

Линейные дискретные системы

Устройства обработки цифровых сигналов представлены в виде линейных дискретных систем. Математически ЛДС представлены как линейный оператор L , отражающий входную последовательность $x(n)$.

$$L: x(n) \rightarrow y(n)$$

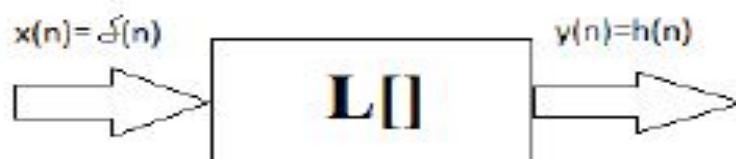
$$y(n) = L[x(n)]$$

Если $y_1(n):x_1(n)$ и $y_2(n):x_2(n)$, система линейна, если выполняется условие:

$$L[ax_1(n) + bx_2(n)] = aL[x_1(n)] + bL[x_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n) \text{ , где } a, b \text{ - произвольные константы.}$$

Класс инвариантных к сдвигу систем характеризуется тем, что если $y(n) \div x(n)$, то $y(n-k) \div x(n-k)$, т.е. если вход сдвинут на «к» отсчета, то и выход будет сдвинут на «к» отсчетов.

Линейная инвариантная к сдвигу система в своей области полностью определена. $h(n)$ показывает, как система реагирует на единичное входное воздействие, то есть **импульсная характеристика $h(n)$** -отклик системы в виде единичного импульса.



ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

Зная $h(n)$, можно определить выходную последовательность $y(n)$ для произвольной входного сигнала $x(n)$, вход и выход системы связаны соотношением:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (1)$$

Устойчивость и физические реализуемые системы

Линейная дискретная системы устойчива, если любой ограниченный входной сигнал создает ограниченный выходной сигнал.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

Физическая реализуемая система- система, у которой изменения на выходе не опережают изменения на входе.

$$h(n)=0, n<0$$

Линейные разностные уравнения с постоянным коэффициентом.

Ких и Бих системы

Аналоговые системы во временной области описываются системой дифференциальных уравнений. Для цифровых систем аналогами дифференциальных уравнений являются разностные уравнения, те есть дискретные системы описываются разными уравнениями. При последовательности $x(n)$ и начальных условиях разностные уравнения однозначно определяют $y(n)$.

Пример:

$$x(n) = u(n) = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

$$y(n) = A * y(n - 1) + x(n)$$

$$y(1) = A + 1$$

$$y(2) = ay(1) + x(2) = a^2 + a + 1$$

$$y(k) = \sum_{j=0}^k a^j$$

Линейные разностные уравнения с постоянным коэффициентом.

Ких и Бих системы

Особую роль играет класс ЛДС, для которых вход и выход удовлетворяет линейное разностное уравнение «n» порядка.

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{j=0}^M b_j x(n-j)$$

a_k и b_j – постоянные коэффициенты.

Выразим выход системы:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^N \left(\frac{a_k}{a_0}\right) y(n-k) + \sum_{j=0}^M \left(\frac{b_j}{a_0}\right) x(n-j) \quad (2)$$

Согласно этому уравнению выходные значения определяются через n значений выхода и m значений входа.

ЛДС может иметь импульсную характеристику $h(n)$ как конечной, так и бесконечной длины. Соответственно ЛДС называют системой с конечной импульсной характеристикой и бесконечной импульсной характеристикой. Ких система может быть описана частным видом (2) при $n=0$. В этом случае значение выхода полностью определяет $M+1$ значений входа и уравнение (2) превращается в уравнение (1).

$$y(n) = \sum_{i=0}^m \frac{b_i}{a_i} x(n-i) = \sum_{i=0}^m h_i x(n-i)$$

В отличии от Ких систем, у Бих система $n>0$.

Описание ЛДС и дискретных сигналов в частотных системах.

Z-преобразования

Передающая функция и частотная характеристика

Для решения дифференциальных уравнений, описывающих аналоговые системы, используют преобразования Лапласа. В результате получается алгебраическое уравнение. Наиболее подходящим методом решения уравнений является z-преобразования, то есть дискретный аналог преобразований Лапласа.

$x(z) \leftrightarrow x(n)$ определяется следующим образом:

По условиям сходимости $x(z)$ определена для тех значений z с радиусом r в z -плоскости, для которых:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)r^{-n}| < \infty$$