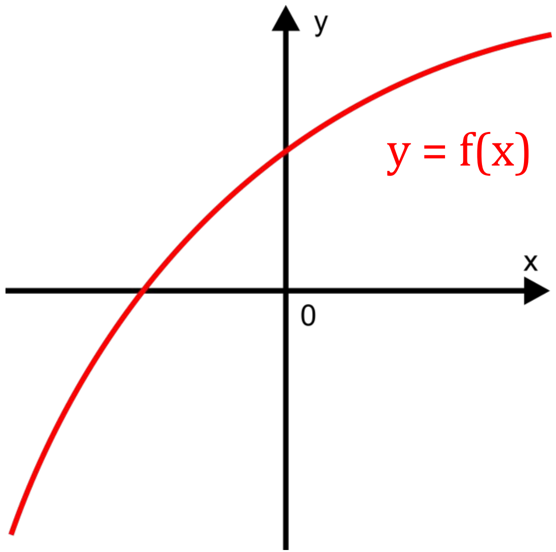
Свойство 1. Монотонность.

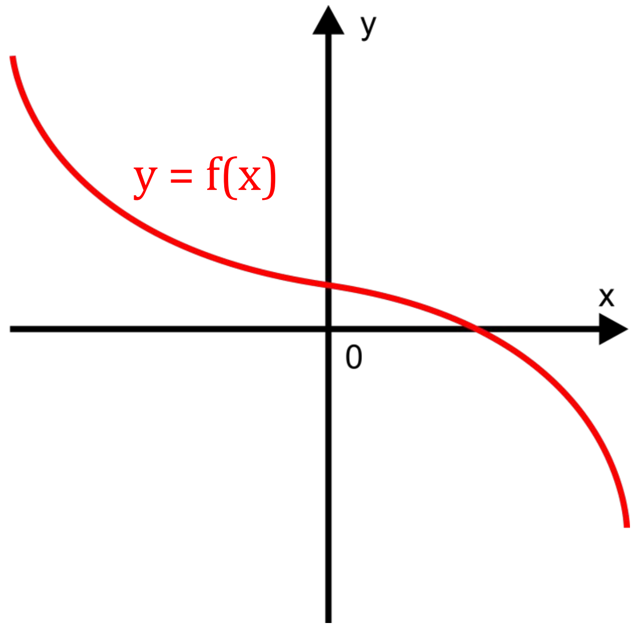
Функция $y = f(x)$ возрастает на множестве X, где $X \in D(f)$, если $\forall x_1 \in X$ и $\forall x_2 \in X$, $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) > f(x_1)$.

$y = f(x)$ – возрастающая функция



Функция $y = f(x)$ возрастает на множестве X, где $X \in D(f)$, если $\forall x_1 \in X$ и $\forall x_2 \in X$, $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) > f(x_1)$.

$y = f(x)$ – убывающая функция

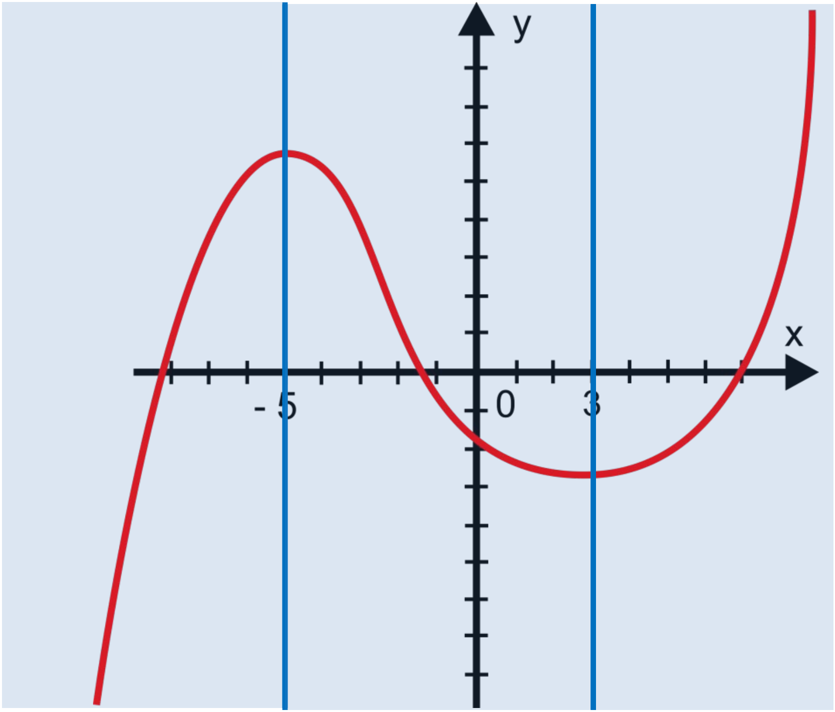


Функция $y = f(x)$ называется монотонной на множестве X, если она на этом промежутке или убывает или возрастает.

Если функция определена и непрерывна в концах интервала возрастания или убывания (a; b), то эти точки включаются в промежуток возрастания или убывания.

На промежутке ($-\infty;-5$] и [$3;+\infty$) – возрастает;

на промежутке $[-5;3]$ – убывает.



Пример. Исследовать функцию на монотонность: $y = 6 - 2x$.

Решение.

$f(x) = 6 - 2x$.

$x_1 < x_2 \quad \Rightarrow \quad -2x_1 > -2x_2$;

$6 - 2x_1 > 6 - 2x_2$;

$f(x_1) > f(x_2)$;

Ответ: заданная функция убывает на всей числовой прямой.

$\boxed{y = kx + b, \text{ при } k > 0}$

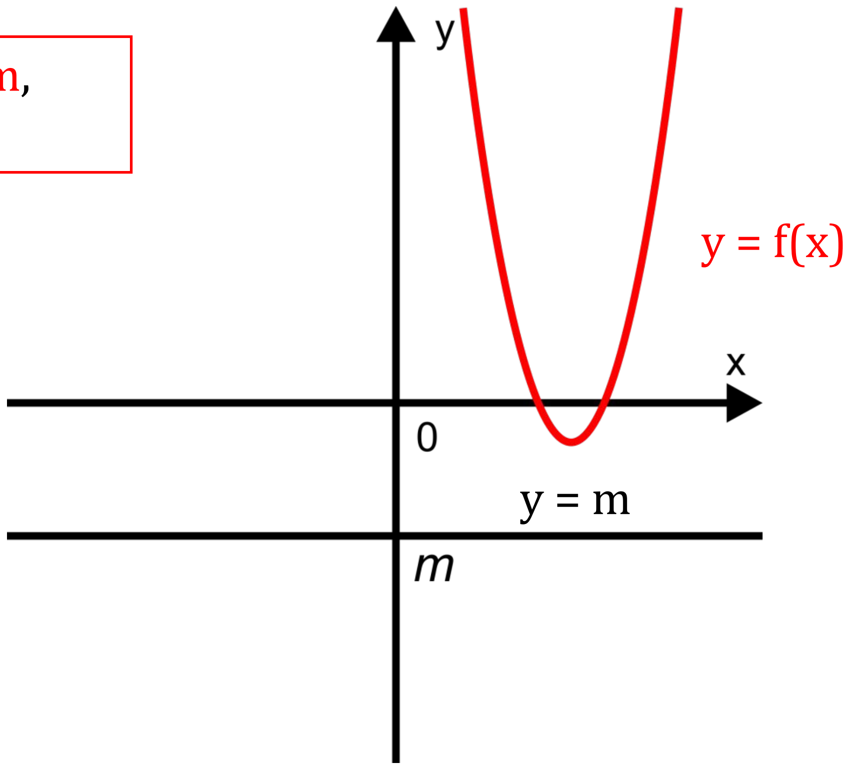
$\boxed{y = x^3}$

возрастающие функции,
при $x \in D(f)$.

Свойство 2. Ограниченность.

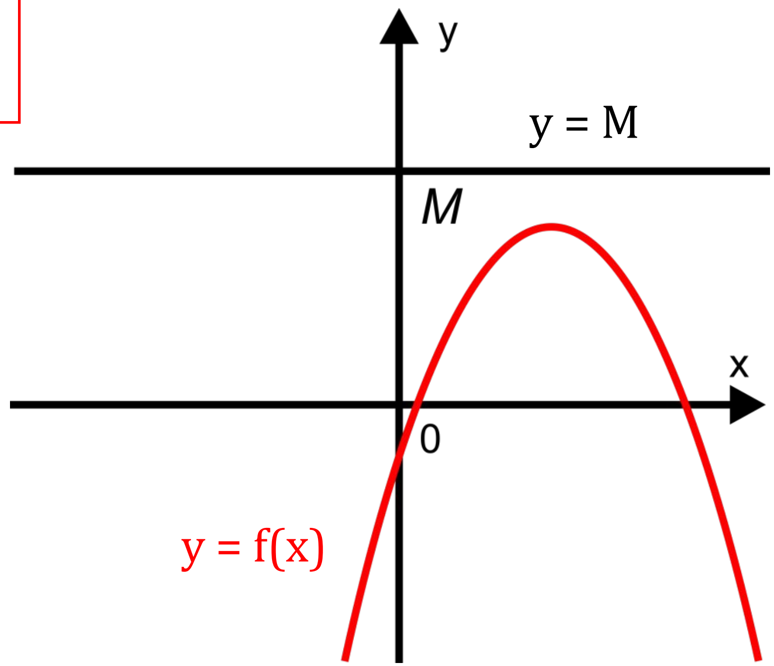
Если $y = f(x)$, для любого $x \in X$, $f(x) > m$, где $X \in D(f)$, m – некоторое число.

Функция $y = f(x)$ ограничена снизу.

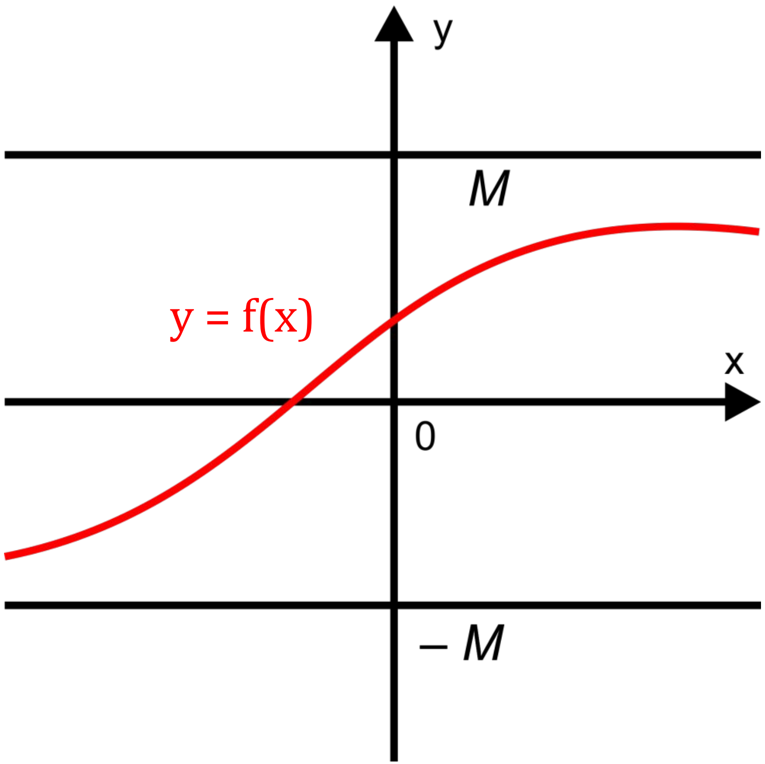


Если $y = f(x)$, для любого $x \in X$, $f(x) < M$, где $X \in D(f)$, M – некоторое число.

Функция $y = f(x)$ ограничена сверху.



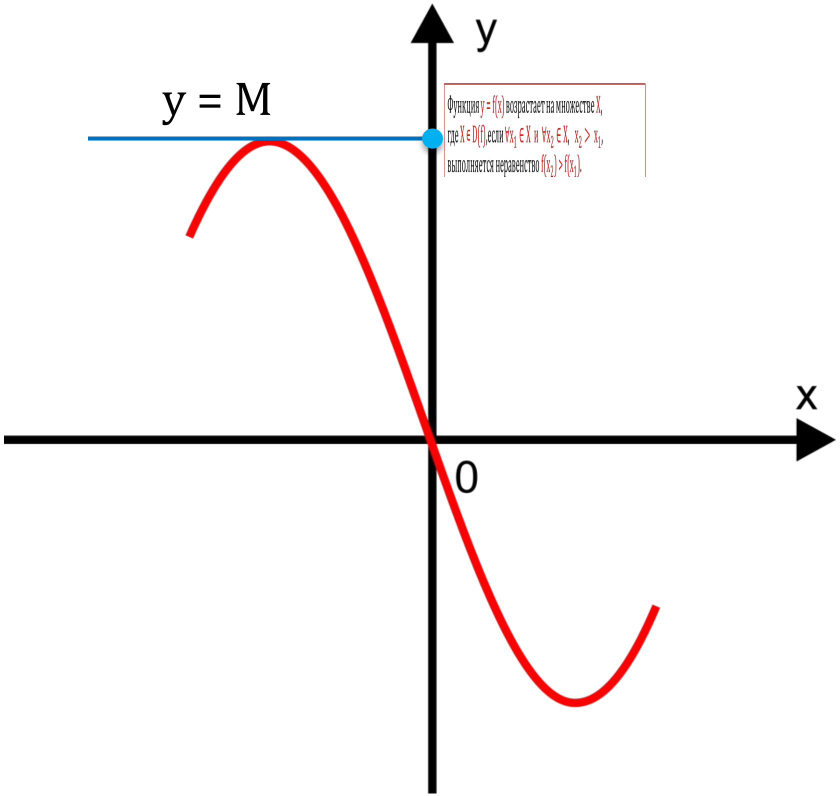
Функция $y = f(x)$ – ограниченная.



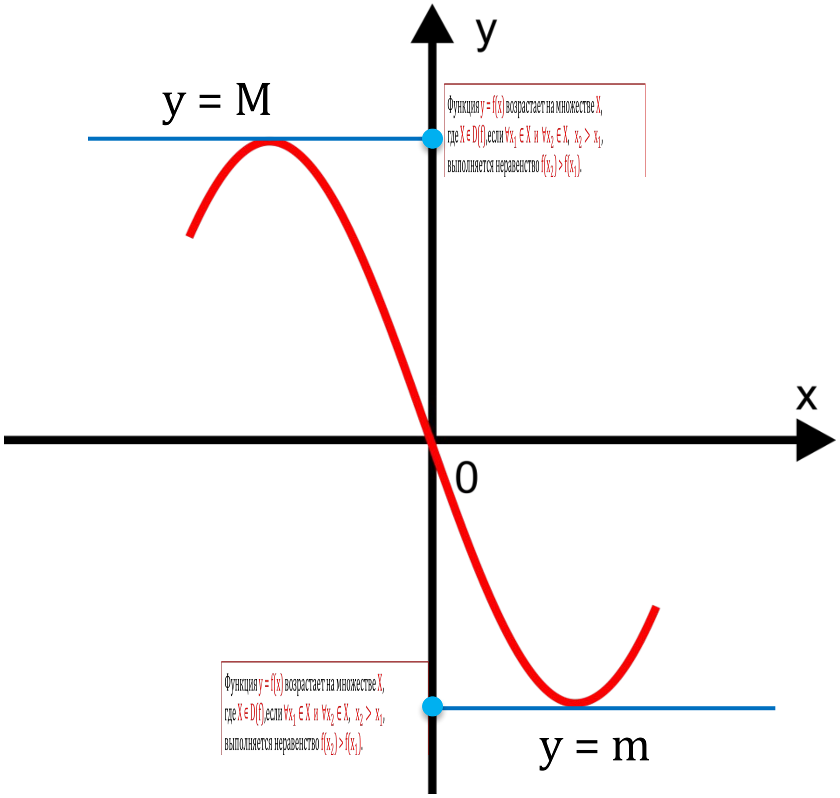
y является наибольшим если:

1. существует точка $x_0 \in X$ такая, что $f(x_0) = M$;

2. $\forall x \in X$ выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$;



Функция $y = f(x)$ возрастает на множестве X, где $X \in D(f)$, если $\forall x_1 \in X$ и $\forall x_2 \in X$, $x_2 > x_1$, выполняется неравенство $f(x_2) > f(x_1)$.



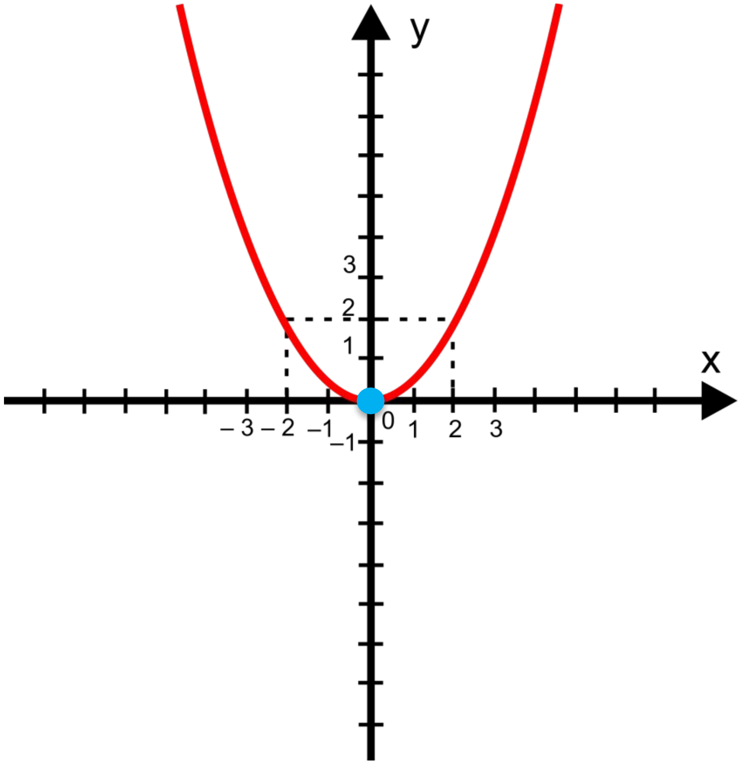
Если у функции существует $у_{\text{наим.}}$,
то она ограничена снизу.
Если $у_{\text{наиб.}}$, то ограничена сверху.

Пример. Найти наименьшее значение функции.

Решение.

$y_{\text{наим.}} = 0;$

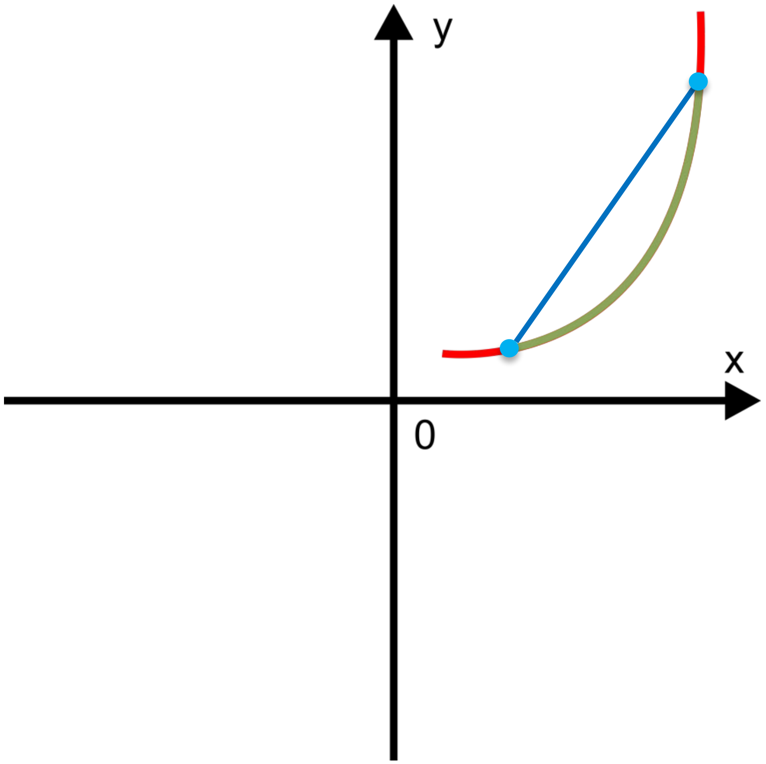
$y_{\text{наиб.}}$ не существует;



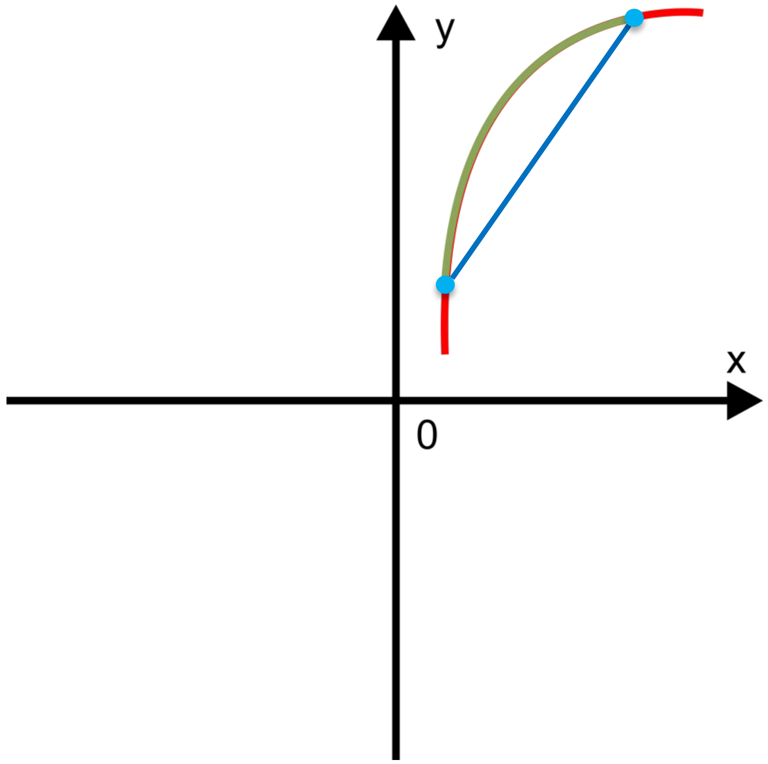
Ответ: $y_{\text{наим.}} = 0.$ ◀

Свойство 3. Выпуклость.

Функция y = f(x) выпукла вниз на промежутке $X \in D(f)$;



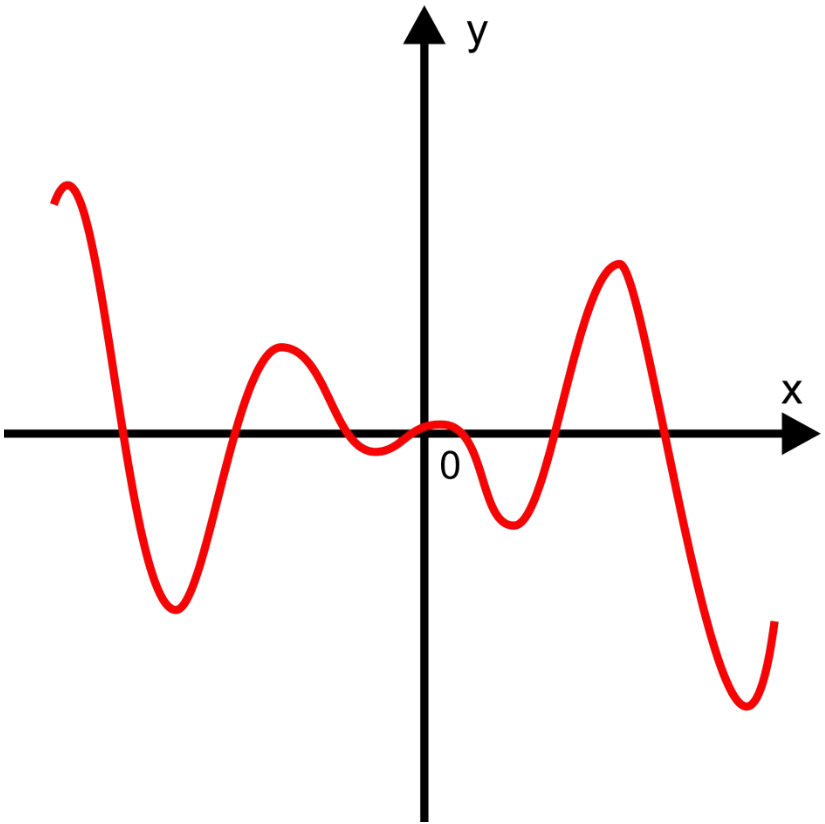
Функция $y = f(x)$ выпукла вверх на промежутке $X \in D(f)$.



Свойство 4. Непрерывность.

Функция называется непрерывной на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

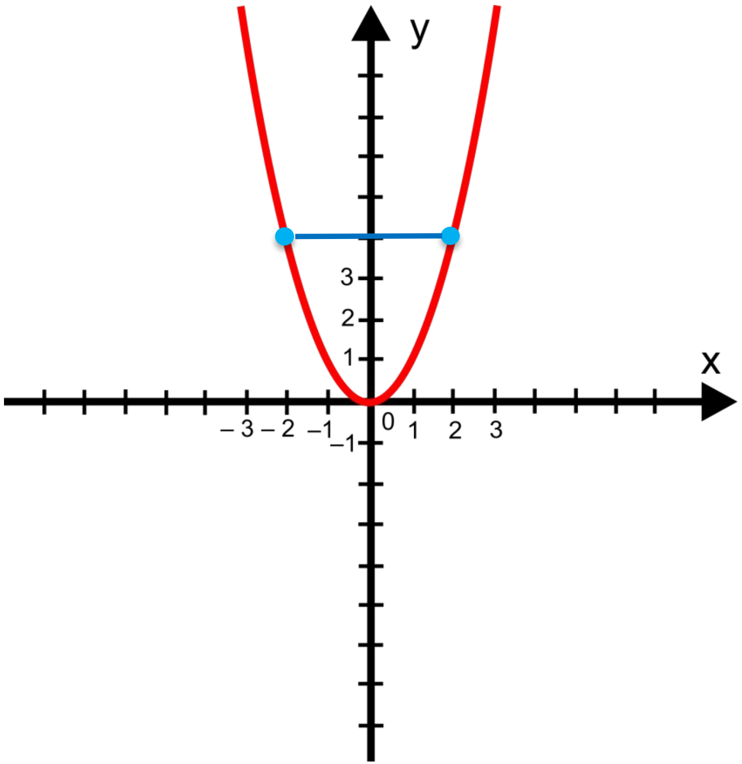
Функция $y = f(x)$ непрерывна на промежутке $X \in D(f)$;



Свойство 5. Четность, нечетность.

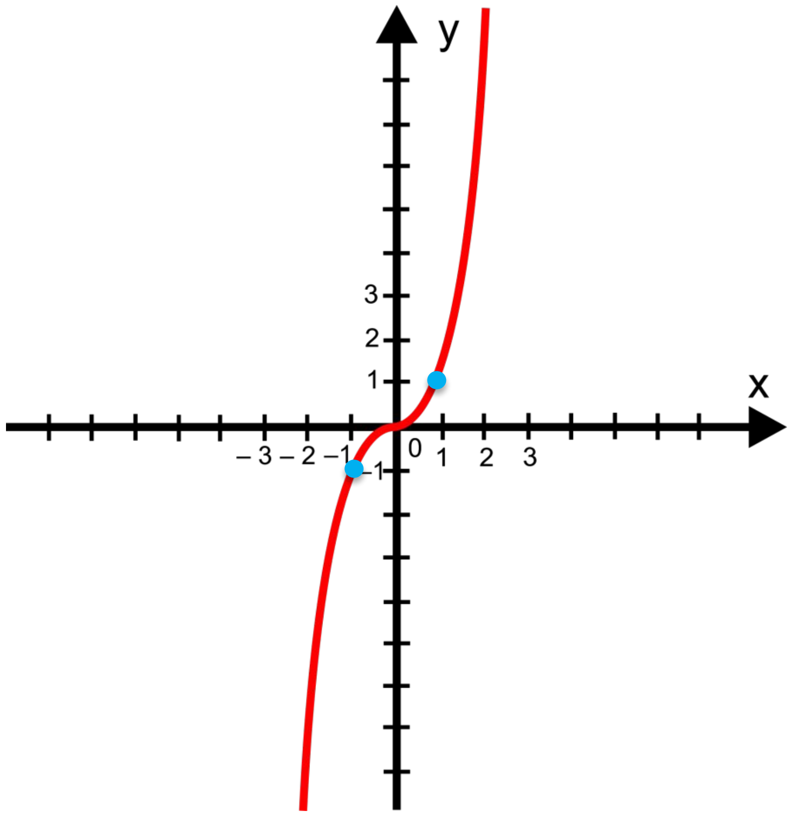
Если $x \in D(f)$, $f(-x) = f(x)$, то $y = f(x)$ – четная.

Функция $y = x^2$ – четная функция,
т.к. $f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$;



Если $x \in D(f)$, $f(-x) = -f(x)$, то $y = f(x)$ – нечетная.

Функция $y = x^3$ – нечетная функция, т.к. $f(-x) = (-x)^3 = -x^3 = -f(x)$;



Свойство 6. Периодичность.