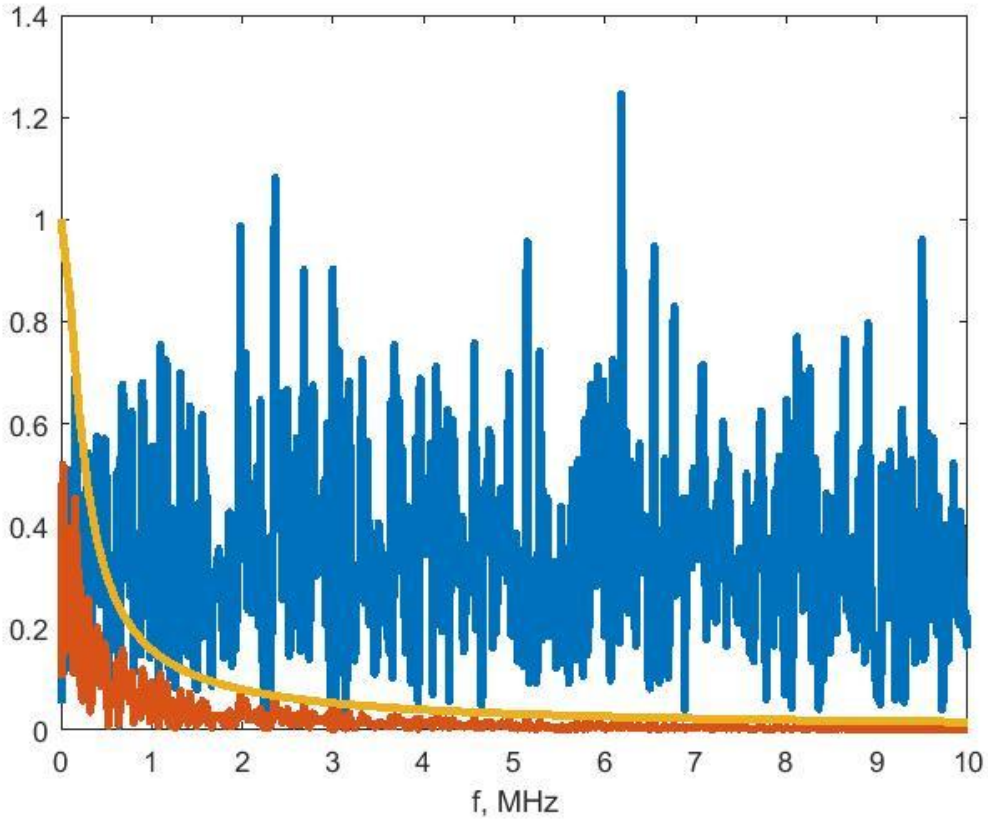


Синий график: модуль спектральной плотности БГШ
Рыжий график: модуль спектральной плотности БГШ после фильтрации
Оранжевый график: АЧХ для аналогового звена

Вывод программы:

Спектральные плотности исходного шума и фильтрованного

Tmod = 1000*Td;



Синий график: модуль спектральной плотности БГШ
Рыжий график: модуль спектральной плотности БГШ после фильтрации
Оранжевый график: АЧХ для аналогового звена

Д/З: сравнить полученные характеристики и процессы с результатами лабораторной работы №1, сделать выводы.

***Срок выполнения расчетного задания - 15 неделя*:**

- подписание Технического задания – **3 неделя;**
- материалы 1, 2 главы отчета (задание и математическая модель) – **6 неделя**;
- материалы 3 главы отчета (компьютерная модель и её отладка) – **10 неделя**;
- материалы 4 главы отчета (моделирование по программе) – **14 неделя;**
- защита – **15 неделя**;

e-mail: ZakharovaYV@mpei.ru