Линейные дискретные системы

Устройства обработки цифровых сигналов представлены в виде линейных дискретных систем. Математически ЛДС представлены как линейный оператор L, отражающий входную последовательность x(n).

$L: x(n) \rightarrow y(n)$

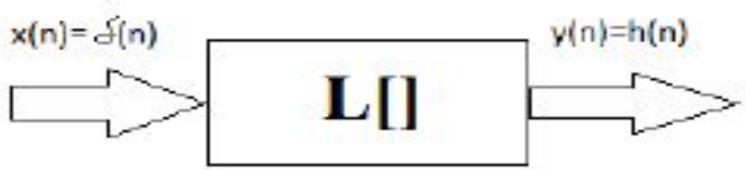
$y(n) = L[x(n)]$

Если $y_1(n):x_1(n)$ и $y_2(n):x_2(n)$, система линейна, если выполняется условие:

$L[ax_1(n) + bx_2(n)] = aL[x_1(n)] + bL[x_2(n)] = ay_1(n) + by_2(n)$, *где a, b-произвольные константы.*

Класс инвариантных к сдвигу систем характеризуется тем, что если $y(n) \div x(n)$, то $y(n-k)=x(n-k)$, т.е. если вход сдвинут на «к» отсчета, то и выход будет сдвинут на «к» отсчетов.

Линейная инвариантная к сдвигу система в своей области полностью определена. h(n) показывает, как система реагирует на единичное входное воздействие, то есть **импульсная характеристика h(n)**-отклик системы в виде единичного импульса.



ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ

Зная h(n), можно определить выходную последовательность y(n) для произвольной входного сигнала x(n), вход и выход системы связаны соотношением:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k)x(n-k) \quad (1)$$

Устойчивость и физические реализуемые системы

Линейная дискретная системы устойчива, если любой ограниченный входной сигнал создает ограниченный выходной сигнал.

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

Физическая реализуемая система- система, у которой изменения на выходе не опережают изменения на входе.

$$h(n)=0,\ n<0$$

Линейные разностные уравнения с постоянным коэффициентом. Ких и Бих системы

Аналоговые системы во временной области описываются системой дифференциальных уравнений. Для цифровых систем аналогами дифференциальных уравнений являются разностные уравнения, те есть дискретные системы описываются разными уравнениями.При последовательности x(n) и начальных условиях разностные уравнения однозначно определяют y(n).

Пример:

$$x(n) = u(n) = \begin{Bmatrix} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{Bmatrix}$$

$$y(n) = A * y(n-1) + x(n)$$

$$y(1) = A + 1$$

$$y(2) = ay(1) + x(2) = a^2 + a + 1$$

$$y(k) = \sum_{j=0}^{k} a^j$$

Линейные разностные уравнения с постоянным коэффициентом.

Ких и Бих системы

Особую роль играет класс ЛДС, для которых вход и выход удовлетворяет линейное разностное уравнение «n» порядка.

$$\sum_{K=0}^{N} a_k\, y(n-k) = \sum_{j=0}^{M} b_j\, x(n-j)$$

a_kи b_j – постоянные коэффициенты.

Выразим выход системы:

$$y(n) = -\sum_{k=1}^{N}\left(\frac{a_k}{a_0}\right) y(n-k) + \sum_{j=0}^{M}\left(\frac{b_j}{a_0}\right)x(n-1) \quad (2)$$

Согласно этому уравнению выходные значения определяются через n значений выхода и m значений входа.

ЛДС может иметь импульсную характеристику h(n) как конечной, так и бесконечной длины. Соответственно ЛДС называют системой с конечной импульсной характеристикой и бесконечной импульсной характеристикой . Ких система может быть описана частным видом (2) при n=0. В этом случае значение выход полностью определяет M+1 значений входа и уравнение (2) превращается в уравнение (1).

$$y(n) = \sum_{i=0}^{m} \frac{b_i}{a_i} x(n-i) = \sum_{i=0}^{m} h_i x(n-1)$$

В отличии от Ких систем, у Бих система n>0.

Описание ЛДС и дискретных сигналов в частотных системах. Z-преобразования

Передаточная функция и частотная характеристика

Для решения дифференциальных уравнений, описывающих аналоговые системы, используют преобразования Лапласа. В результате получается алгебраическое уравнение. Наиболее подходящим методом решения уравнений является z-преобразования, то есть дискретный аналог преобразований Лапласа.

x(z)÷x(n) определяется следующим образом:

По условиям сходимости x(z)определена для тех значений z с радиусом r в z-плоскости, для которых:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n) r^{-n} < \infty$$