

ВОЗВЕДЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В СТЕПЕНЬ

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

```
graph TD; A[АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ] --> B[Сложение, вычитание, умножение, деление]; A --> C[Возведение в степень]; A --> D[Извлечение корней];
```

- Сложение, вычитание, умножение, деление

- Возведение в степень

- Извлечение корней

СВОЙСТВА СТЕПЕНЕЙ

- ☉ Во-первых, вспомним, что если $n > 0$ натуральное число, то

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

- ☉ Если же $n = 0$, то $a^0 = 1$ при $a \neq 0$, а при $n > 0$ обязательно

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ при } a \neq 0$$

ВОЗВЕДЕНИЕ В НАТУРАЛЬНУЮ СТЕПЕНЬ

⊙ $i^1 = i, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1, i^5 = i, i^6 = -1, i^7 = -i, i^8 = 1, \dots$

- ⊙ Таким образом, несложно увидеть закономерность:

$$i, -1, -i, 1, i, -1, -i, 1, \dots$$

ВОЗВЕДЕНИЕ В ЦЕЛУЮ СТЕПЕНЬ

$$\circledast i^{-1} = \frac{1}{i^1} = \frac{1}{i} = \frac{-i}{i \cdot -i} = \frac{-i}{-i^2} = -i$$

○ Аналогично,

$$i^{-2} = \frac{1}{i^2} = \frac{1}{-1} = -1; \quad i^{-3} = \frac{1}{i^3} = \frac{1}{-i} = \frac{i}{-i \cdot i}$$
$$= i; \quad i^{-4} = \frac{1}{i^4} = \frac{1}{1} = 1$$

ПРИМЕР 1

☞ Вычислите:

- $(2i)^4$;
- $(-3i)^{-2}$;
- $\left(\frac{1}{2}i\right)^5$;
- $(2i)^{-3} \cdot (3i)^2$

ПРИМЕР 1

$$\odot (2i)^4 = 2^4 \cdot i^4 = 16 \cdot 1 = 16$$

$$\odot (-3i)^{-2} = (-3)^{-2} \cdot i^{-2} = \frac{1}{9} \cdot (-1) = -\frac{1}{9}$$

$$\odot \left(\frac{1}{2}i\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot i^5 = \frac{1}{32} \cdot i = \frac{1}{32}i$$

$$\odot (2i)^{-3} \cdot (3i)^2 = \frac{1}{8}i^{-3} \cdot 9i^2 = \frac{9}{8}i^{-1} = -\frac{9}{8}i$$

ПРИМЕР 2

☞ Возведите в степень

- $(2 + i)^2$;
- $(-1 + 3i)^{-2}$;
- $(3 - 2i)^3$

ПРИМЕР 2

⊗ Воспользуемся ФСУ и правилом деления комплексных чисел.

$$\odot (2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 3 + 4i$$

$$\odot (-1 + 3i)^{-2} = \frac{1}{(-1+3i)^2} = \frac{1}{1-6i+9i^2} = \frac{1}{-8-6i} =$$
$$\frac{-8+6i}{(-8-6i)(-8+6i)} = \frac{-8+6i}{100} = -\frac{2}{25} + \frac{3}{50}i$$

$$\odot (3 - 2i)^3 = 27 - 54i + 9 \cdot (2i)^2 - (2i)^3 = 27 - 54i - 36 + 8i = -9 - 46i$$

ИЗВЛЕЧЕНИЕ КОРНЕЙ ИЗ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

$$\odot d < 0, d \in R \Rightarrow \sqrt{d} = \pm\sqrt{-d}i$$

$$\odot \sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i \Rightarrow \sqrt{-4} = \pm 2i$$

$$\odot \sqrt{-\frac{1}{25}} = \sqrt{\frac{1}{25}} \cdot \sqrt{-1} = \frac{1}{5}i \Rightarrow \sqrt{-\frac{1}{25}} = \pm \frac{1}{5}i$$

$$\odot \sqrt{-3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{3}i \Rightarrow \sqrt{-3} = \pm\sqrt{3}i$$

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

- Возведите в степень



САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

- Выполните действия

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

- Вычислите
