

**Тема урока**

**Теорема Безу (теорема об остатке и  
разложение на множители)**

**The theme of the lesson:**

**Remainder (Bezout) and factor theorems**

**Цель обучения по предмету**

10.2.1.8 - применять теорему Безу и ее следствия при решении задач;

# Критерии оценивания

*Учащийся достиг цели*

*обучения, если*

определяет важность значения

$f(a)$  для рассуждения о корнях

и остатках от деления многочлена

на  $(x - a)$

применяет указанные теоремы

для нахождения корней многочлена

# Теорема Безу:



*Этьенн Безу (1730 - 1783)*

- Остаток  $R$  от деления  $P(x)$  на двучлен  $(x - a)$  равен  $P(a)$ .
- **Следствие:** Для того, чтобы многочлен  $P(x)$  делился нацело на двучлен  $(x - a)$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство  $P(a) = 0$ .

# Теорема Безу.

**Остаток от деления многочлена  $P(x)$  на двучлен  $x - c$  равен  $P(c)$ .**

► Доказательство:

Степень двучлена равна 1.

Следовательно, степень остатка при делении  $P(x)$  на двучлен равна 0, т.е. остаток должен быть числом  $r$ .

Отсюда,  $P(x) = (x - c) \cdot Q(x) + r$ .

Чтобы найти  $r$ , положим  $x = c$ .

Получаем,  $P(c) = (c - c) \cdot Q(c) + r$ , т.е.  $r = P(c)$ .

# Polynomials and Partial Fractions

If a polynomial  $P(x)$  is divided by a linear divisor  $(x - a)$ , the remainder is  $P(a)$ .

Let  $Q(x)$  be the quotient and  $R$  be the remainder.

Then:

$$P(x) = (x - a)Q(x) + R$$

And if  $x = a$ :

$$P(a) = (a - a)Q(a) + R$$

$$= 0 + R$$

$$= R, \text{ the remainder}$$

The **remainder theorem** is a much simpler and more elegant way of finding the remainder compared to long division.

# Примеры применения **теоремы Безу**

- ▶ Найдите остаток от деления многочлена

$$F(x) = x^4 - 6x^3 + 8 \text{ на } x + 2.$$

$$\text{Решение: } F(-2) = 16 + 48 + 8 = 72.$$

# Примеры применения теоремы Безу

- ▶ Доказать, что многочлен  $F(x) = x^4 - 6x^3 + 7x + 18$  делится без остатка на  $x - 2$ .

Решение:  $F(2) = 16 - 48 + 14 + 18 = 0$ .



# Polynomials and Partial Fractions

## Example

Find the remainder when  $x^8 - 4x^7 + 3x^5 + x^4 + 3$  is divided by  $x + 1$ .

$$\text{Let } x^8 - 4x^7 + 3x^5 + x^4 + 3 = P(x)$$

By the remainder theorem, when  $P(x)$  is divided by  $x + 1$ ,

Let  $x = -1$ .

$$R = P(-1)$$

Substitute for  $x$  in  $P(x)$ .

$$= (-1)^8 - 4(-1)^7 + 3(-1)^5 + (-1)^4 + 3$$

$$= 1 + 4 - 3 + 1 + 3$$

$$= 6$$

The remainder is 6.

Найди остаток от деления многочлена  $P(x) = -4x^3 + 11x^2 + x - 4$  на двучлен  $(x - 3)$ , не выполняя деления.

Определи, верны ли утверждения.

1.  $x = 2$  является корнем многочлена  $P(x) = x^5 + 5x^3 - 16x - 40$ ;

2. Многочлен  $P(x) = x^3 - 9x^2 + 14x + 24$  делится на двучлен  $(x - 6)$  без остатка.

Найди все значения  $a$  и  $b$ , при которых многочлен  $ax^4 + x^3 + bx^2 + x - 1$  имеет корни  $x_1 = \frac{1}{2}$  и  $x_2 = -1$ .

Остаток от деления многочлена  $P(x)$  на  $x + 4$  равен 5, а остаток от деления его на  $x - 5$  равен 14. Найди остаток от деления этого многочлена на  $(x + 4)(x - 5)$ .

При делении многочлена на двучлен  $x - 1$  остаток равен 2, при делении на двучлен  $x + 4$  остаток равен 3. Известно, что число 2 является корнем многочлена.

Найди остаток от деления этого многочлена на  $(x - 1)(x + 4)(x - 2)$ .

# Home Work

Find the values of  $p$  and  $q$  if  $(x+3)$  and  $(x+7)$  are factors of  $x^4 + px^3 + 30x^2 + 11x + q$  using the Bezout Method.

/

The remainder obtained when  $2x^3 + bx^2 - 6x + 1$  is divided by  $x + 2$  is twice the remainder obtained when the same expression is divided by  $x - 1$ . Find  $b$ .

# Рефлексия

Не удалось  
разобраться  
в теме

Остались  
вопросы

Тема  
раскрыта,  
все  
понятно