Тема урока

Теорема Безу (теорема об остатке и разложение на множители)

The theme of the lesson:

Remainder (Bezout) and factor theorems

Цель обучения по предмету

10.2.1.8 - применять теорему Безу и ее следствия при решении задач;

Критерии оценивания

Учащийся достиг цели

обучения, если

определяет важность значения

$f(a)$ для рассуждения о корнях

и остатках от деления многочлена

на $(x - a)$

применяет указанные теоремы

для нахождения корней многочлена

Теорема Безу:

Этьенн Безу (1730 - 1783)

- Остаток R от деления P (x) на двучлен (x - a) равен P(a).
- **Следствие**: Для того, чтобы многочлен P(x) делился нацело на двучлен (x – a), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось равенство P(a) = 0.

Теорема Безу.

Остаток от деления многочлена P(x) на двучлен x – c равен P(c).

- Доказательство:

Степень двучлена равна 1.

Следовательно, степень остатка при делении P(x)на двучлен равна 0, т.е. остаток должен быть числом r.

Отсюда, $P(x) = (x - c)\bullet Q(x) + r$.

Чтобы найти r, положим $x = c$.

Получаем, $P(c)=(c-c)\cdot Q(c)+ r$, т.е. $r = P(c)$.

Polynomials and Partial Fractions

If a polynomial $P(x)$ is divided by a linear divisor $(x - a)$, the remainder is $P(a)$.

Let $Q(x)$ be the quotient and R be the remainder.

Then: $$P(x) = (x - a)Q(x) + R$$

And if $x = a$: $$\begin{aligned} P(a) &= (a - a)Q(a) + R \\ &= 0 + R \\ &= R, \text{ the remainder} \end{aligned}$$

The **remainder theorem** is a much simpler and more elegant way of finding the remainder compared to long division.

Примеры применения теоремы Безу

- Найдите остаток от деления многочлена

$F(x)= x^4 - 6x^3 + 8$ на $x +2$.

Решение: $F(-2)=16+48+8=72$.

Примеры применения теоремы Безу

- Доказать, что многочлен $F(x) = x^4 - 6x^3 + 7x + 18$ делится без остатка на $x - 2$.

Решение: $F(2)=16-48+14+18=0$.

Example

Find the remainder when $x^8 - 4x^7 + 3x^5 + x^4 + 3$ is divided by $x + 1$.

Let $x^8 - 4x^7 + 3x^5 + x^4 + 3 = \mathrm{P}(x)$

By the remainder theorem, when P(x) is divided by x + 1,

Let $x = -1$.

$$R = \mathrm{P}(-1)$$

Substitute for x in P(x).

$$= (-1)^8 - 4(-1)^7 + 3(-1)^5 + (-1)^4 + 3$$

$$= 1 + 4 - 3 + 1 + 3$$

$$= 6$$

The remainder is 6.

Найди остаток от деления многочлена $P(x) = -4x^3 + 11x^2 + x - 4$ на двучлен $(x - 3)$, не выполняя деления.

Определи, верны ли утверждения.

1. $x = 2$ является корнем многочлена $P(x) = x^5 + 5x^3 - 16x - 40$;
2. Многочлен $P(x) = x^3 - 9x^2 + 14x + 24$ делится на двучлен $(x - 6)$ без остатка.

Найди все значения a и b, при которых многочлен $ax^4 + x^3 + bx^2 + x - 1$ имеет корни $x_1 = \frac{1}{2}$ и $x_2 = -1$.

Остаток от деления многочлена $P(x)$ на $x + 4$ равен 5, а остаток от деления его на x - 5 равен 14. Найди остаток от деления этого многочлена на $(x + 4)(x$ - $5)$.

При делении многочлена на двучлен $x - 1$ остаток равен 2, при делении на двучлен $x + 4$ остаток равен 3. Известно, что число 2 является корнем многочлена.

Найди остаток от деления этого многочлена на $(x - 1)(x + 4)(x - 2)$.

Home Work

Find the values of p and q if *(x+3)* and *(x+7)* are factors of $x^4 + px^3 + 30x^2 + 11x + q$ using the Bezout Method.

/

The remainder obtained when $2x^3 + bx^2 - 6x + 1$ is divided by $x + 2$ is twice the remainder obtained when the same expression is divided by $x - 1$. Find b.

Рефлексия


Не удалось разобраться в теме
Остались вопросы
Тема раскрыта, все понятно