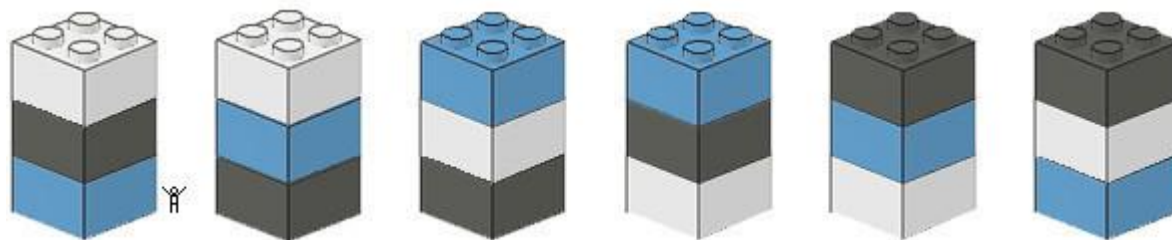




Комбінаторика, як розділ математики. Сполуки без повторень. Найпростіші комбінаторні задачі.



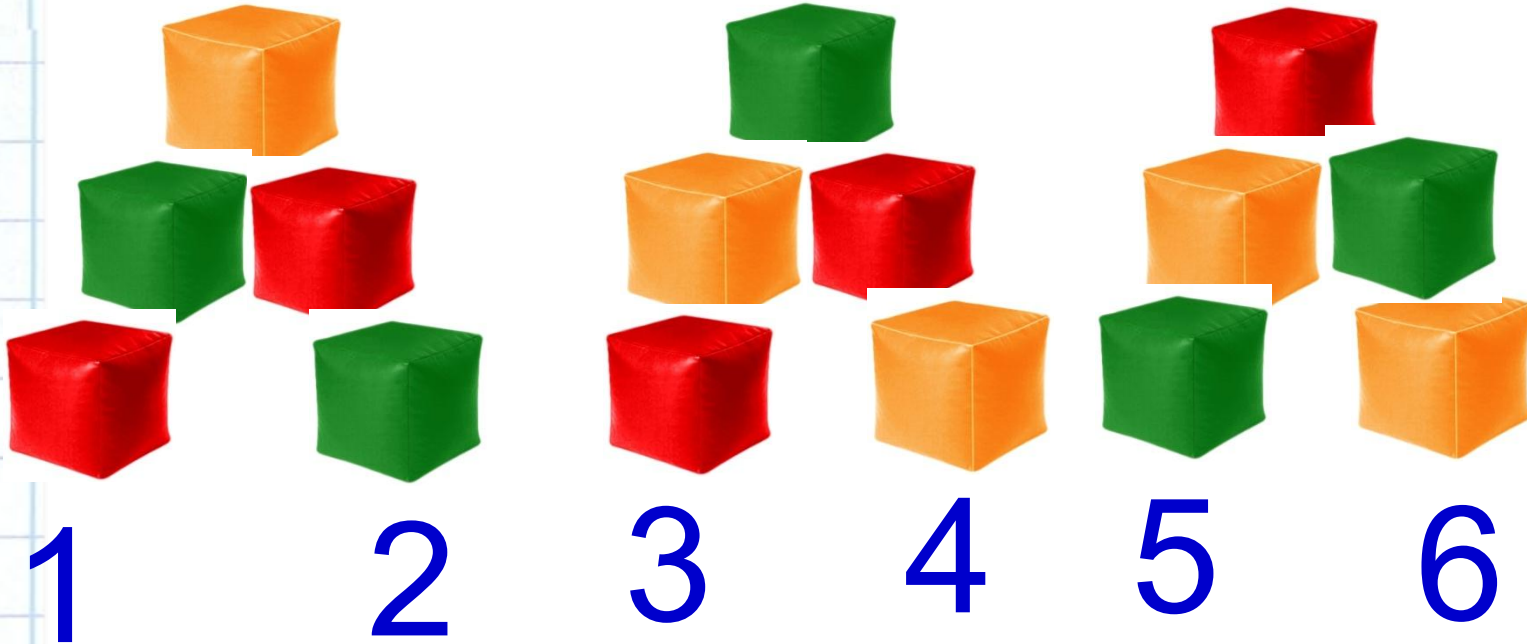
Впорядкована множина



- Множина, кожному елементу якої поставлений у відповідність певний номер називається **впорядкованою**.
- Будь-яку впорядковану множину, що містить **більше одного елемента** можна впорядкувати **декількома способами**.
- Впорядковані множини **вважаються різними**, якщо вони складаються з **різних елементів** або мають **різний порядок** одних і тих же елементів.
- Різні впорядковані множини, що відрізняються лише порядком елементів (тобто можуть бути отримані з однієї множини) називаються **перестановками цієї множини**.

Задача 1

Скількома різними способами можна розставити 3 різнокольорових кубики?





- Розділ математики, який досліджує можливі способи утворення різних підмножин з елементів деякої множини за певних умов, називається **комбінаторикою**.
- Задачі, в яких потрібно знайти кількість можливих способів утворення таких підмножин, називаються **комбінаторними**.

Для розв'язування комбінаторних задач доцільно **використовувати таблиці** або **будувати «дерево»**.

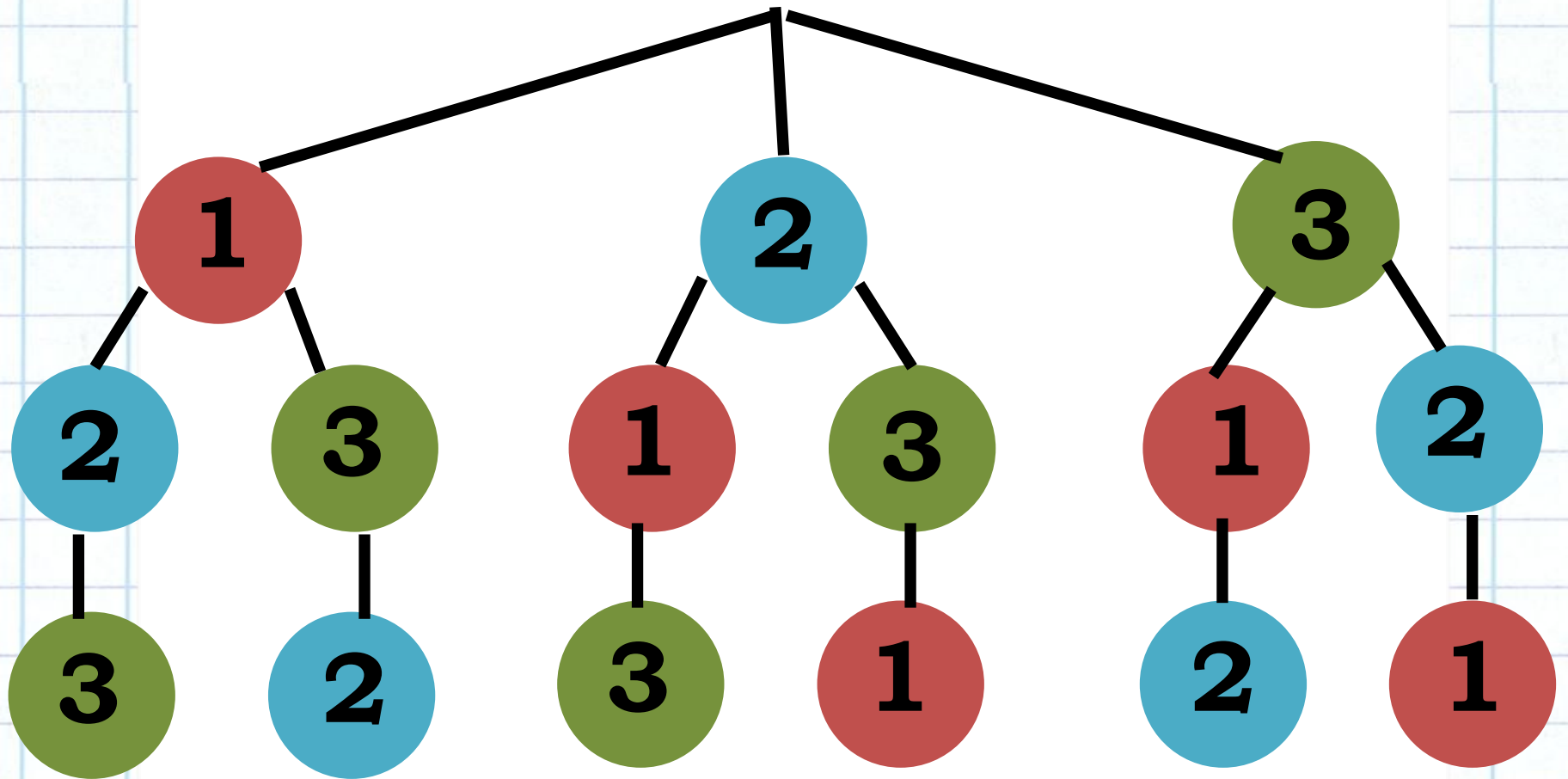
Наприклад:

Скільки натуральних трицифрових чисел можна скласти з цифр 1, 2, 3, використовуючи в запису числа кожен з них не більше одного разу?

Складемо **таблицю**

На місці сотень	1	2	3			
На місці десятків	2	3	1	3	1	2
На місці одиниць	3	2	3	1	2	1
	1	2	3	4	5	6

Розглянемо розв'язування даної
задачі побудовою
«дерева» варіантів



Отже, всього $3 \cdot 2 \cdot 1 = 3! = 6$

$n!$ (ен факторіал) –

добуток послідовних натуральних чисел від 1 до n .

Наприклад,

$$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6; \quad 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120.$$

В основі розв'язування багатьох комбінаторних задач лежать два основних правила – правило суми і правило добутку.





Правила суми і добутку можна застосовувати при виборі довільної скінченної кількості елементів.

Правило суми: якщо доводиться вибирати **або** перший елемент, **або** другий, **або** третій і т. д. елемент, кількості способів вибору кожного елемента **додають**.

Правило добутку: коли доводиться вибирати набір у який входить **і** один, **і** другий, **і** третій, і т. д. елемент, кількості способів вибору **перемножають**.

Перестановки



Перестановки множини A
(позначається P_n) – це множини, що складаються з тих самих елементів, що й A , але розставлених у різному порядку.

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$$

Розміщення



Будь-яка впорядкована підмножина з k елементів даної n-елементної множини називається розміщенням з n елементів по k.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Комбінації



Комбінацією з n елементів по k називається будь-яка невпорядкована, k - елементна підмножина даної n - елементної множини.

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Потренуйтеся працювати з комбінаторними формулами:



1. Обчислити:

$$\text{а) } \frac{P_5 + P_4}{P_3}; \quad \text{б) } \frac{P_{10} - P_9}{P_8}; \quad \text{в) } \frac{P_{10} \cdot P_9}{P_8 \cdot P_{11}};$$

$$\text{г) } C_8^4; \quad \text{д) } C_7^6; \quad \text{е) } C_{22}^{20}; \quad \text{ж) } A_8^2; \quad \text{з) } \frac{A_{15}^4 + A_{14}^5}{A_{15}^3}.$$

2. Розв'язати рівняння:

$$\text{а) } A_x^2 = 20; \quad \text{б) } A_{x+1}^2 = 156; \quad \text{в) } C_x^2 = 153;$$

$$\text{г) } C_{x+2}^3 = 8(x+1); \quad \text{д) } \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 30.$$

Вибір формули у задачах



Чи враховується порядок?
(Чи є множина впорядкованою?)

Так

Ні

Усі елементи
приймають участь?

Так

Ні

Перестановки

Розміщення

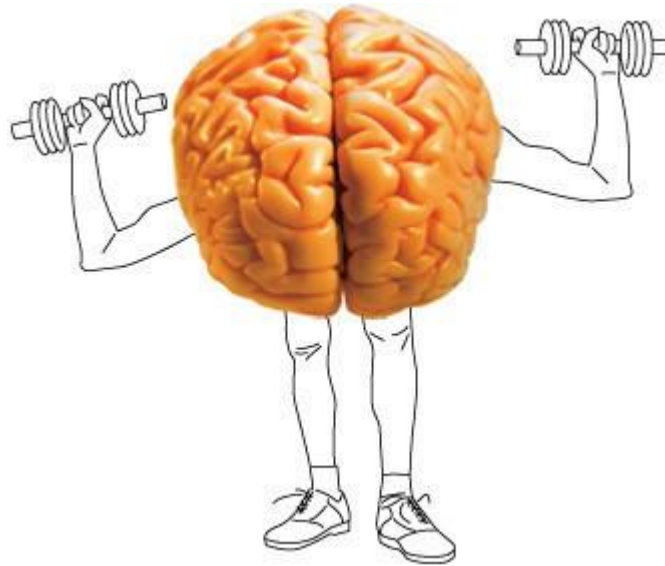
Комбінації

$$P_n = n!$$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- Потренуйтеся розв'язувати комбінаторні задачі у вигляді тестів на наступних слайдах.



З 30 учасників зборів треба вибрати голову і секретаря. Скількома способами це можна зробити?

870

30!

15

435

інша

Скількома способами можна вибрати трьох чергових з групи в 20 чоловік?

20!

6840

6

1140

інша

Скількома способами можна вісім учнів вишикувати в колону по одному?

8

40320

256

64

інша

У коробці знаходяться 10 білих і 6 чорних куль. Скількома способами з коробки можна витягти одну кулю будь-якого кольору?

6

10

16

60

інша

Маємо чотири різні конверти без марок і 3 різні марки. Скількома способами можна вибрати конверт і марку для відправки листа?

3

7

4

12

інша

УСПІХІВ!