Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева

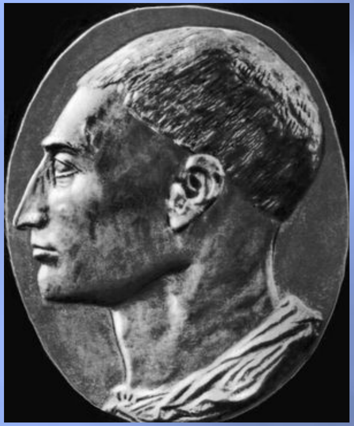
Кафедра «Инженерная графика»

И.Ю. Скобелева, И.А. Ширшова

НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Комплекс демонстрационных материалов
для чтения лекций по начертательной геометрии

ОСНОВОПОЛОЖНИКИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ



Альберти (Alberti) **Леон Баттиста**

(18.2.1404 - 25.4.1472)

Основатель теоретической перспективы.

Гаспар Монж (1746-1818)

Систематизировал и обобщил накопленный годами опыт геометрических построений, систематизировал метод проекций, ввел понятие "комплексный чертёж".

ОСНОВОПОЛОЖНИКИ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Севастьянов Яков Александрович (1796 - 1849)

Первым начал читать лекции на русском языке. Им же издан первый на русском языке курс начертательной геометрии на русском языке.

Курдюмов Валериан Иванович (1853 - 1904)

Издал полный курс начертательной геометрии, по обширной программе, со включением проекций кривых линий и поверхностей и метода аксонометрических проекций.

ЛЕКЦИЯ 1
МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ

Центральный метод проецирования

Π' – плоскость проекций;

S – центр проекций;

$[SA)$ и $[SB)$ – проецирующие лучи;

A' и B' – центральные проекции точек A и B на плоскость Π'

Параллельный метод проецирования

Π′ – плоскость проекций;

s – направление проецирования;

[*SA*), [*SB*) и [*SC*) – проецирующие лучи;

A’, *B’* и *C’* – параллельные проекции точек *A, B* и *C* на плоскость Π′ в направлении s

ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Направление проецирования перпендикулярно плоскости проекций

$$s \perp \Pi',$$

$$\left|A'B'\right| = \left|AB''\right| = \left|AB\right| \times \cos\alpha$$

ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ НА ТРИ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ

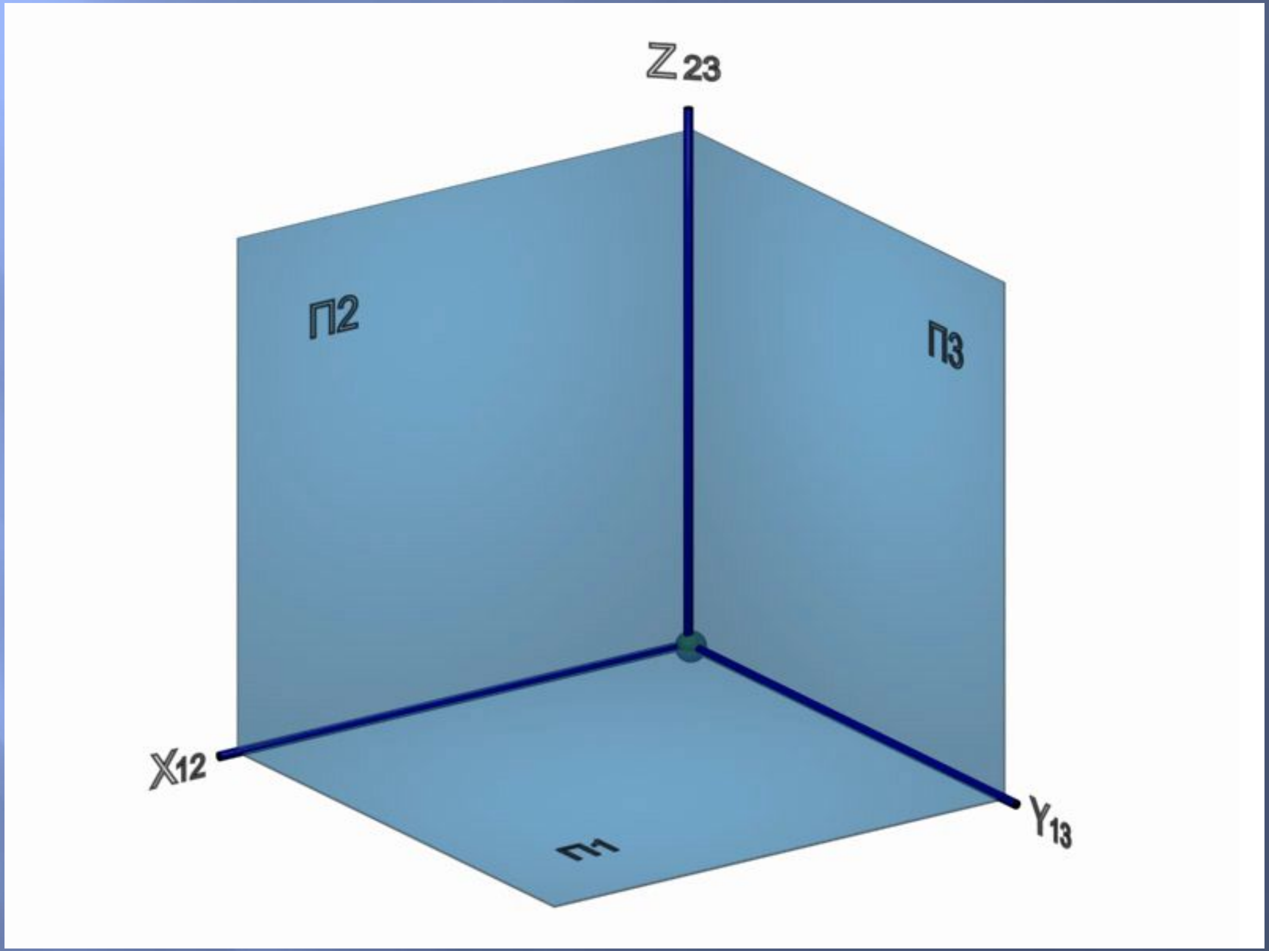
$x_{12} = \Pi_1 \cap \Pi_2;$

$y_{13} = \Pi_1 \cap \Pi_3;$

$z_{23} = \Pi_2 \cap \Pi_3$

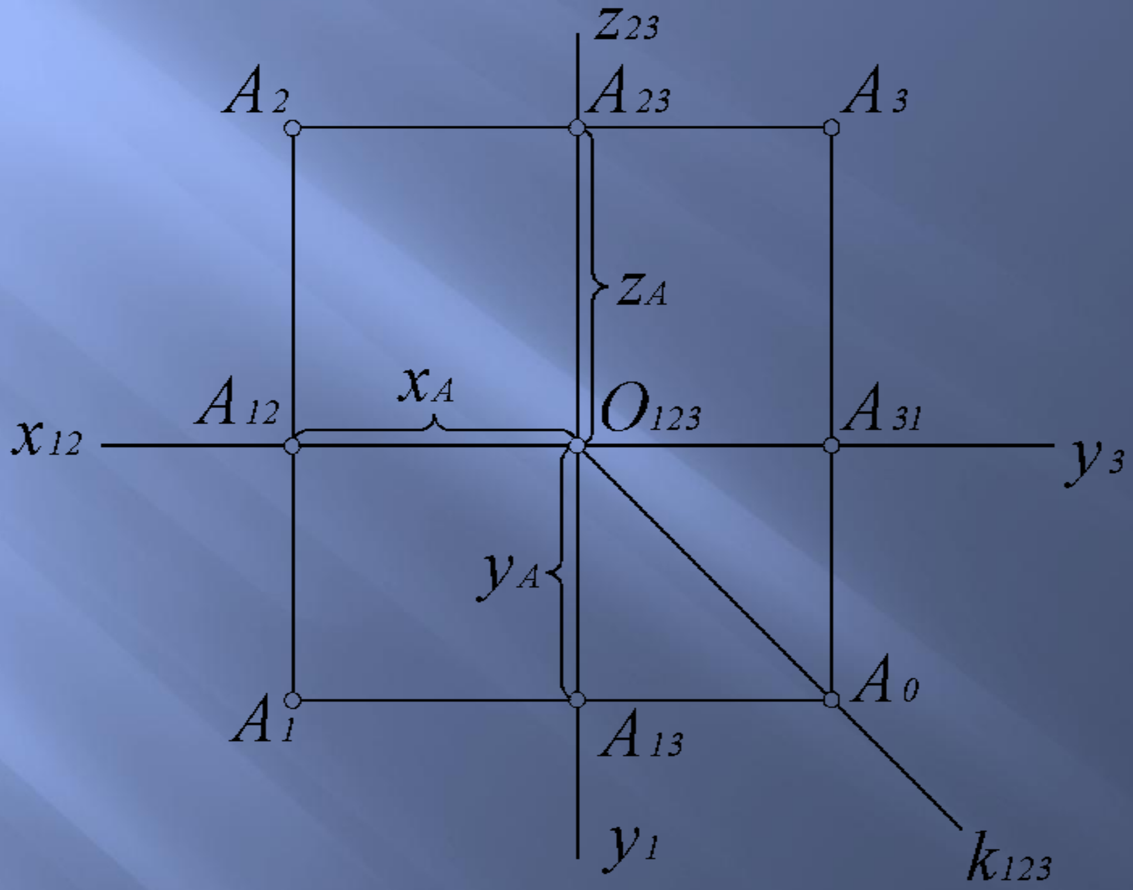
Π_1- горизонтальная плоскость проекций;
Π_2- фронтальная плоскость проекций;
Π_3- профильная плоскость проекций

ПРОЕЦИРОВАНИЕ ТОЧКИ НА ТРИ ПЛОСКОСТИ ПРОЕКЦИЙ



A_1- горизонтальная проекция точки A;
A_2- фронтальная проекция точки A;
A_3- профильная проекция точки A

ТРЕХКАРТИННЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ (ЭПЮР МОНЖА)



Чертеж на трех совмещенных плоскостях проекций называется трехкартинным комплексным чертежом

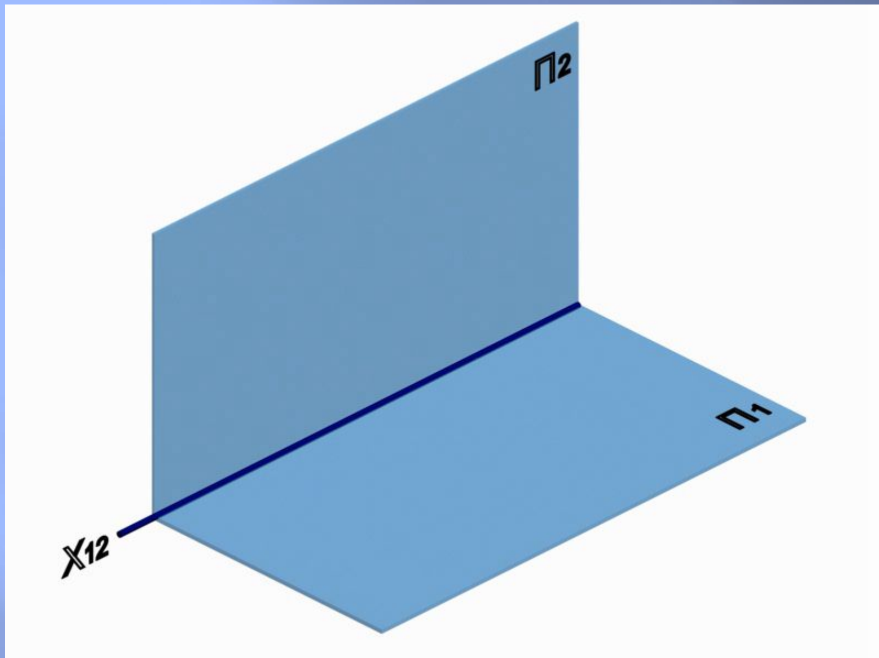
ЛЕКЦИЯ 2
ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

Способы задания прямой

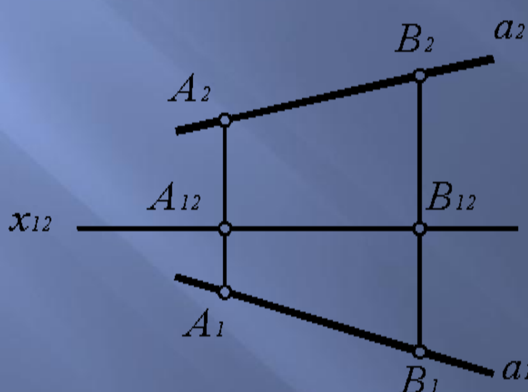
- Двумя точками.
- Точкой и направлением.
- Линией пересечения двух плоскостей.
- Своими проекциями.

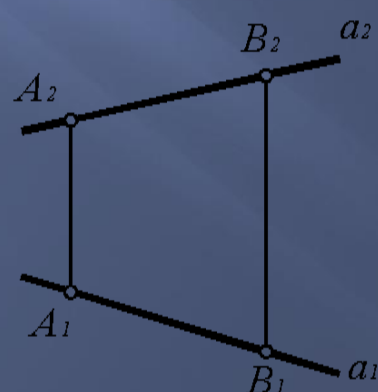
КЛАССИФИКАЦИЯ ПРЯМЫХ

ПРЯМАЯ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ



Прямая общего положения – прямая, наклоненная под произвольными углами ко всем трем плоскостям проекций

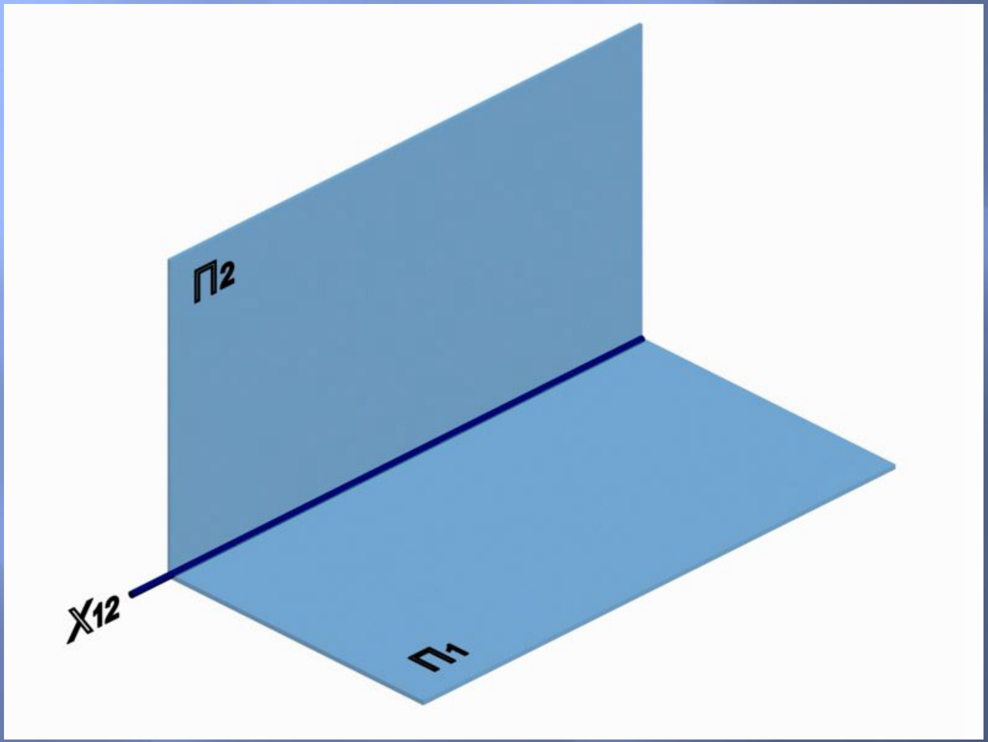




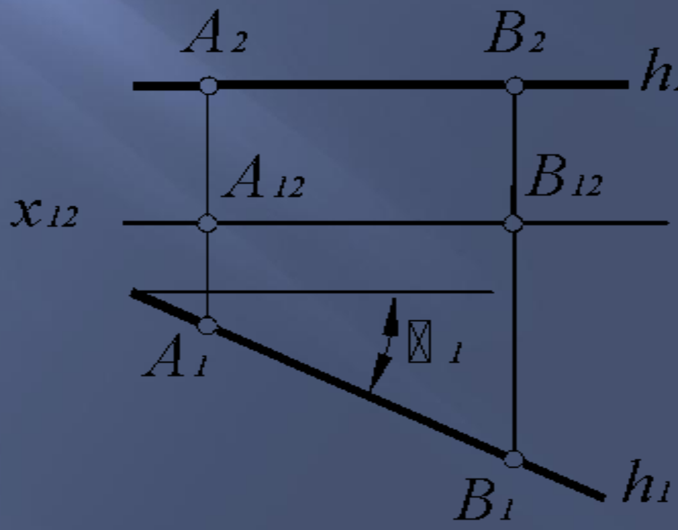
ЛИНИИ УРОВНЯ

Прямые линии, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются линиями уровня

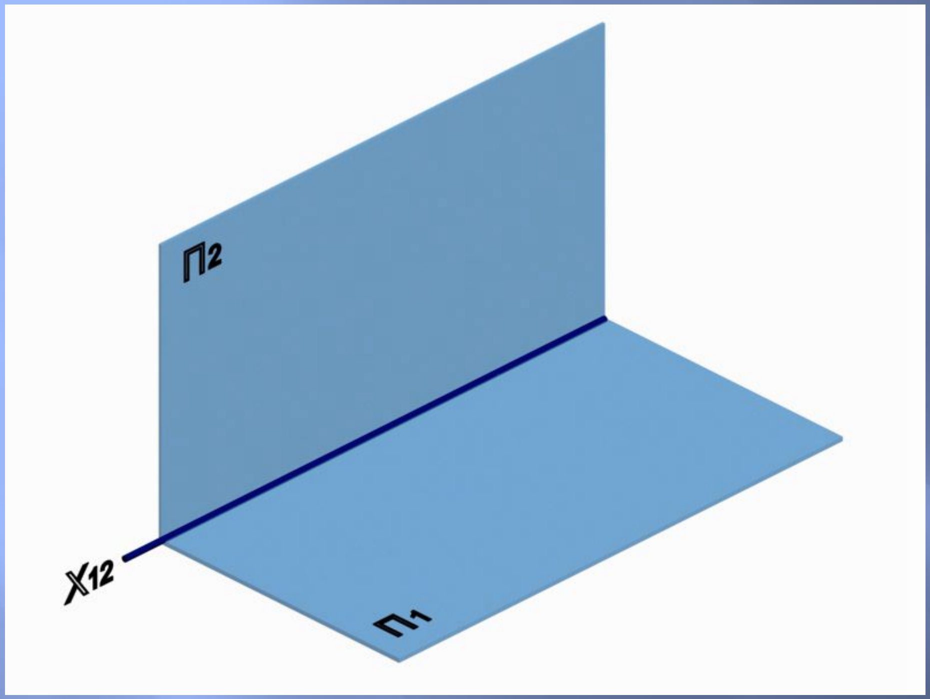
Горизонталь



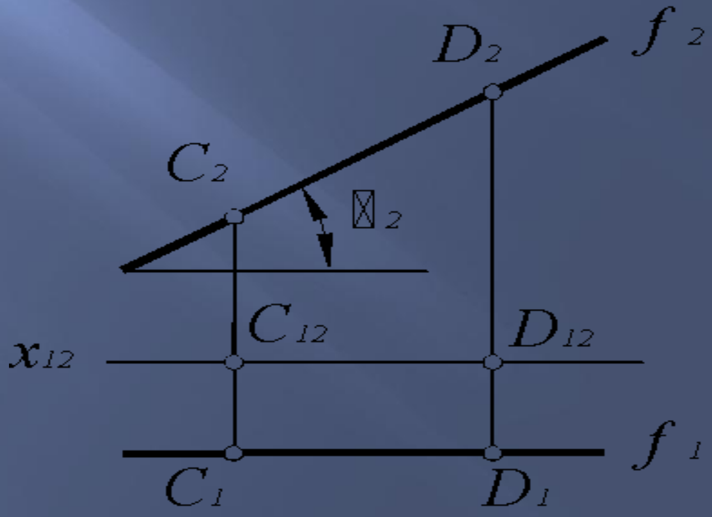
Горизонталь *h* – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций



Фронталь

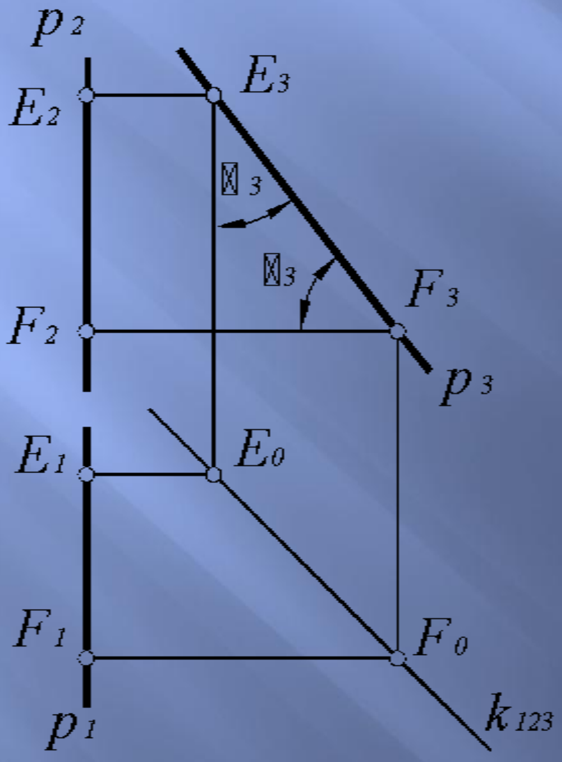


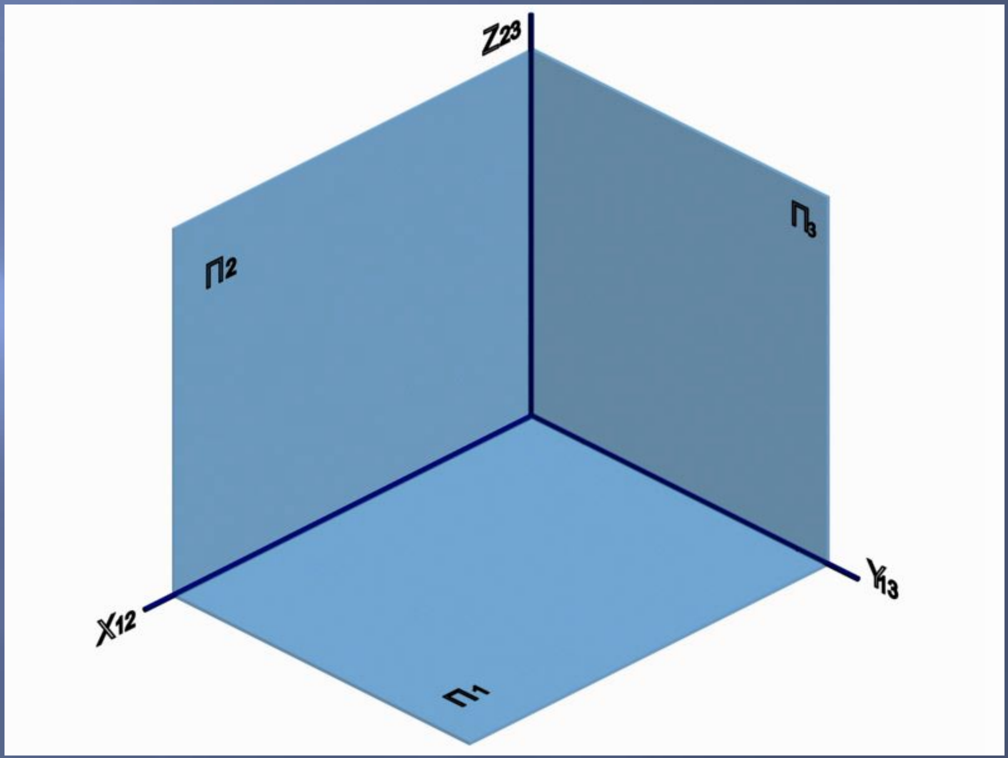
Фронталь – прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций



Профильная прямая

Профильная прямая *p* – прямая, параллельная профильной плоскости проекций



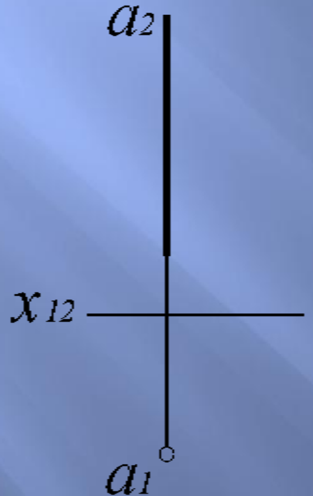


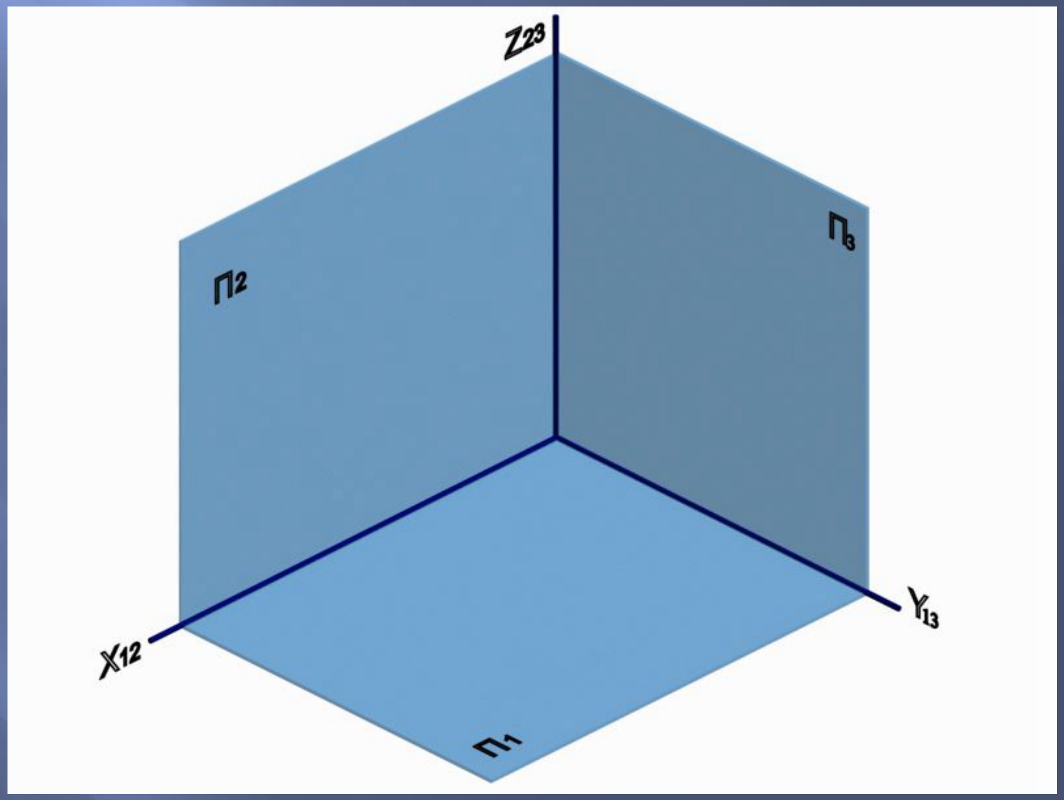
ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПРЯМЫЕ

Прямые линии, перпендикулярные какой-либо плоскости проекций, называются проецирующими

Горизонтально-проецирующая прямая

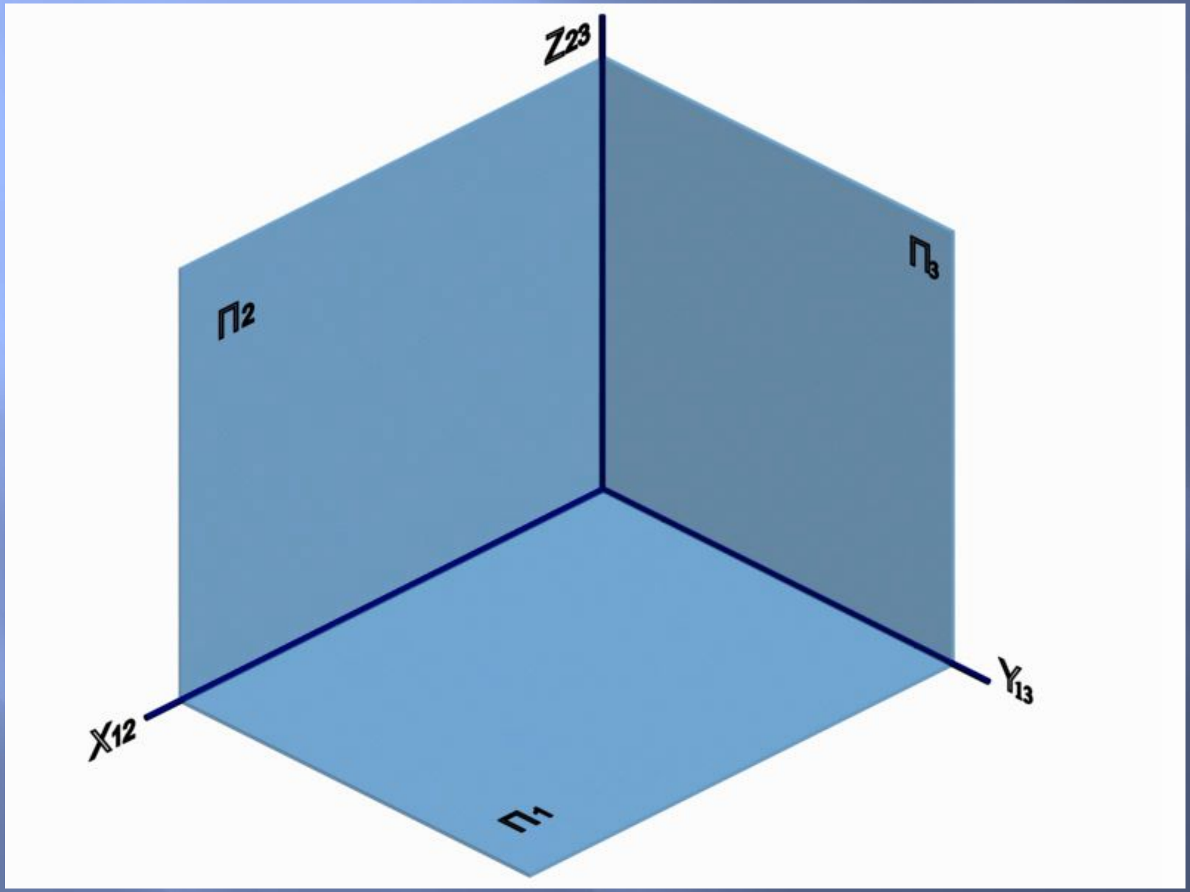
Горизонтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций

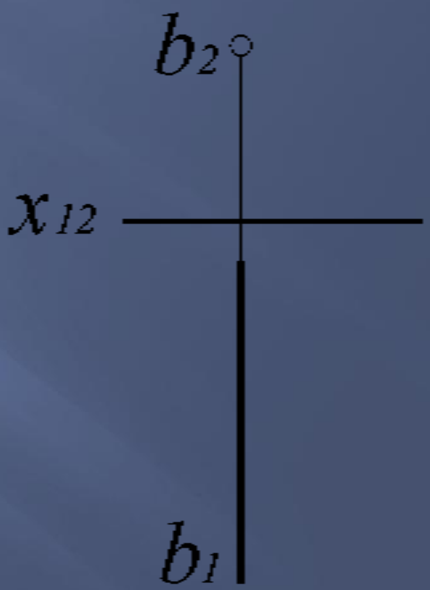




Фронтально-проецирующая прямая

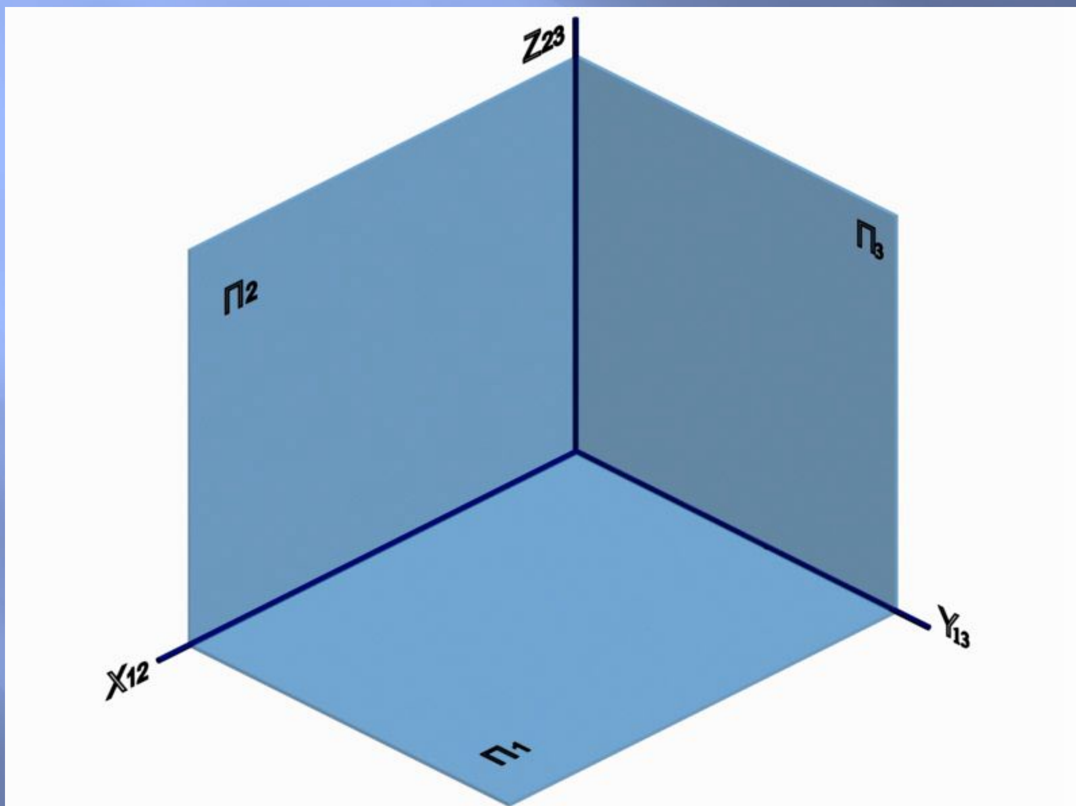
Фронтально-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций

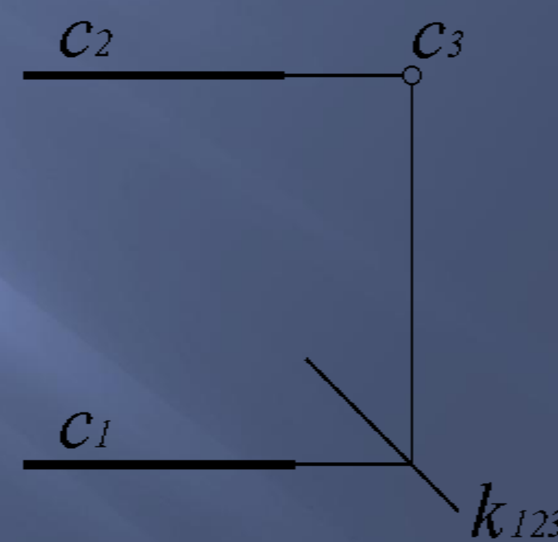




Профильно-проецирующая прямая

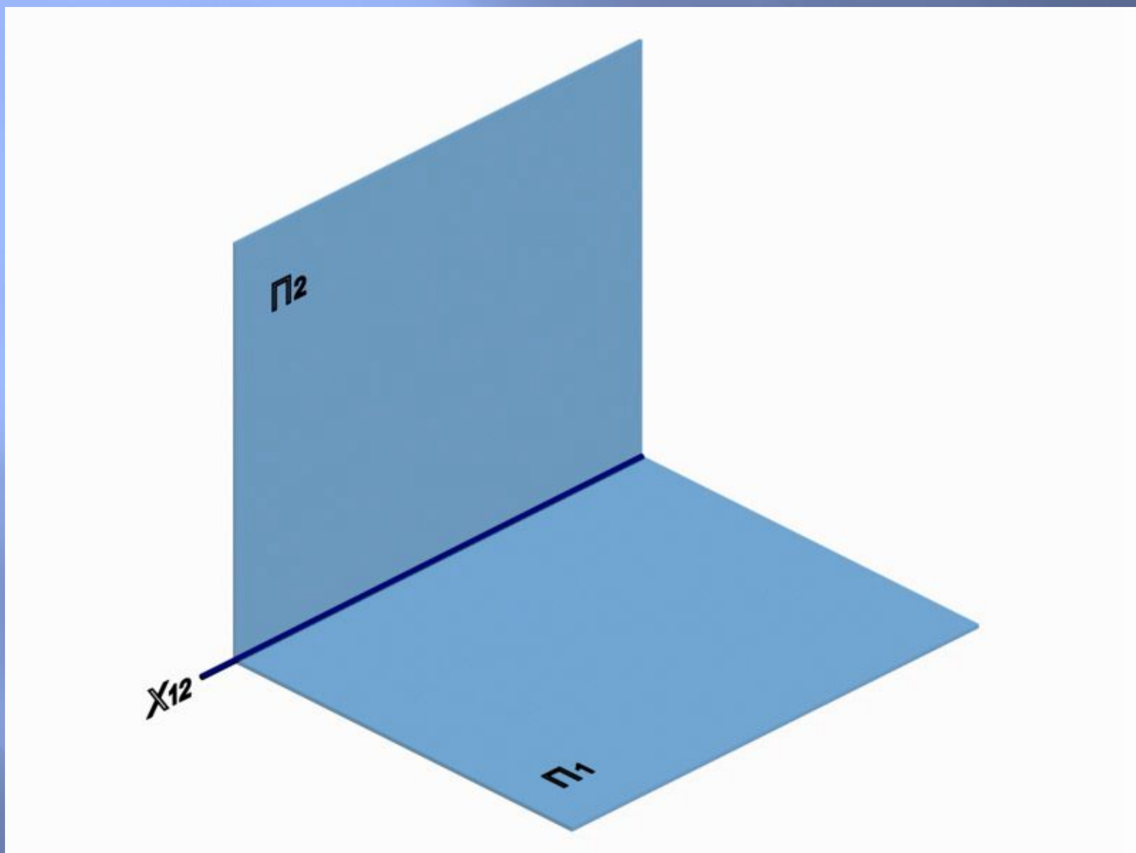
Профильно-проецирующая прямая – прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций

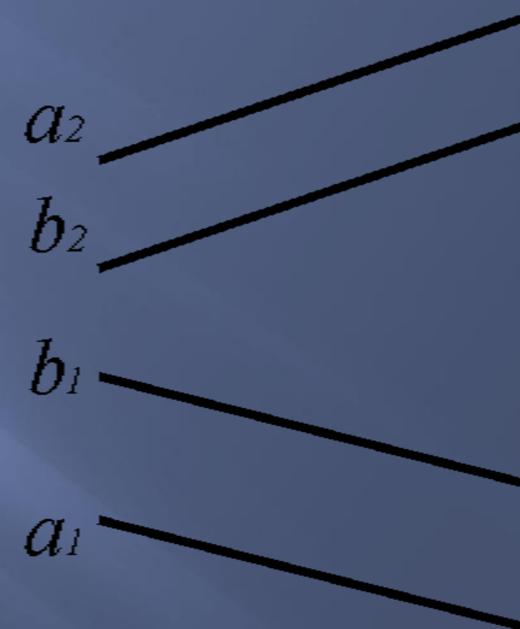




ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ ЛИНИЙ

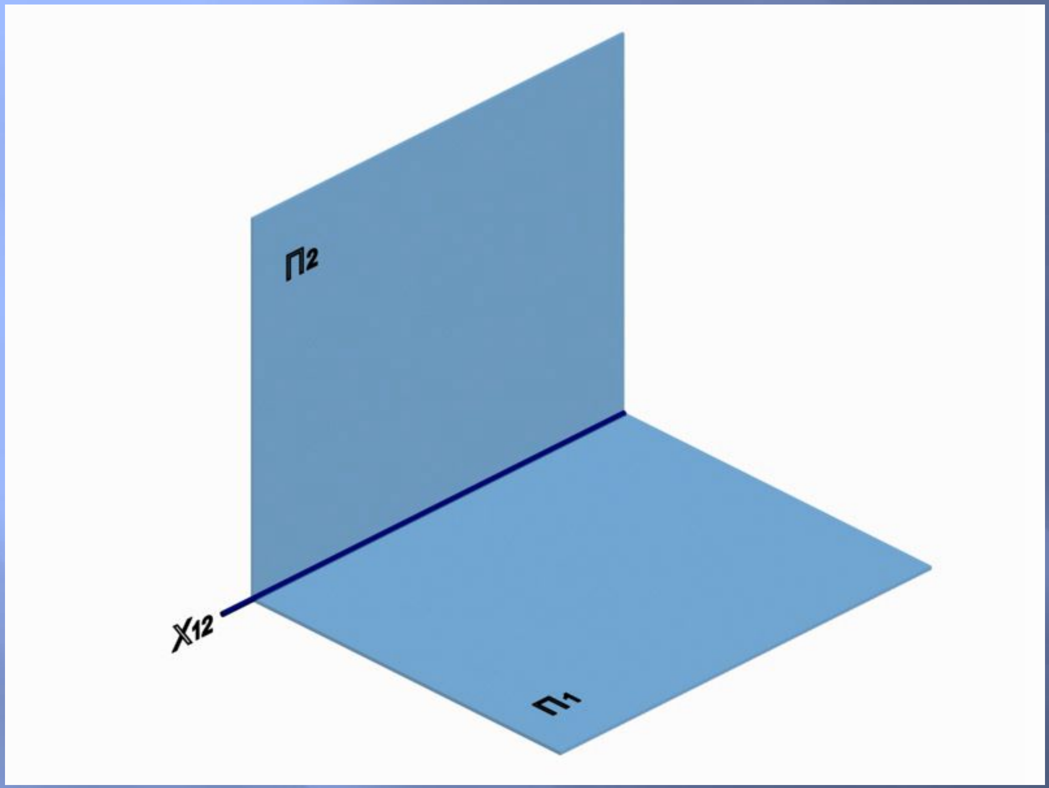
Параллельные прямые

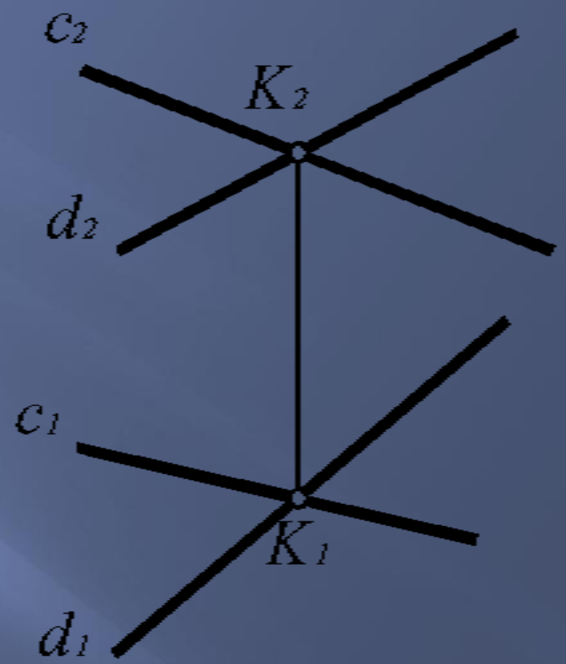




Прямые параллельны, если параллельны их одноименные проекции

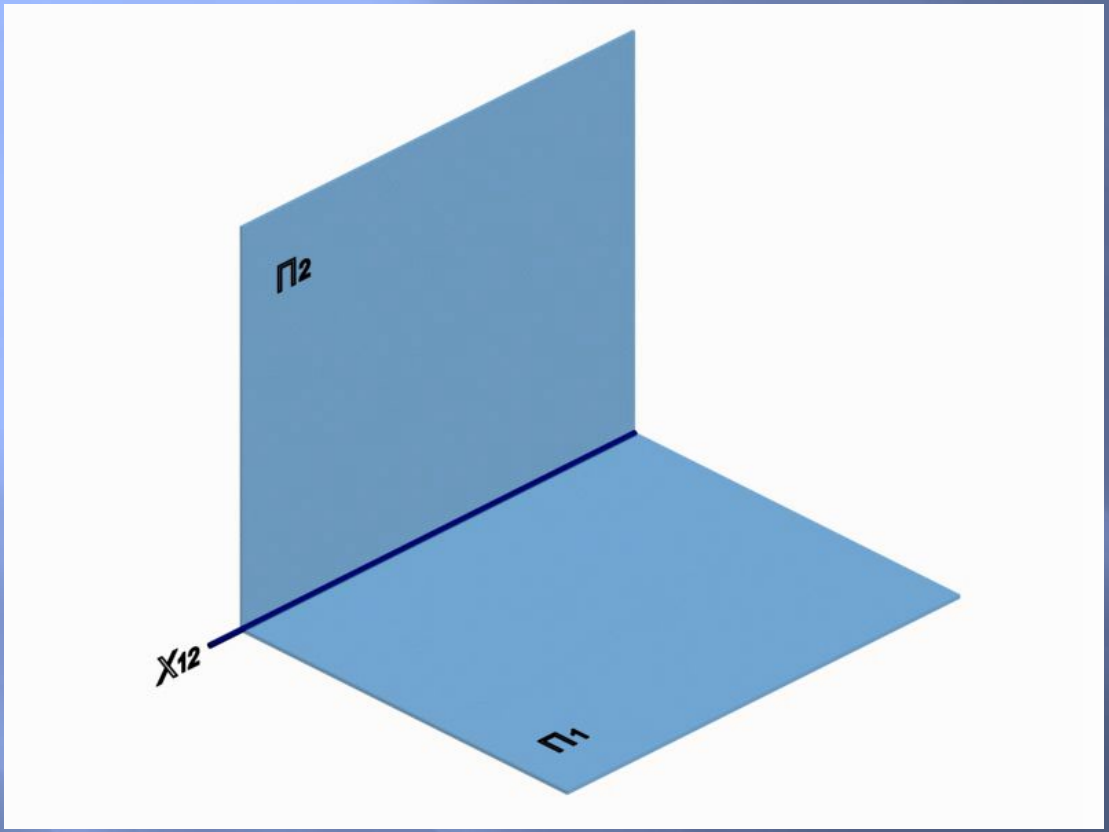
Пересекающиеся прямые

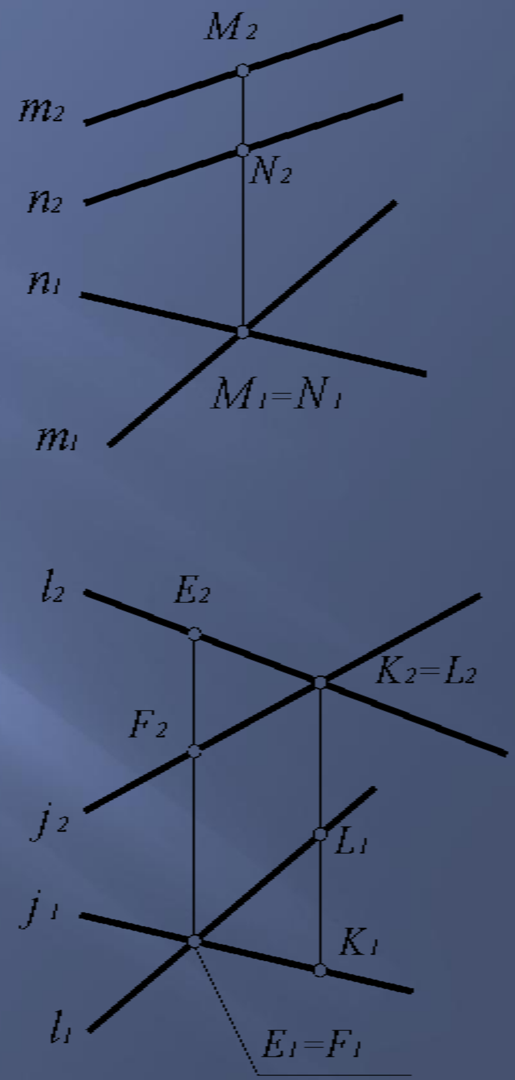




Пересекающиеся прямые имеют общую точку, то есть точки пересечения их одноименных проекций лежат на общей линии связи

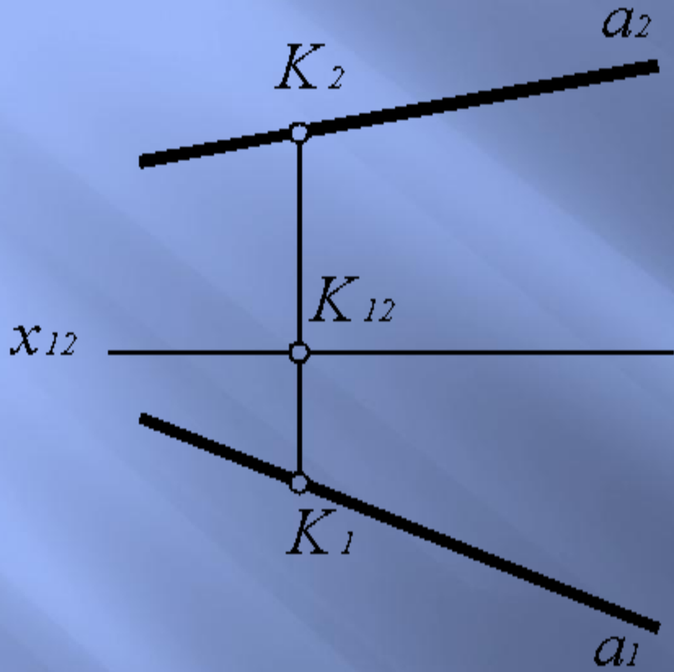
Скрещивающиеся прямые





Прямые, не имеющие общей точки и не параллельные между собой, являются скрещивающимися

ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ ПРЯМОЙ ЛИНИИ



$$K \in a \Leftrightarrow K_1 \in a_1 \text{ и } K_2 \in a_2$$

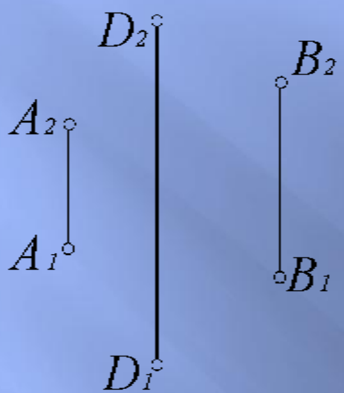
$$[K_1K_2] \perp x_{12}$$

Точка принадлежит прямой, если ее проекции принадлежат соответствующим (одноименным) проекциям прямой

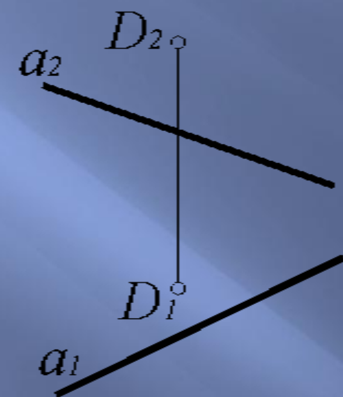
ЛЕКЦИЯ 3. ПЛОСКОСТЬ

Способы задания плоскости

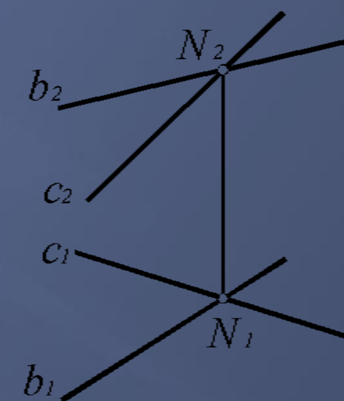
Тремя точками



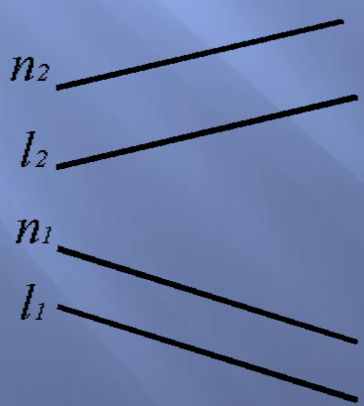
Прямой и точкой



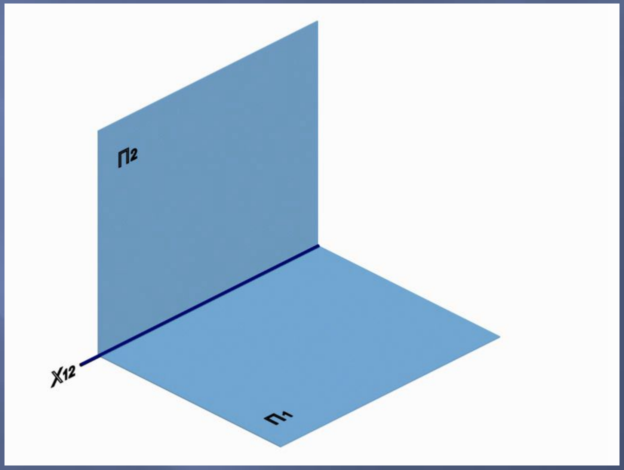
Пересекающимися прямыми

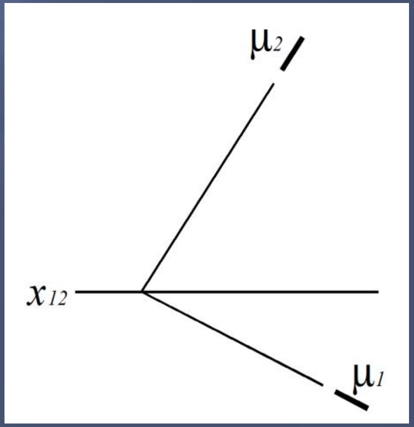


Параллельными прямыми



Следами





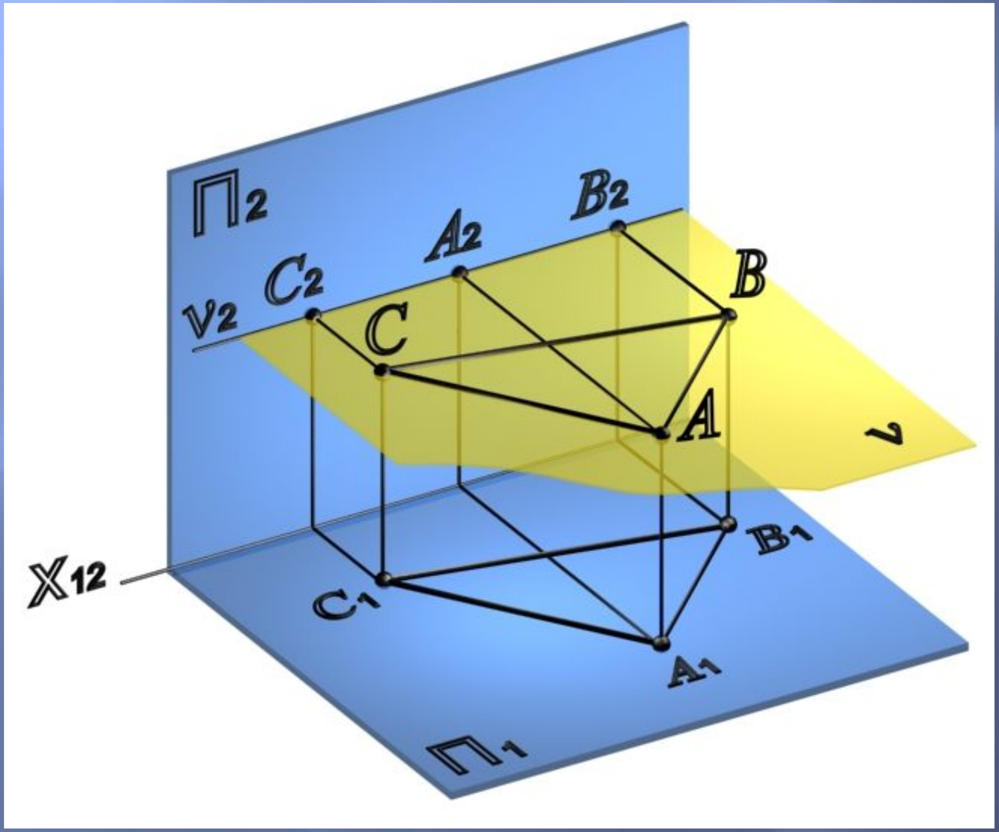
КЛАССИФИКАЦИЯ ПЛОСКОСТЕЙ

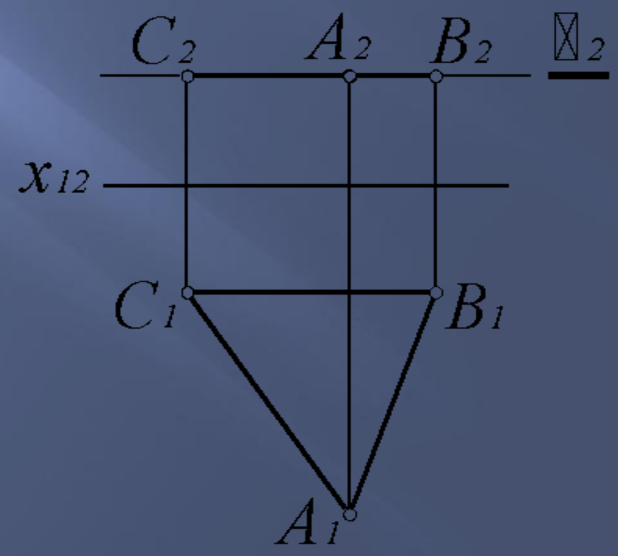
ПЛОСКОСТИ УРОВНЯ

Плоскости, параллельные какой-либо плоскости проекций, называются плоскостями уровня

Горизонтальная плоскость уровня

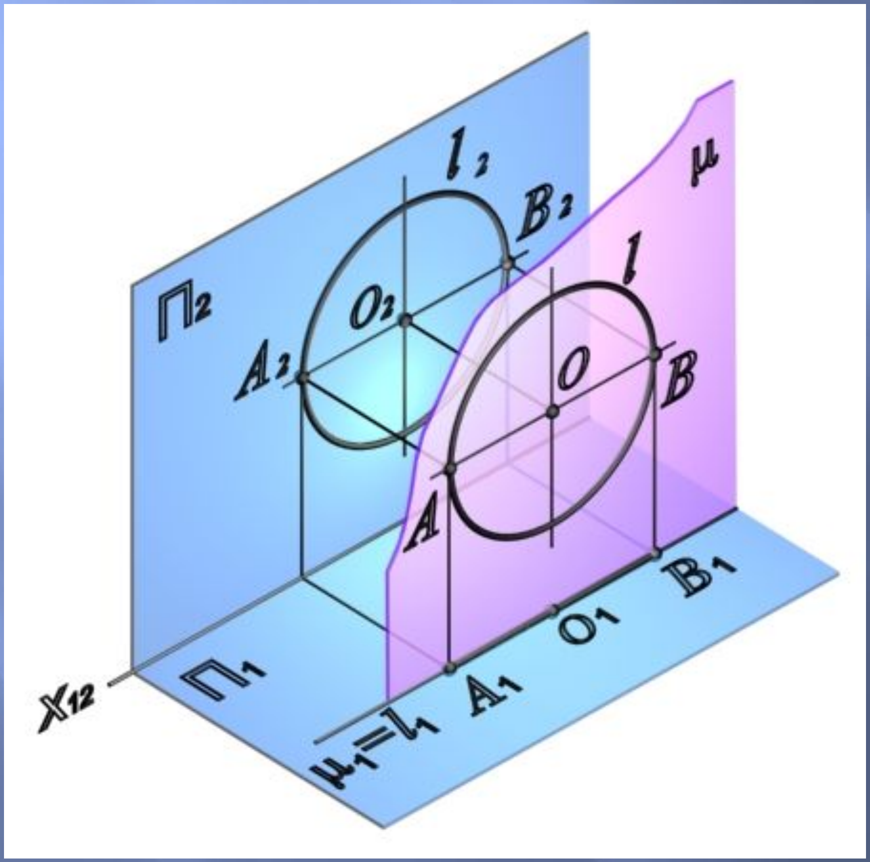
Горизонтальная плоскость уровня – плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций

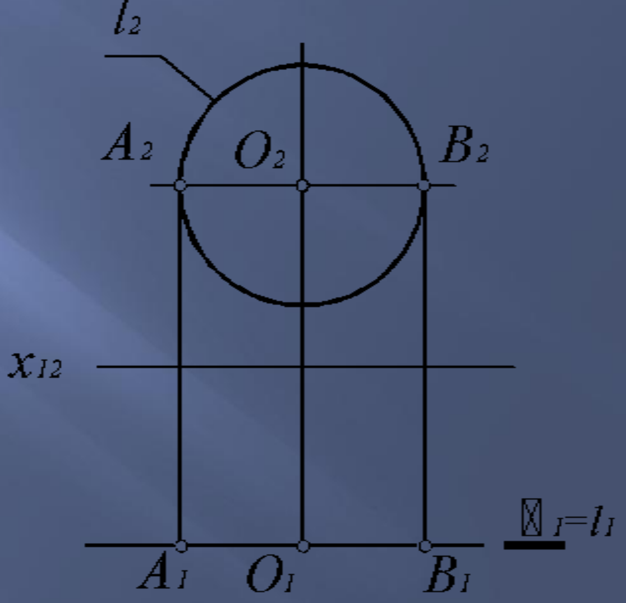




Фронтальная плоскость уровня

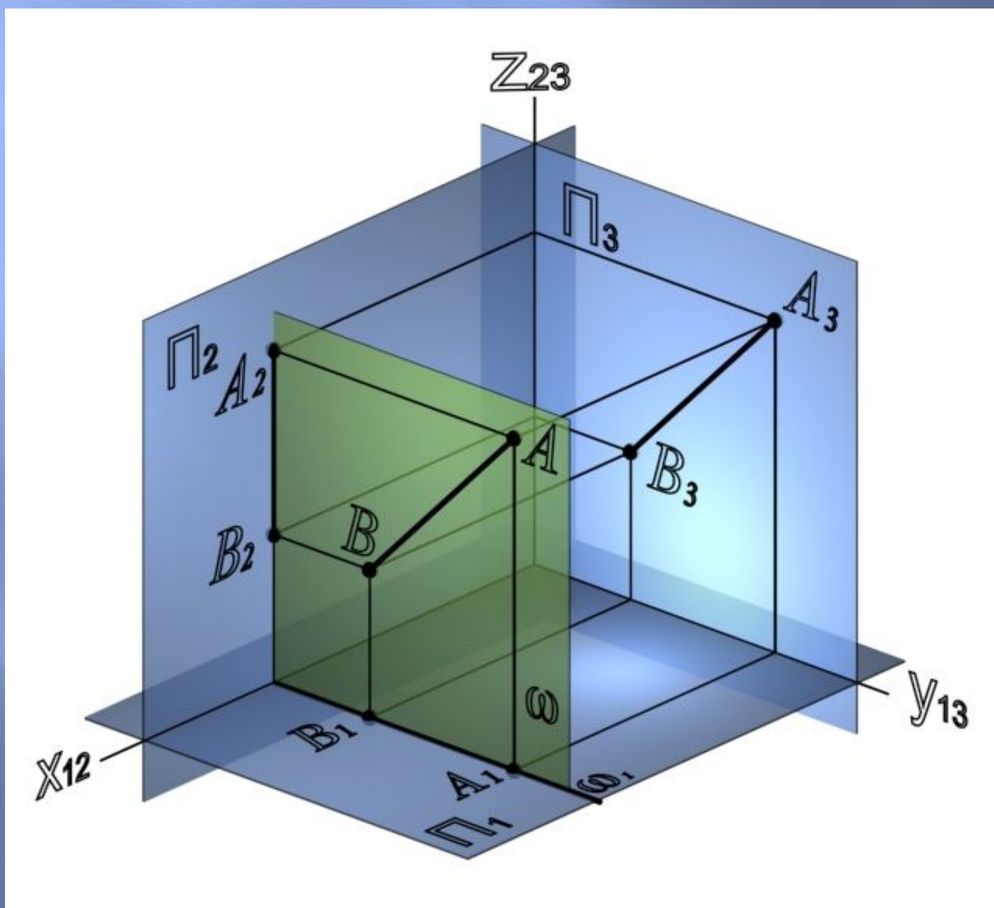
Фронтальная плоскость уровня – плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций

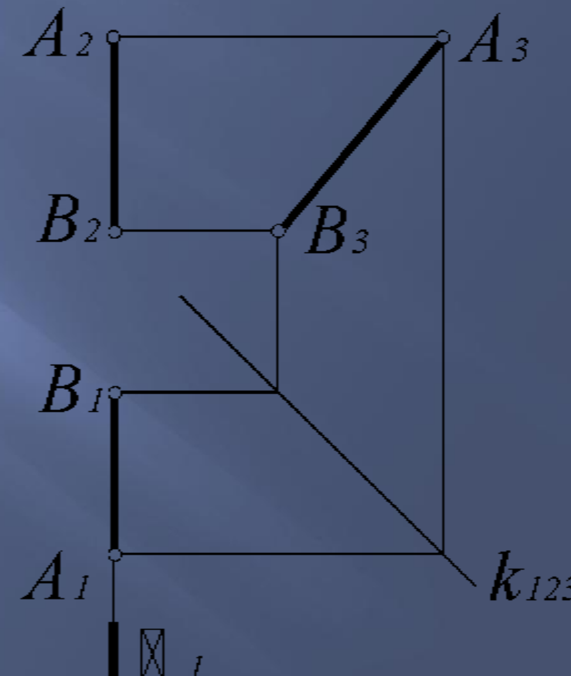




Профильная плоскость уровня

Профильная плоскость уровня – плоскость, параллельная профильной плоскости проекций



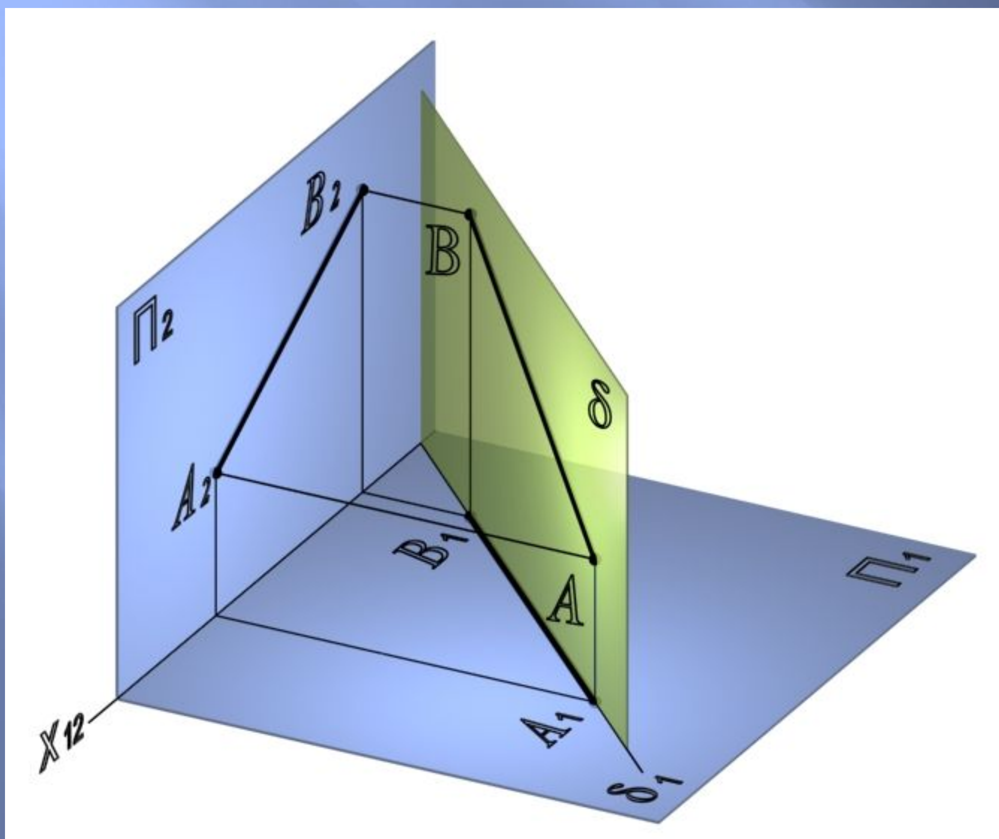


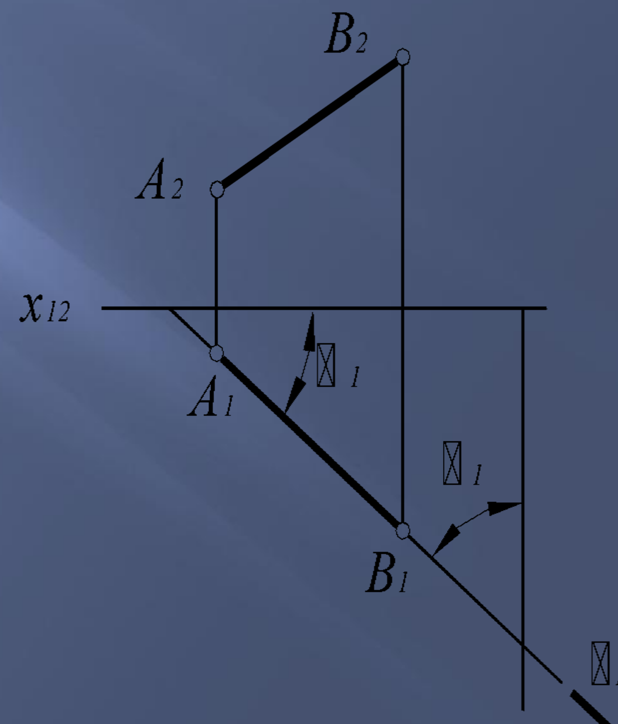
ПРОЕЦИРУЮЩИЕ ПЛОСКОСТИ

Плоскости, перпендикулярные какой-либо плоскости проекций, называются проецирующими

Горизонтально-проецирующая плоскость

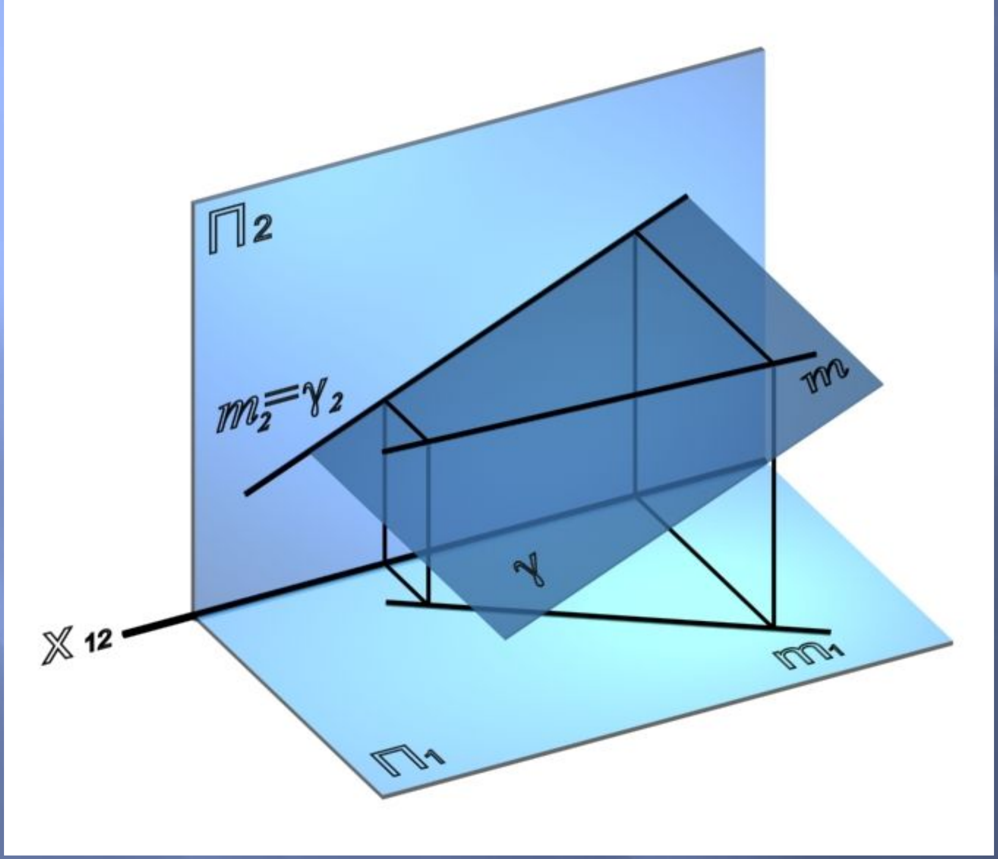
Горизонтально-проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций

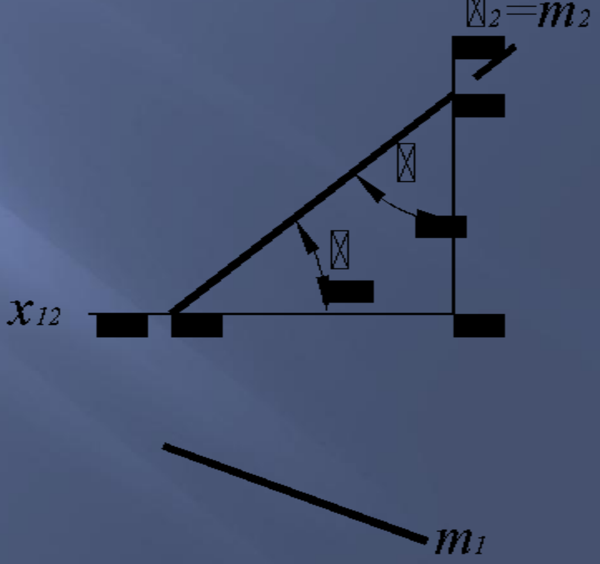




Фронтально-проецирующая плоскость

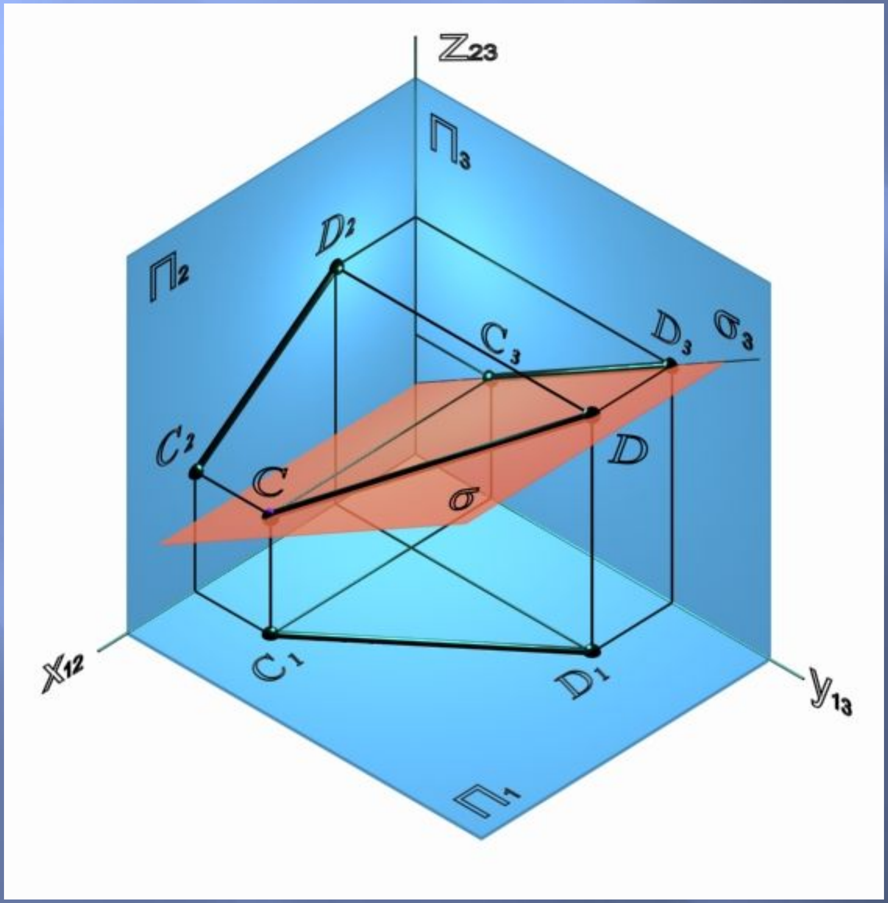
Фронтально-проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций

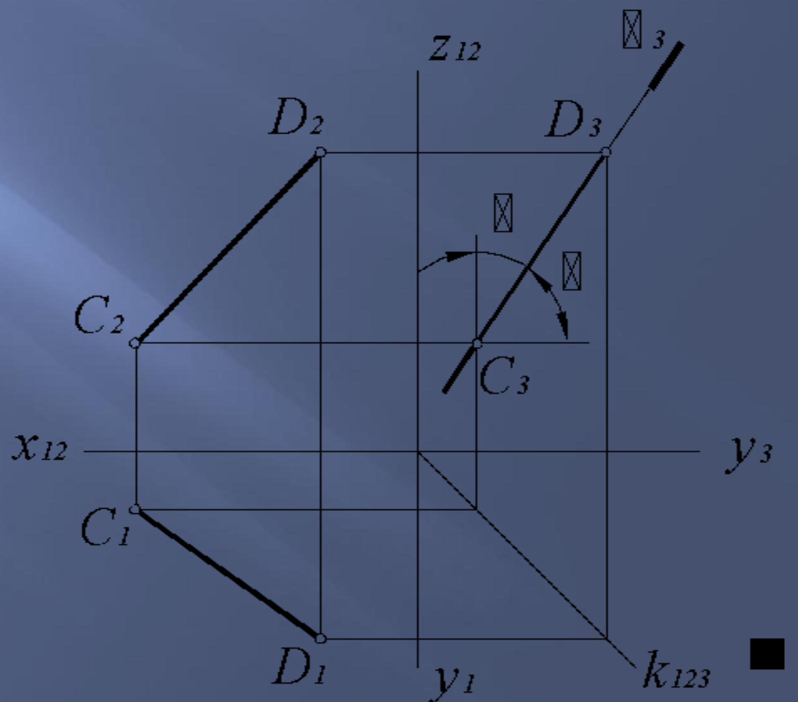




Профильно-проецирующая плоскость

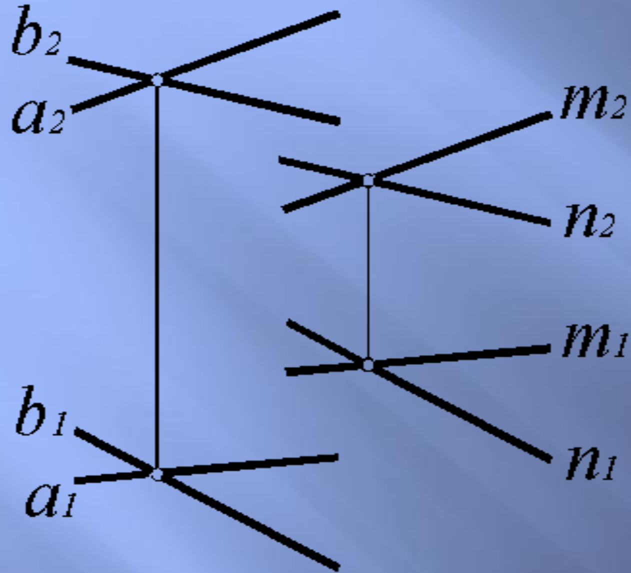
Профильно-проецирующая плоскость – плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций



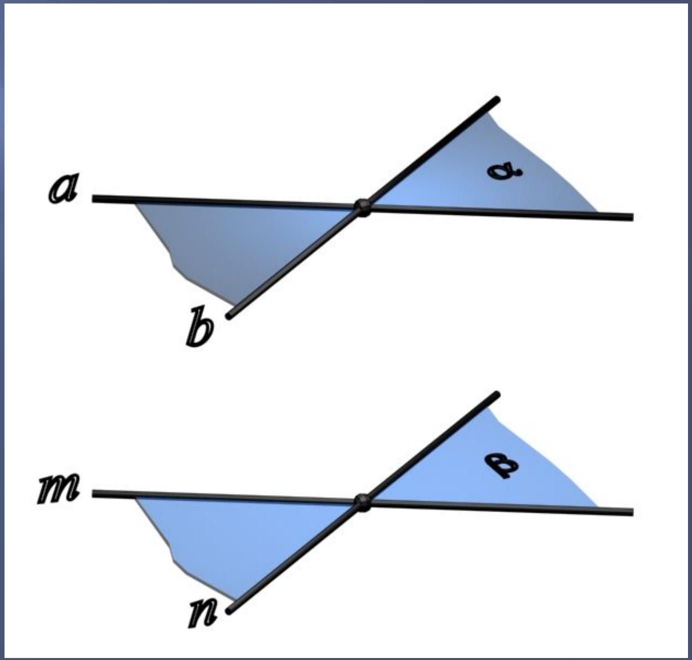


ОТНОСИТЕЛЬНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

Параллельные плоскости



$$\alpha(a \times b),$$
$$\beta(m \times n),$$
$$\alpha \parallel \beta, \Leftrightarrow \begin{cases} a \parallel m\,(a_1 \parallel m_1,\ a_2 \parallel m_2); \\ b \parallel n\,(b_1 \parallel n_1, b_2 \parallel n_2) \end{cases}$$



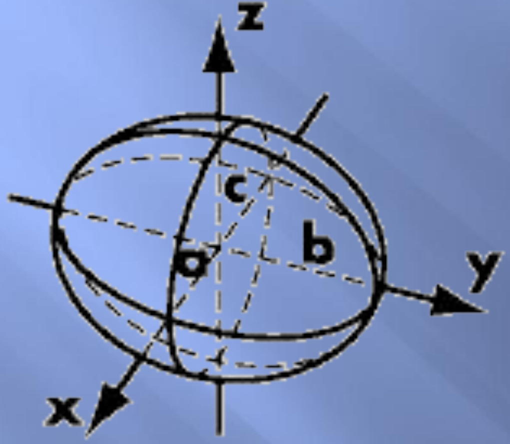
Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

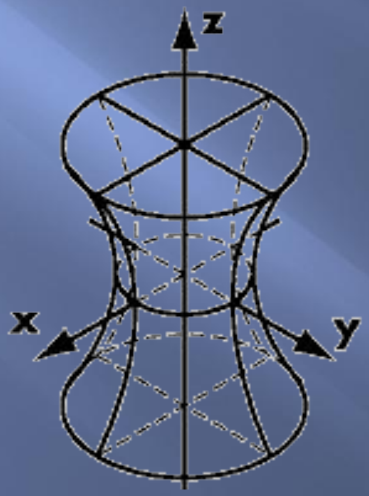
ЛЕКЦИЯ 4. ПОВЕРХНОСТИ

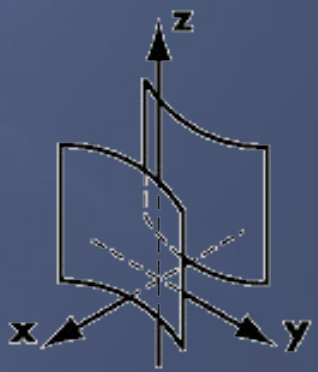
Способы задания поверхностей

Аналитический

Поверхность рассматривается как геометрическое место точек, координаты которых удовлетворяют некоторому уравнению







эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

гиперболоид однополостный

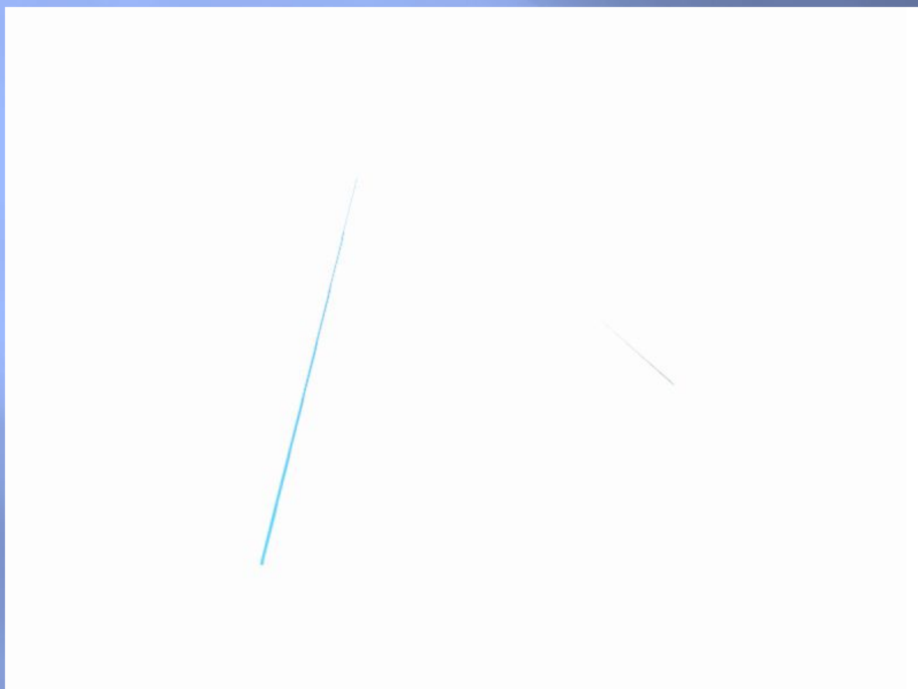
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

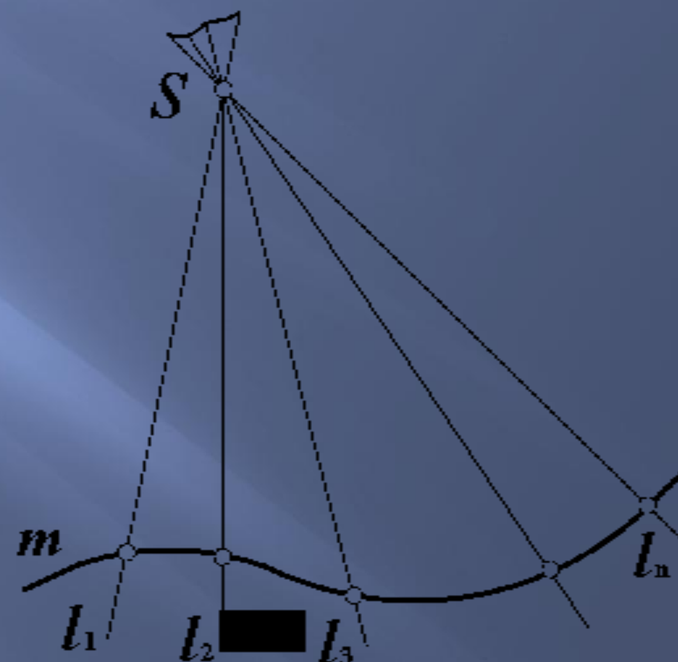
гиперболический цилиндр

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$$

Кинематический

Кинематическую поверхность можно рассматривать как непрерывную совокупность последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве по некоторым неподвижным линиям





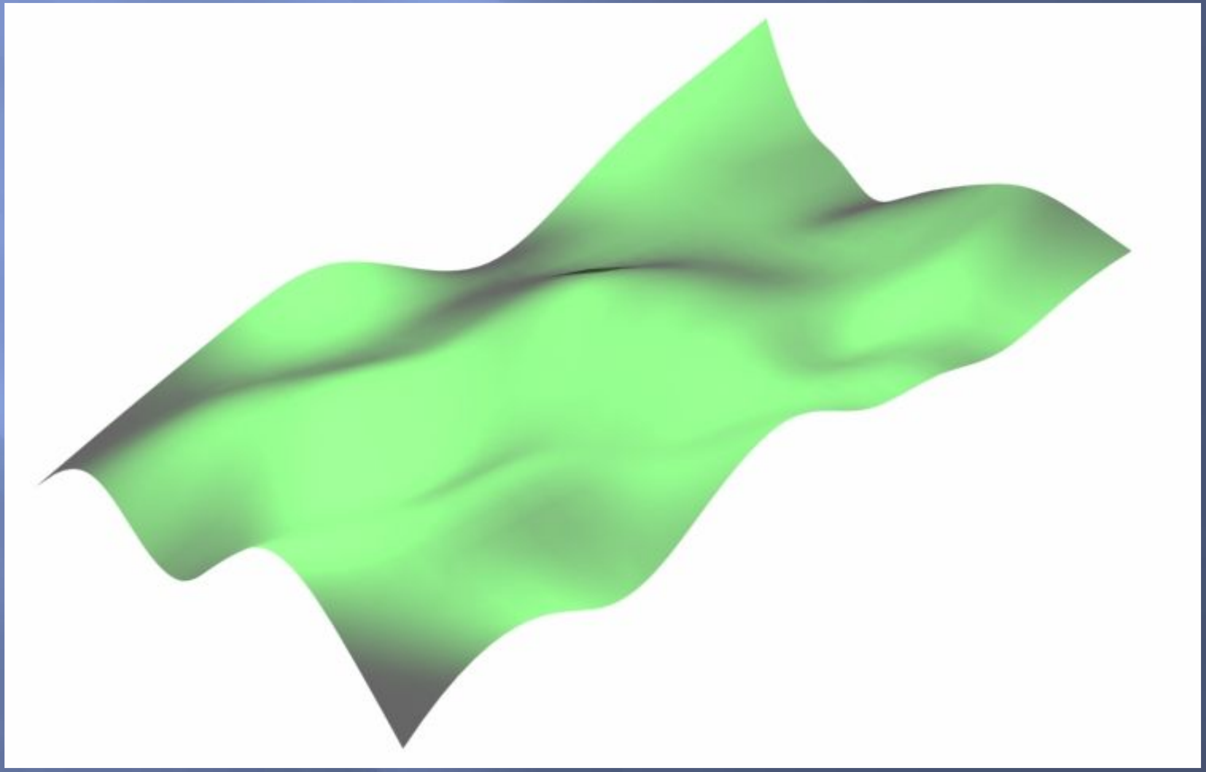
S – вершина конической поверхности;

m – направляющая;

l_1, l_2… l_n – последовательные положения образующей

Каркасный

Такие поверхности обычно задают достаточно плотной сетью линий и точек, принадлежащих этим поверхностям. Совокупность таких линий называется каркасом поверхности. При этом точки, лежащие между линиями каркаса, определяются приближенно



КЛАССИФИКАЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

По способу задания

- аналитические;
- кинематические;
- скульптурные

По закону движения образующей

- с поступательным движением образующей;
- с вращательным движением образующей;
- с винтовым движением образующей

По виду образующей

- поверхности с прямолинейной образующей или линейчатые поверхности;
- поверхности с криволинейной образующей

По закону изменения формы образующей

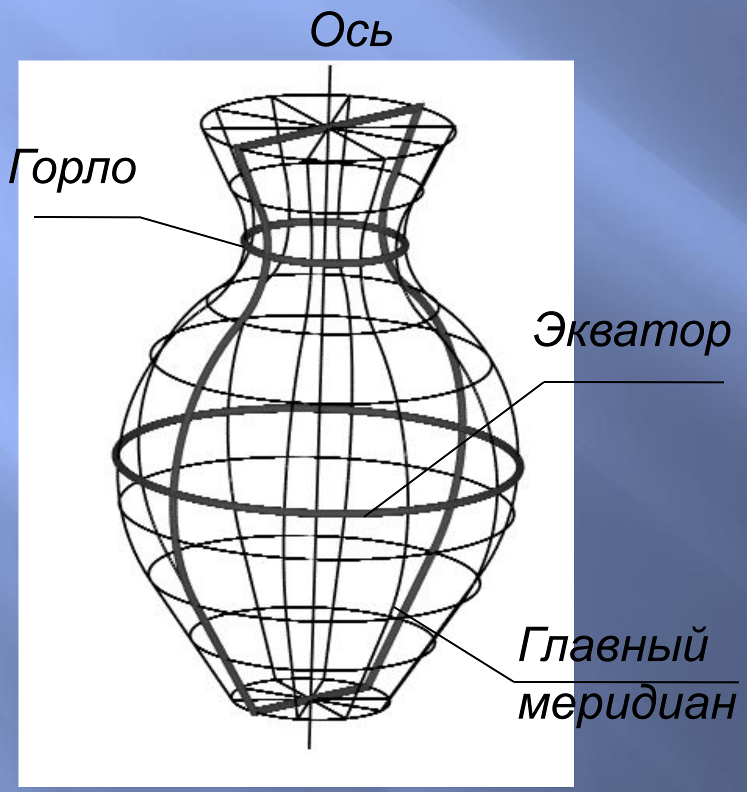
- поверхности с образующей постоянного вида;
- поверхности с образующей переменного вида

По признаку развертывания

- развертывающиеся поверхности – можно совместить с плоскостью без разрывов и складок;
- неразвертывающиеся – нельзя совместить с плоскостью без разрывов и складок

ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

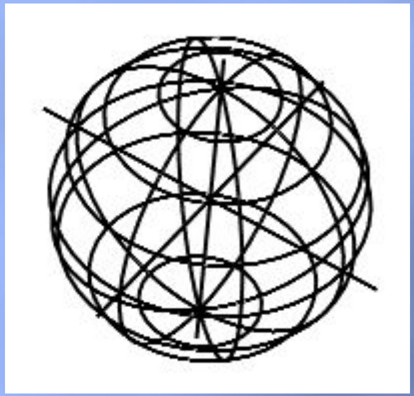
Поверхности вращения – поверхности, образованные вращением произвольной образующей вокруг неподвижной оси



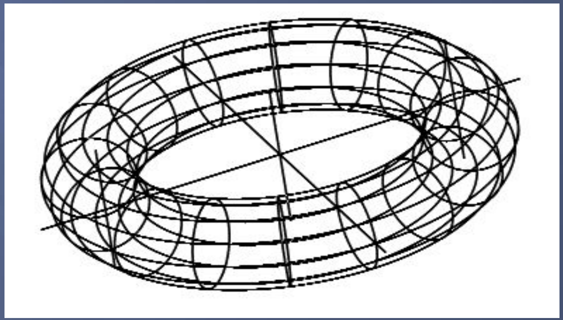
Представление поверхности вращения в виде сети

ТОРОВЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

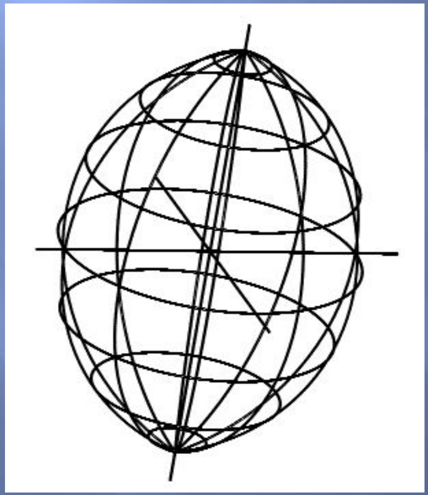
Торовые поверхности – поверхности, образованные вращением окружности или дуги окружности



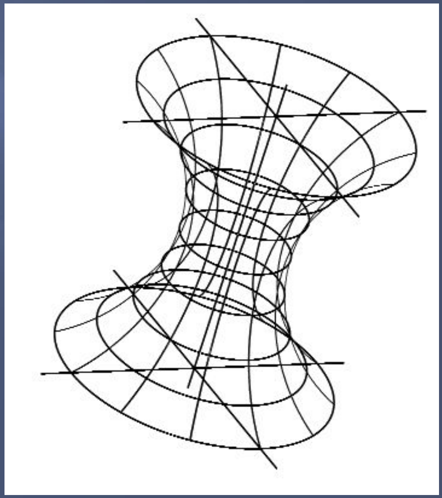
Сфера



Открытый тор



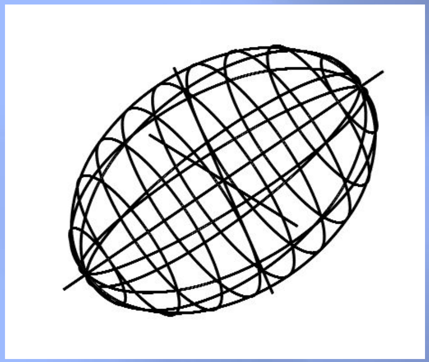
Закрытый тор



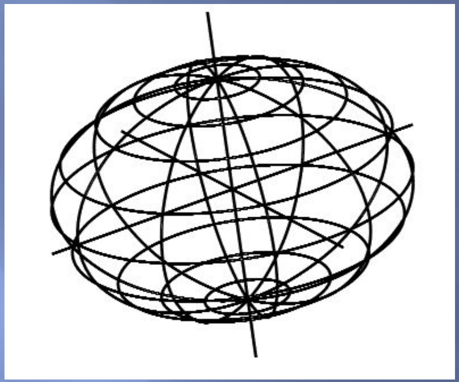
Глобоид

Поверхности вращения

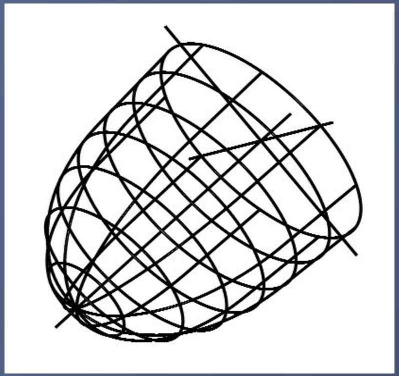
Эллипсоид

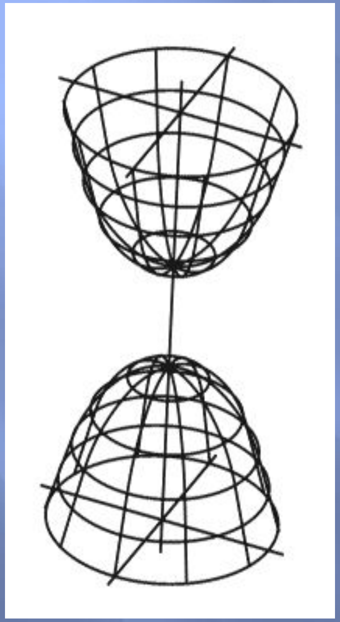


Сфероид

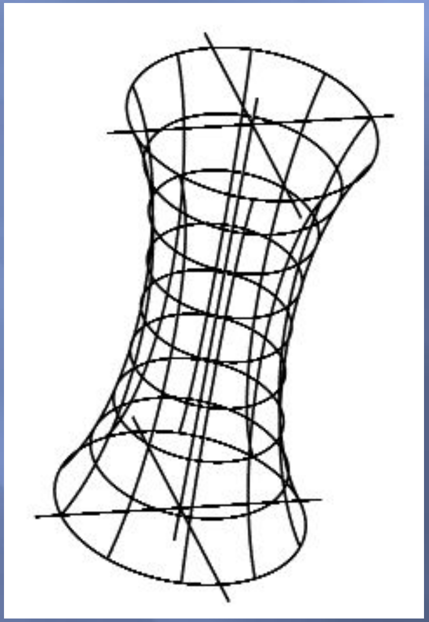


Параболоид

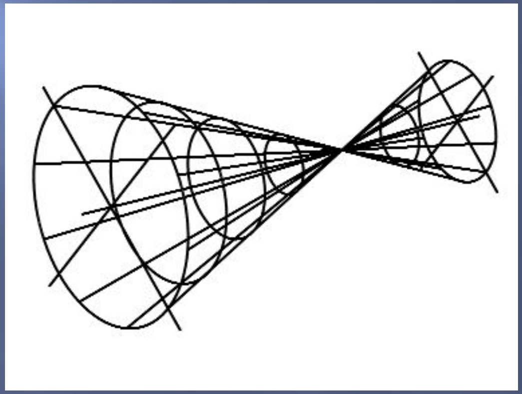




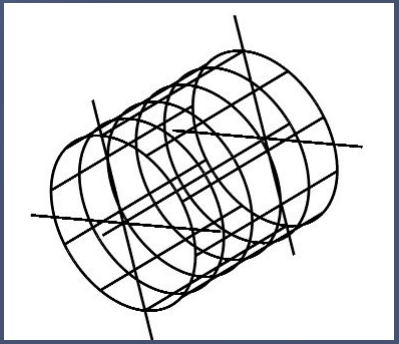
Двухполостной гиперболоид



Однополостной гиперболоид



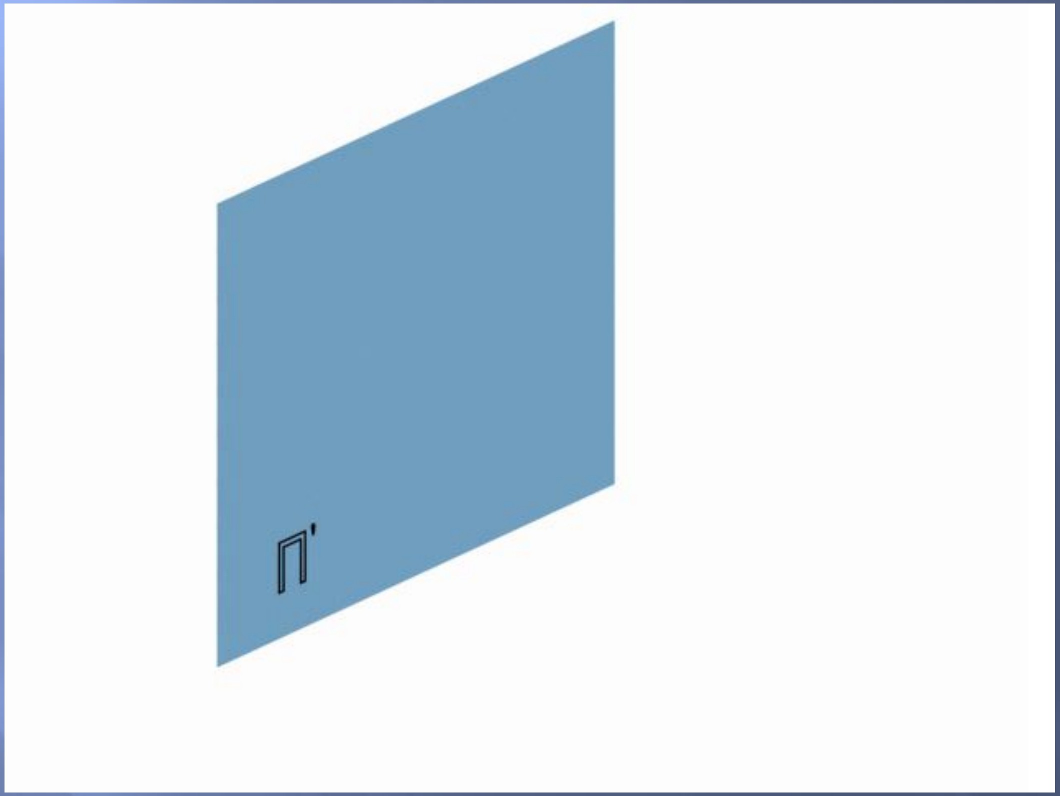
Конус



Цилиндр

ИЗОБРАЖЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

На комплексном чертеже изображается очерк поверхности, а также наиболее важные линии и точки на поверхности

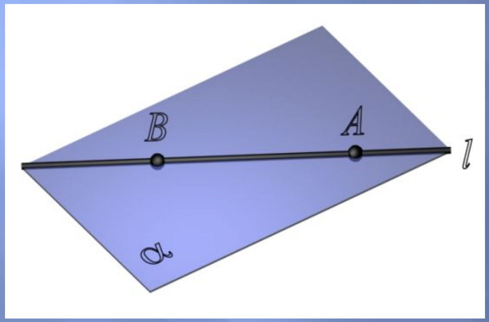


Точки касания поверхности и проецирующих лучей образуют линию l, называемую контурной линией. Совокупность проецирующих лучей образует проецирующую цилиндрическую поверхность, проекция которой и представляет собой очерк l' данной поверхности.

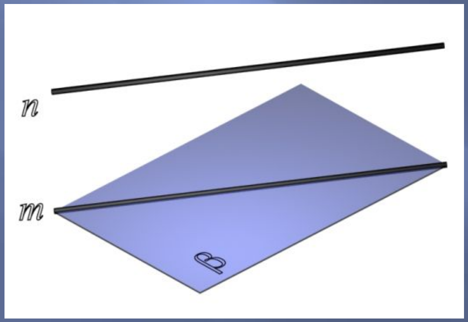
ЛЕКЦИЯ 5.
ПОЗИЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Относительное положение прямой и плоскости

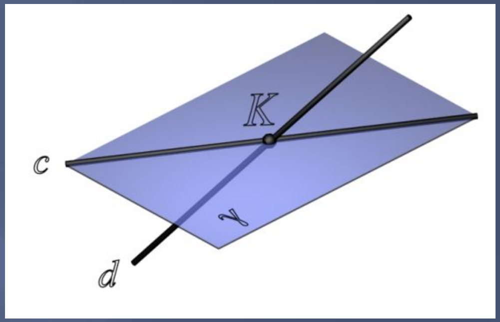
Прямая по отношению к плоскости может занимать следующие положения:



Прямая *l* лежит в плоскости



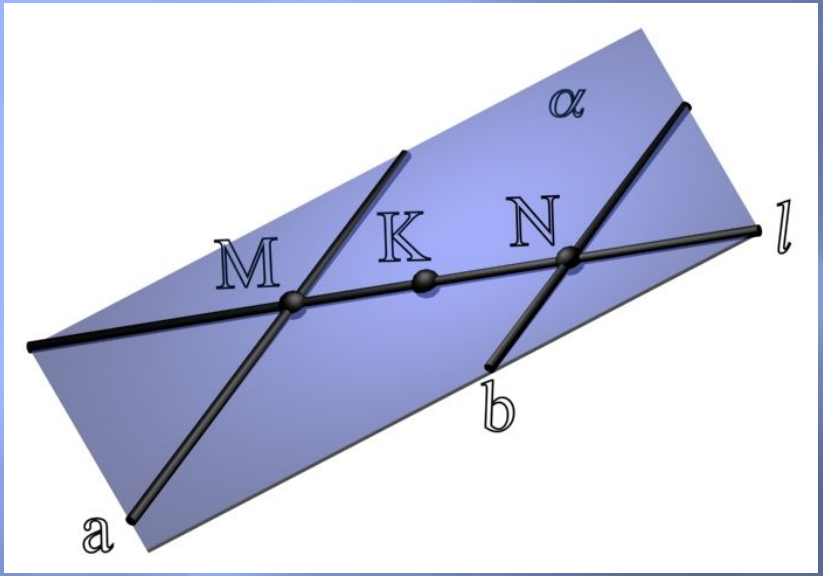
Прямая *n* параллельна плоскости

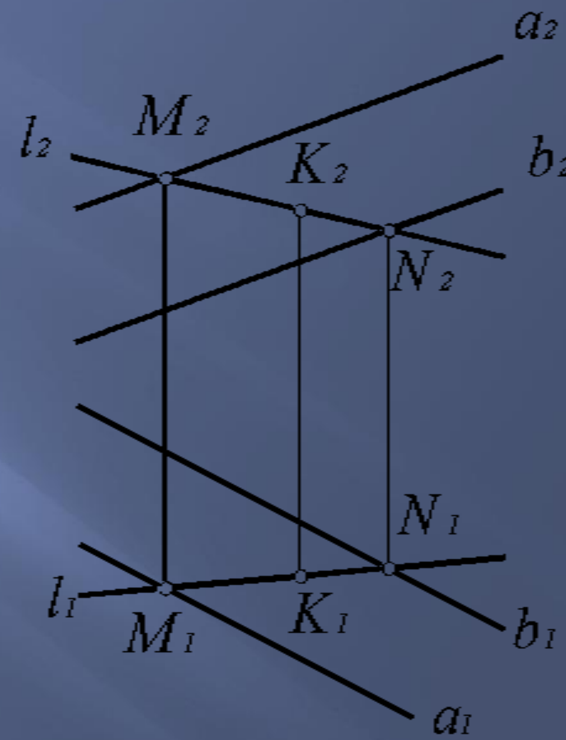


Прямая *d* пересекается с плоскостью

ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ ТОЧКИ И ПРЯМОЙ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

Прямая линия принадлежит плоскости, если две точки этой прямой принадлежат плоскости





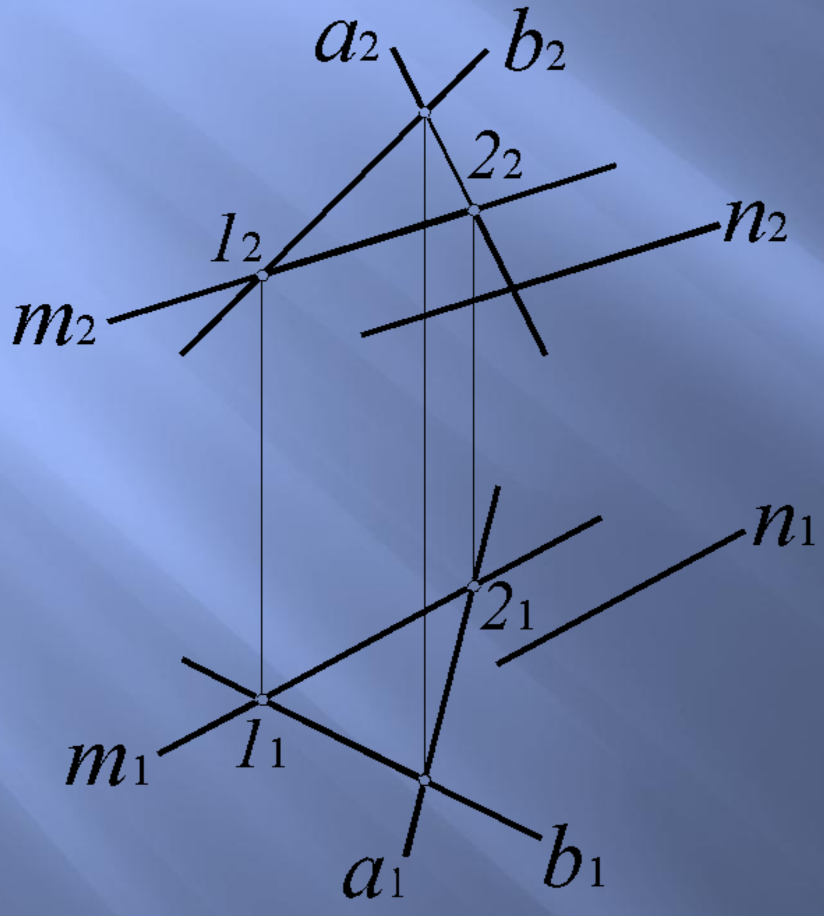
Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости

$$\left.\begin{array}{l} M \in \alpha(a \parallel b) \\ N \in \alpha(a \parallel b) \end{array}\right\} \Rightarrow l(MN) \subset \alpha(a \parallel b)$$

$$K \in l(MN) \Rightarrow K \in \alpha(a \parallel b)$$

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой–либо прямой, лежащей в этой плоскости

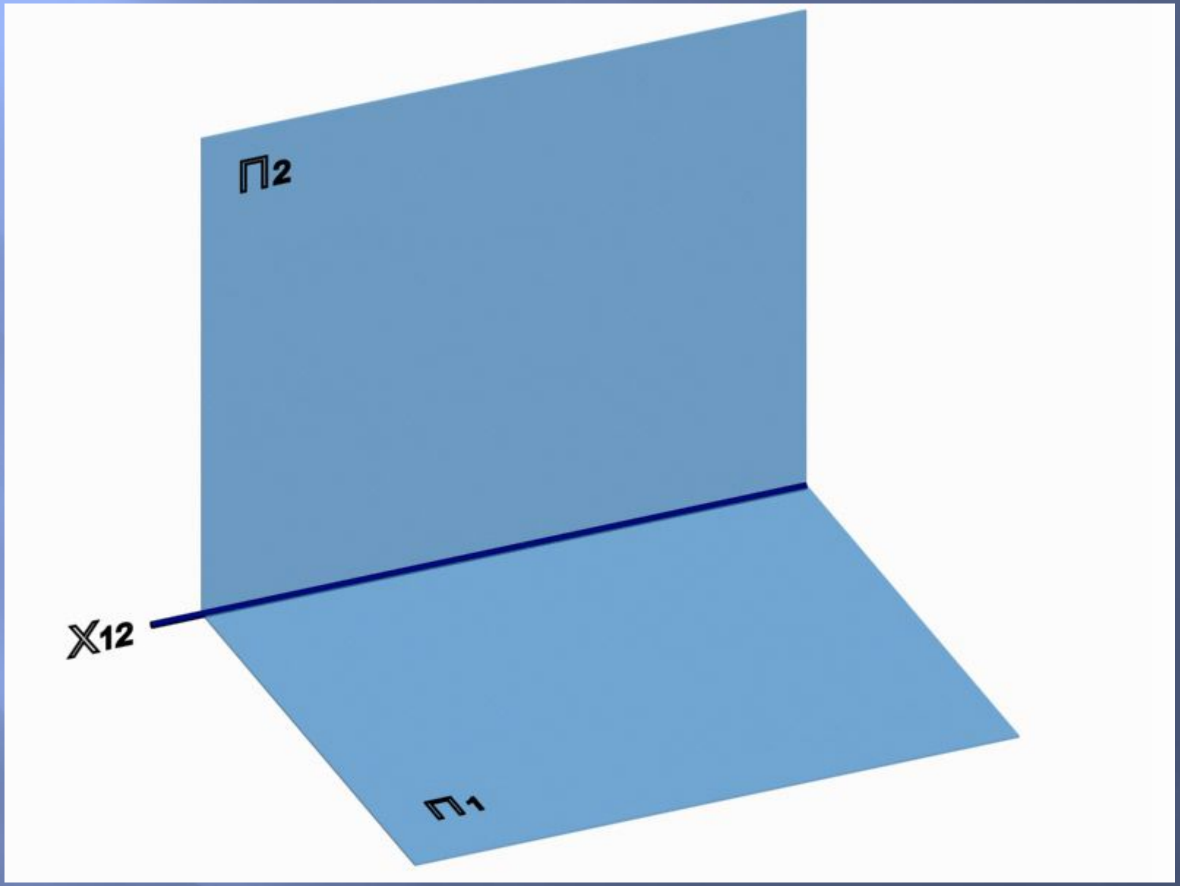


$$m \in \alpha(a \times b) \begin{cases} 1 \in b \Rightarrow 1 \in \alpha(a \times b) \\ 2 \in a \Rightarrow 2 \in \alpha(a \times b) \end{cases}$$

$$n \parallel m \begin{cases} n_1 \parallel m_1 \\ n_2 \parallel m_2 \end{cases} \Rightarrow n \parallel \alpha(a \times b)$$

ЛИНИИ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ

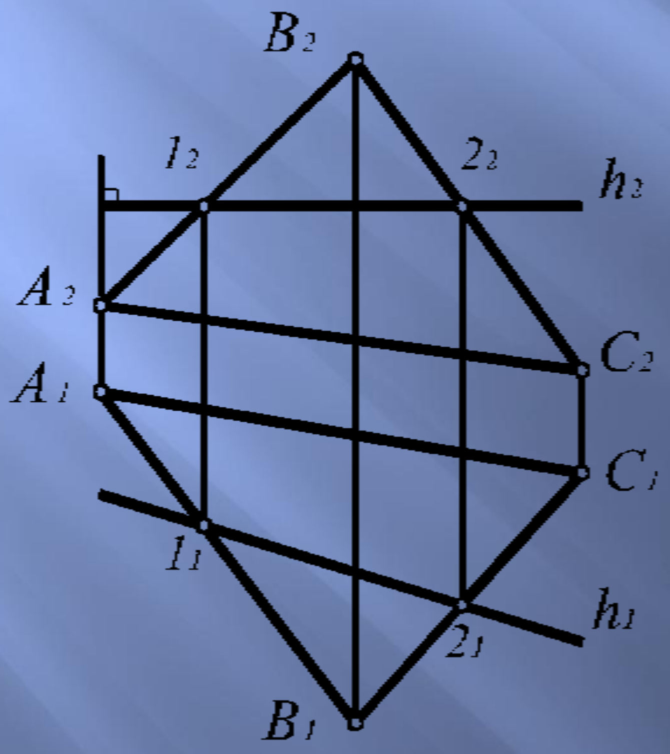
Прямые, лежащие в данной плоскости и параллельные одной из плоскостей проекций, называются линиями уровня плоскости.



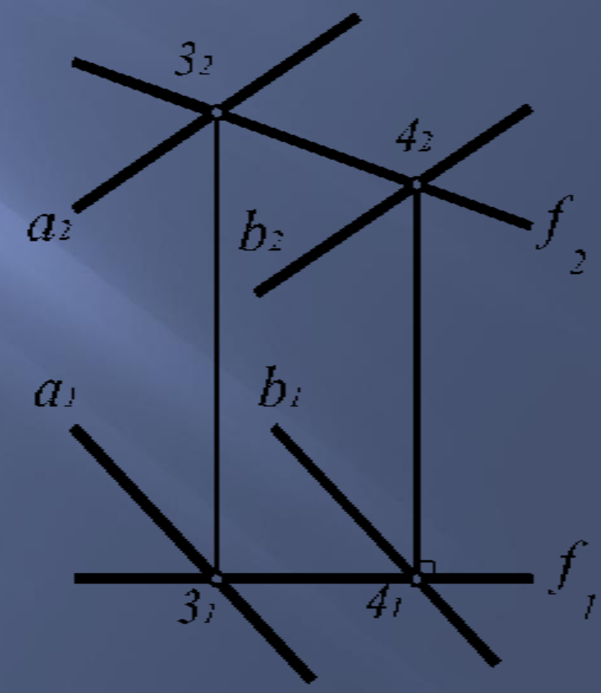
Прямая, лежащая в данной плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций $П_1$, называется горизонталью плоскости.
Все горизонтали плоскости параллельны между собой.

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ УРОВНЯ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ

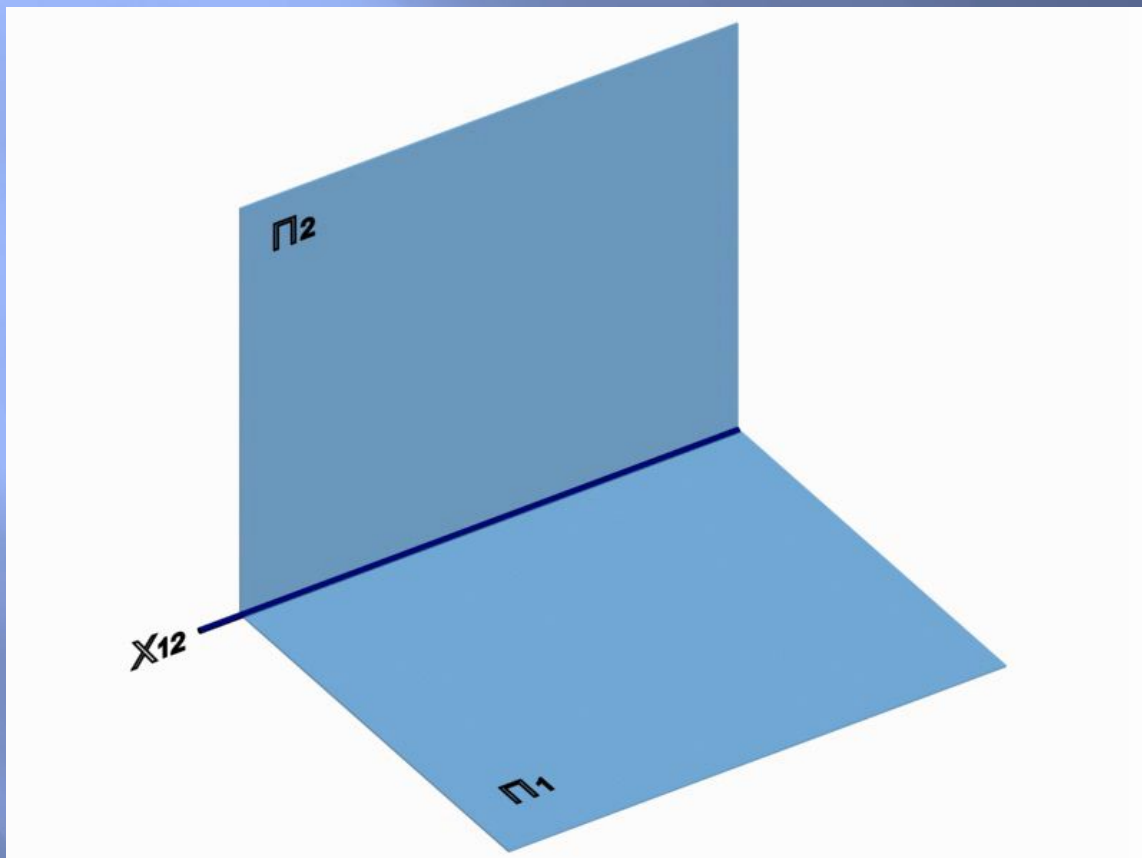
Горизонталь плоскости α(*ABC*)

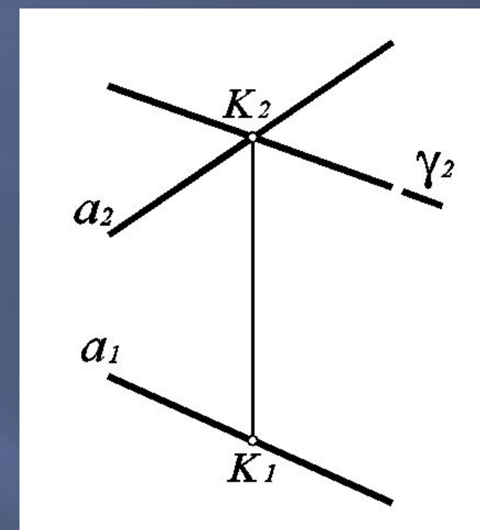


Фронталь плоскости β(*a//b*)



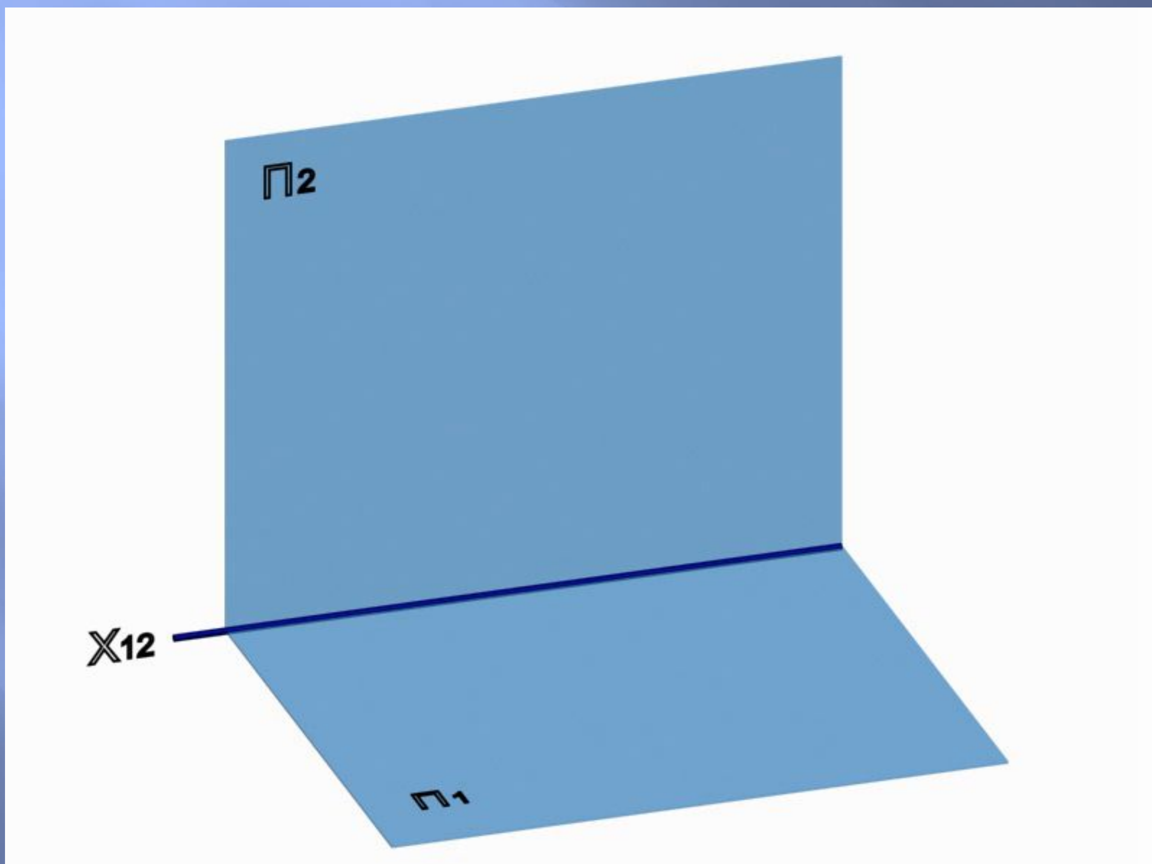
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

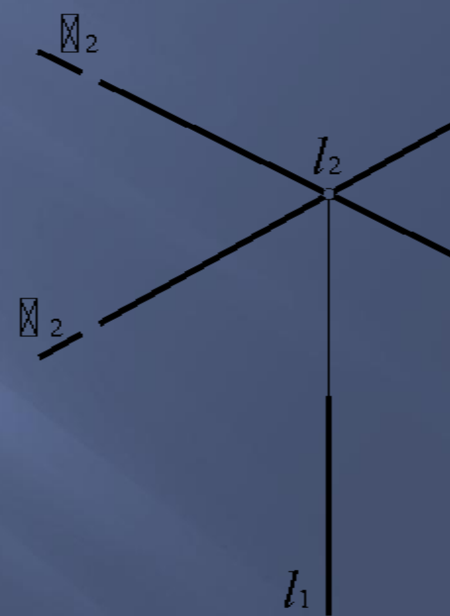




ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

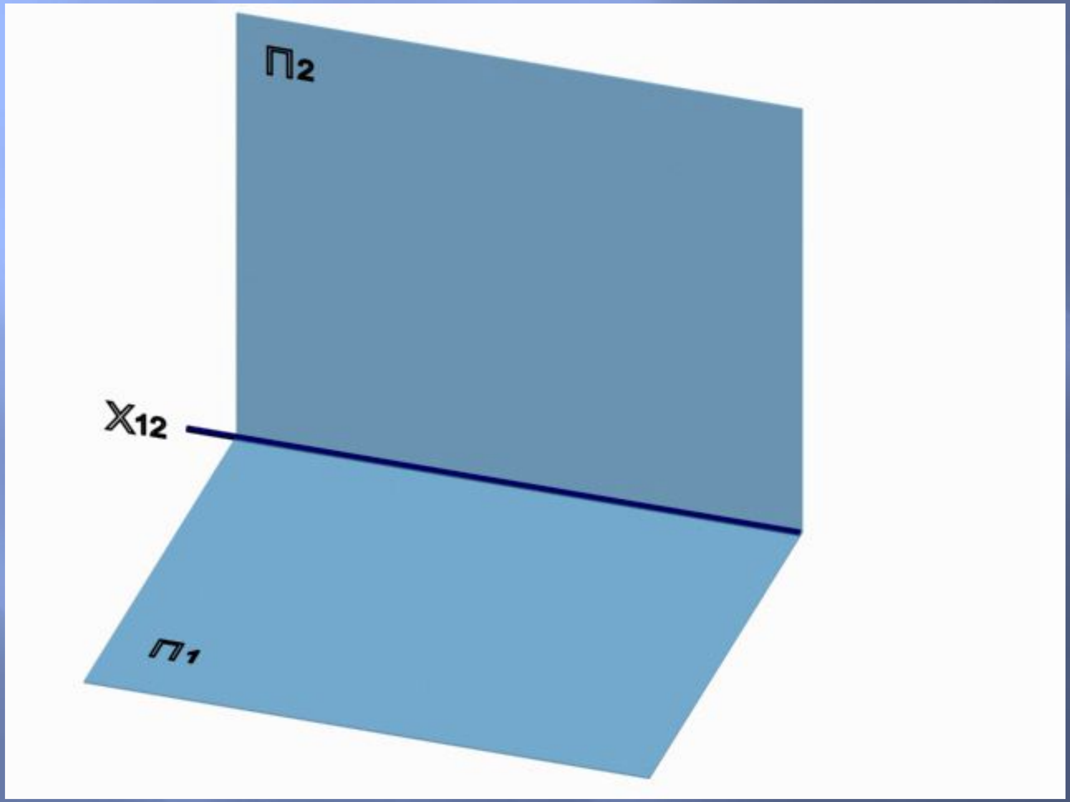
Линией пересечения двух фронтально-проецирующих плоскостей $\delta(\delta_2)$ и $\sigma(\sigma_2)$ является фронтально-проецирующая прямая l.

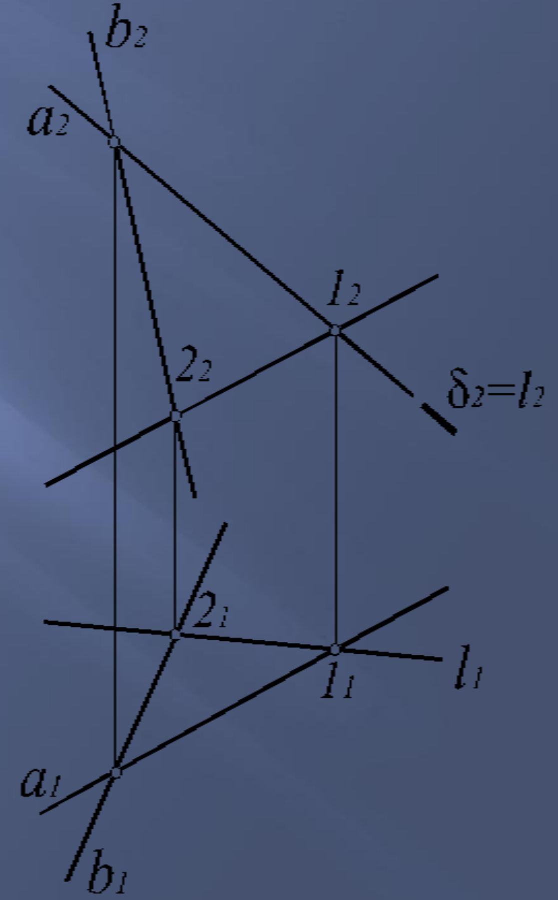




ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

В данном случае, достаточно определить точки пересечения прямых *a* и *b* с плоскостью $\delta(\delta_2)$. Они однозначно определят линию пересечения *l*.





ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ И ПРЯМОЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ. ПЕРВАЯ ПОЗИЦИОННАЯ ЗАДАЧА

Дано:

$\alpha(ABC)$ – плоскость общего положения;

$a(a_1,a_2)$ – прямая общего положения.

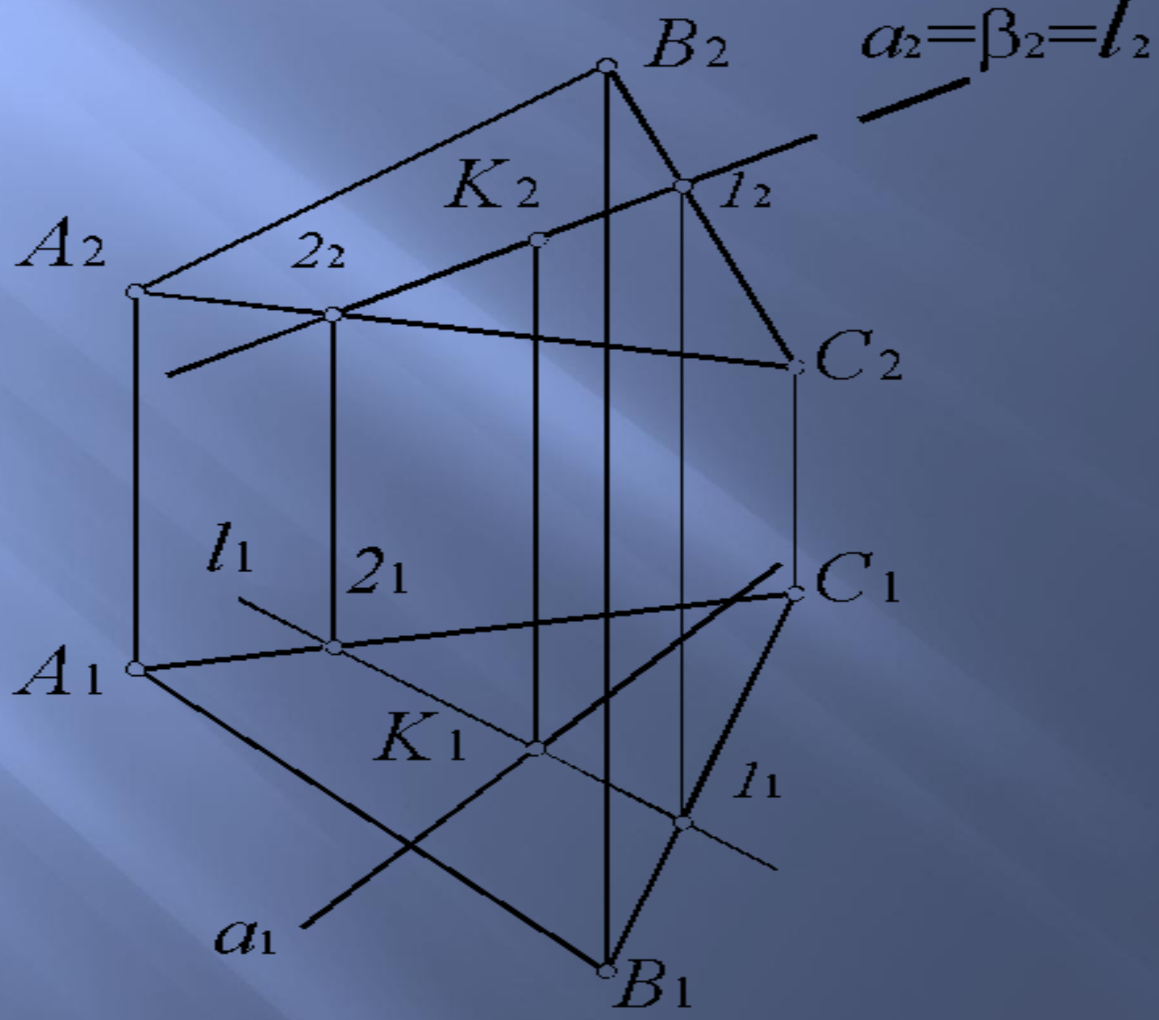
Определить:

$K=a\times\alpha(ABC)$.

Решение:

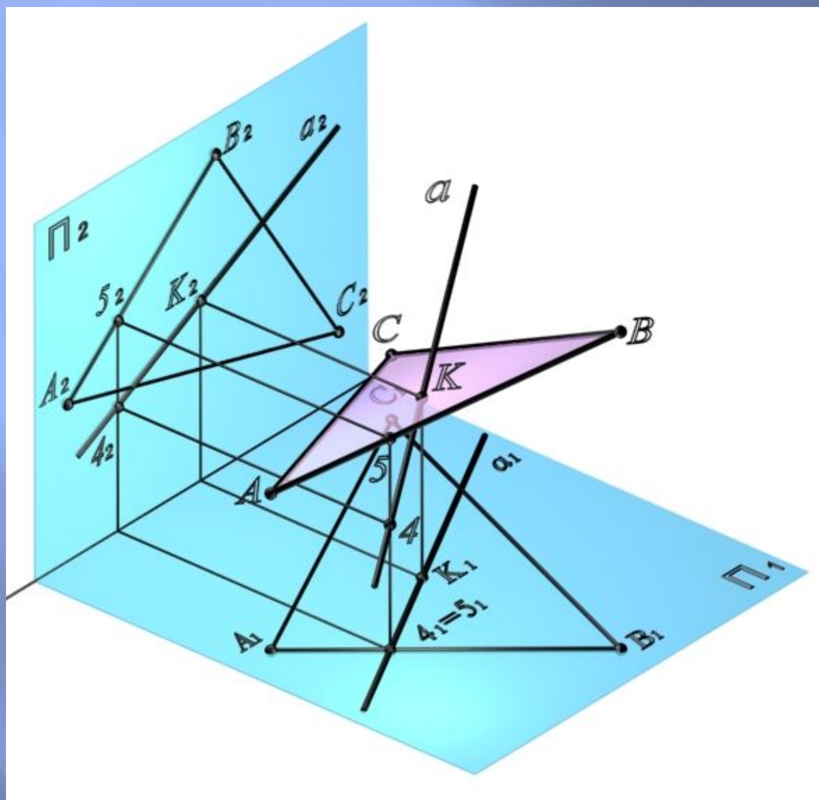
1. Прямую заключить во вспомогательную плоскость частного положения: $a\in\beta$.
2. Определить линию l как линию пересечения вспомогательной и заданной плоскостей $l=\alpha(ABC)\cap\beta$.
3. Определить точку пересечения $K=a\times l$, которая является искомой точкой пересечения прямой a с плоскостью $\alpha(ABC)$.

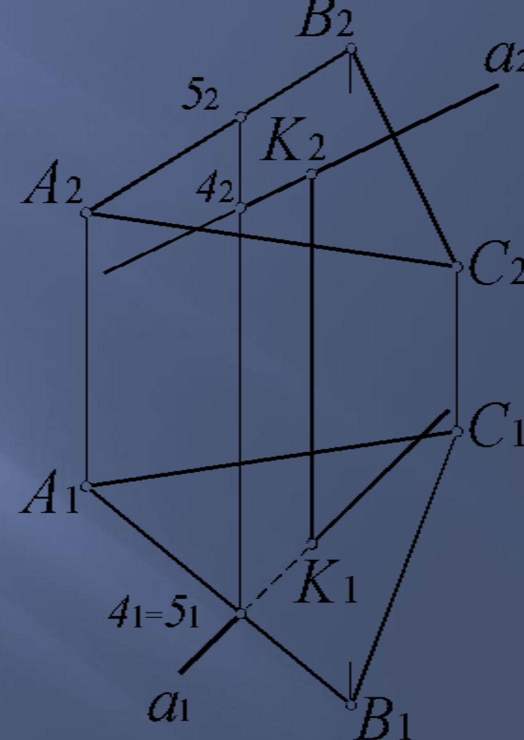
РЕШЕНИЕ ПЕРВОЙ ПОЗИЦИОННОЙ ЗАДАЧИ НА КОМПЛЕКСНОМ ЧЕРТЕЖЕ



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВИДИМОСТИ.
МЕТОД КОНКУРИРУЮЩИХ ТОЧЕК

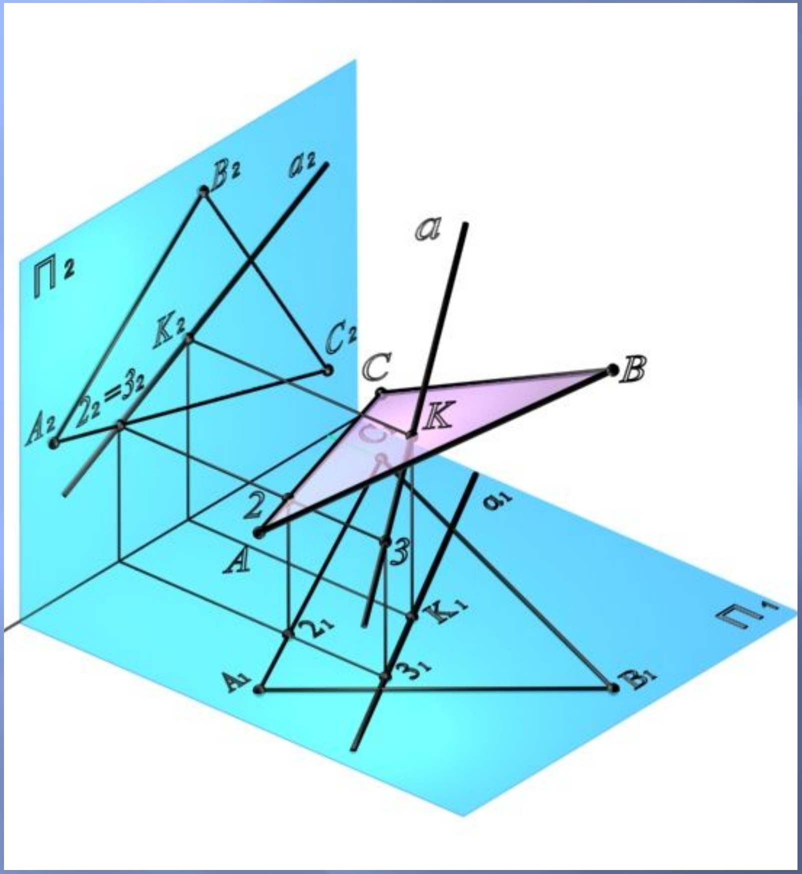
Определение видимости относительно горизонтальной плоскости проекций:

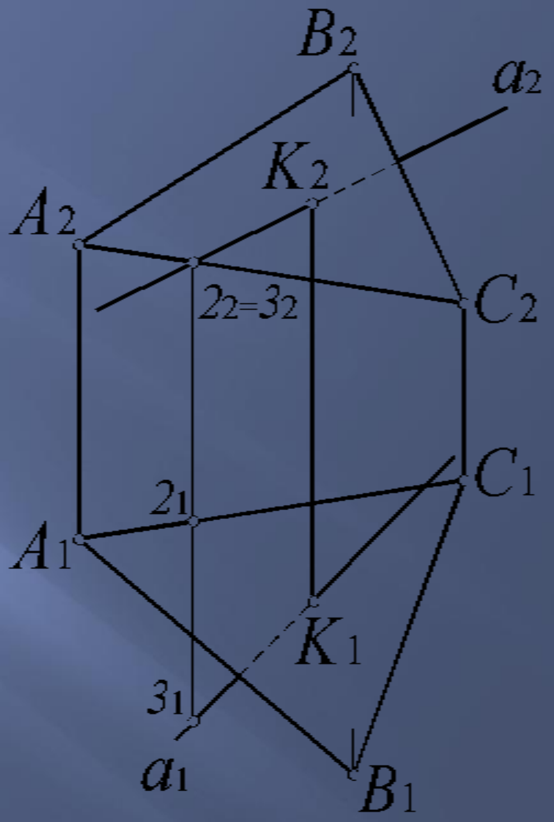




Точки, конкурирующие на $П_1$: *4* – на прямой *a* и *5* – на прямой *(АВ)*. Высота точки *5* больше, следовательно, на $П_1$ видима прямая *(АВ)*, то есть плоскость, а прямая *a* – невидима.

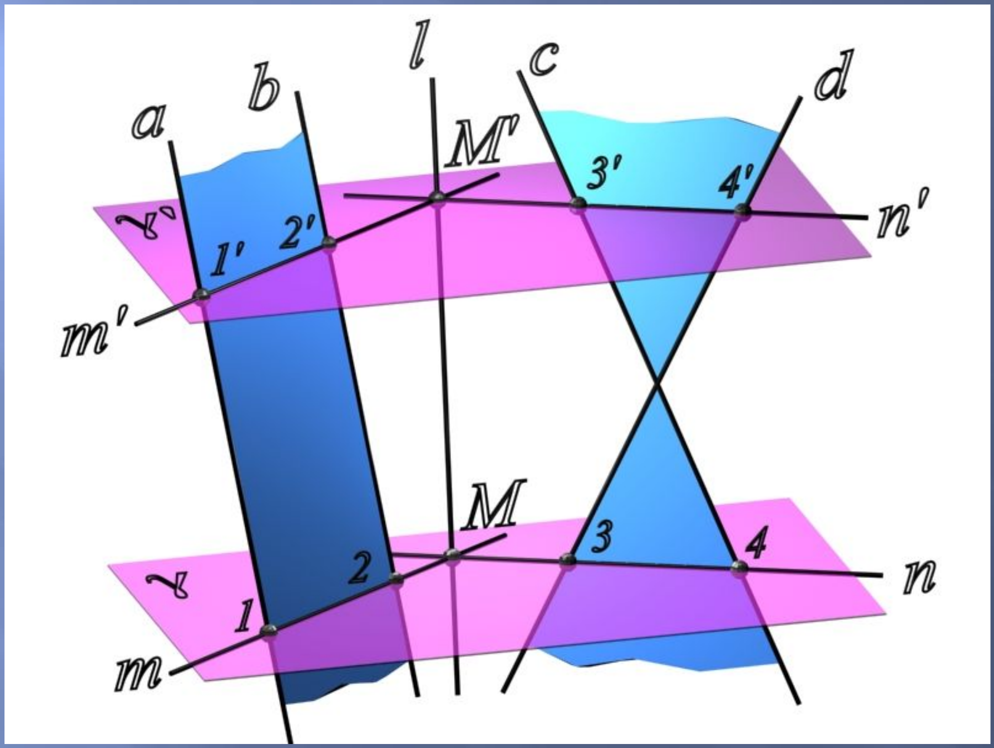
Определение видимости относительно фронтальной плоскости проекций:





Точки, конкурирующие на $П_2$: *2* – на прямой *(АС)* и *3* – на прямой *a*. Глубина точки *3* больше, следовательно, видима будет прямая *a*.

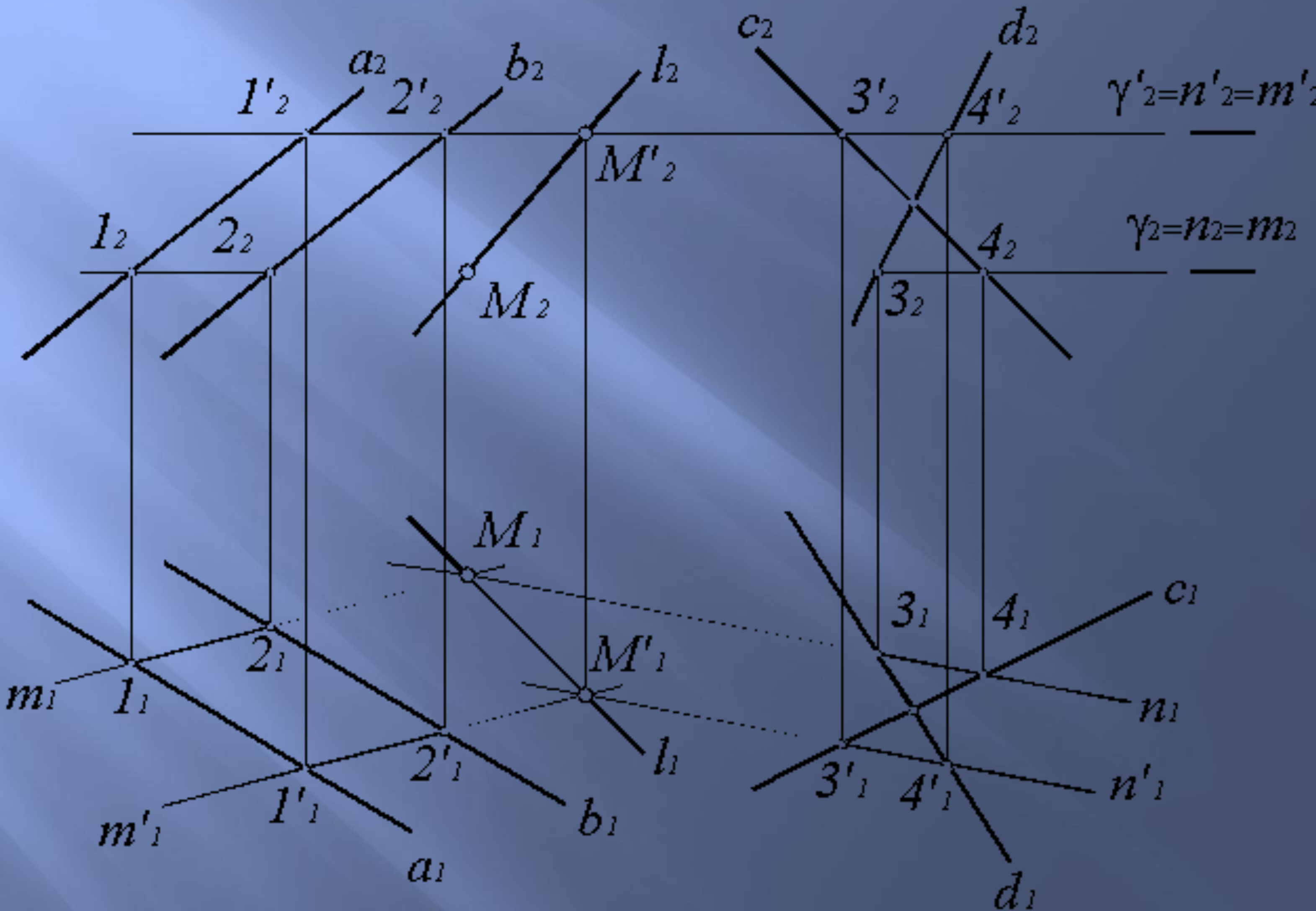
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ. ВТОРАЯ ПОЗИЦИОННАЯ ЗАДАЧА



Решение:

1. Заданные плоскости $\alpha(a||b)$ и $\beta(c\times d)$ пересечь вспомогательной плоскостью частного положения γ.
2. Определить линии пересечения m и n вспомогательной плоскости с каждой из заданных плоскостей: $m=\gamma\cap\alpha(a||b)$ и $n=\gamma\cap\beta(c\times d)$.
3. Определить точку M пересечения линий m и n.
4. Аналогично определить вторую точку линии пересечения.

РЕШЕНИЕ ВТОРОЙ ПОЗИЦИОННОЙ ЗАДАЧИ НА КОМПЛЕКСНОМ ЧЕРТЕЖЕ



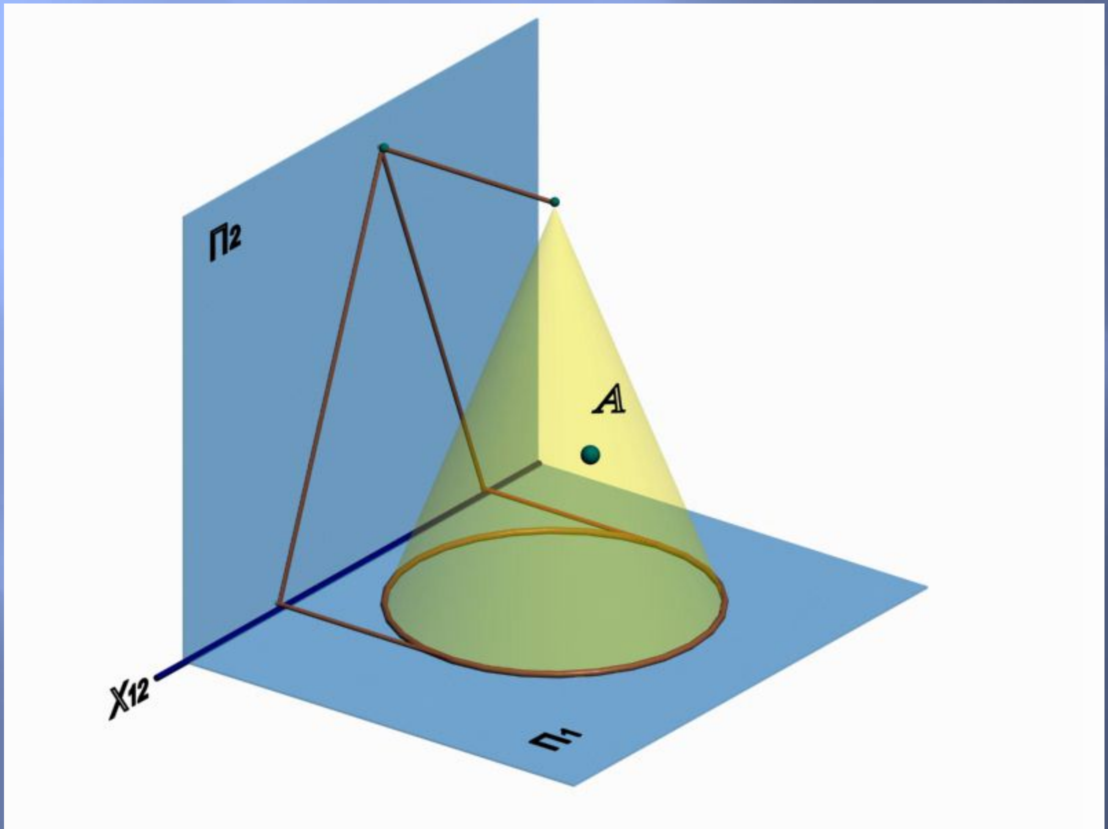
ЛЕКЦИЯ 6.
ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ

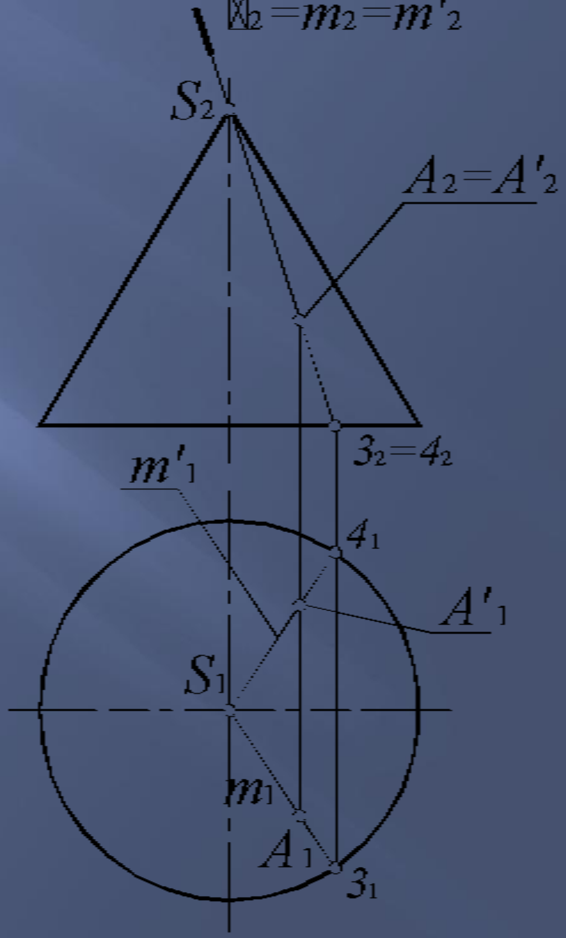
$$l \in \Phi_{сф} \qquad A \in l \Rightarrow A \in \Phi_{сф}$$

Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит какой-либо линии на этой поверхности

ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

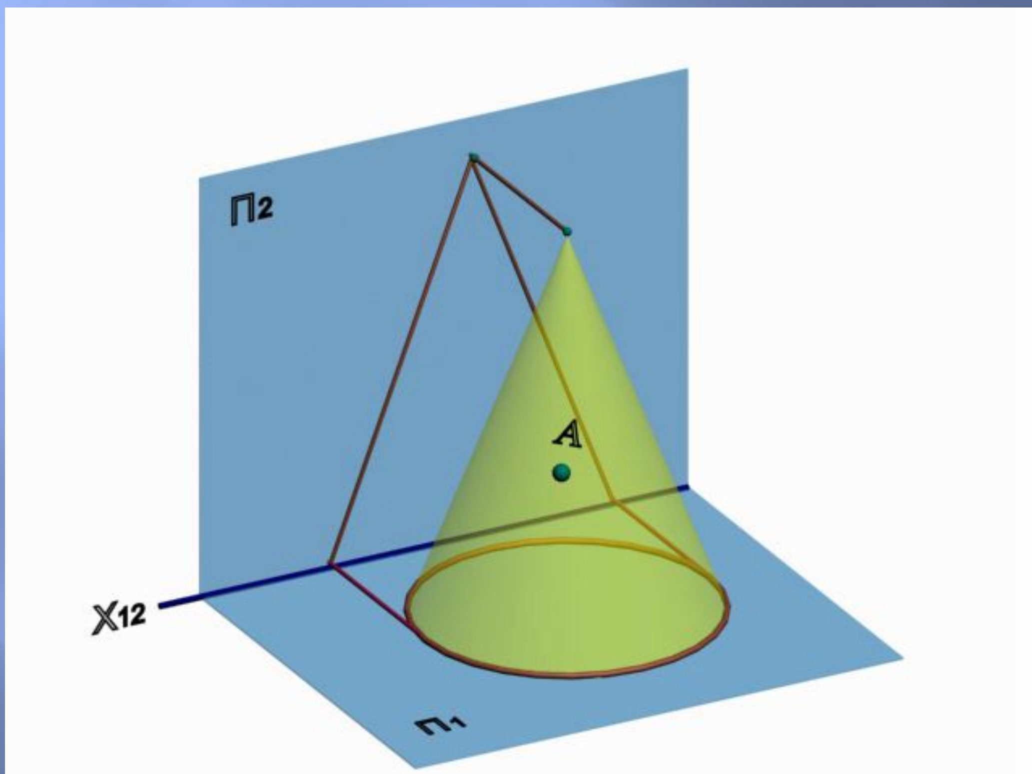
На поверхности конуса можно получить как окружности, так и прямые линии. В сечении конуса плоскостью, проходящей через его вершину, получаются прямые линии

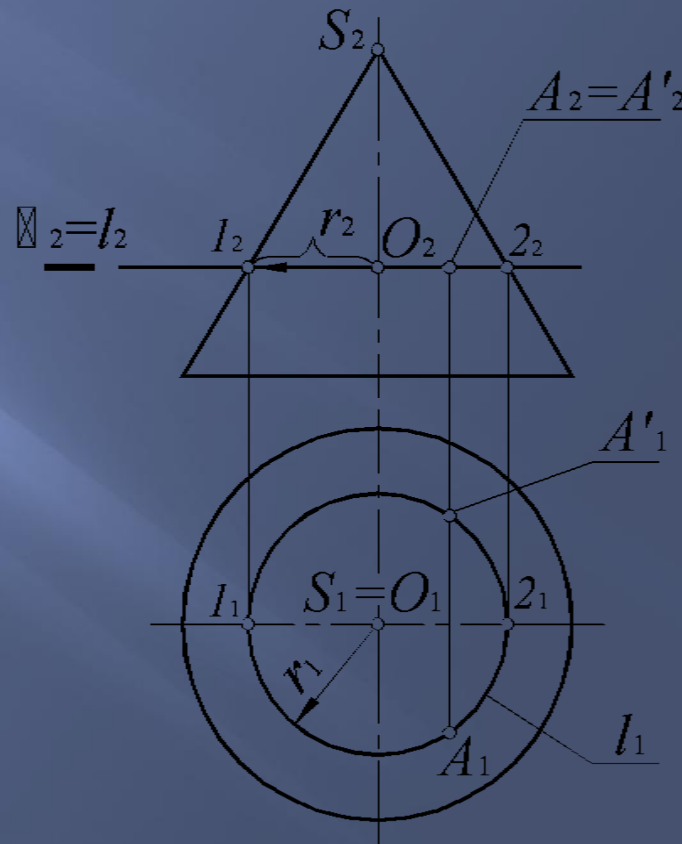




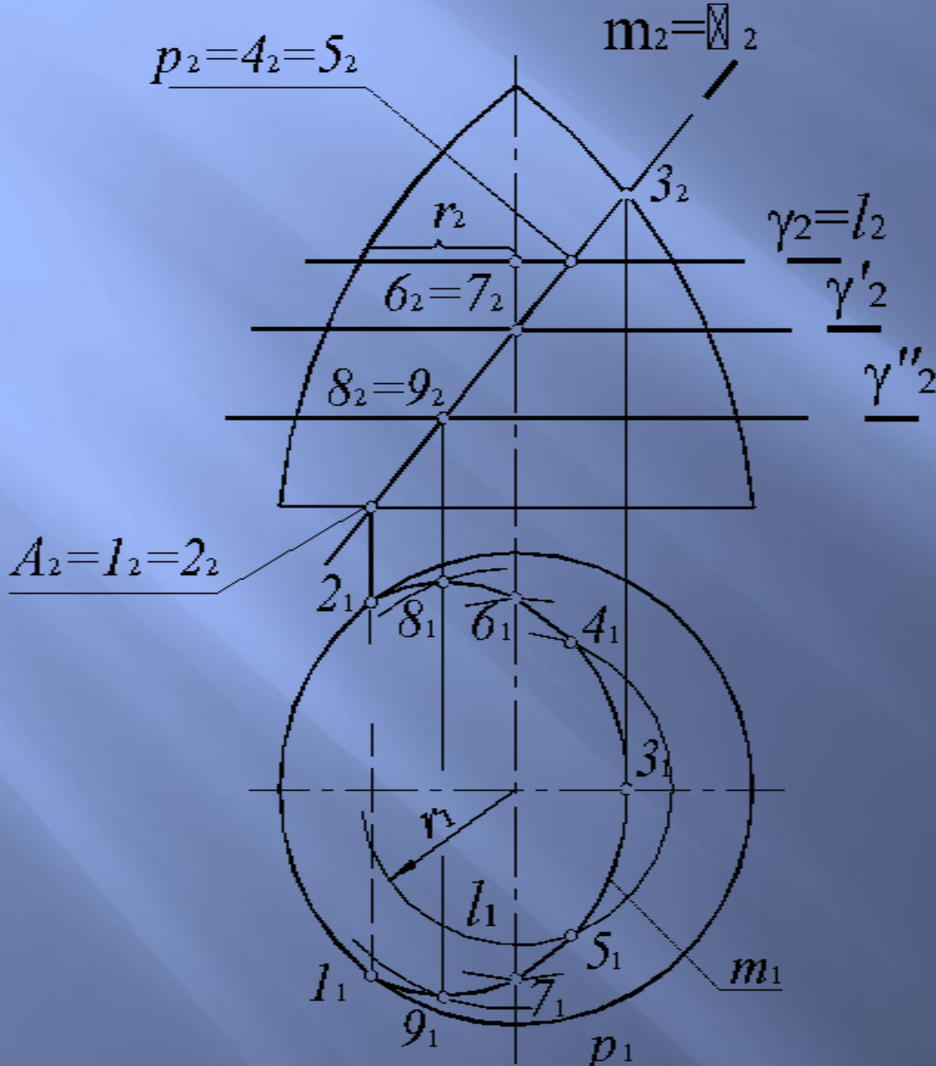
ТОЧКА НА ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

В сечении конуса плоскостью, перпендикулярной оси вращения, получается окружность.





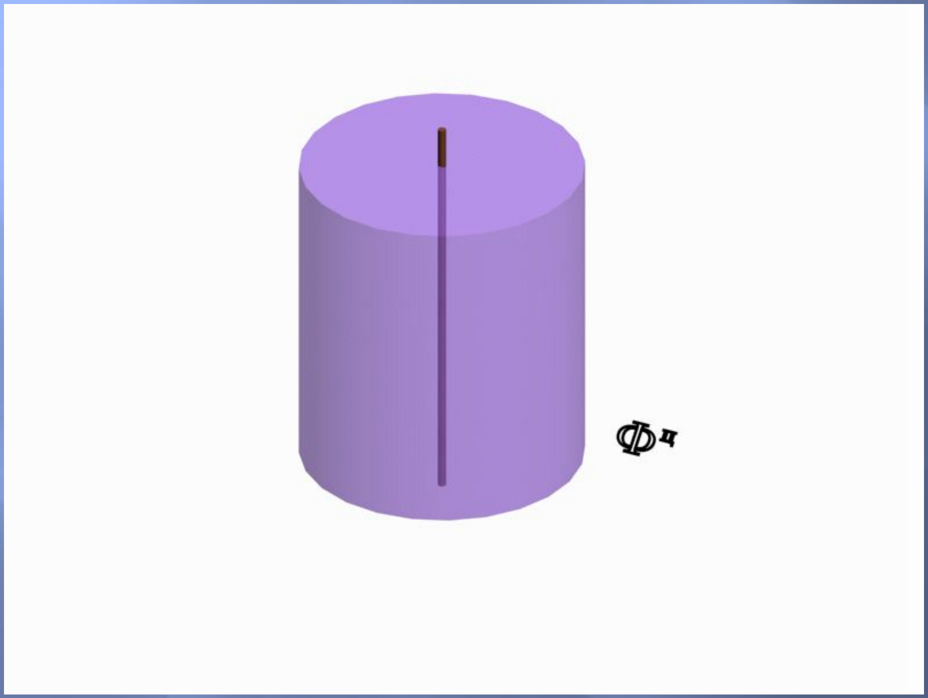
СЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ ПЛОСКОСТЬЮ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

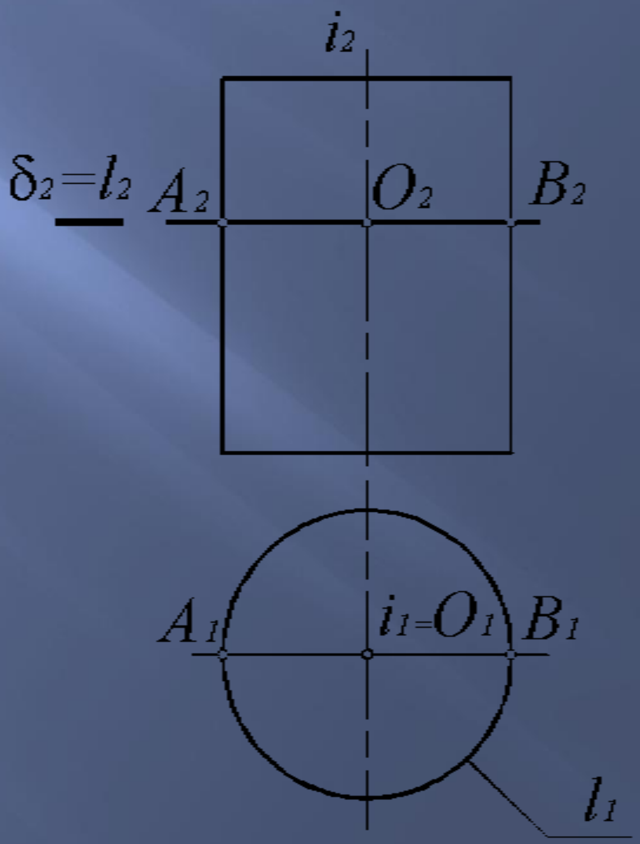


Точки линии сечения определяют с помощью вспомогательных плоскостей уровня.

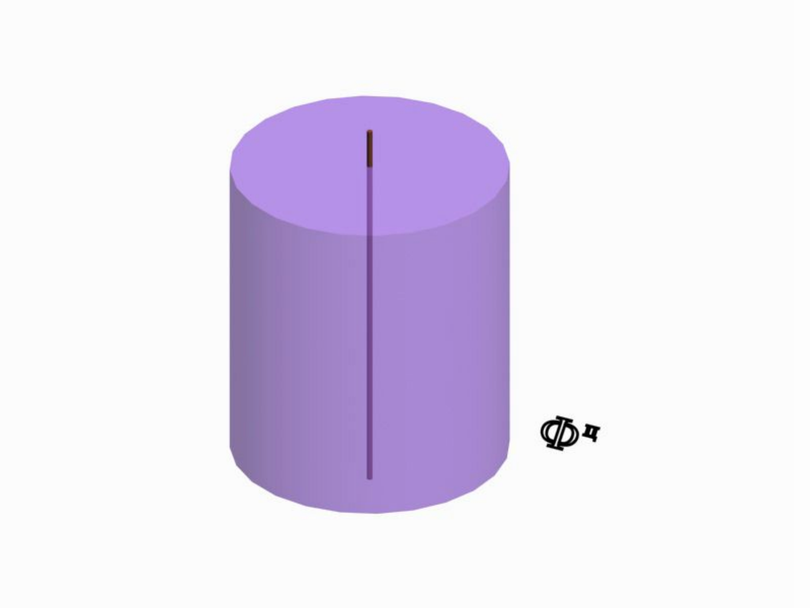
ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

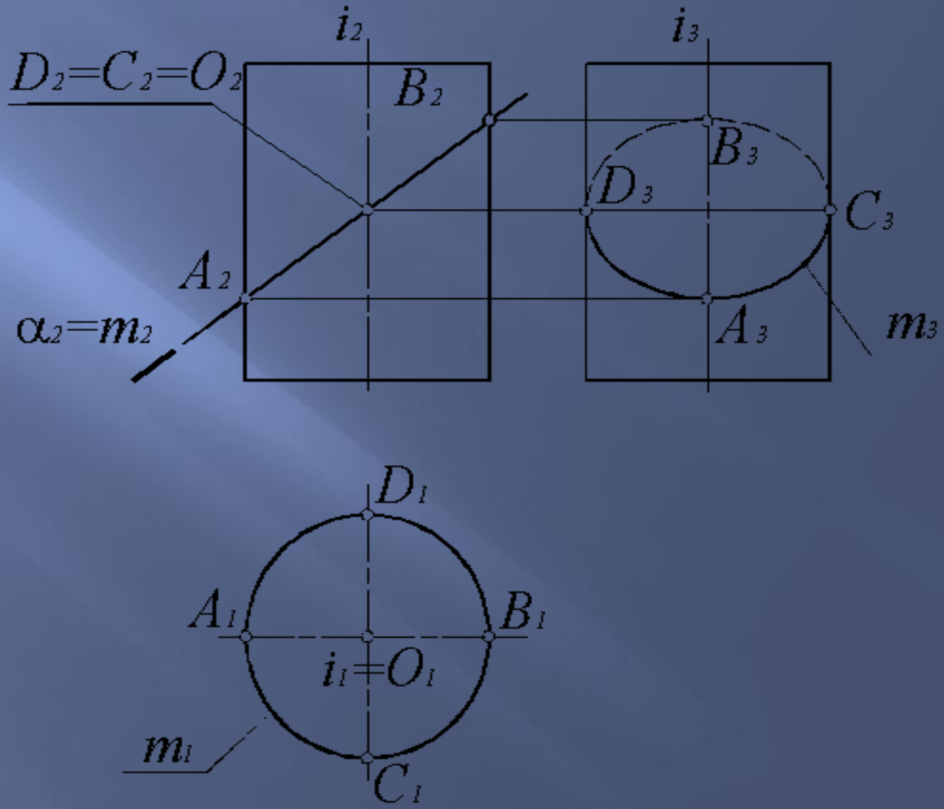
В сечении цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси вращения, получается окружность.



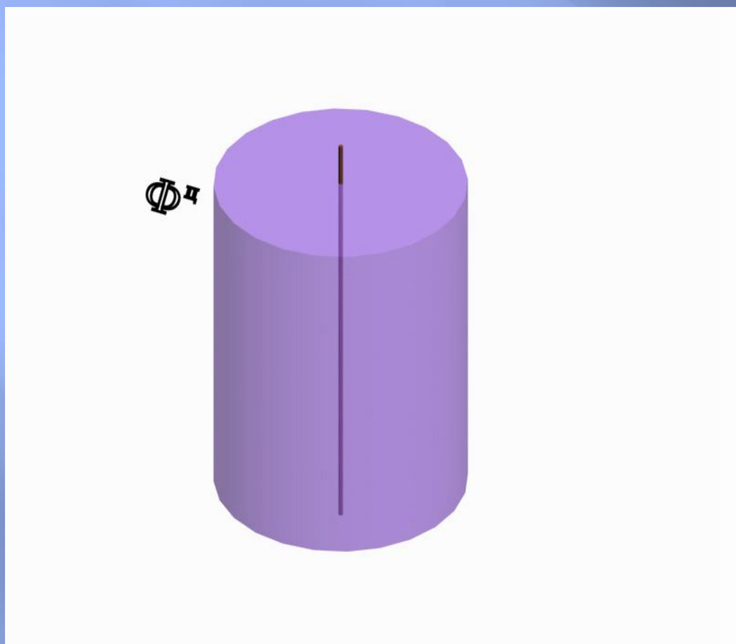


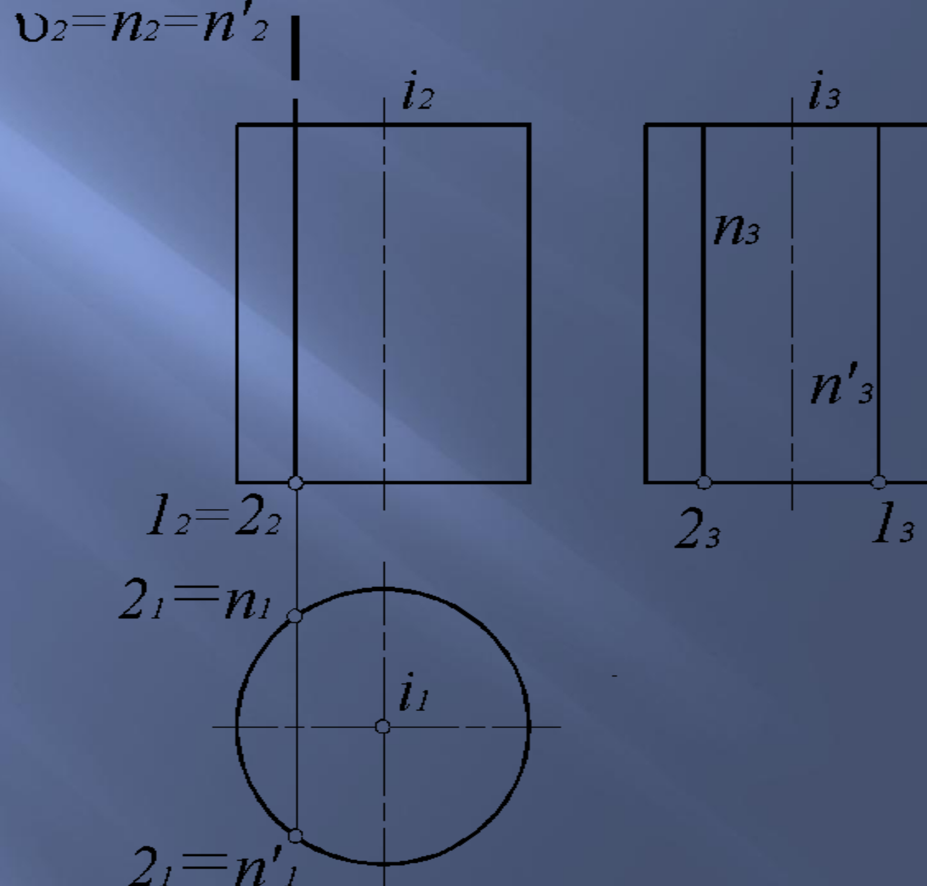
В сечении цилиндра плоскостью, наклоненной к оси вращения, получается эллипс.





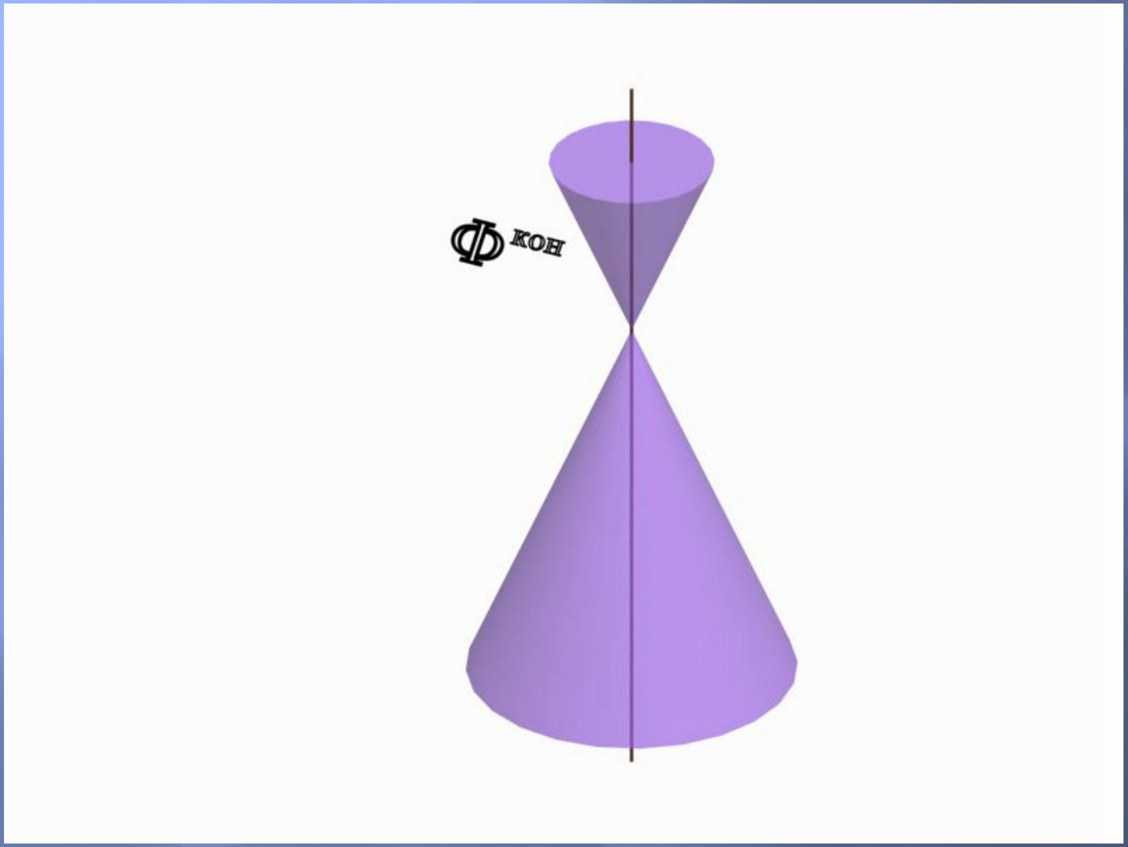
В сечении цилиндра плоскостью, параллельной оси вращения, получаются параллельные прямые.

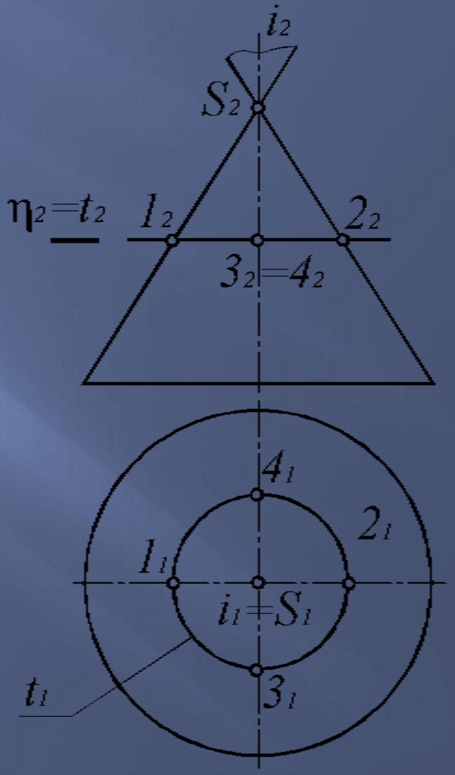




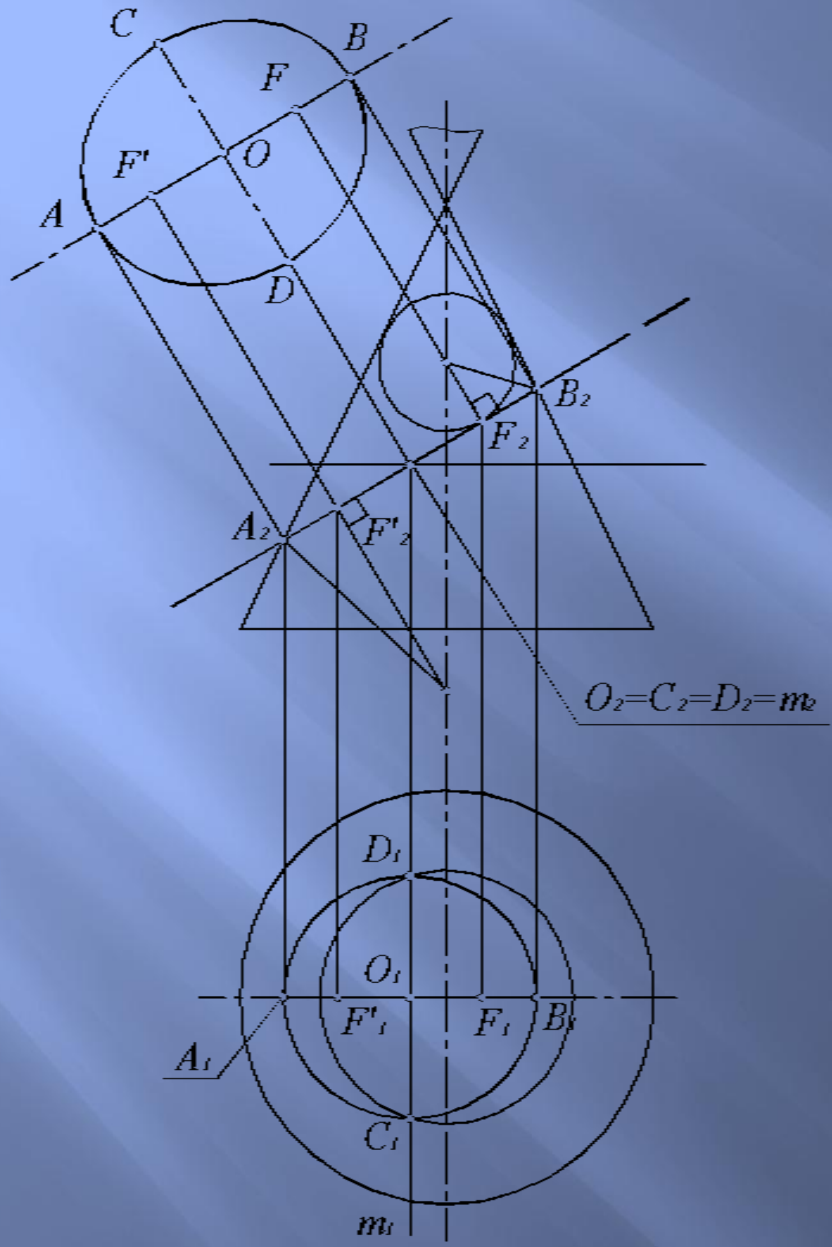
КОНИЧЕСКИЕ СЕЧЕНИЯ

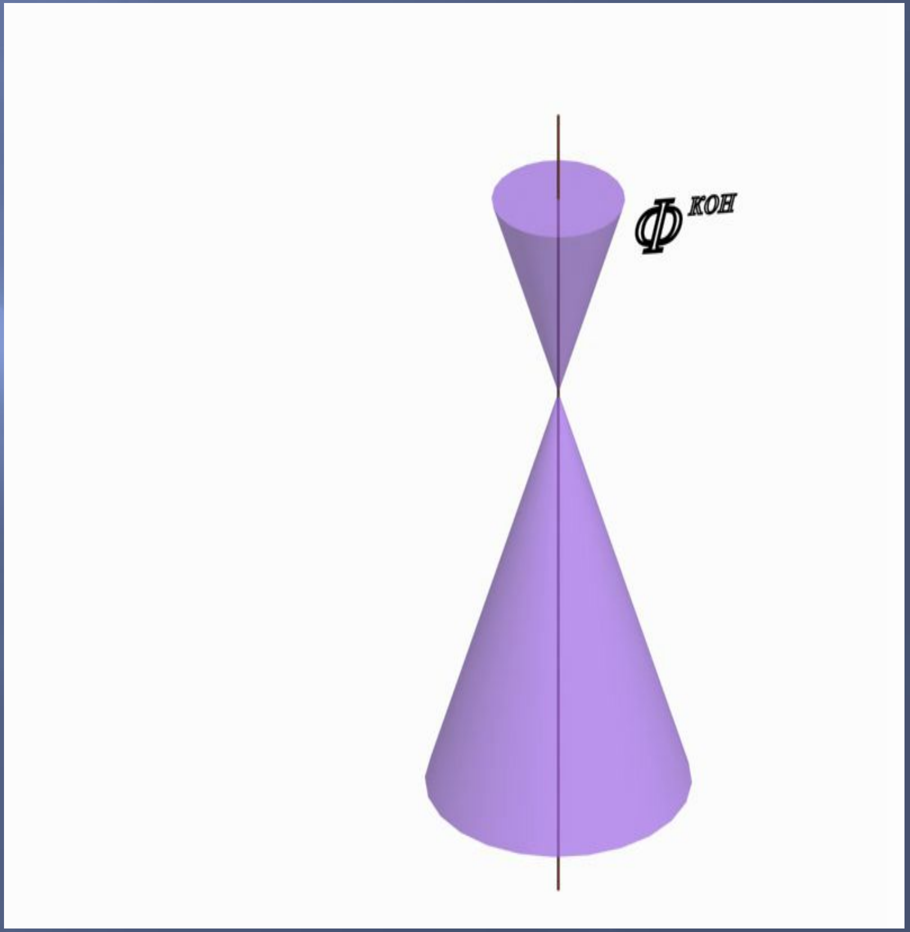
В сечении конуса плоскостью, перпендикулярной оси вращения, получается окружность.

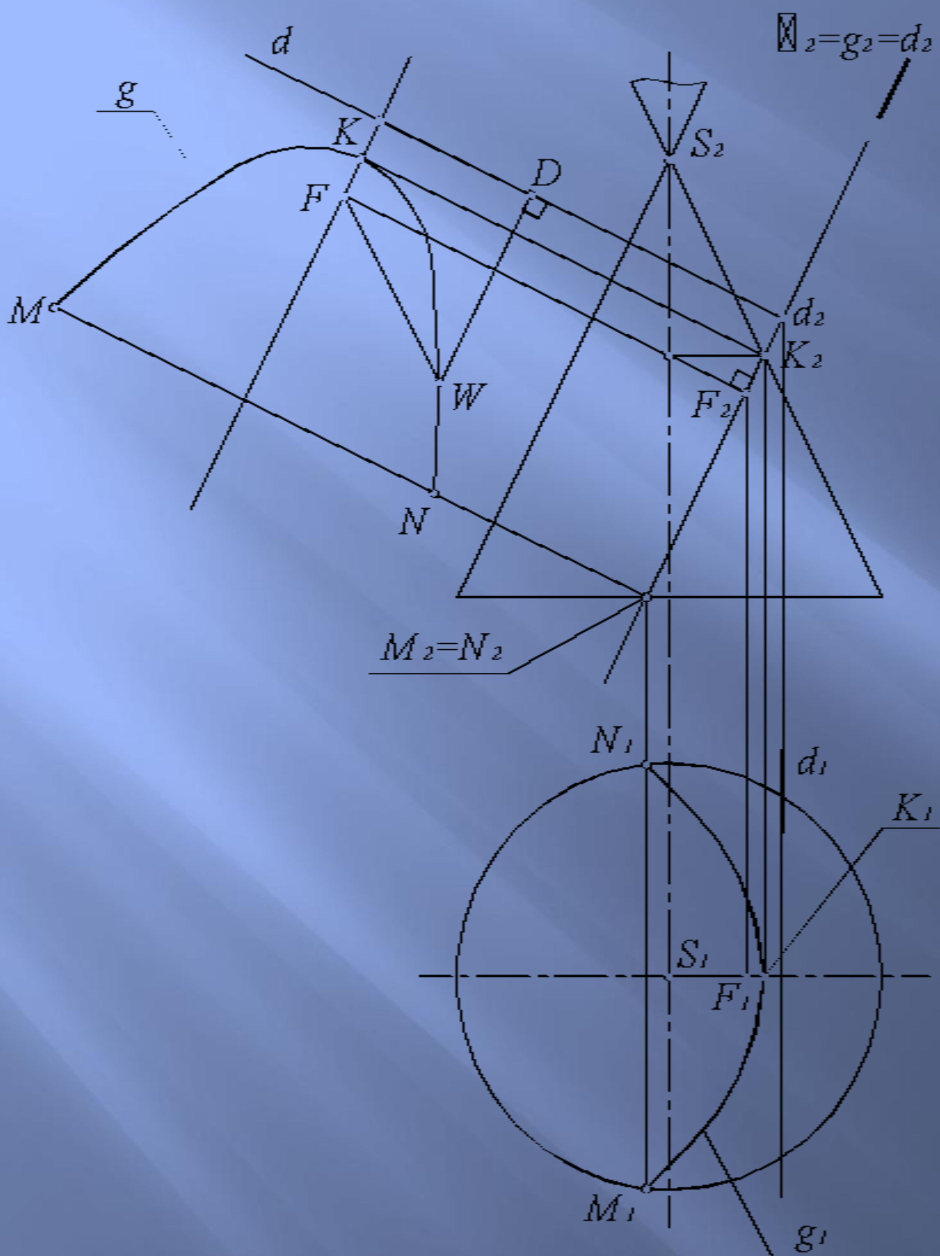




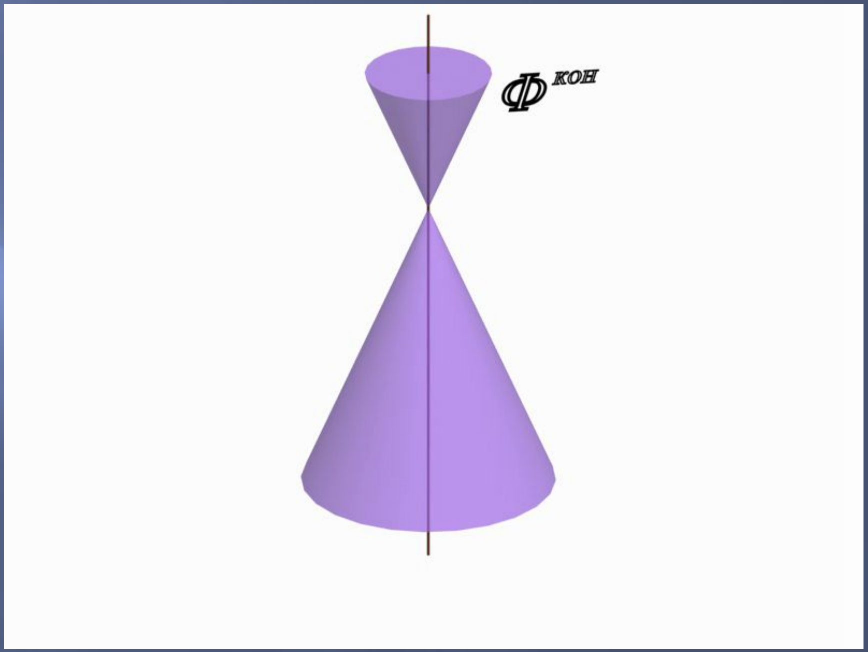
В сечении конуса плоскостью, наклоненной к оси вращения, получается эллипс.

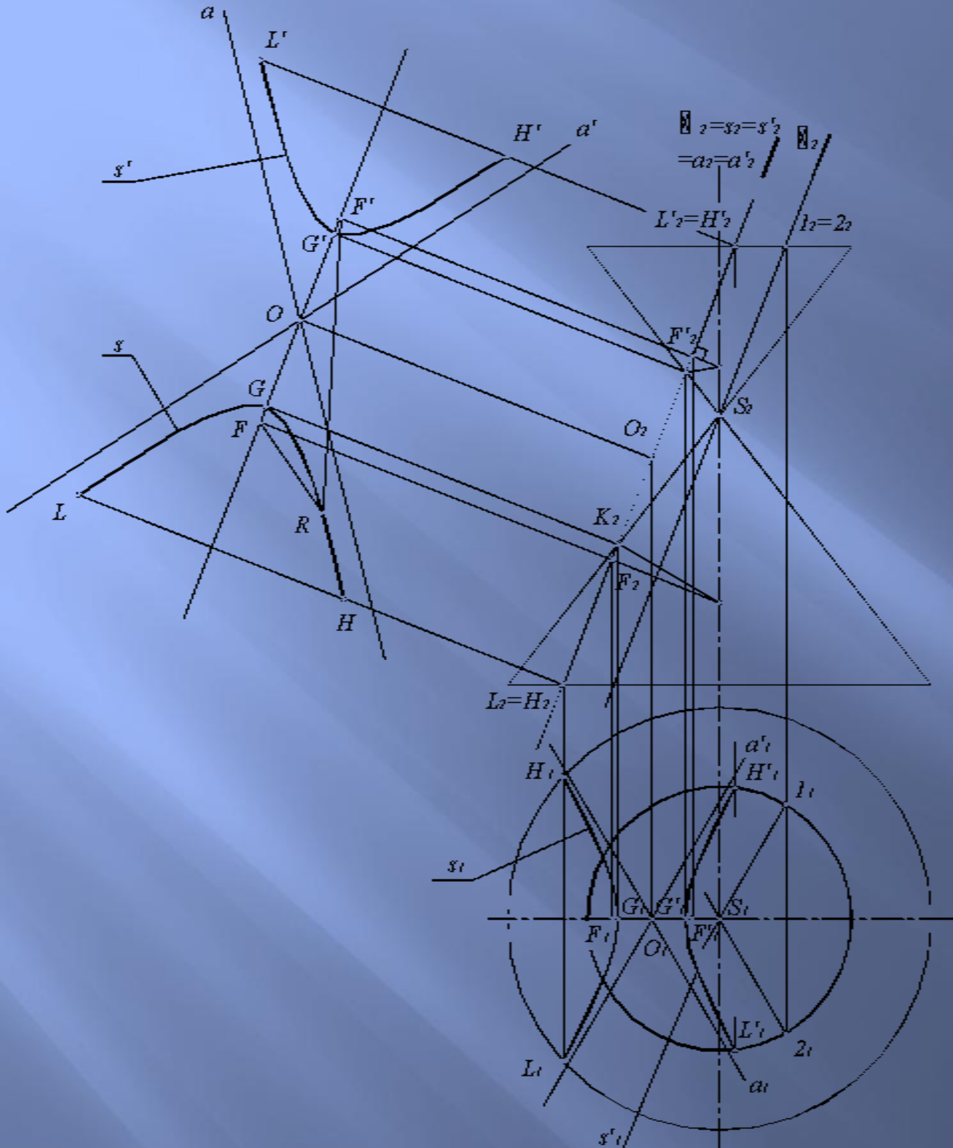




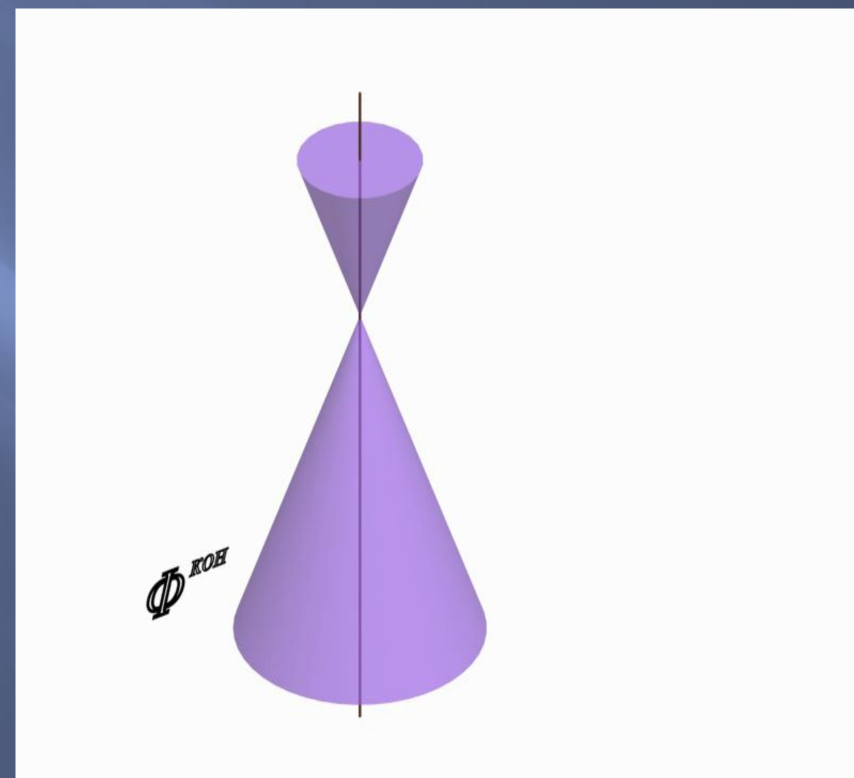


В сечении конуса плоскостью, параллельной одной из образующих, получается парабола.

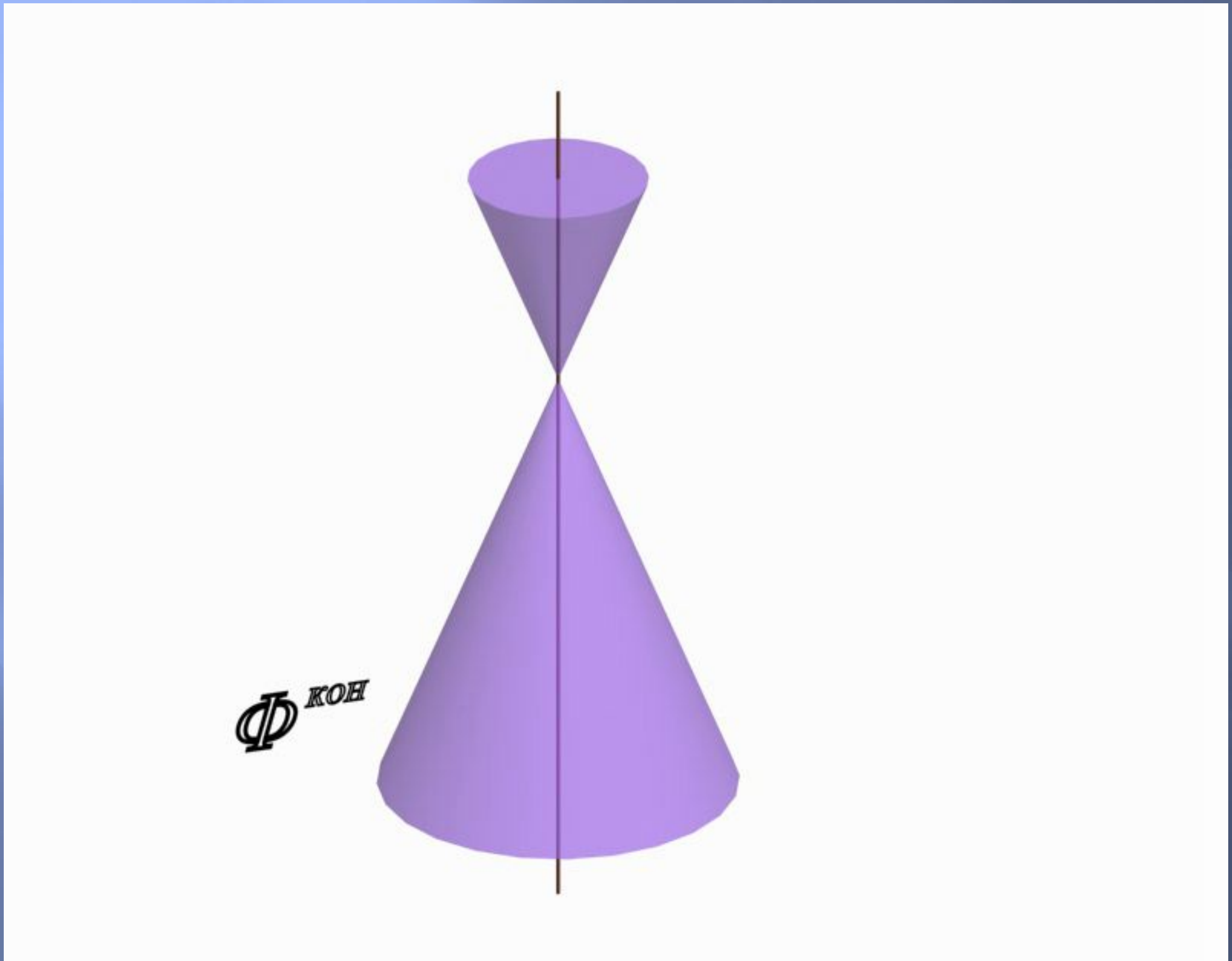


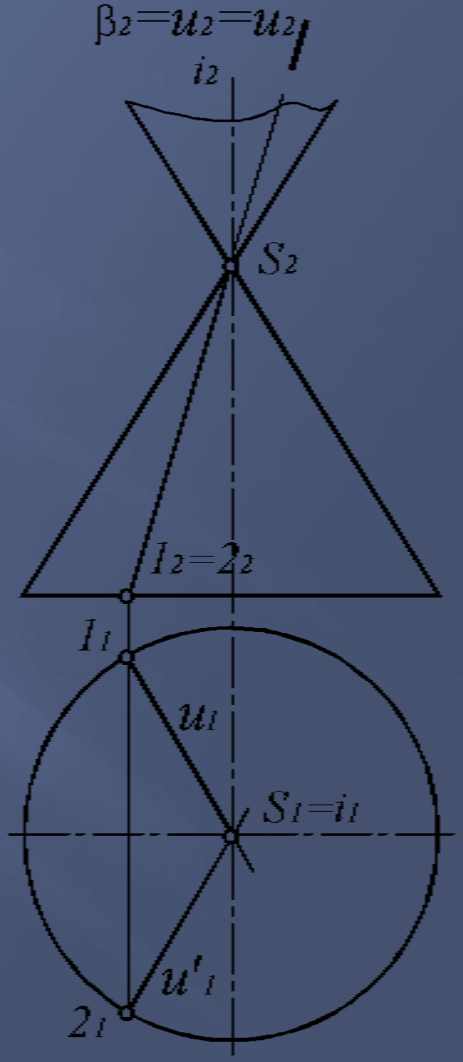


В сечении конуса плоскостью, пересекающей образующие по обе стороны от вершины, получается гипербола.

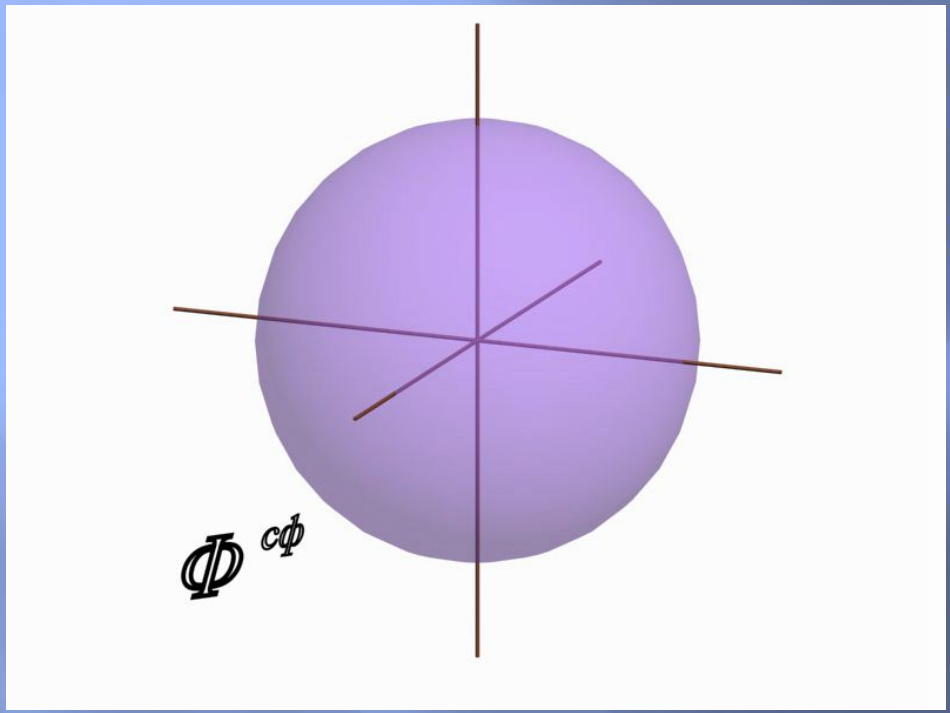


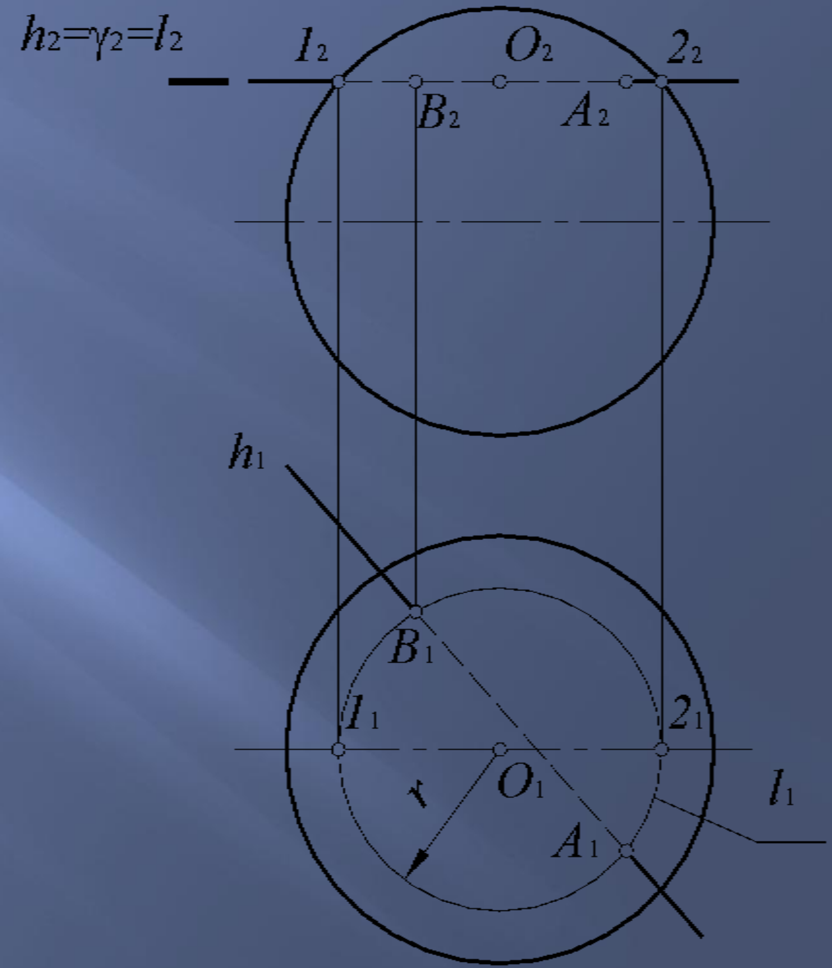
В сечении конуса плоскостью, проходящей через вершину, получаются пересекающиеся прямые.





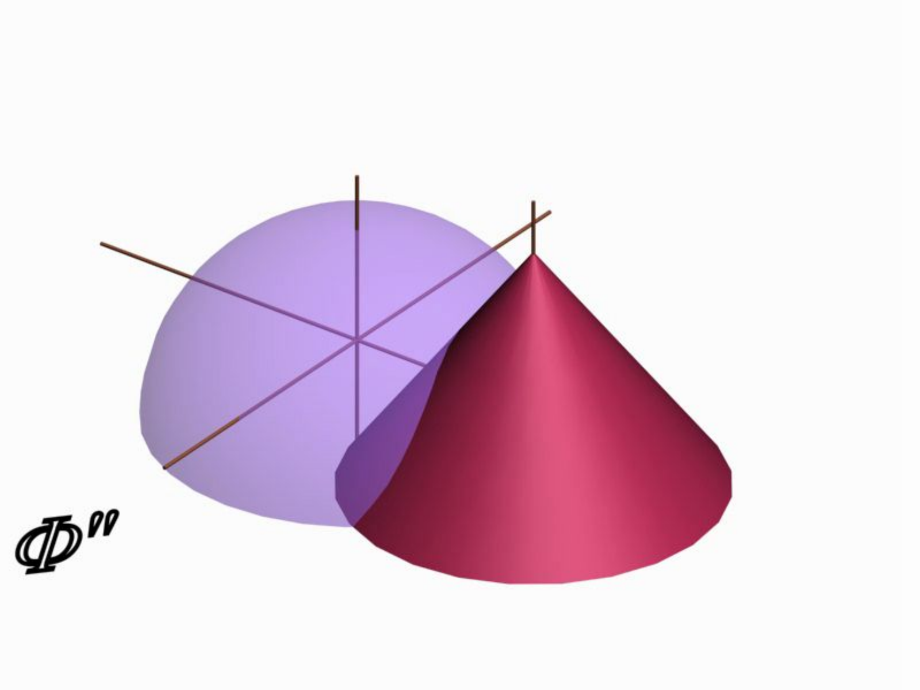
ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПОВЕРХНОСТЬЮ





Алгоритм решения задач об определении взаимного положения поверхности и прямой аналогичен решению первой позиционной задачи .

ЛЕКЦИЯ 7. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ



1. Обе заданные поверхности Ф' и Ф " рассекают третьей, вспомогательной плоскостью или поверхностью .

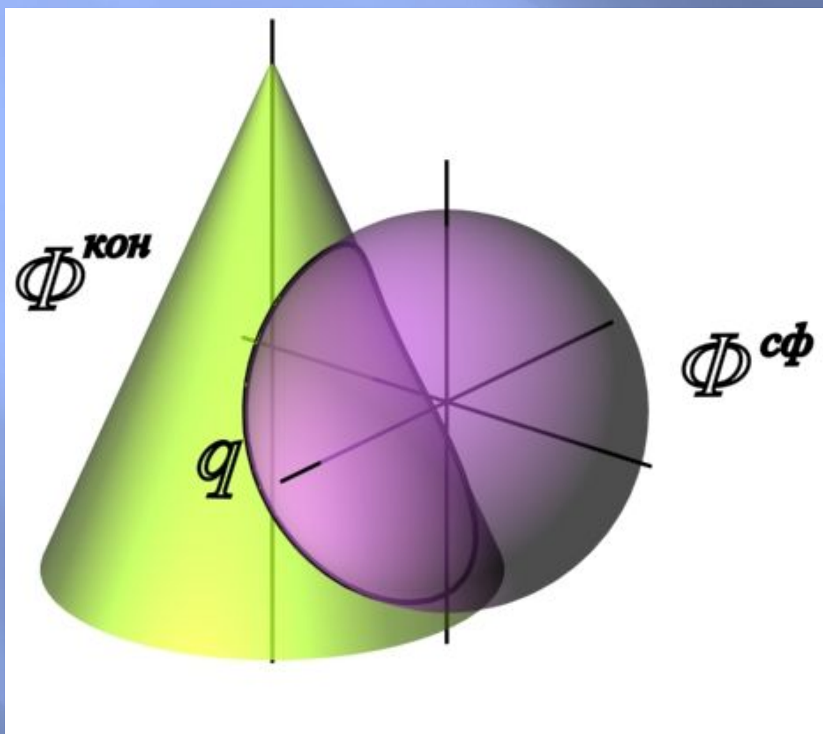
2. Определяют линии пересечения каждой заданной поверхности со вспомогательной: Ф' × $P = l'$, Ф'' × $P = l''$.

3. Определяют точки пересечения полученных линий $l' \times l''$ = I и II и соединяют лекальной кривой, которая и является искомой линией пересечения поверхностей.

4. Определяют видимость поверхностей и линии их пересечения.

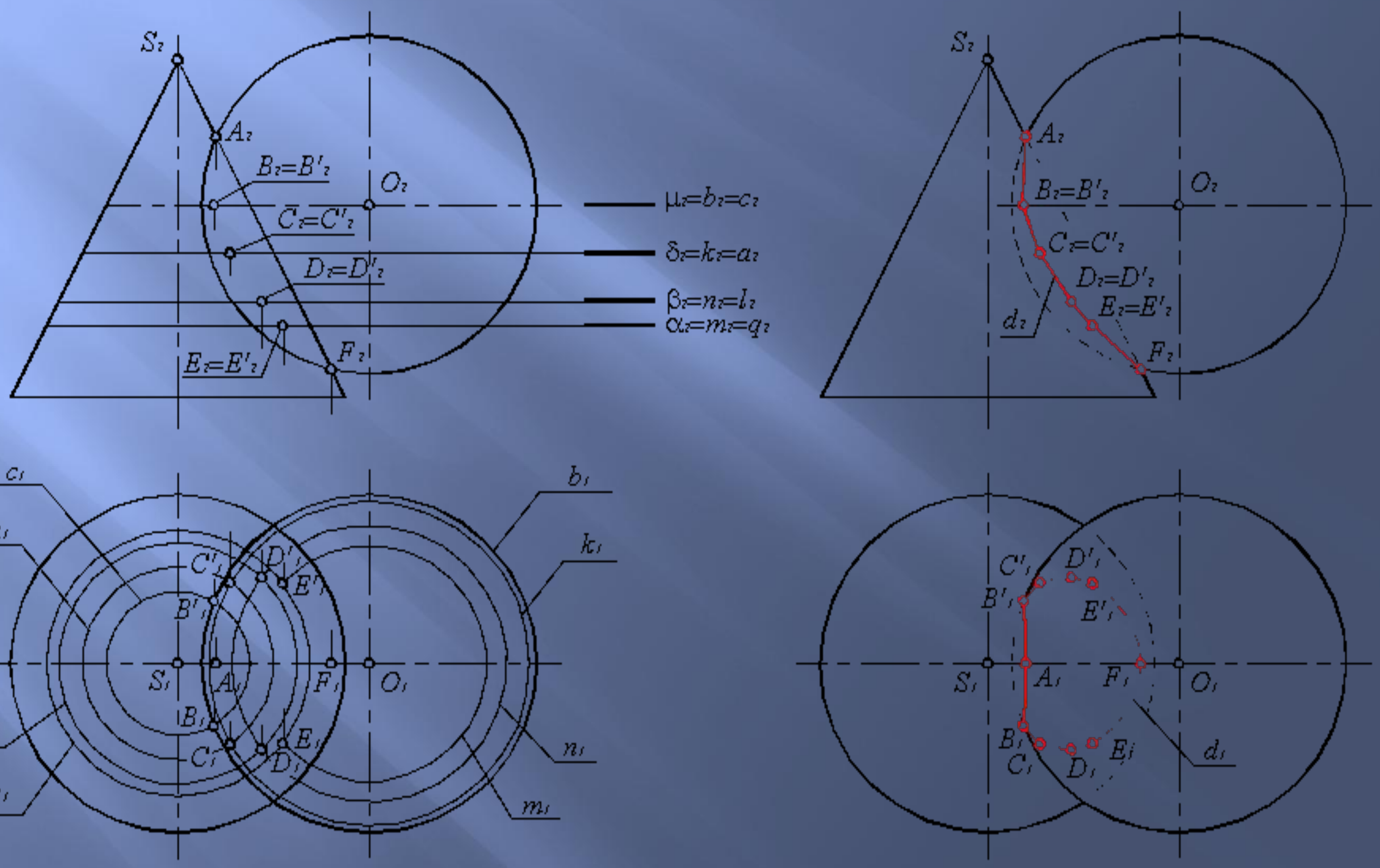
СПОСОБ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ УРОВНЯ

Этот способ заключается в том, что обе поверхности рассекаются параллельными плоскостями уровня.



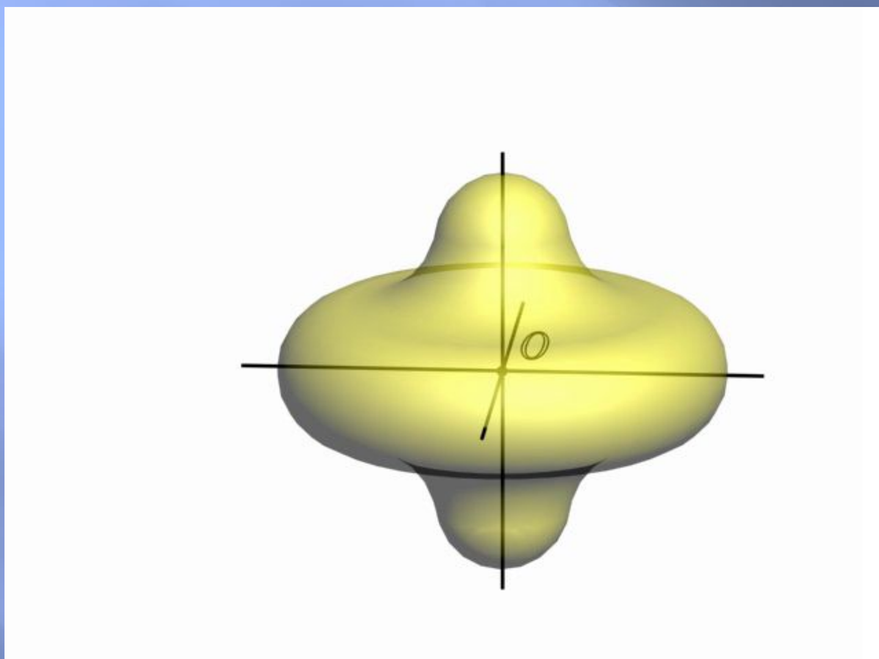
Рассмотрим построение линии пересечения прямого кругового конуса и сферы. Горизонтальные плоскости уровня рассекают обе поверхности по окружностям q и m.

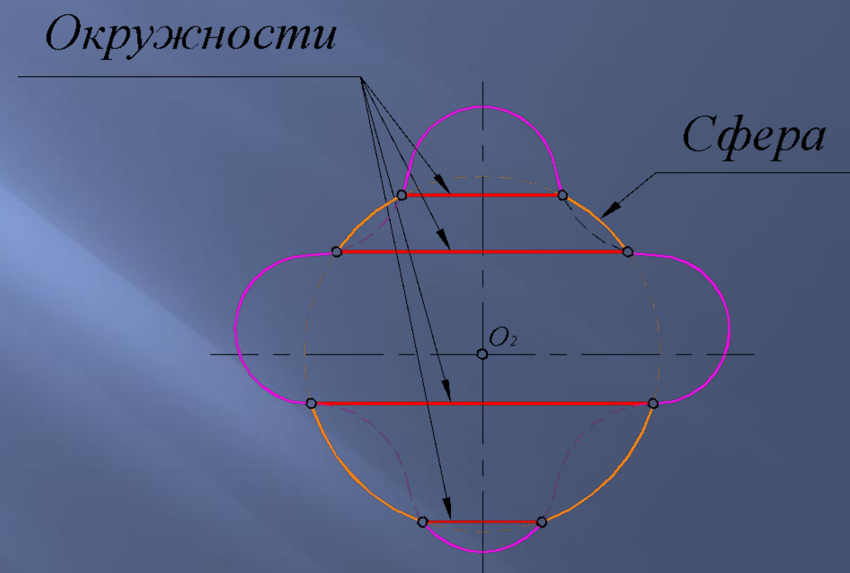
Построение линии пересечения поверхностей способом вспомогательных плоскостей уровня на комплексном чертеже



СПОСОБ КОНЦЕНТРИЧЕСКИХ СФЕР

Этот способ применяется для построения линии пересечения поверхностей вращения произвольного вида, при условии, что оси этих поверхностей пересекаются.

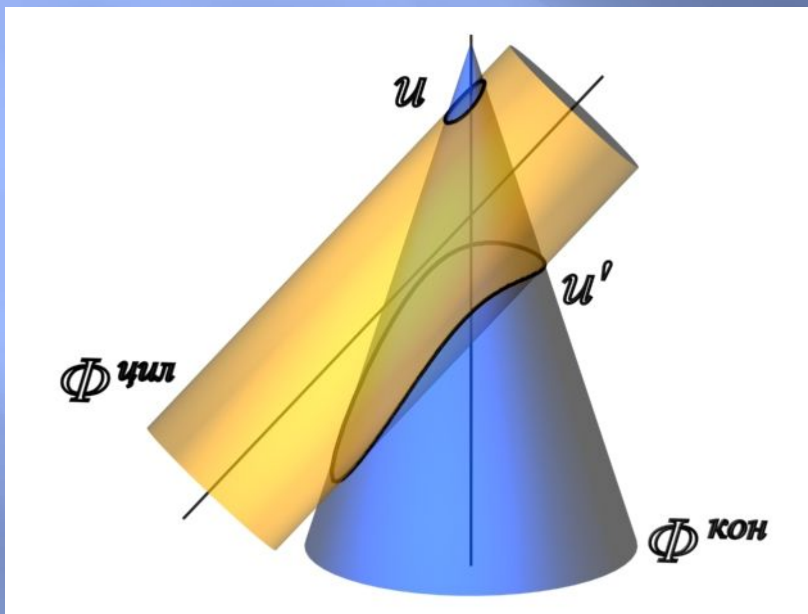




Свойство сферы с центром на оси какой-либо поверхности:
если центр сферы находится на оси какой-нибудь поверхности вращения, то сфера соосна с поверхностью вращения и в их пересечении получатся окружности

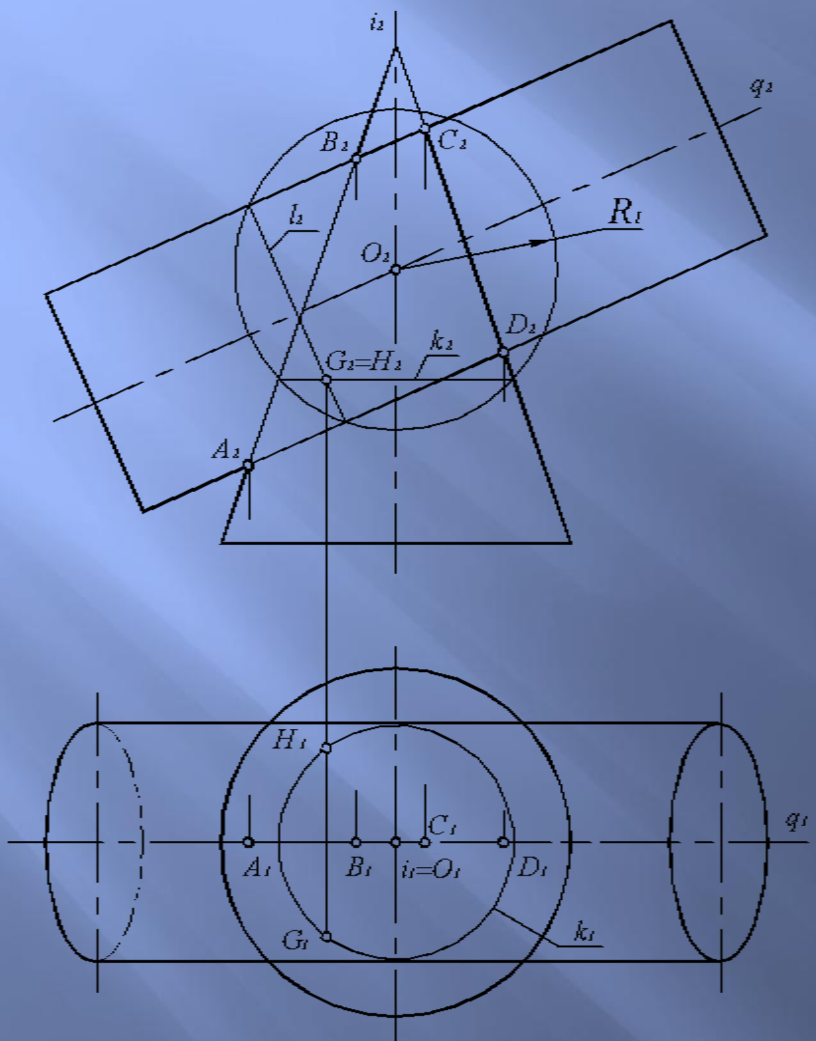
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ С ПЕРЕСЕКАЮЩИМИСЯ ОСЯМИ

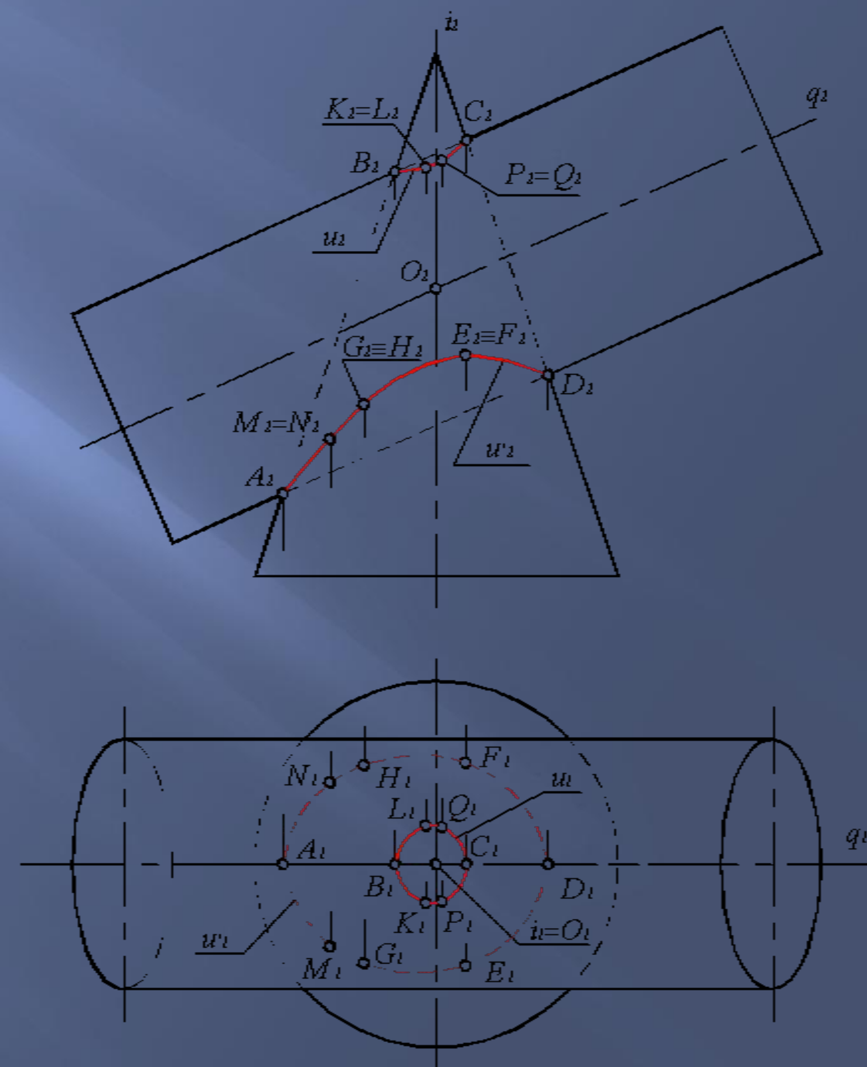
Точка пересечения осей поверхностей принимается за центр вспомогательных концентрических сфер.



Вспомогательная сфера пересекает поверхность цилиндра по окружности l, а поверхность конуса – по окружности m. Точки пересечения окружностей l и m являются точками пересечения поверхностей.

Построение линии пересечения поверхностей способом концентрических сфер на комплексном чертеже

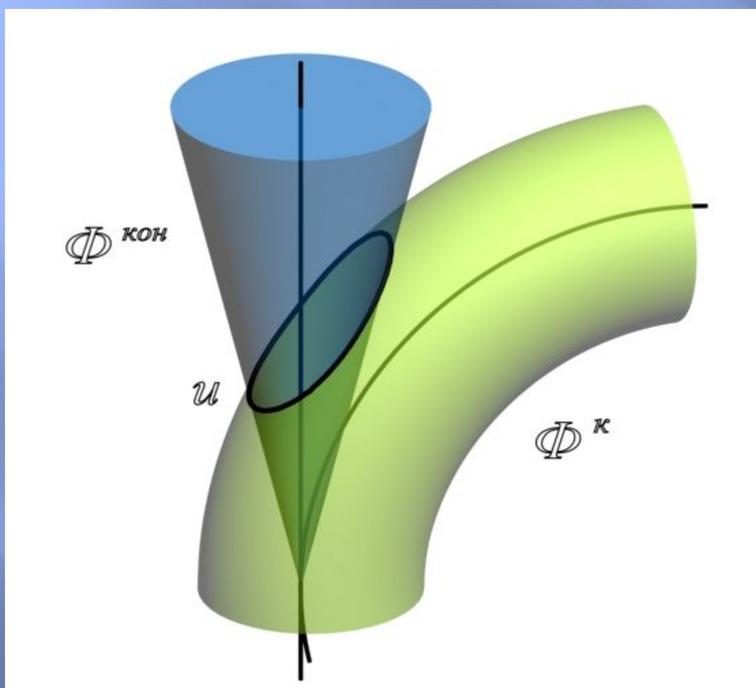




СПОСОБ ЭКСЦЕНТРИЧЕСКИХ СФЕР

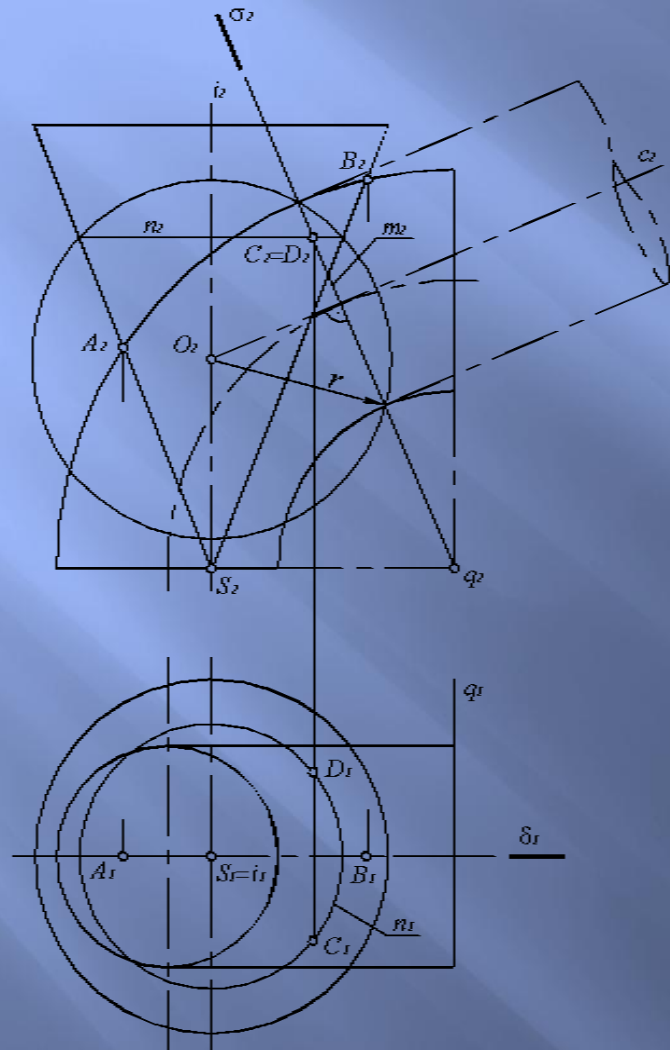
Способ эксцентрических сфер основан на том, что около всякой окружности можно описать бесчисленное множество сфер, геометрическим местом центров которых является прямая, проходящая через центр окружности и перпендикулярная плоскости окружности.

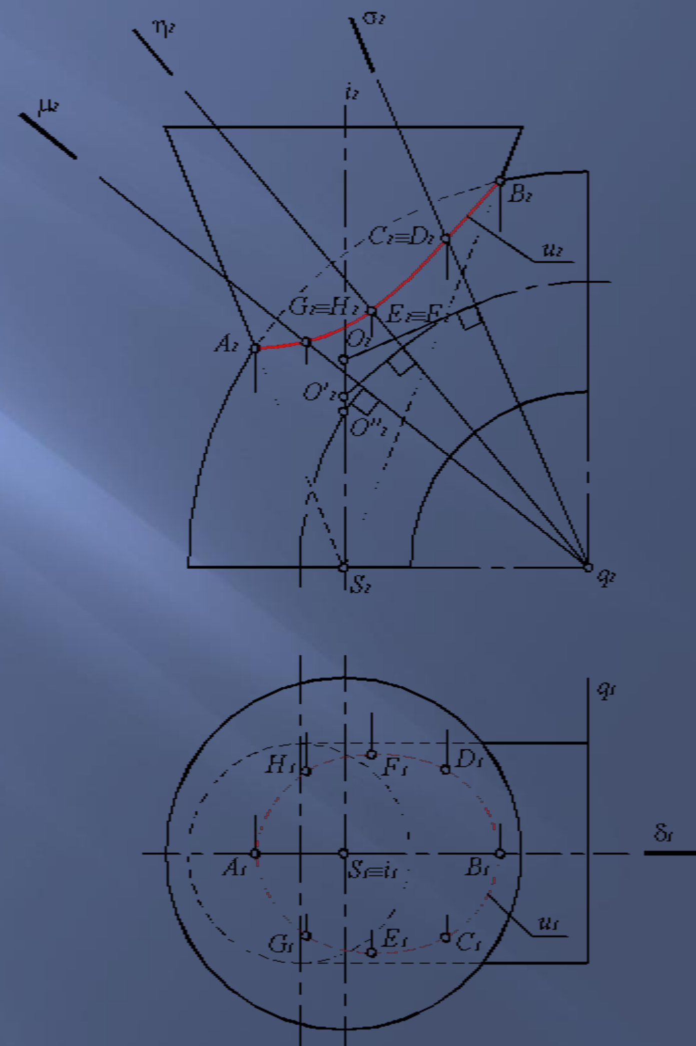
Обязательным является наличие общей плоскости симметрии.



Рассмотрим способ на примере построения линии пересечения поверхностей конуса и кольца, оси которых - скрещивающиеся прямые

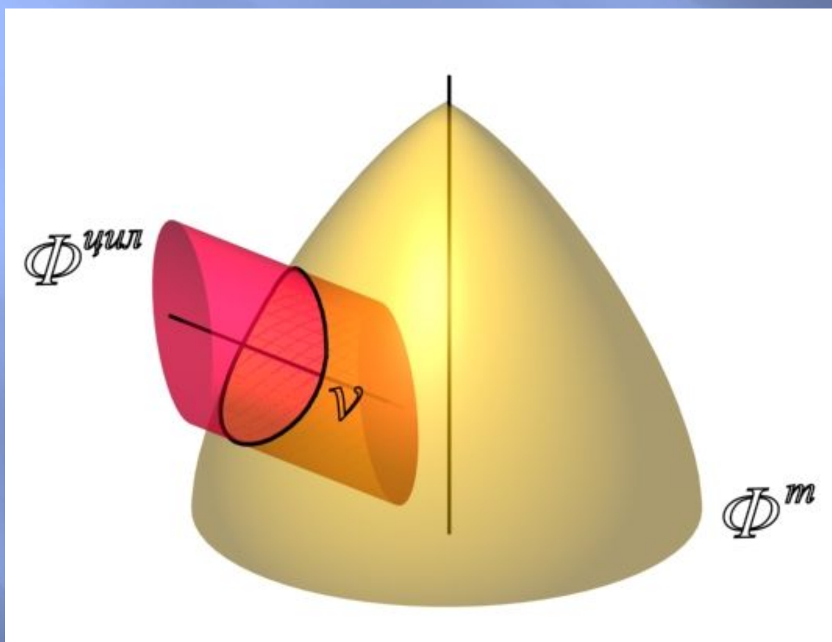
Построение линии пересечения поверхностей способом эксцентрических сфер на комплексном чертеже



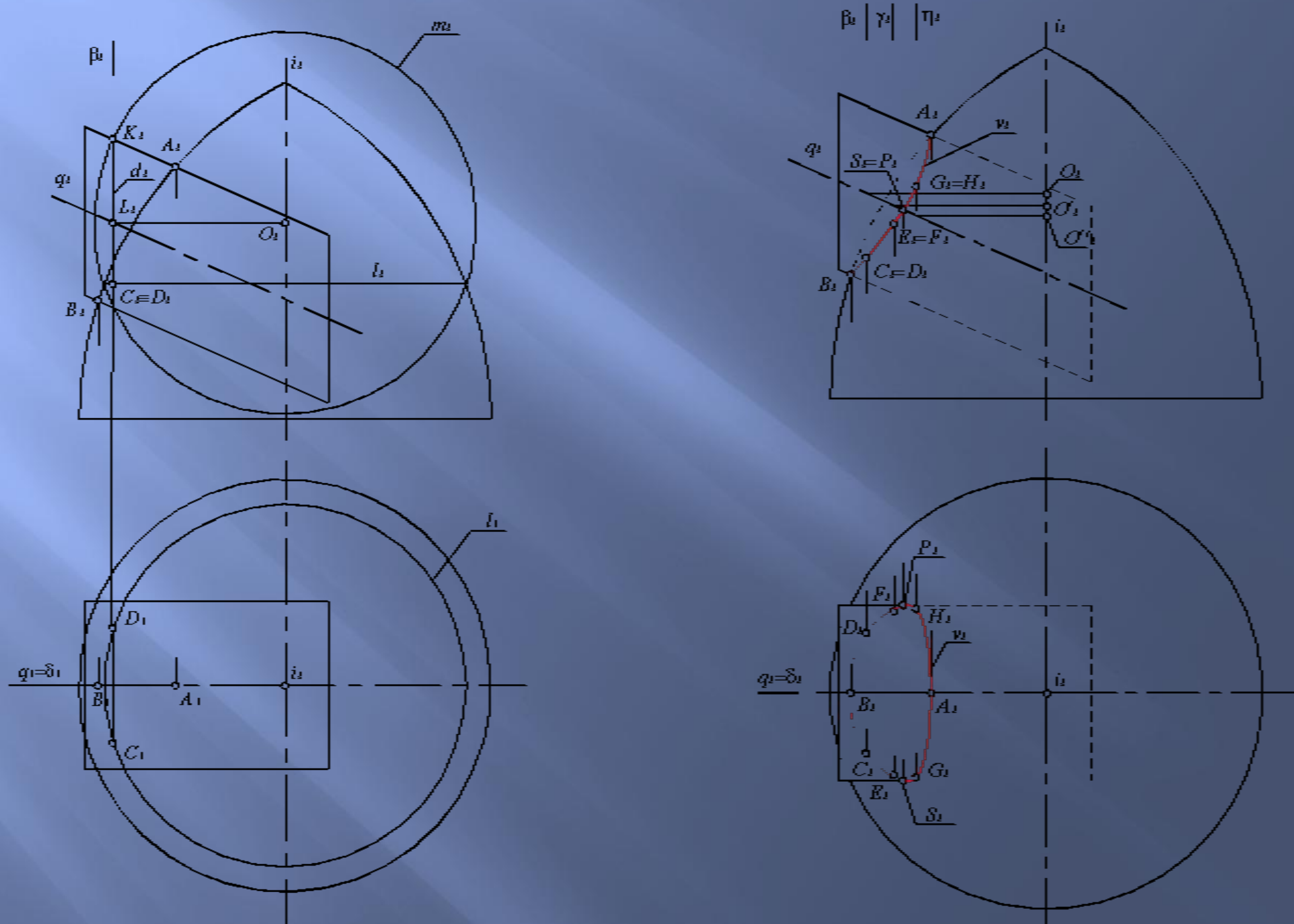


Рассмотрим также способ эксцентрических сфер на примере построения линии пересечения поверхности тора и наклонного (эллиптического) цилиндра.

Тор – поверхность вращения , наклонный цилиндр – поверхность, имеющая круговые сечения параллельные основанию цилиндра.



Построение линии пересечения поверхностей способом эксцентрических сфер на комплексном чертеже

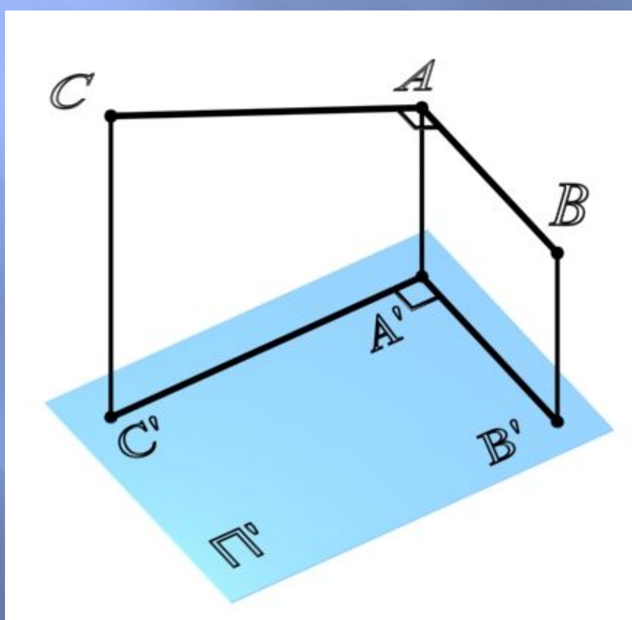


ЛЕКЦИЯ 8. МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Задачи, в которых определяются различные геометрические величины – расстояния между объектами, длины отрезков, углы, площади и т.д. называются метрическими.

ТЕОРЕМА О ПРОЕКЦИЯХ ПРЯМОГО УГЛА

Прямой угол проецируется на плоскость без искажения, если одна из его сторон параллельна этой плоскости



Дано: $\angle BAC = 90^o$; $AB \,|\,|\, П‘$

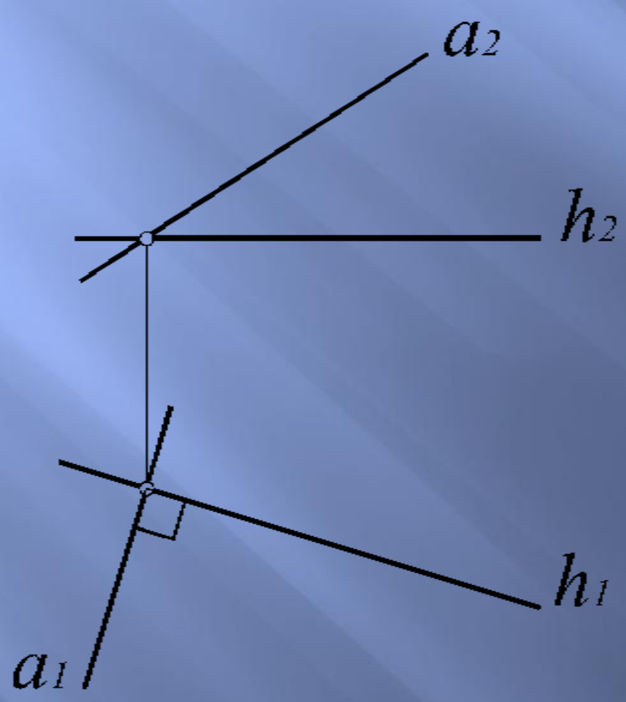
Доказать, что $C'A'$□$A'B‘$

Доказательство:

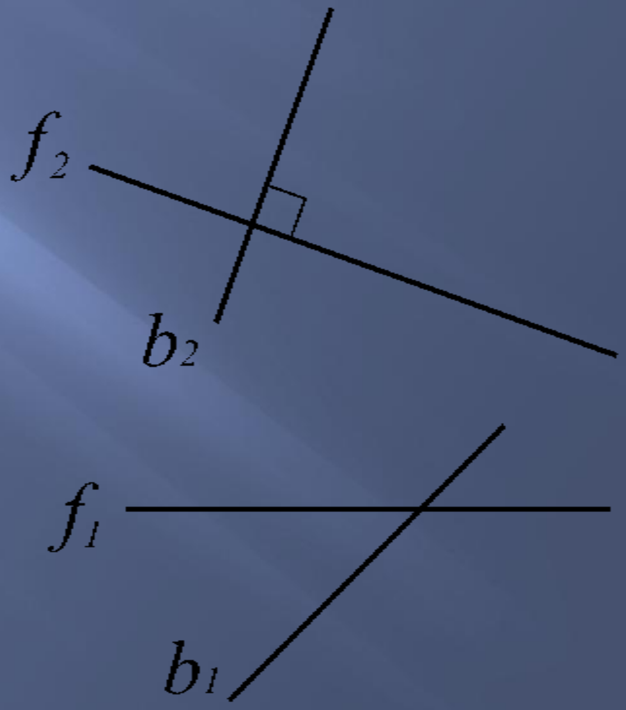
если $AB\,|\,|\,П'$, то $A'B'\,|\,|\,AB$, но AA'□$П'$ $\Rightarrow$ AA'□$A'B'$ значит AB□AA' AB□ плоскости , тогда и $A'B'$□$CAA'C'$. Следовательно, $C'A'$□$A'B'$.

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ ПРЯМЫЕ

На основании теоремы о проекциях прямого угла две взаимно перпендикулярные прямые (пересекающиеся или скрещивающиеся) проецируются на $П_1$ в виде взаимно перпендикулярных прямых, если одна из них горизонталь, на $П_2$ – если одна из них фронталь.



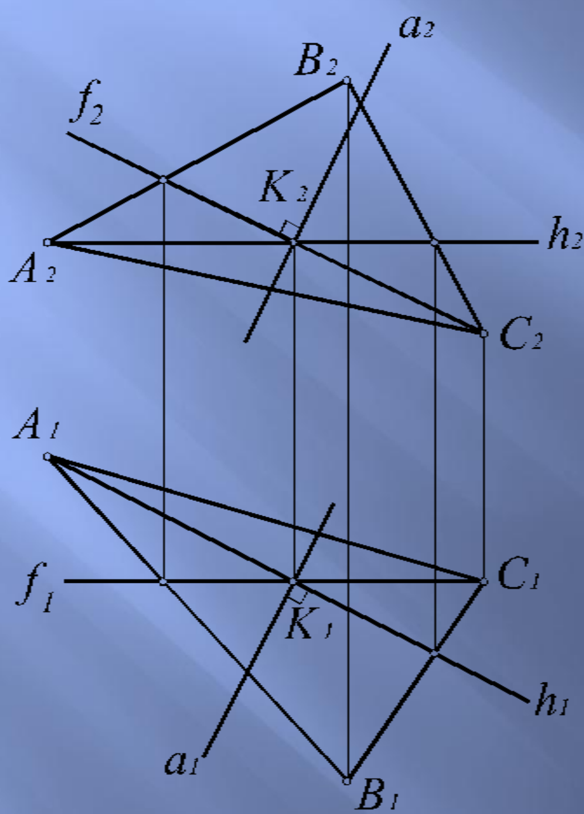
Пересекающиеся прямые



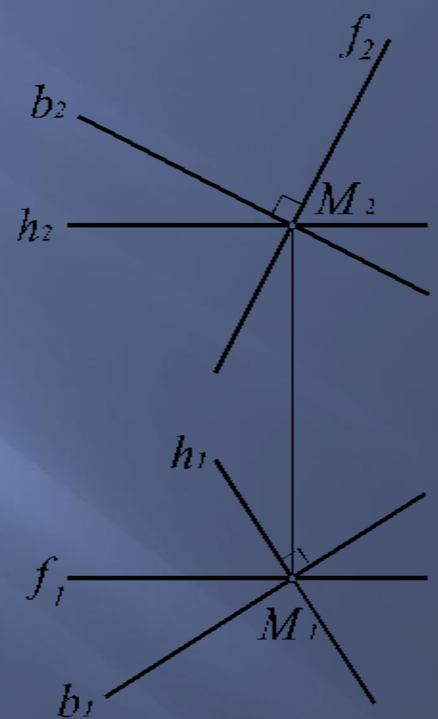
Скрещивающиеся прямые

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым этой плоскости.



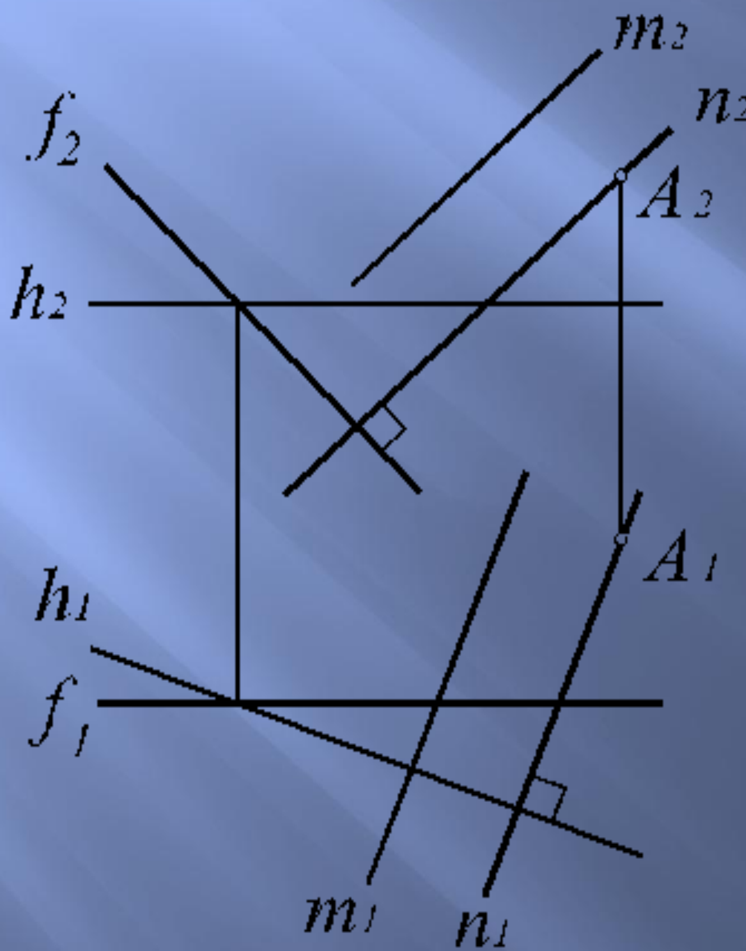
Построение прямой, перпендикулярной плоскости



Построение плоскости, перпендикулярной прямой

ВЗАИМНАЯ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через перпендикуляр к другой.



Дано:

$$\alpha(h \times f);\ A(A_1, A_2)$$

Построить:

$$A \in \beta \perp \alpha$$

Решение:

$$A \in n;$$

$$n \perp \alpha(h \times f) \Leftrightarrow \begin{cases} n_1 \perp h_1 \\ n_2 \perp f_2 \end{cases}$$

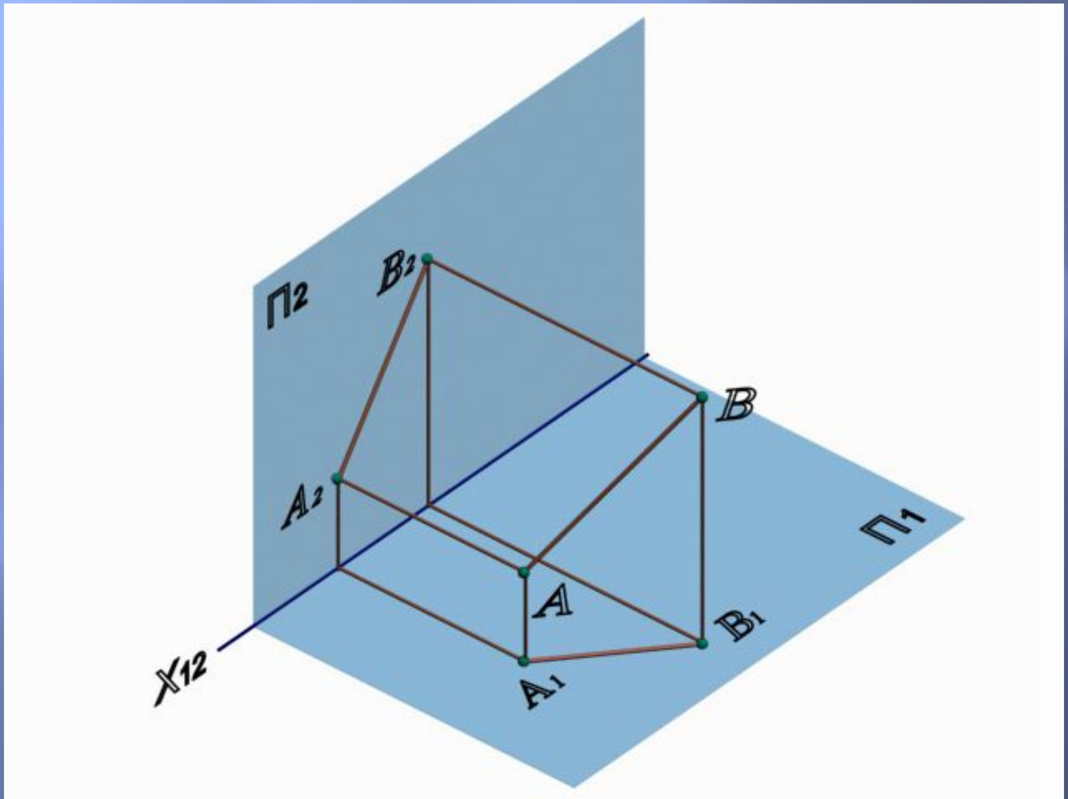
$$m_1 \parallel n_1; m_2 \parallel n_2;$$

$$\beta(n \times m) \perp \alpha(f \times h).$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КОМПЛЕКСНОГО ЧЕРТЕЖА

Способы преобразования комплексного чертежа позволяют переходить от произвольных положений пространственных объектов к частным.

СПОСОБ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

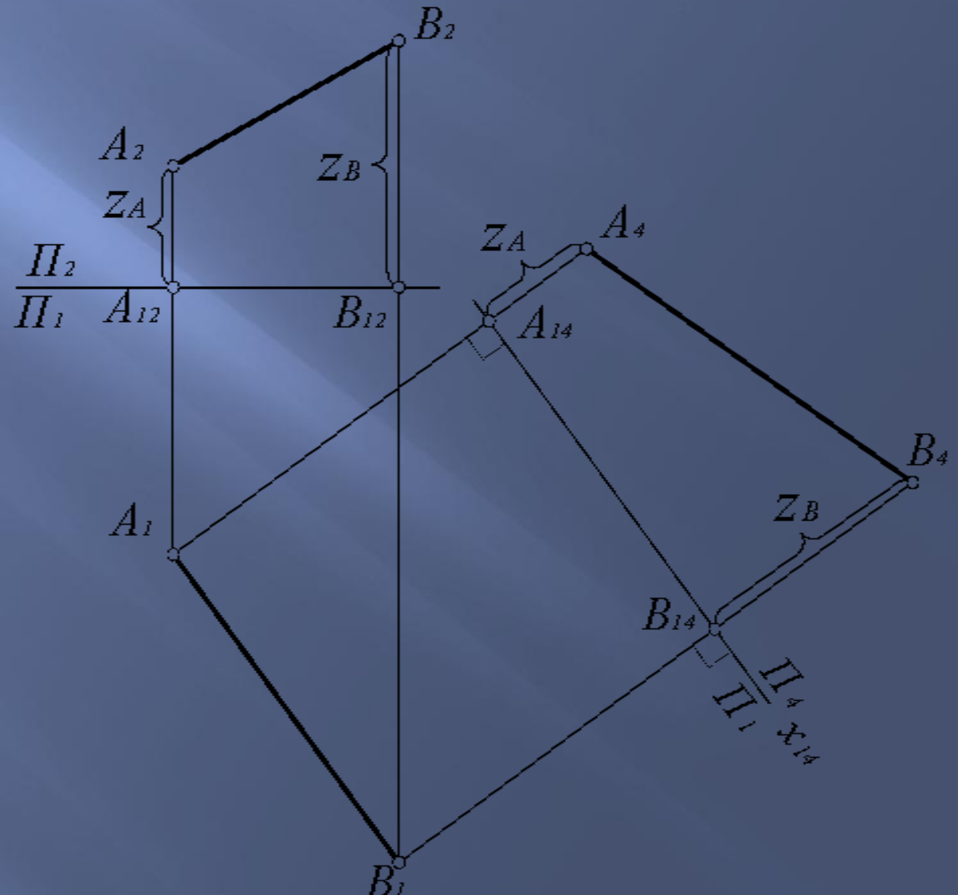


Способ замены плоскостей проекций состоит в том, что проецируемый объект остается неподвижным, а одна из плоскостей проекций $П_1$, $П_2$ или $П_3$ заменяется новой, расположенной так, чтобы проецируемый объект по отношению к новой плоскости занял частное положение.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ОТРЕЗКА СПОСОБОМ ЗАМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

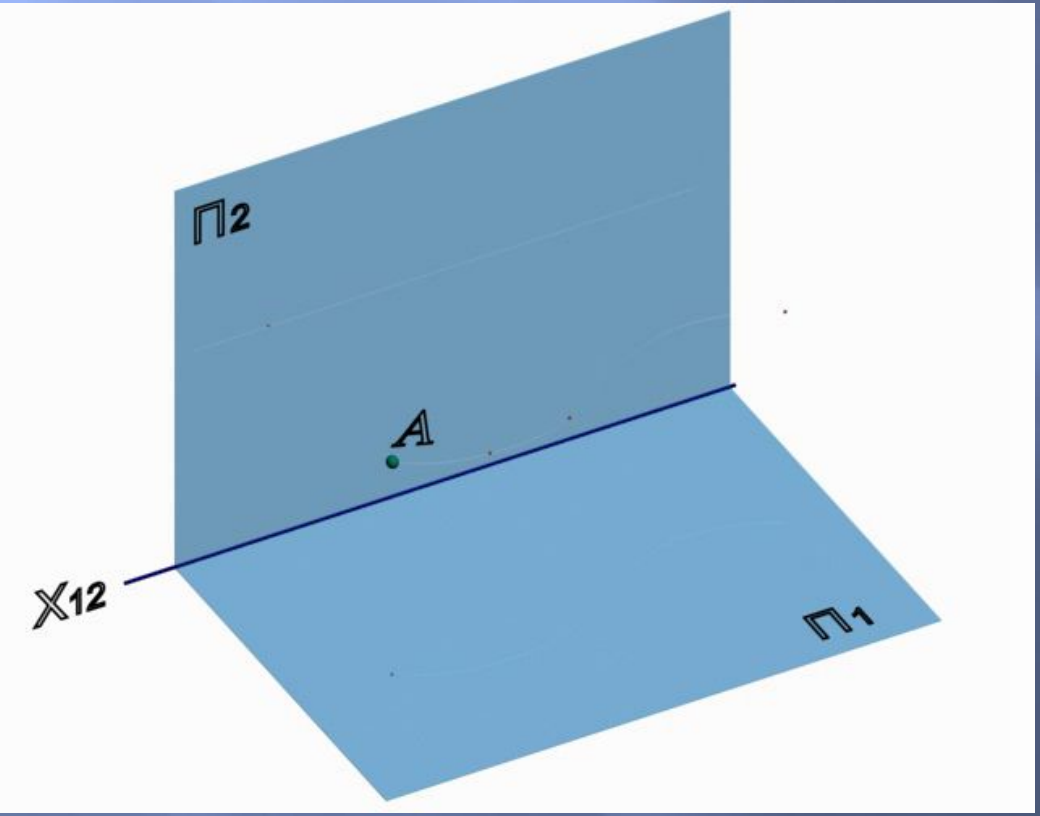
Необходимо выбрать новую плоскость проекций таким образом, чтобы в новой системе плоскостей проекций отрезок занял положение линии уровня, при этом:

- каждая новая система должна представлять собой систему двух взаимно перпендикулярных плоскостей;
- на новые плоскости объект проецируется ортогонально;
- расстояние от точки до незаменяемой плоскости сохраняется.



СПОСОБ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

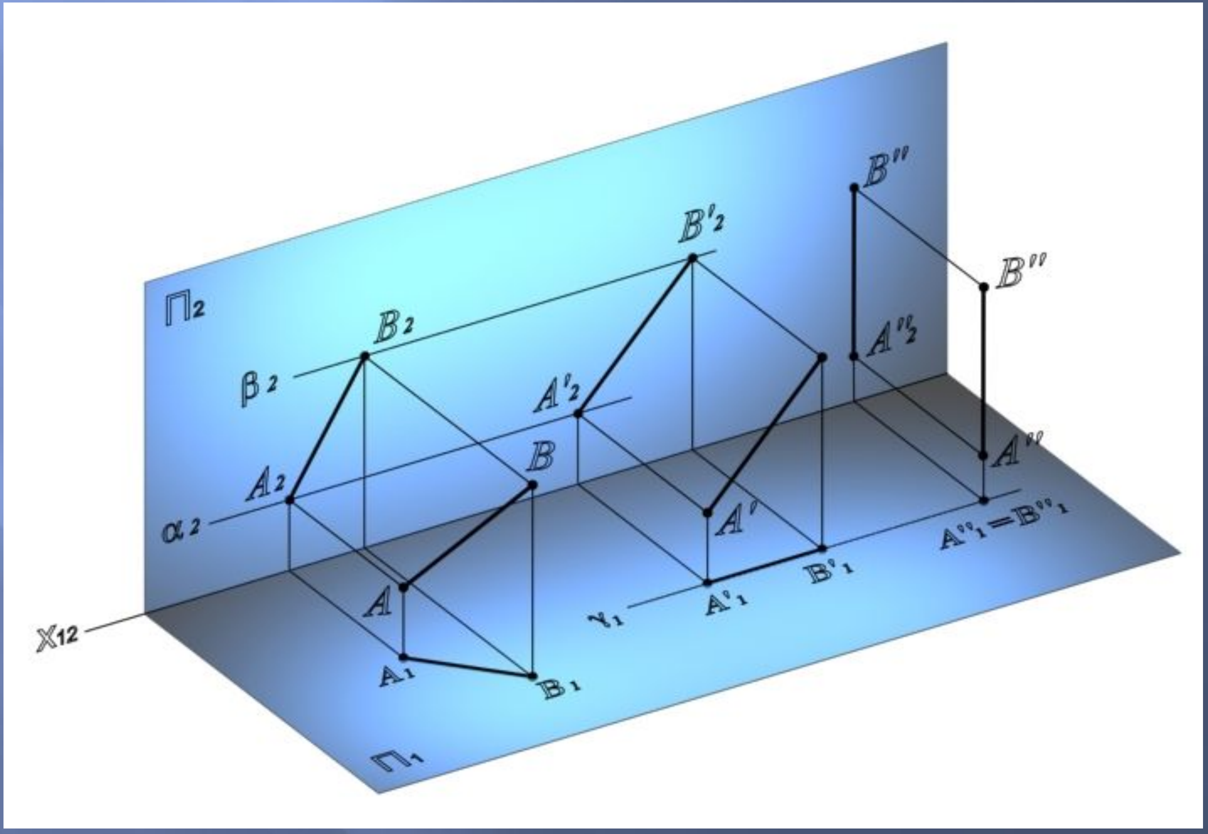
Плоскопараллельным движением объекта в пространстве называется такое его перемещение, при котором все точки объекта перемещаются в плоскостях, параллельных между собой.



- **Теорема**. *Если объект совершает плоскопараллельное движение относительно плоскости проекций* П$_1$, *то фронтальные проекции его точек будут двигаться по прямым, перпендикулярным к линиям связи; при этом горизонтальная проекция объекта движется по плоскости проекций, оставаясь равной самой себе.*

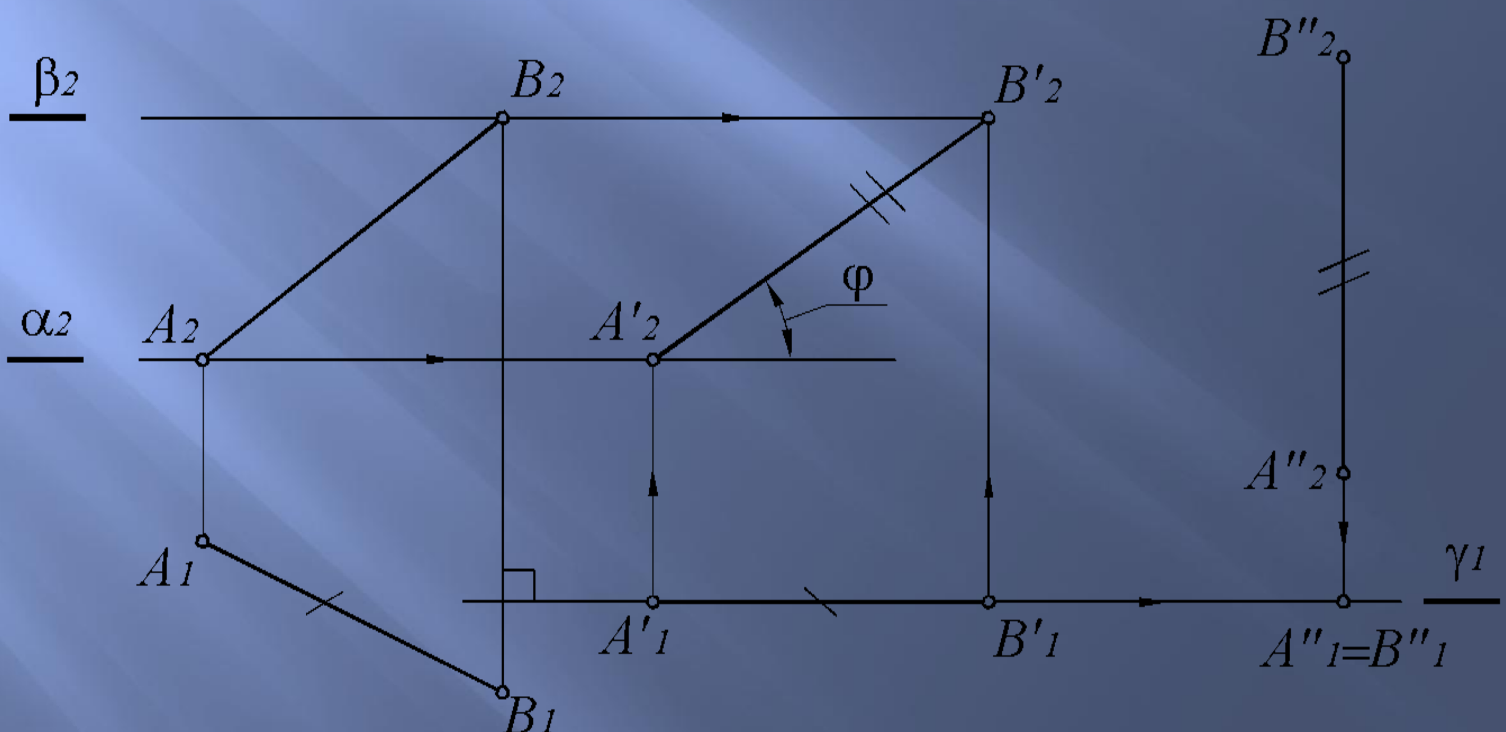
ПРИМЕНЕНИЕ СПОСОБА ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим преобразование отрезка $[AB]$ общего положения в положение фронтальной линии уровня, а затем в положение горизонтально–проецирующей прямой способом плоскопараллельного движения.



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ОТРЕЗКА ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ НА КОМПЛЕКСНОМ ЧЕРТЕЖЕ

Плоскопараллельным движением относительно $П_1$ отрезок [AB] общего положение переводится в положение фронтали, затем, плоскопараллельным движением относительно $П_2$ - в положение горизонтально-проецирующей прямой



ВРАЩЕНИЕ

Вращение – это движение по окружности вокруг некоторой оси. При преобразовании комплексного чертежа способом вращения плоскости проекций остаются неизменными, а проецируемый объект перемещается таким образом, чтобы он занял какое-либо частное положение.

Элементы вращения:

Ось вращения – прямая, вокруг которой осуществляется вращение.

Плоскость вращения – плоскость, проходящая через вращаемую точку и перпендикулярная оси вращения (плоскость окружности, которую описывает точка при вращении).

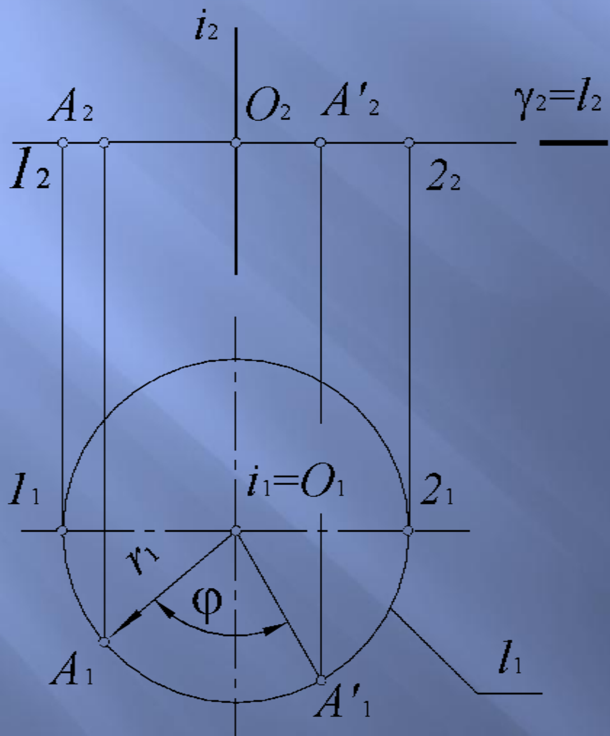
Центр вращения – точка пересечения оси вращения и плоскости вращения.

Радиус вращения – кратчайшее расстояние от вращаемой точки до центра (оси) вращения. Радиус всегда перпендикулярен оси вращения.

Угол поворота – угол между начальным и конечным положением радиуса вращения.

ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩЕЙ ПРЯМОЙ

При вращении вокруг горизонтально-проецирующей прямой A_1 перемещается по окружности l_1 с центром в точке O_1 и радиусом $r=r_1=|O_1A_1|$, A_2 перемещается по фронтальному следу плоскости γ_2 в пределах отрезка $[1_2,2_2]$.



Элементы вращения:

$i(i_1\ i_2) \perp \Pi_1$ – ось вращения ;

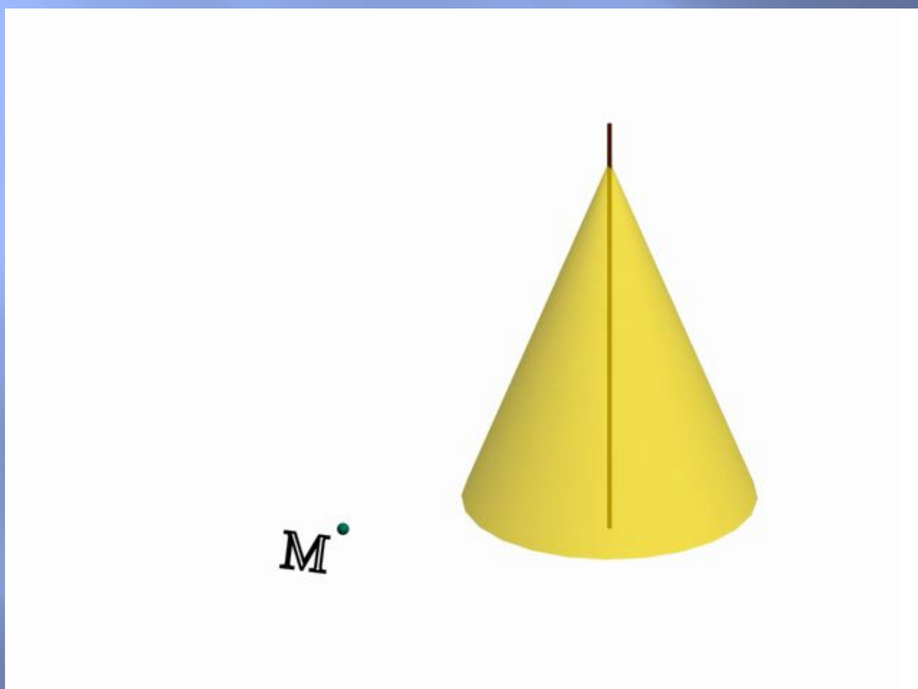
$(\gamma\ _2) \perp i$ – плоскость вращения;

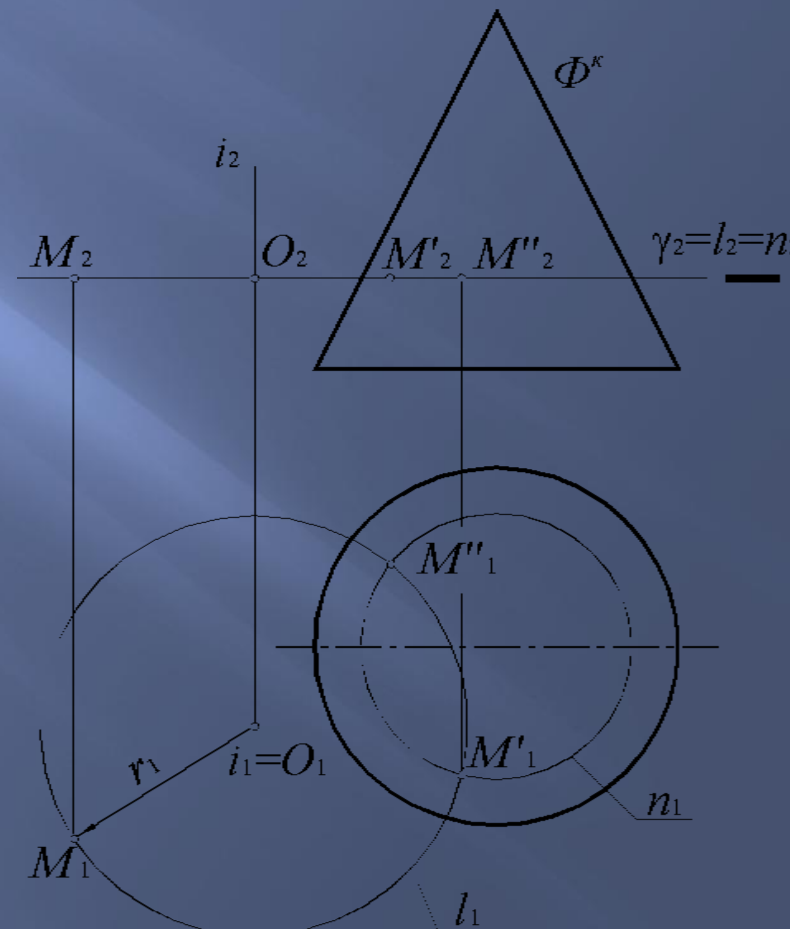
$O=i(i_1\ i_2)\times\ \gamma\ (\gamma\ _2)$ – центр вращения;

$R=O_1A_1$ – радиус вращения;

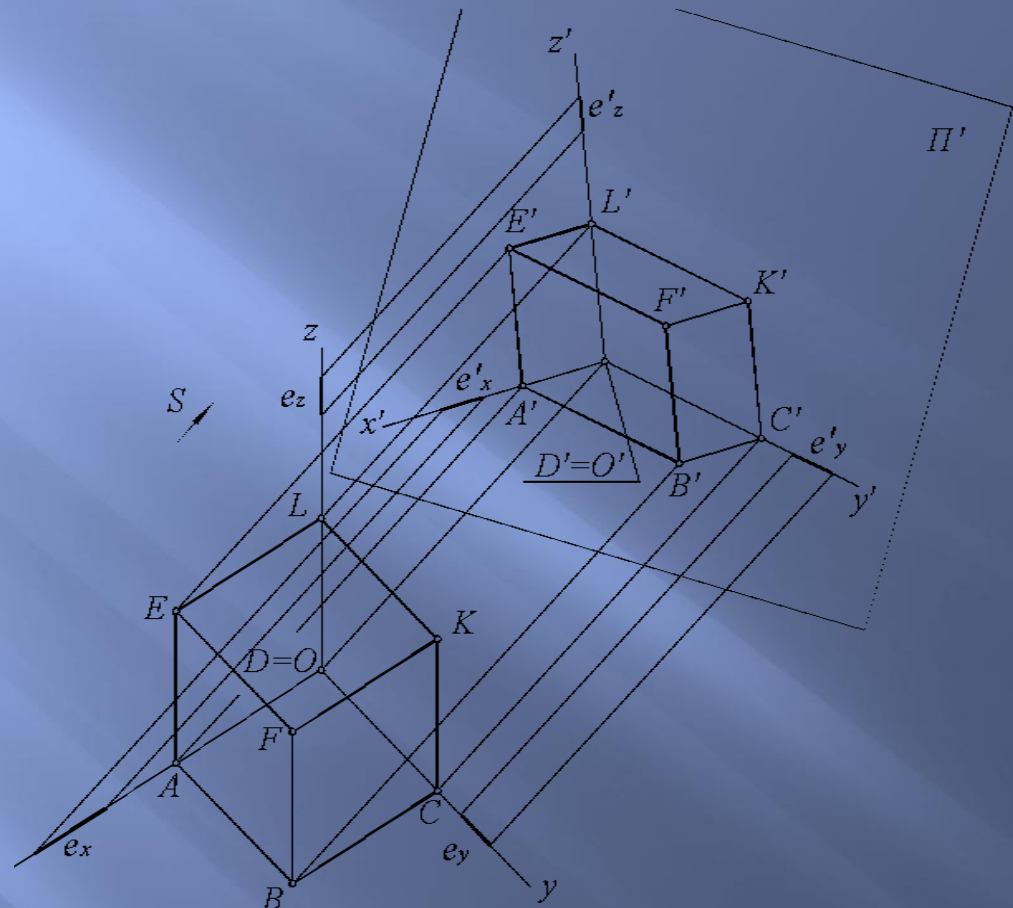
l – траектория вращения.

Способом вращения вокруг проецирующей прямой можно совместить точку с плоскостью или поверхностью. Рассмотрим совмещение точки с поверхностью прямого кругового конуса, поставленного основанием на плоскость





ЛЕКЦИЯ 9. АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ



Сущность рассматриваемого метода заключается в том, что предмет, жестко связанный с осями прямоугольных координат, параллельно проецируется на некоторую плоскость – плоскость аксонометрических проекций. Направление проецирования не должно совпадать ни с одной из координатных осей.

ВИДЫ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИХ ПРОЕКЦИЙ

Показателем искажения называют отношение аксонометрического масштаба к соответствующему натуральному:

по оси x: $u=ex'/ex$;

по оси y: $v=ey'/ey$;

по оси z: $w=ez'/ez$.

В зависимости от соотношения показателей искажения различают три вида аксонометрических проекций:

1. Изометрия - все три показателя искажения равны между собой:

$$u=v=w;$$

2. Диметрия - два показателя искажения одинаковы:

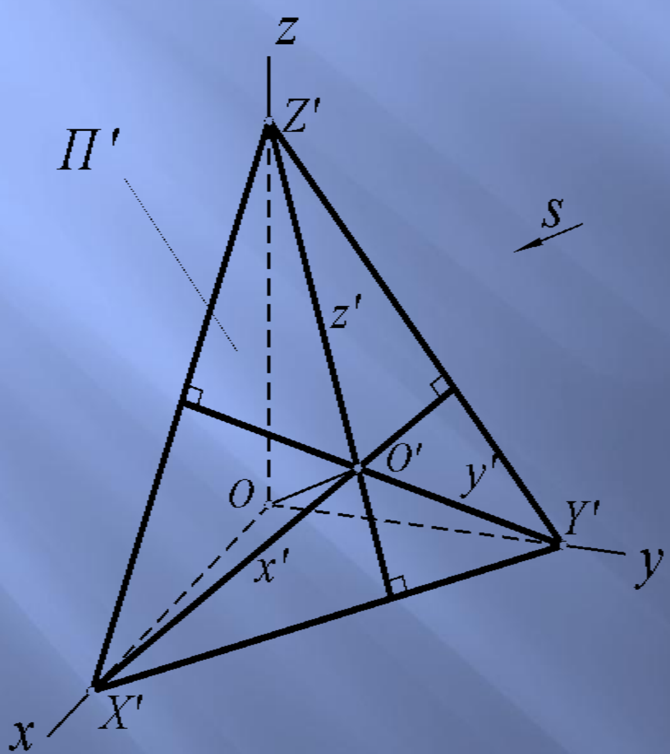
$$u=w\neq v;$$

3. Триметрия - все три показателя искажения различны:

$$u\neq w\neq v.$$

ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ (ОРТОГОНАЛЬНЫЕ) АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ

Треугольник $X'Y'Z'$, по которому плоскость аксонометрических проекций пересекает координатные плоскости натуральной системы координат, называется треугольником следов .



Π'– аксонометрическая плоскость проекций;

$OxOyOz$– натуральные координатные оси;

$S\perp\Pi'$– направление проецирования, ;

$X'Y'Z'$ – треугольник следов;

$O'x'O'y'O'z'$ – аксонометрические оси

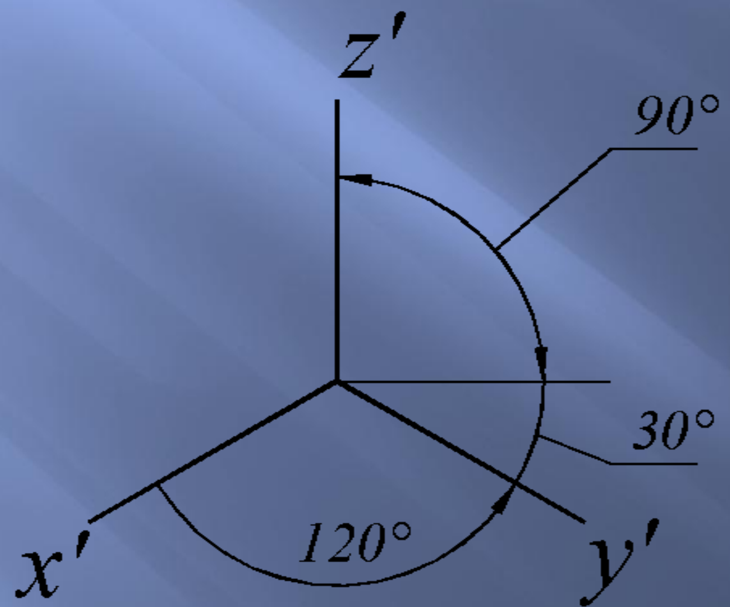
В ортогональной аксонометрии треугольник следов всегда остроугольный, а аксонометрические оси являются его высотами. Показатели искажения в ортогональной аксонометрии связаны соотношением:

$$u^2+v^2+w^2=2$$

ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ИЗОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОЕКЦИЯ

Точные показатели искажения: $u=v=w=0.82$

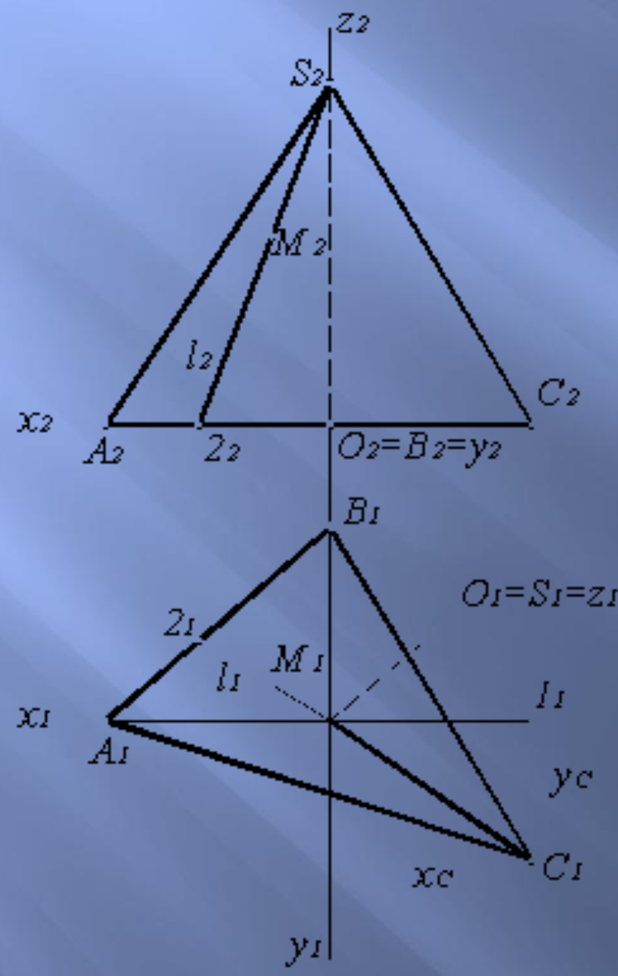
Треугольник следов равносторонний, поэтому аксонометрические оси как высоты равностороннего треугольника образуют углы 120°.

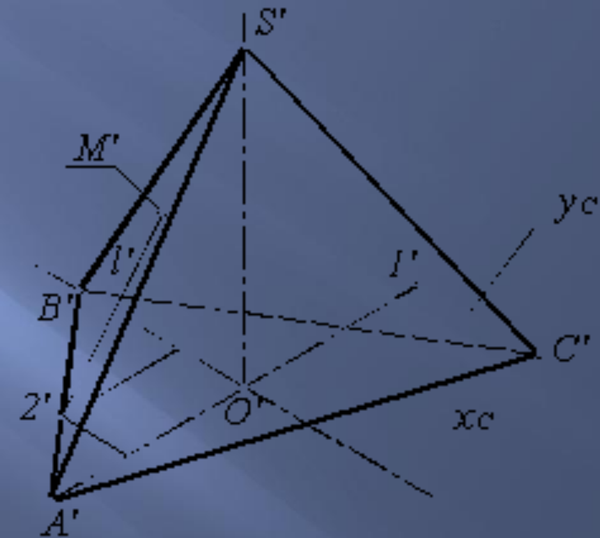


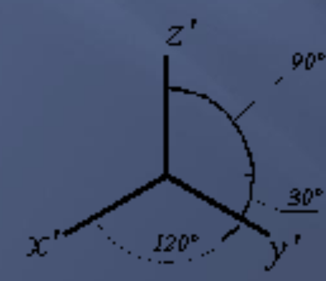
На практике пользуются приведенными показателями: $U=V=W=1$.

При использовании приведенных показателей искажения изображения получаются увеличенными в 1.22 раза.

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ПРИВЕДЕННОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ИЗОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ПИРАМИДЫ

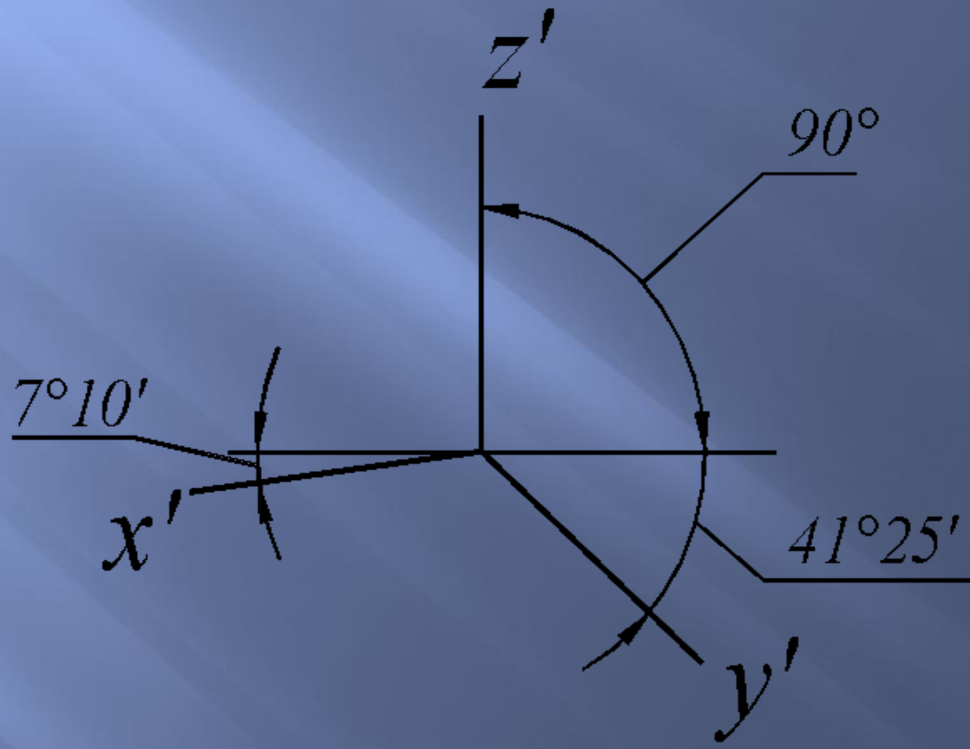






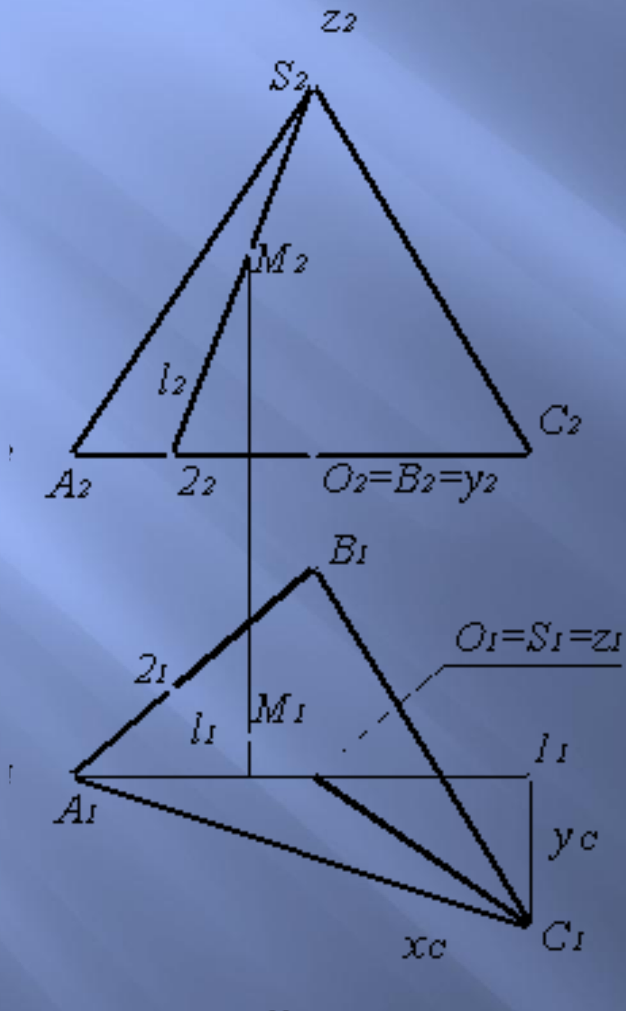
ПРЯМОУГОЛЬНАЯ ДИМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОЕКЦИЯ

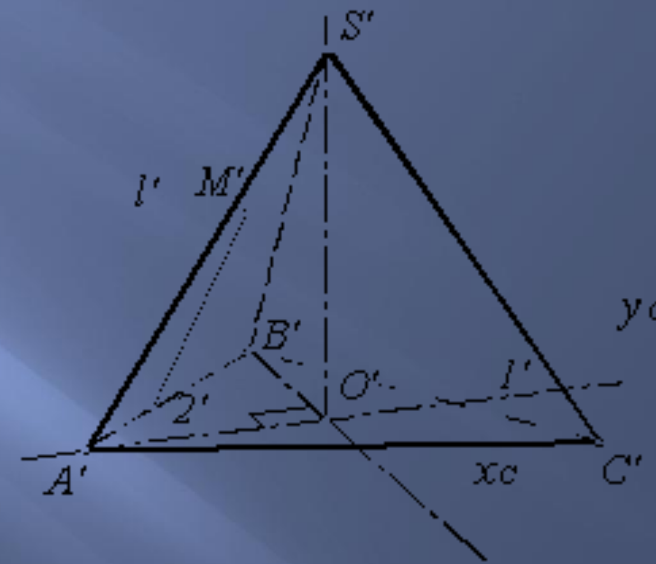
Точные показатели искажения: $u=w=0.94$; $v=0.47$.

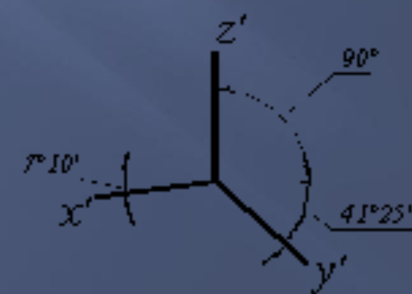


На практике пользуются приведенными показателями:. $U=W=1$; $V=0.5$.

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ПРИВЕДЕННОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ДИМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОЕКЦИИ ПИРАМИДЫ



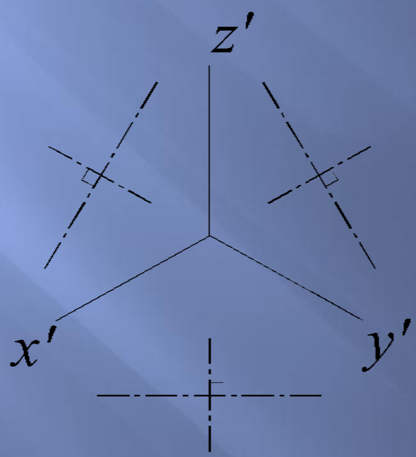




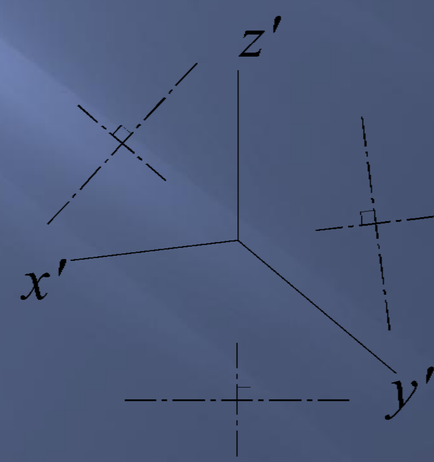
АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ ОКРУЖНОСТИ

Окружность проецируется на аксонометрическую плоскость проекций в виде эллипса.

Если окружность лежит в координатной плоскости или параллельна ей, то на аксонометрическом чертеже большая ось эллипса, изображающего окружность, располагается перпендикулярно той аксонометрической оси, которая отсутствует в наименовании плоскости окружности



Изометрия

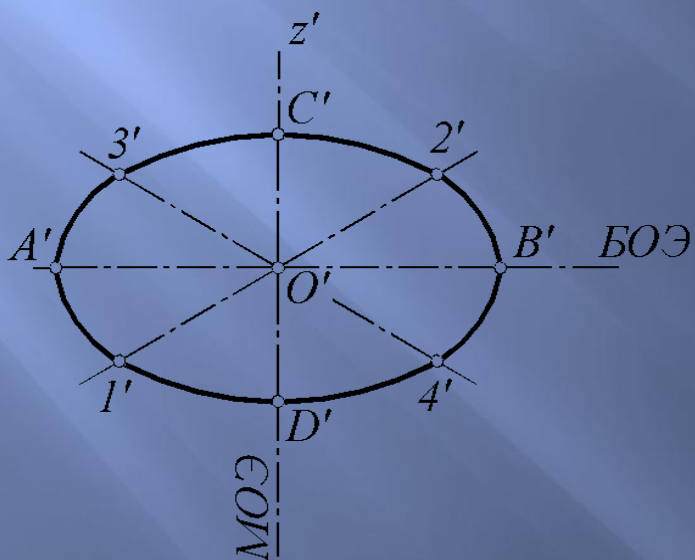


Диметрия

РАЗМЕРЫ ОСЕЙ ЭЛЛИПСА В ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПРИВЕДЕННЫХ ИЗОМЕТРИИ И ДИМЕТРИИ (*d* – ДИАМЕТР ОКРУЖНОСТИ).

Изометрия		Диметрия			
во всех плоскостях		в плоскостях $П_1$ и $П_3$		в плоскости $П_2$	
БОЭ	МОЭ	БОЭ	МОЭ	БОЭ	МОЭ
1.22*d*	0.72*d*	1.06*d*	0.35*d*	1.06*d*	0.95*d*

ПОСТРОЕНИЕ ЭЛЛИПСОВ ПО ВОСЬМИ ТОЧКАМ В ИЗОМЕТРИИ



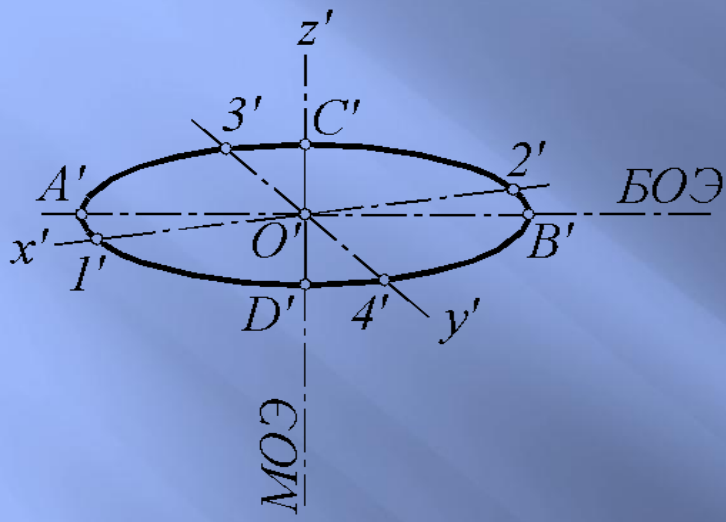
A'B'=1,22*d* – большая ось эллипса;

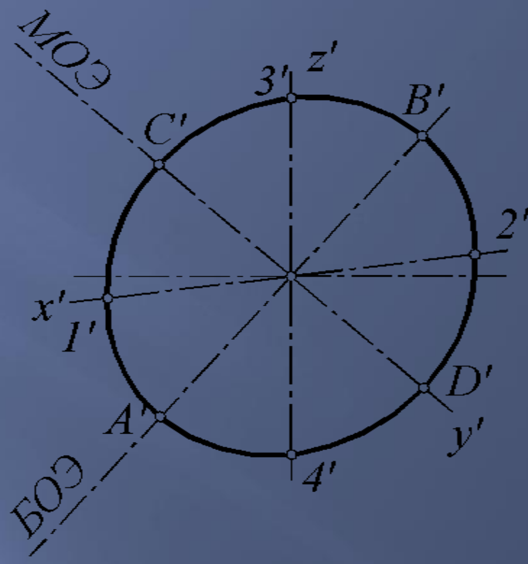
C'D'=0,7*d* – малая ось эллипса;

1'-2' – размер по оси *x*, равный диаметру окружности *d*;

3'-4' – размер по оси *y*, равный диаметру окружности *d*

ПОСТРОЕНИЕ ЭЛЛИПСОВ ПО ВОСЬМИ ТОЧКАМ В ДИМЕТРИИ





Для окружностей в плоскостях $П_1(xOy)$ и $П_3(zOy)$:

БОЭ= 1,06*d* –большая ось эллипса;

МОЭ= 0,35*d* –малая ось эллипса;

1'-2'=d –размер по оси *x*;

3'-4'=0,5*d* –размер по оси *y*;

Для окружностей в плоскости $П_2(xOz)$:

БОЭ=1,06*d* –большая ось эллипса;

МОЭ=0,94*d* –малая ось эллипса;

1'-2'=d –размер по оси *x*;

3'-4'=d –размер по оси *z*