

Показательные

уравнения

Показательное уравнение — это любое уравнение, содержащее в себе **показательную функцию**, т.е. выражение вида a^x . Помимо указанной функции подобные уравнения могут содержать в себе любые другие алгебраические конструкции — многочлены, корни, тригонометрию, логарифмы и т.д.

- Простейшее показательное уравнение имеет вид: $a^x = a^b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, x - неизвестное.

Например:

$$2^x = 4$$

$$5^{2x-3} = \frac{1}{25}$$

$$2^x * 5^x = 0,1 (10^{x-1})^3$$

Основные методы решения показательных уравнений:

- 1.** Уравнивание оснований
 - 2.** Введение вспомогательной переменной
 - 3.** Вынесение общего множителя за скобки
-

Основные свойства степеней, при помощи которых преобразуются показательные уравнения: $a > 0, b > 0$.

- $a^0 = 1, a^1 = a$.
 - $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$, где m и n – натуральные числа.
 - $a^{-n} = 1/a^n$
 - $a^n \times a^m = a^{n+m}$
 - $a^n/a^m = a^{n-m}$
 - $(a^n)^m = a^{n \times m}$
 - $(ab)^n = a^n \times b^n$
 - $(a/b)^n = a^n/b^n$.
-

1. Уравнивание оснований:

$$a^{f(x)} = a^{g(x)}$$

$$f(x) = g(x)$$

Примеры:

$$3^{x+2} = 81$$

$$3^{x+2} = 3^4$$

$$x+2=4$$

$$x = 2$$

ОТВЕТ : $x = 2$

$$2^x = \frac{1}{16}$$

$$2^x = 2^{-4}$$

$$x = -4$$

ОТВЕТ : $x = -4$

2. Введение вспомогательной переменной:

$$\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot a^x + \gamma = 0$$

$$a^x = t > 0$$

$$\alpha t^2 + \beta t + \gamma = 0$$

Пример:

$$9^x - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$$

$$3^x = t$$

$t^2 - 6t - 27 = 0$ - квадратное уравнение

$$D = 144; \quad t_1 = 9; \quad t_2 = -3;$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = -3$$

$$3^x = 3^2$$

нет решений

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$

3. Вынесение общего множителя за скобки

$$a^{x+1} - a^{x-1} = b$$

$$a^{x-1} (a^2 - 1) = b$$

Пример:

$$3^{x+2} + 3^x = 30$$

$$3^x \cdot 3^2 + 3^x = 30$$

$$3^x \cdot (3^2 + 1) = 30$$

$$3^x \cdot 10 = 30$$

$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$

Другие методы решения:

1. Деление на степень:

$$a^{f(x)} = b^{f(x)}$$

$$a^{f(x)} = b^{f(x)} / : b^{f(x)}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1$$

2. Графический метод:

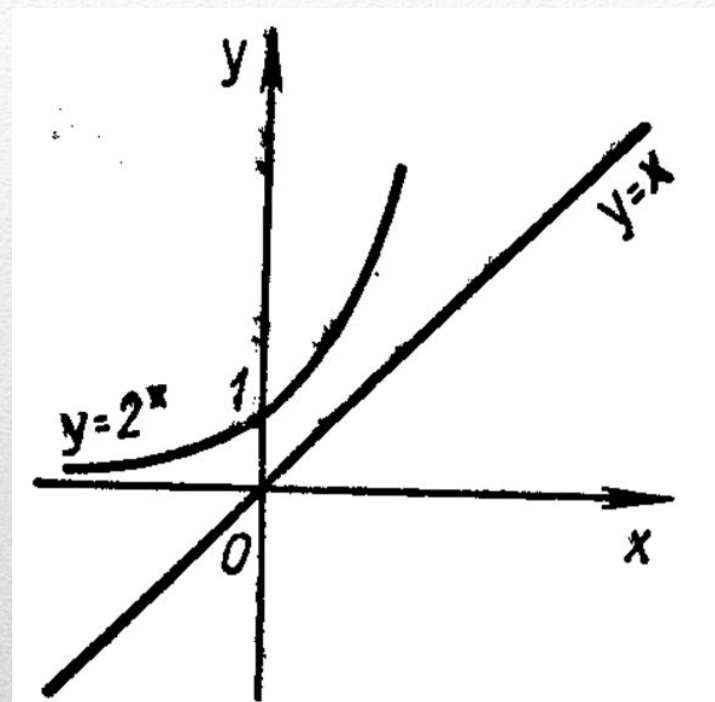
Решить уравнение:

$$2^x = x$$

Строим графики функций

$$y=2^x \text{ и } y=x.$$

Графики функций не имеют общих точек.



Ответ: решений нет
