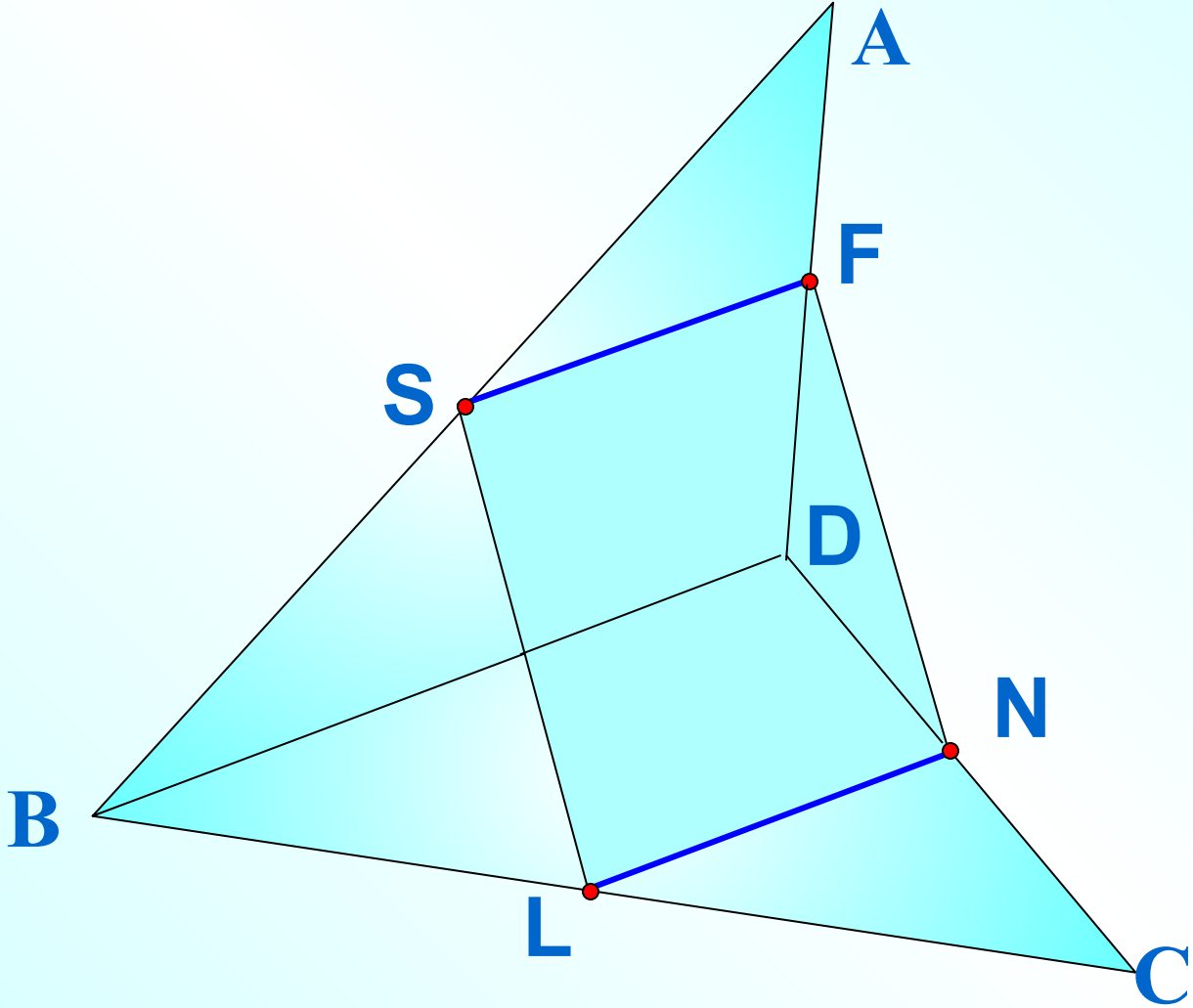


Скрещивающиеся

Л.С. Атанасян Геометрия 10 класс

прямые

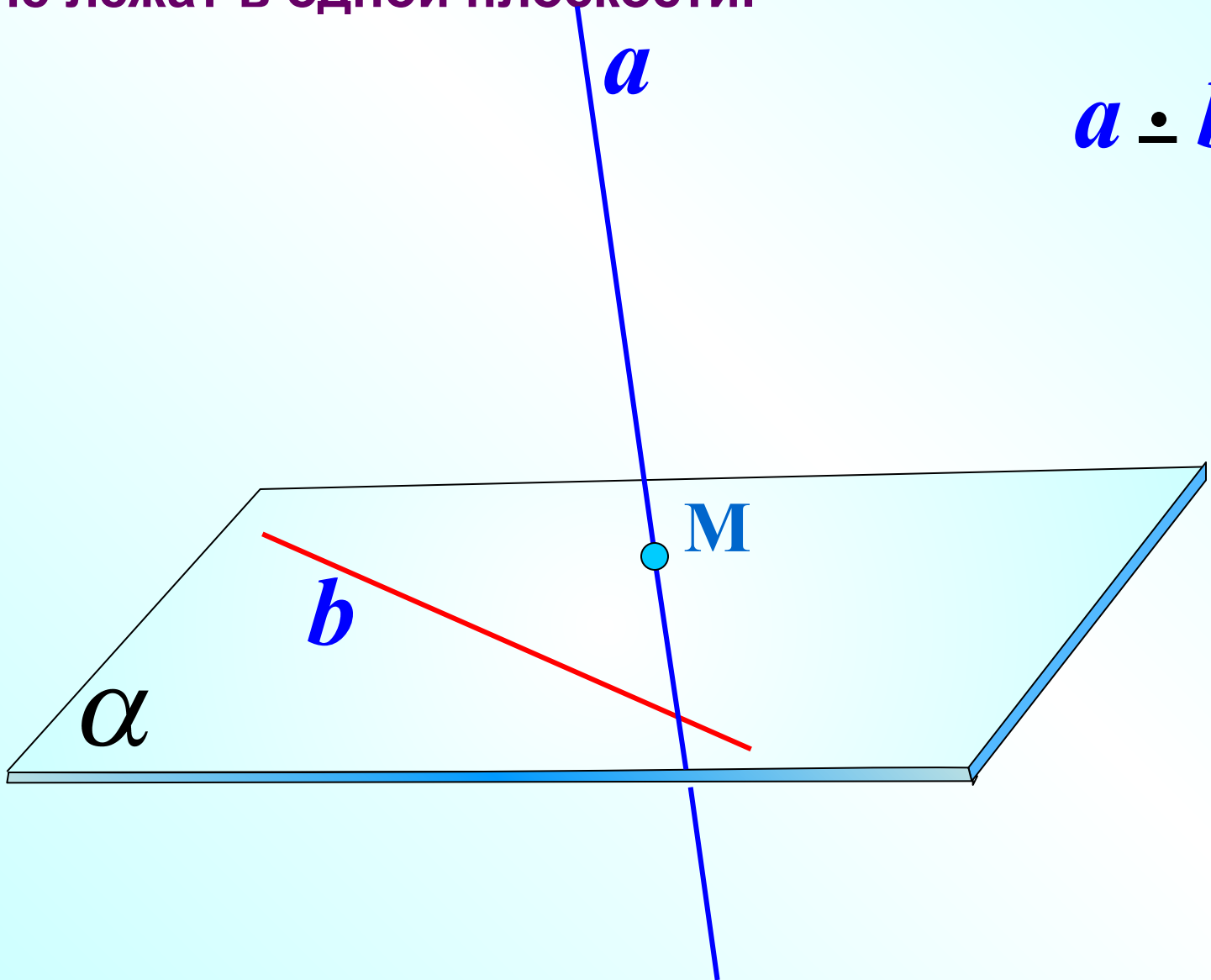
Докажите, что середины сторон пространственного четырехугольника являются вершинами параллелограмма.



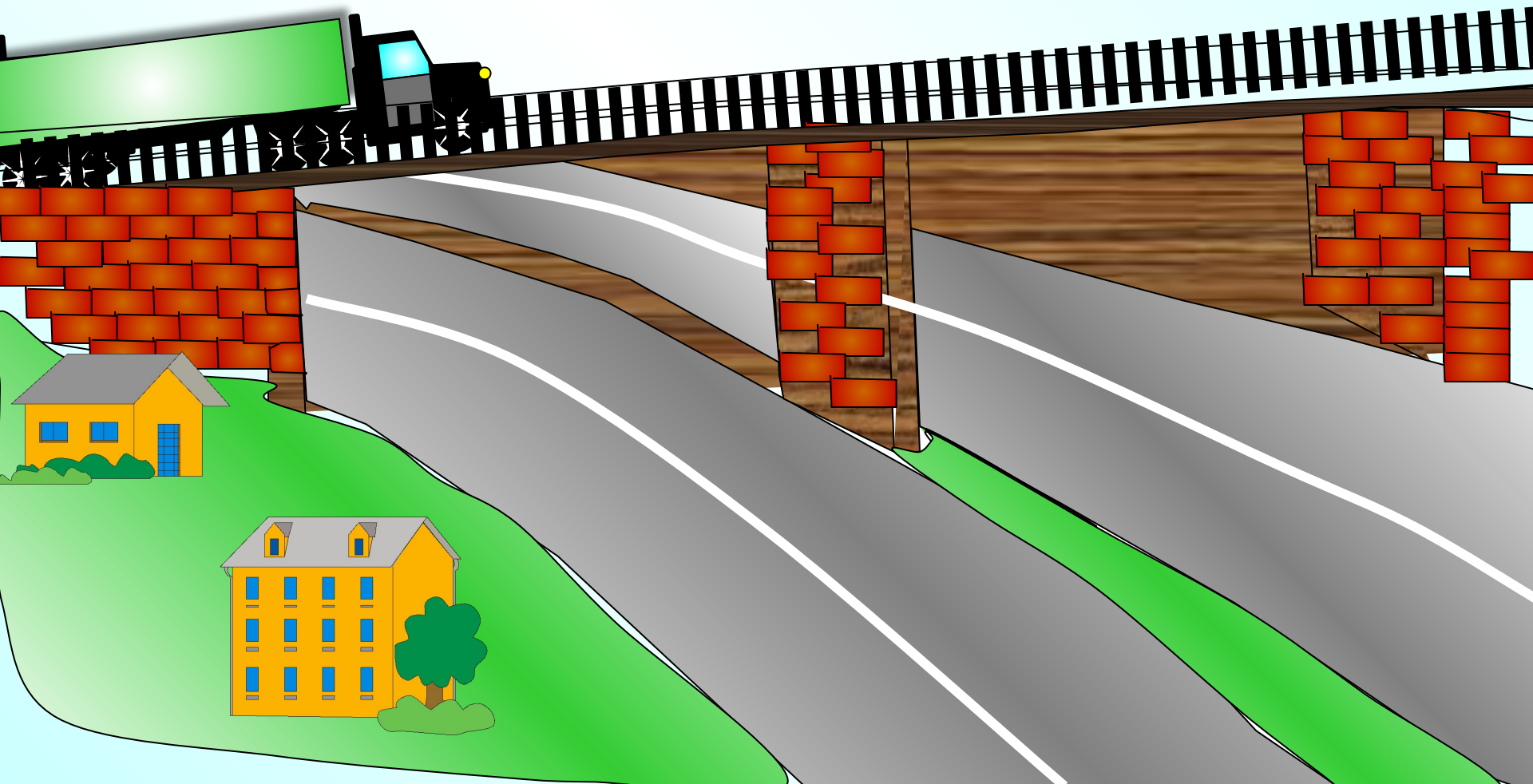
Определение

Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.

$a \neq b$



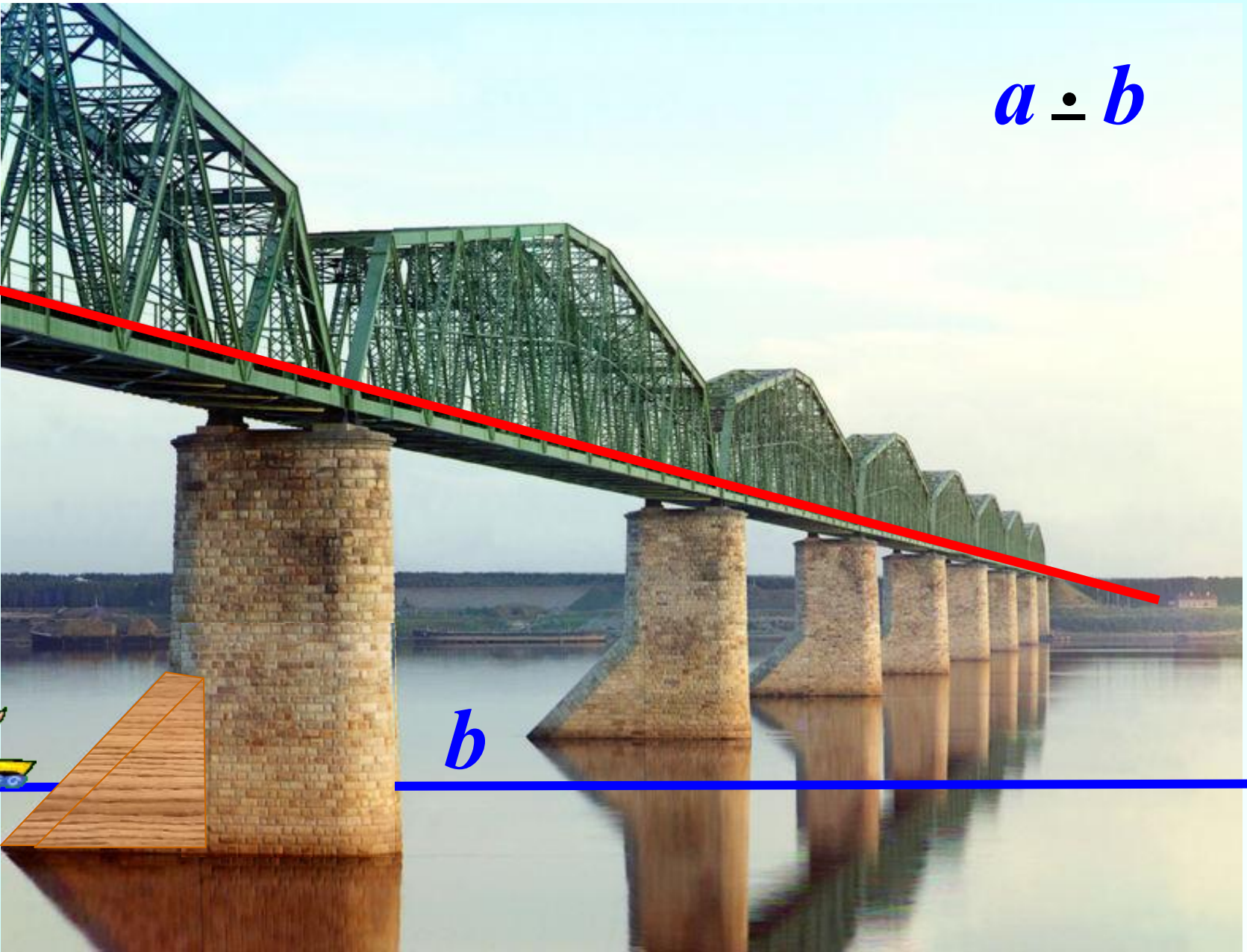
Наглядное представление о скрещивающихся прямых дают две дороги, одна из которых проходит по эстакаде, а другая под эстакадой.



$$a \div b$$

a

b

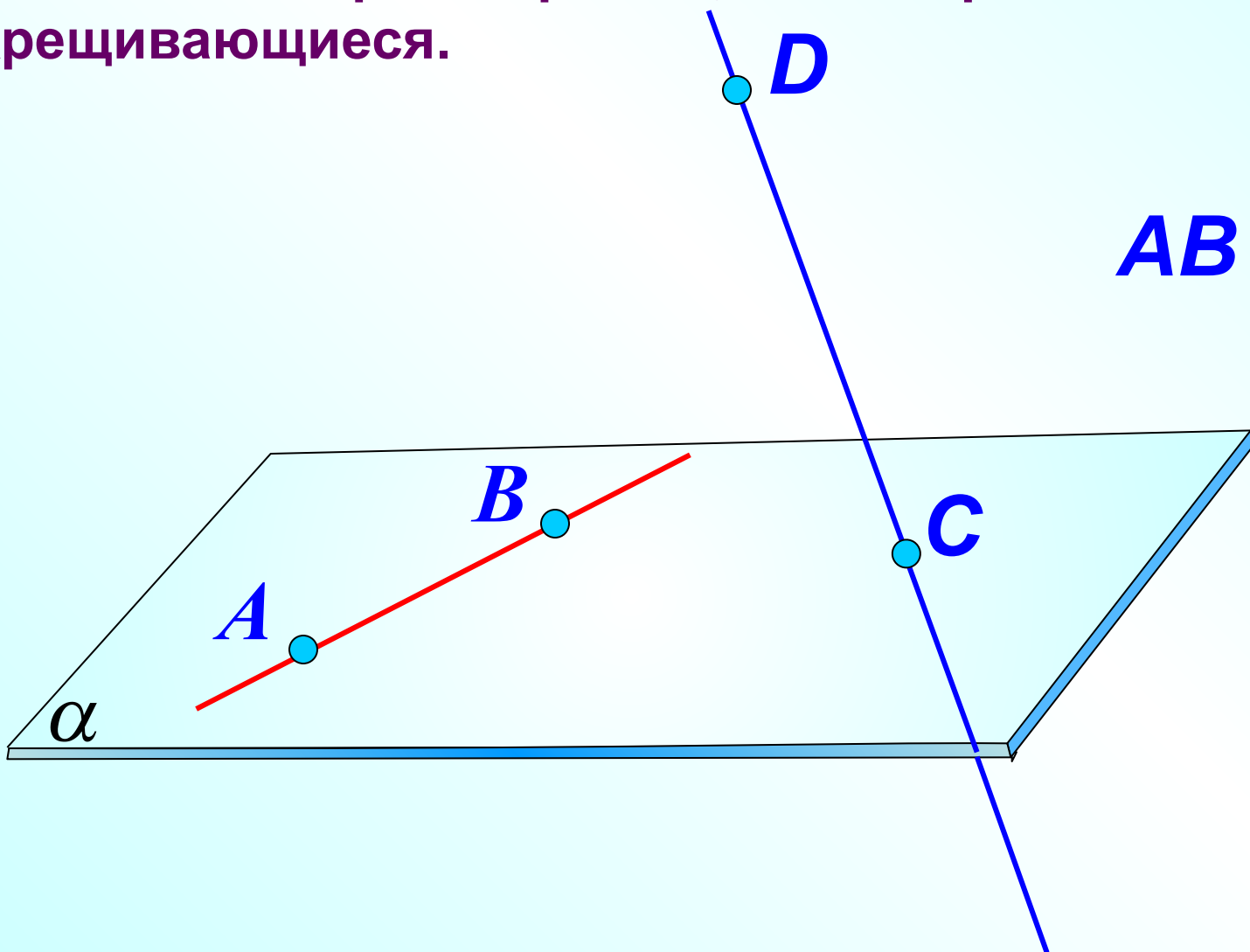




Найдите на рисунке параллельные прямые.
Назовите параллельные прямые и плоскости.
Найдите скрещивающиеся прямые.

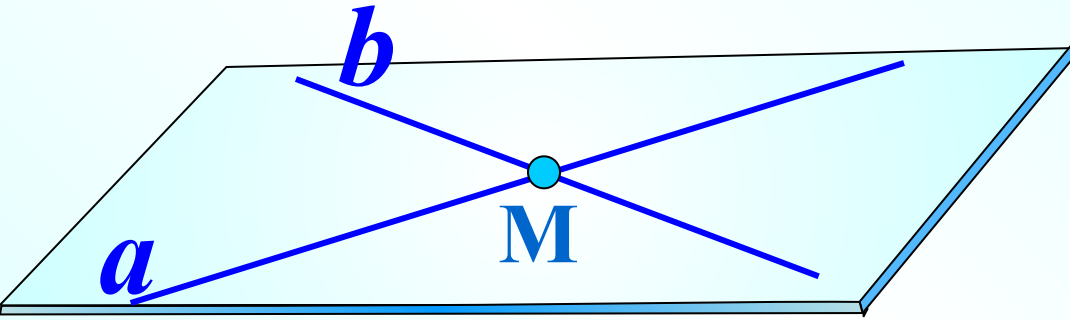
Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

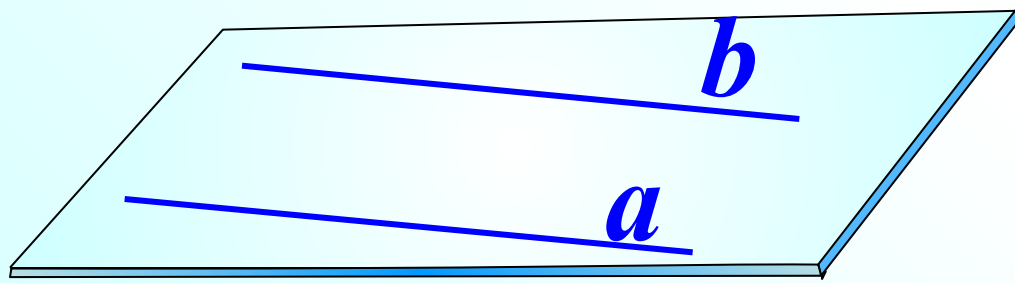


$AB \neq CD$?

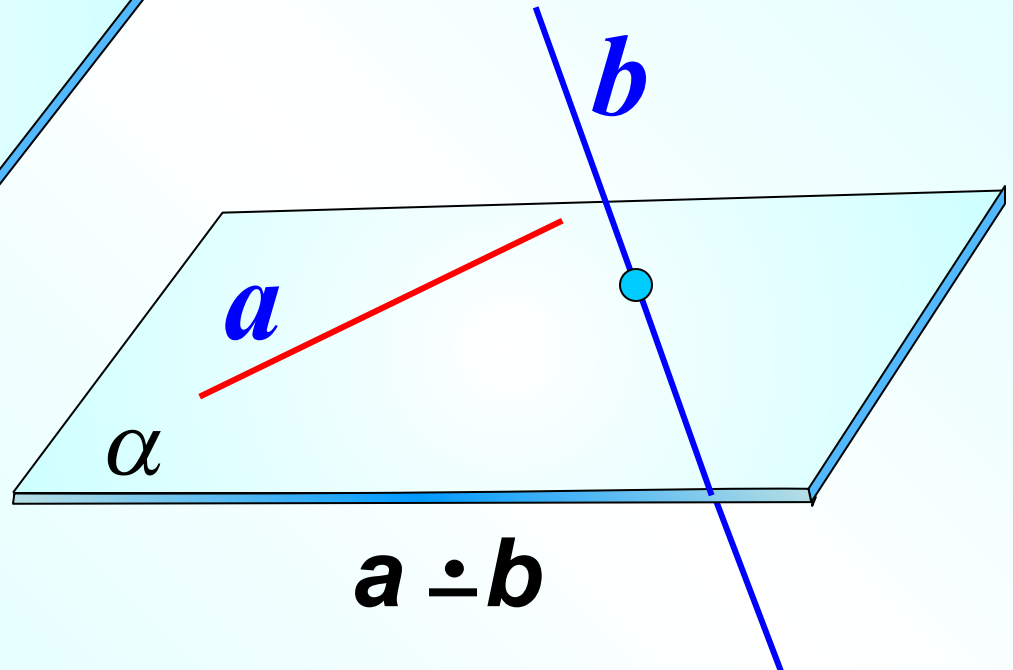
Три случая взаимного расположения двух прямых в пространстве



$$a \cap b$$



$$a \parallel b$$

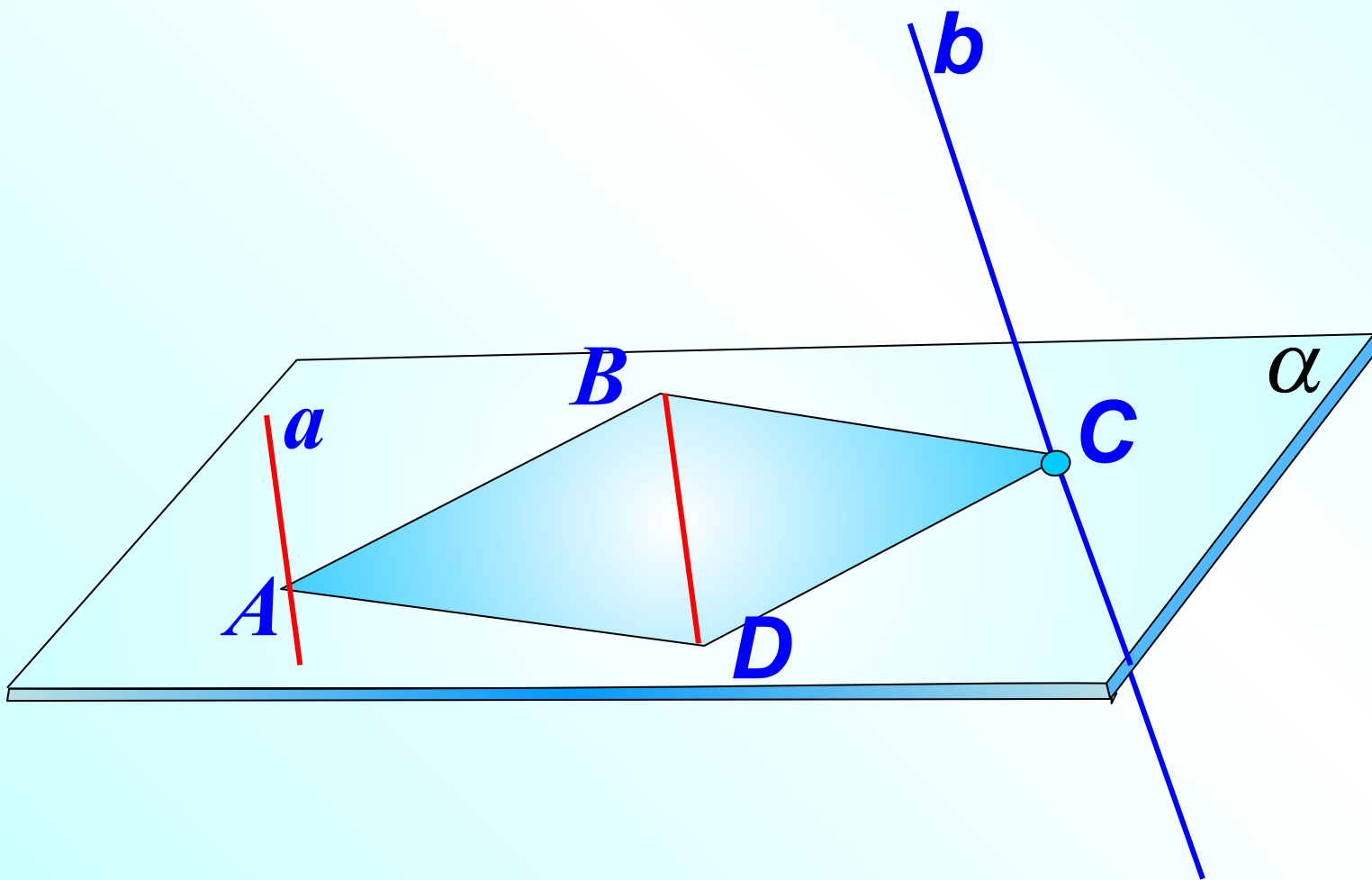


$$a \not\parallel b$$

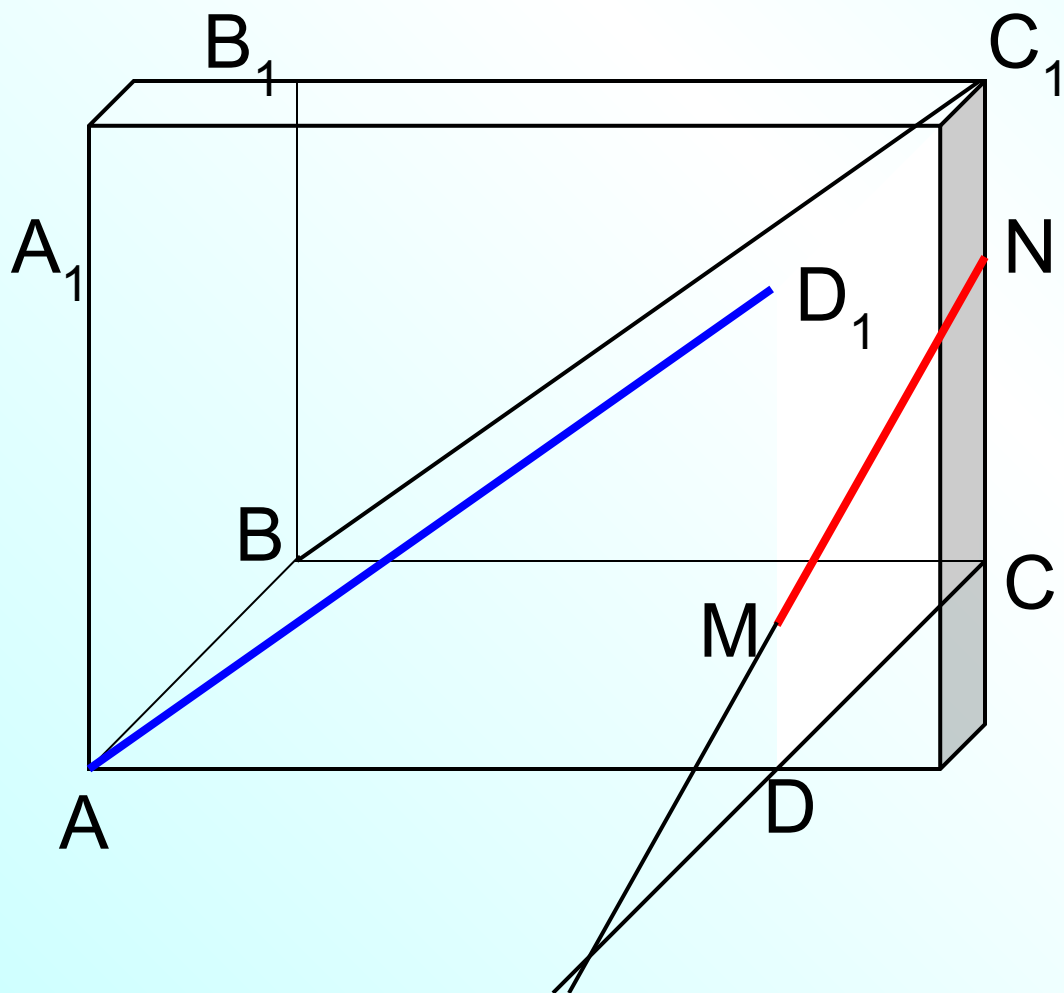
№ 38. Через вершину A ромба $ABCD$ проведена прямая a , параллельная диагонали BD , а через вершину C – прямая b , не лежащая в плоскости ромба.

Докажите, что: а) a и CD пересекаются;

б) a и b скрещивающиеся прямые. $b \div a$?

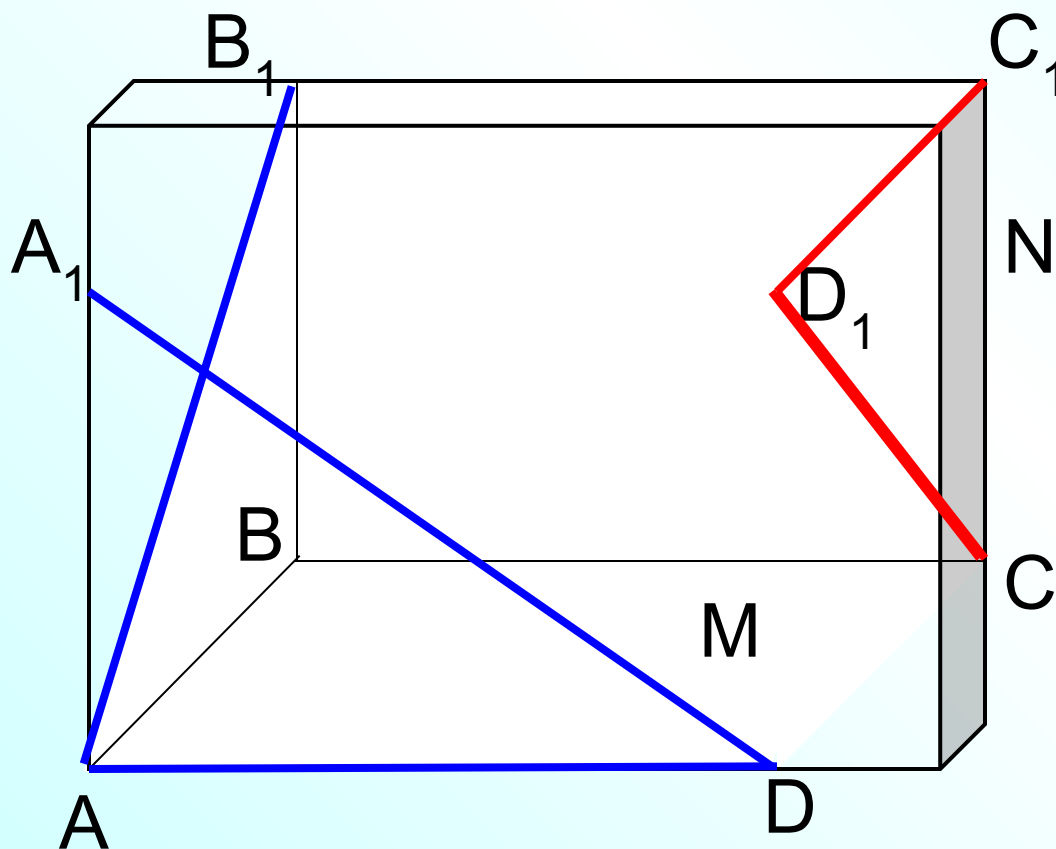


Каково взаимное положение прямых
1) AD_1 и MN ; 2) AD_1 и BC_1 ; 3) MN и DC ?



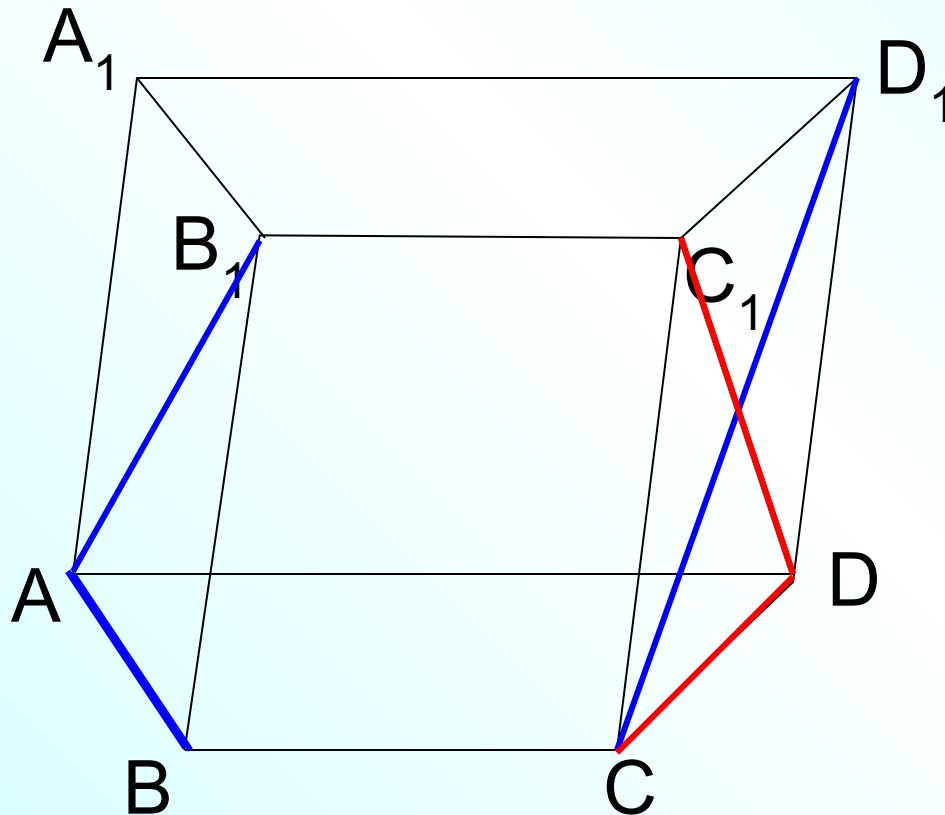
Докажите, что прямые

1) AD и C_1D_1 ; 2) A_1D и D_1C ; 3) AB_1 и D_1C скрещивающиеся.



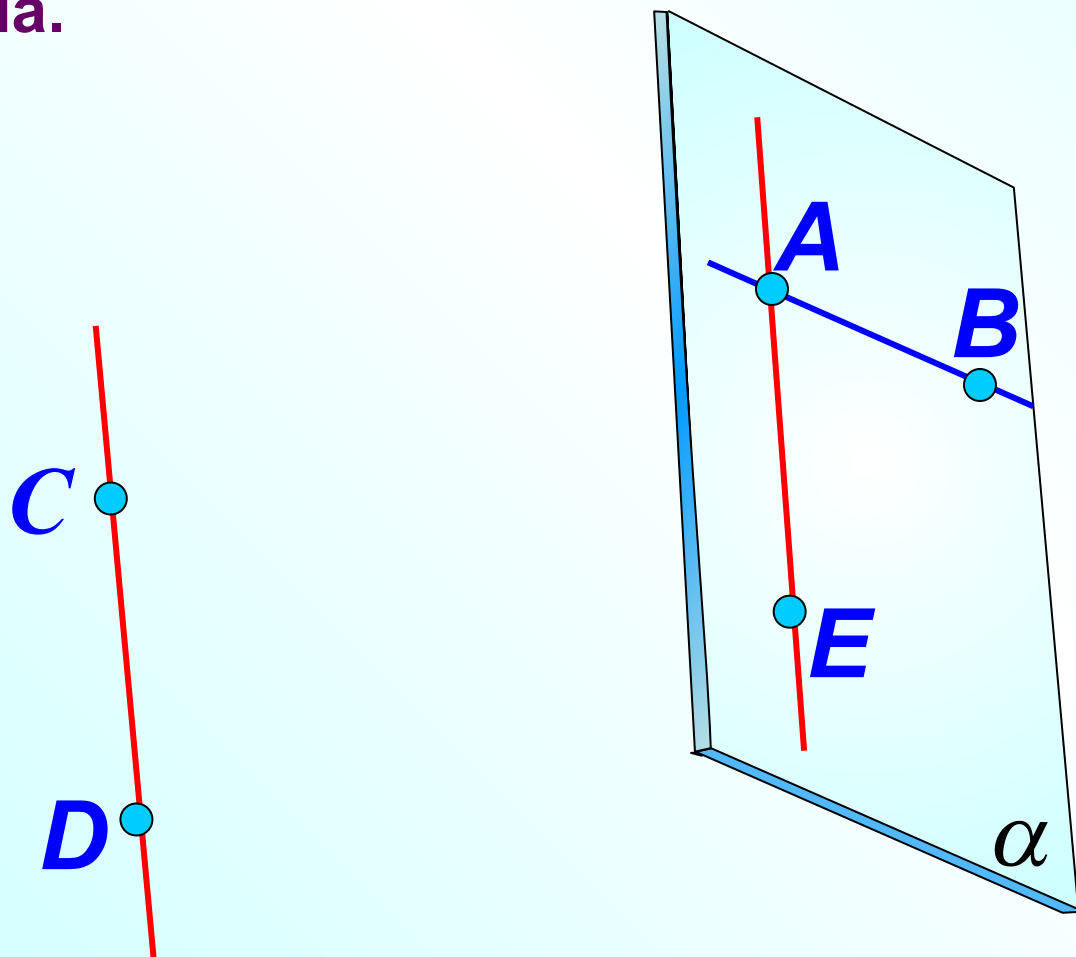
Основание призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – трапеция.
Какие из следующих пар прямых являются скрещивающимися?

- 1) $D_1 C$ и $C_1 D$; 2) $C_1 D$ и AB_1 ; 3) $C_1 D$ и AB ; 4) AB и CD .

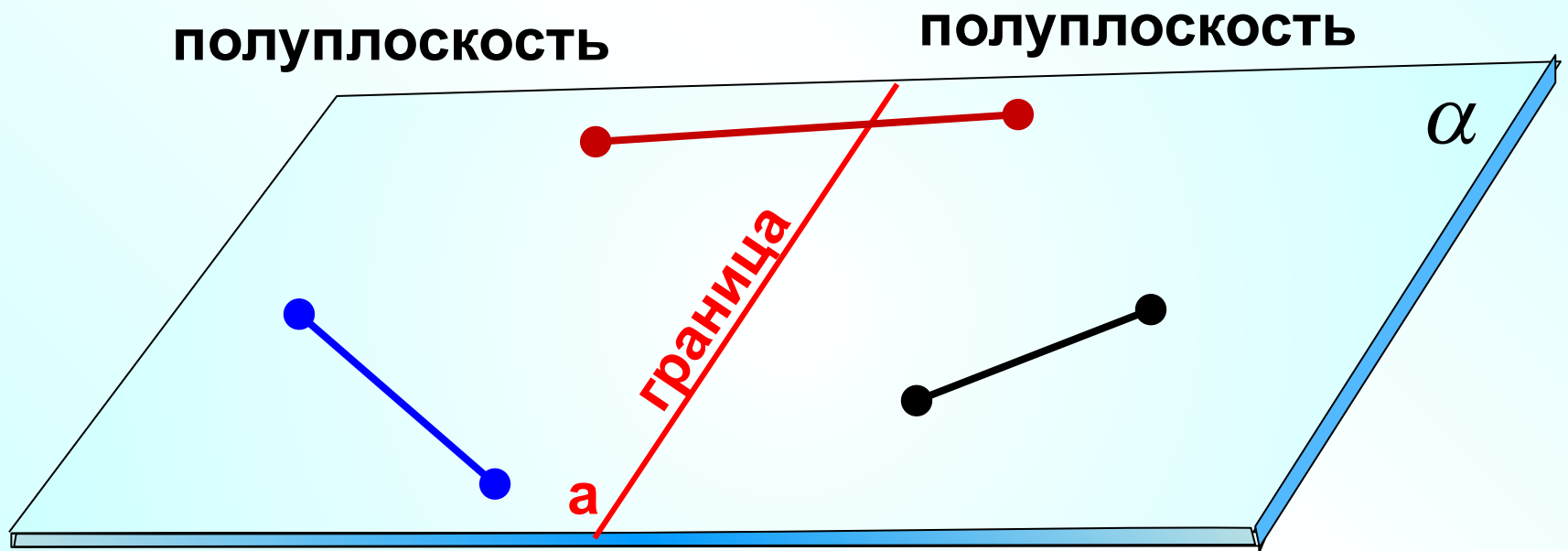


Теорема о скрещивающихся прямых

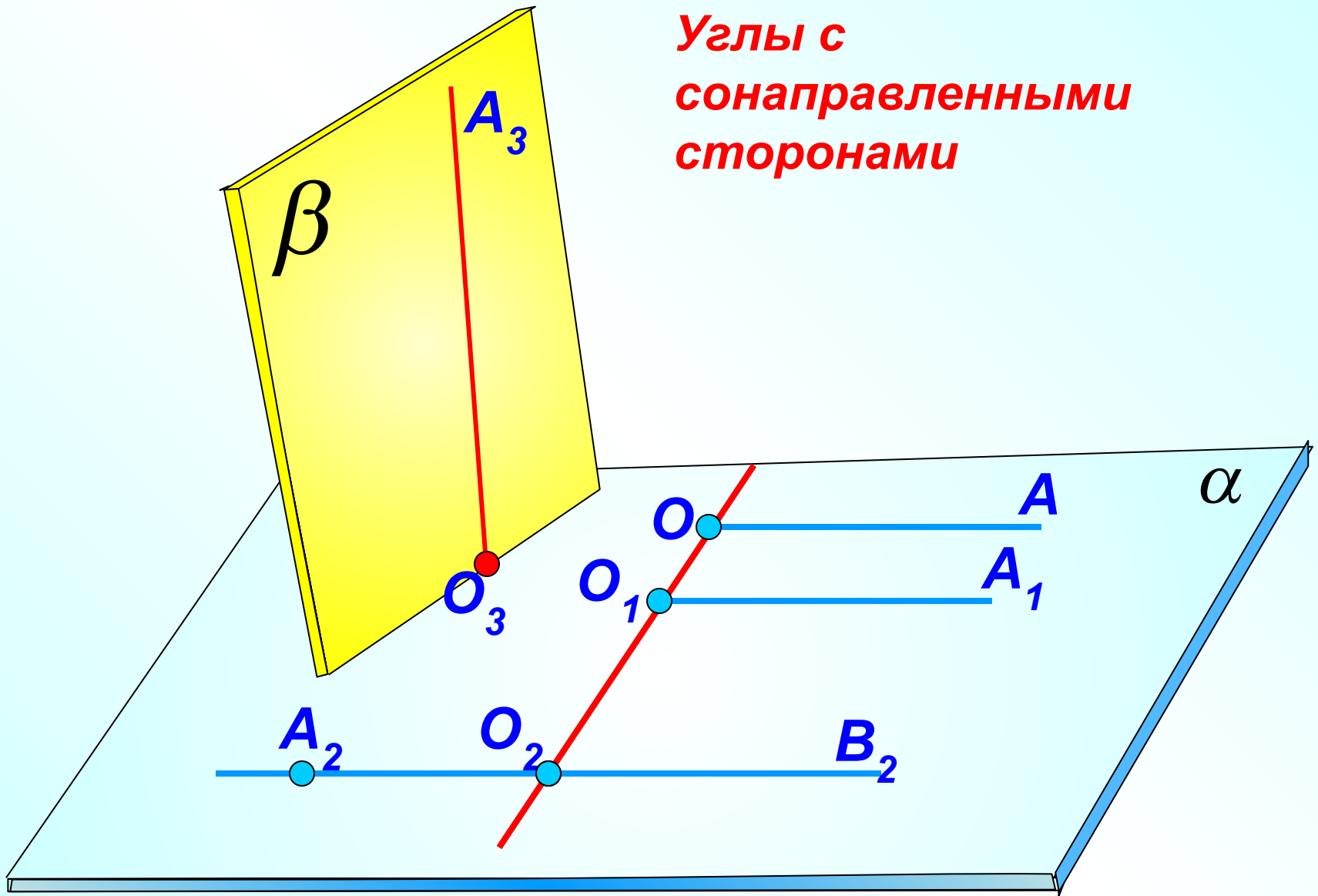
Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



Любая прямая a , лежащая в плоскости, разделяет эту плоскость на две части, называемые полуплоскостями. Прямая a называется границей каждой из этих полуплоскостей.

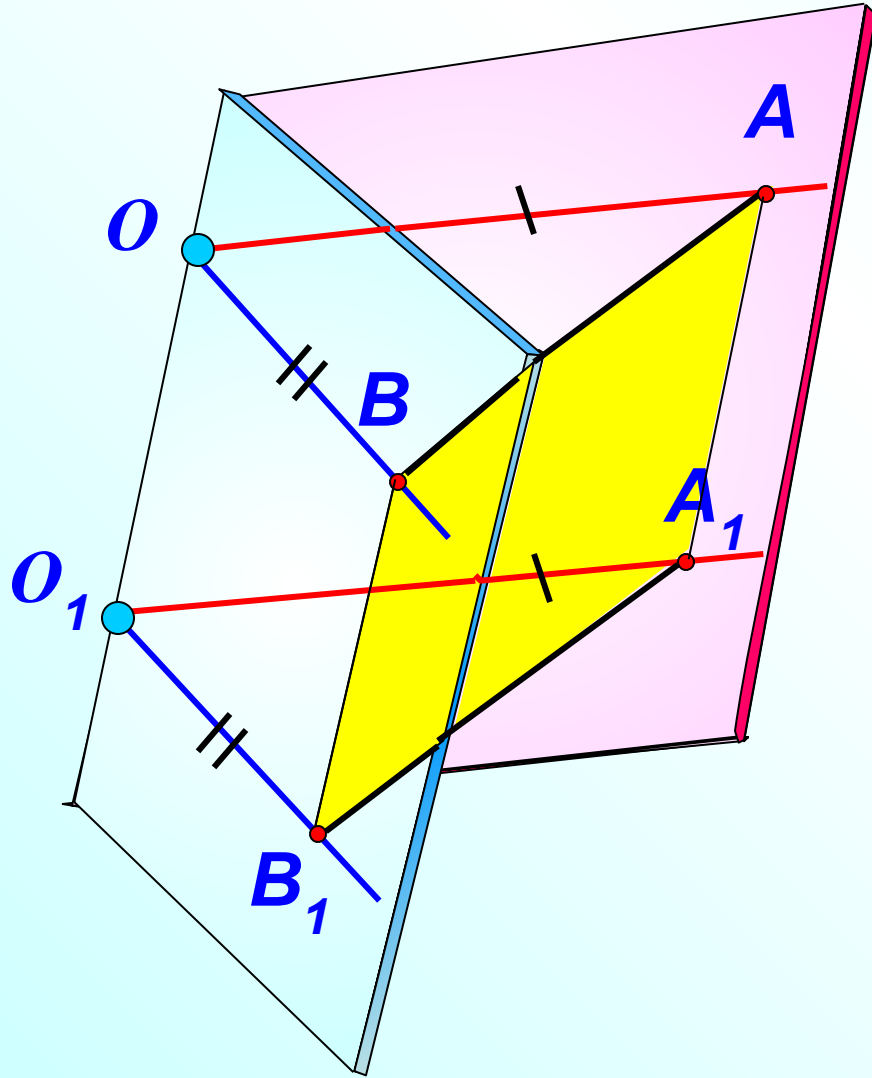


**Углы с
сонаправленными
сторонами**

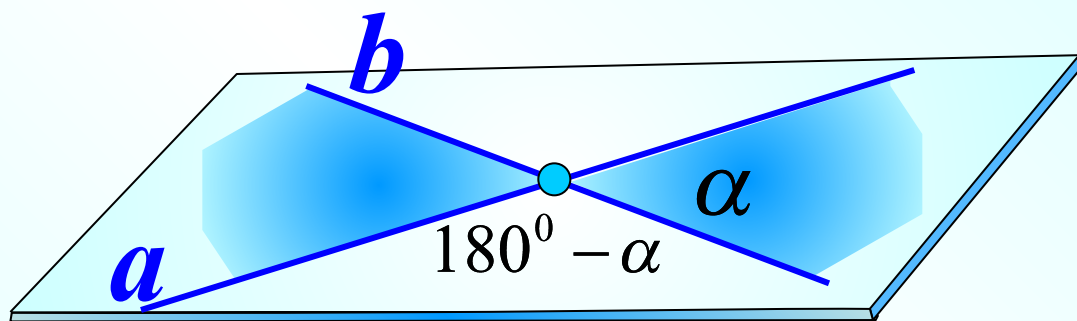


Теорема об углах с сонаправленными сторонами

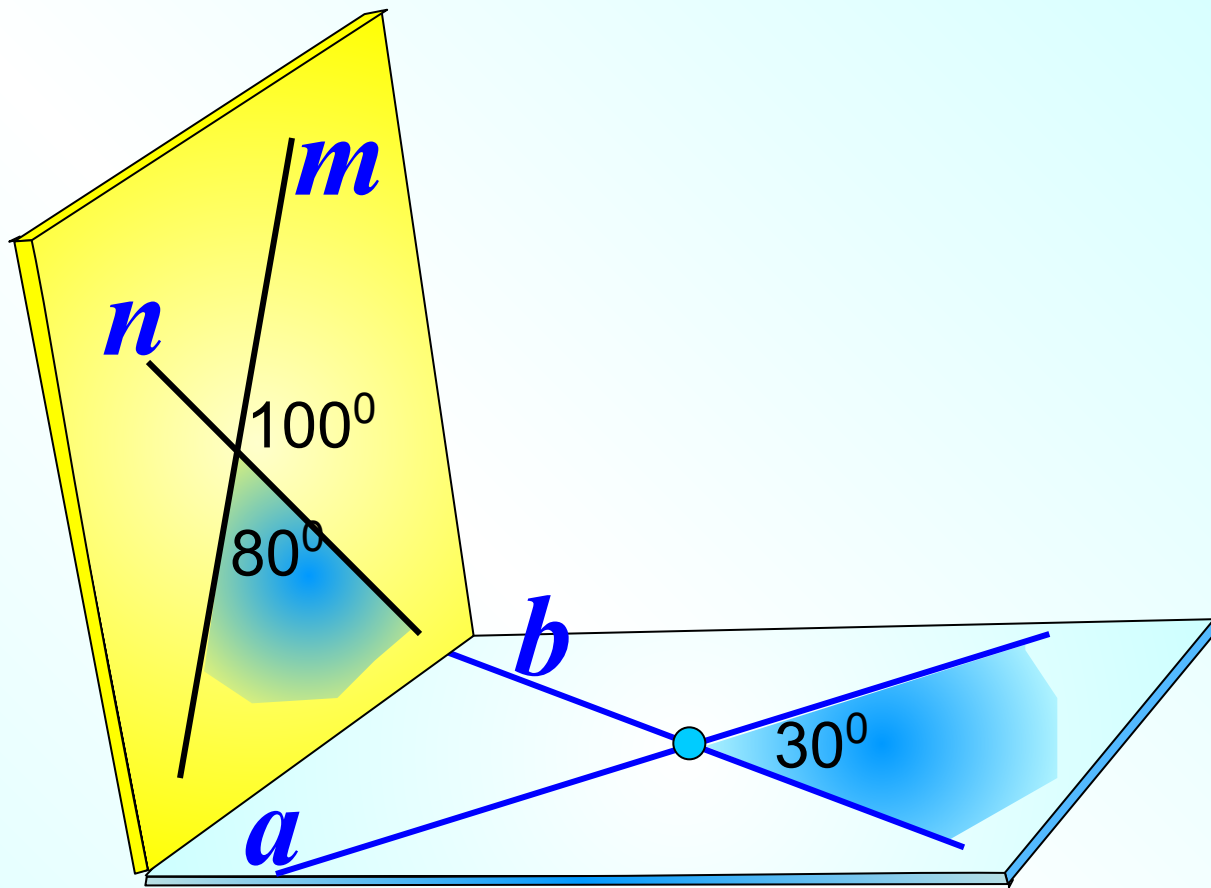
Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Угол между прямыми



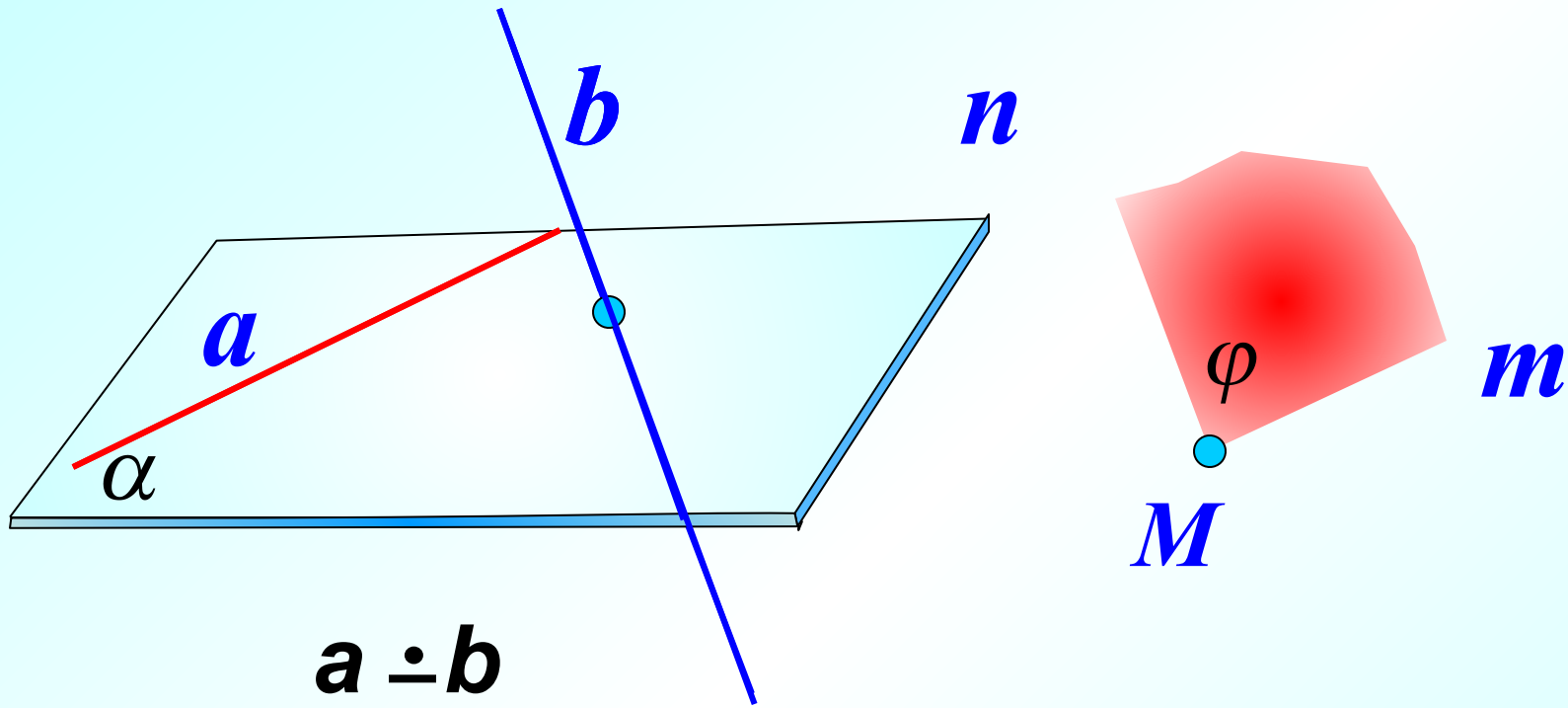
Пусть α - тот из углов, который не превосходит любой из трех остальных углов. Тогда говорят, что угол между пересекающимися прямыми равен α .



Угол между прямыми a и b 30° .

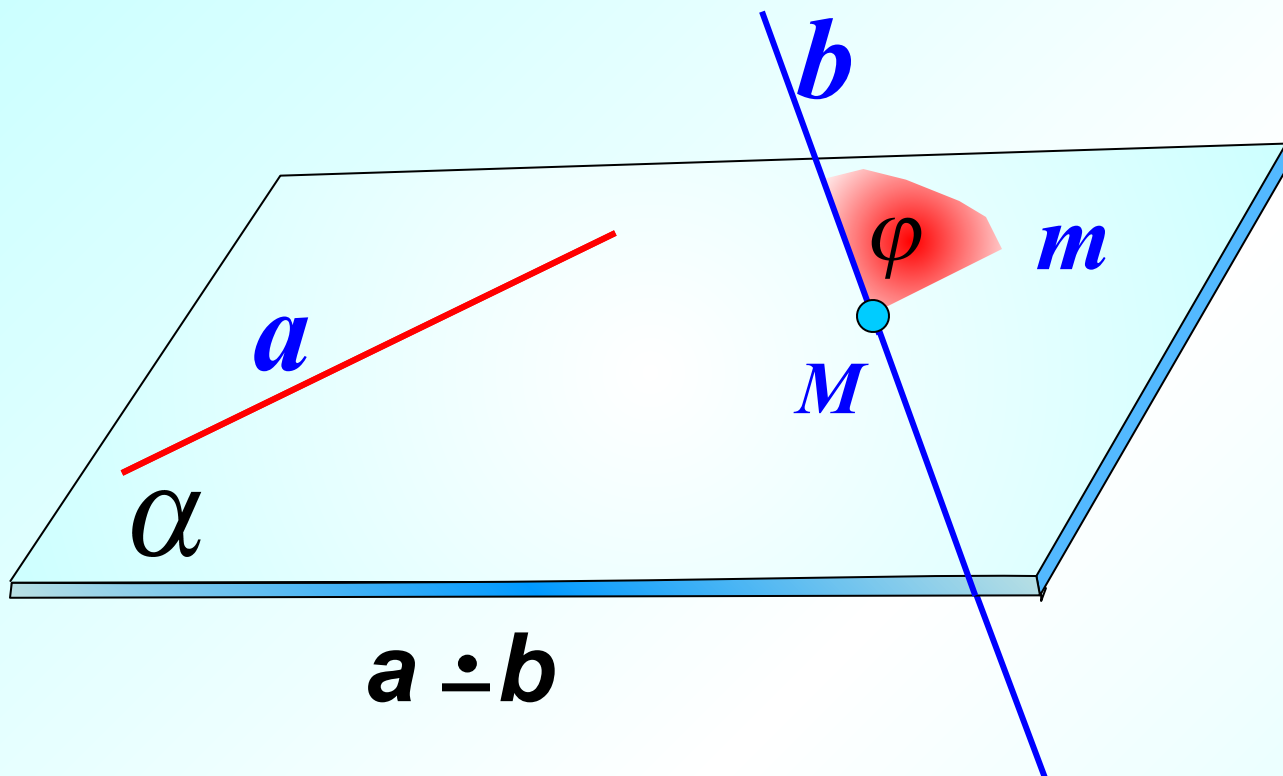
Угол между прямыми m и n 80° .

Угол между скрещивающимися прямыми



Через произвольную точку M_1 проведем прямые m и n , соответственно параллельные прямым a и b .
Угол между скрещивающимися прямыми a и b равен φ

Угол между скрещивающимися прямыми

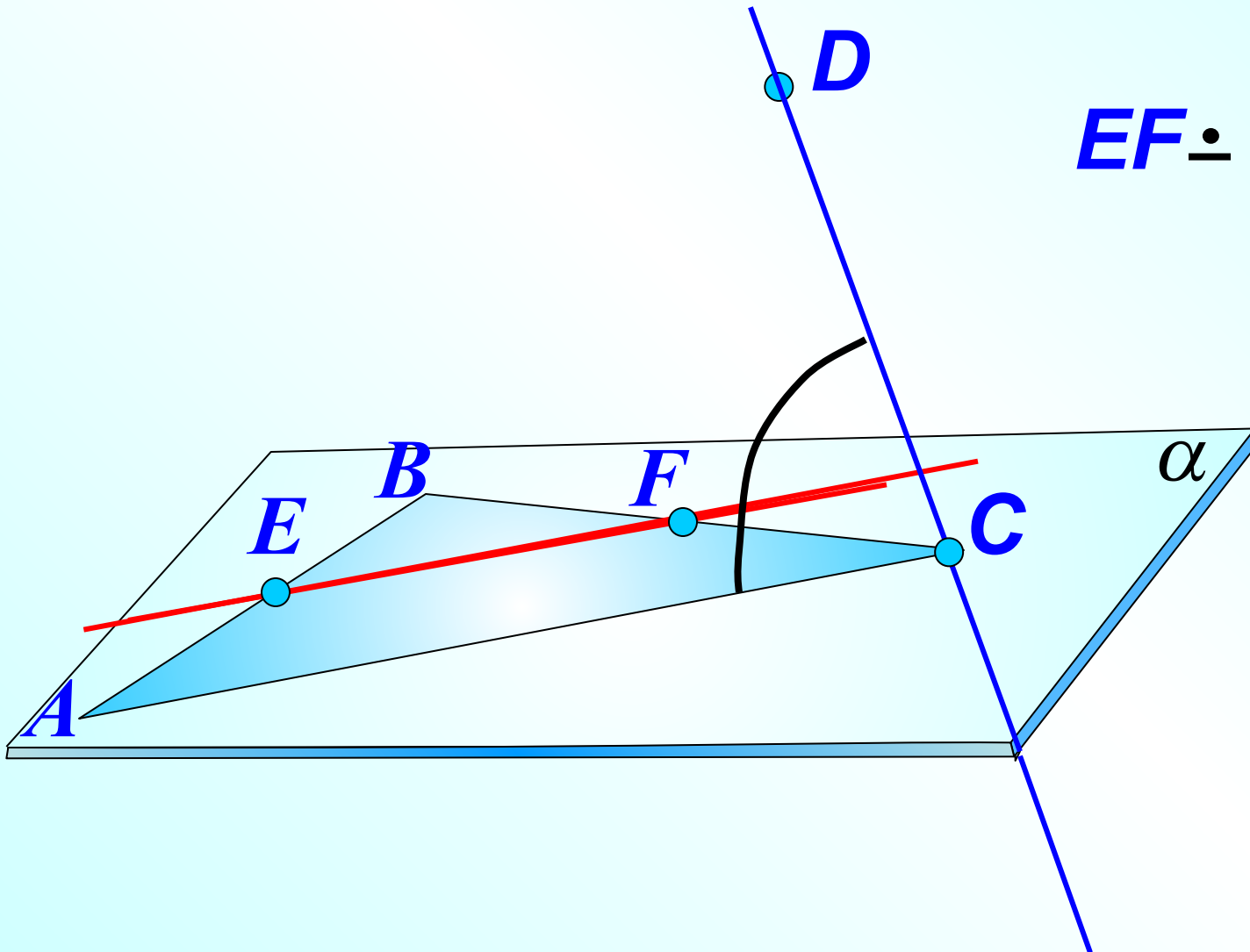


Точку M можно выбрать произвольным образом.

В качестве точки M удобно взять любую точку на одной из скрещивающихся прямых.

Прямая CD проходит через вершину треугольника ABC и не лежит в плоскости ABC . E и F – середины отрезков AB и BC . Найдите угол между прямыми CD и EF , если $\angle DCA = 60^\circ$

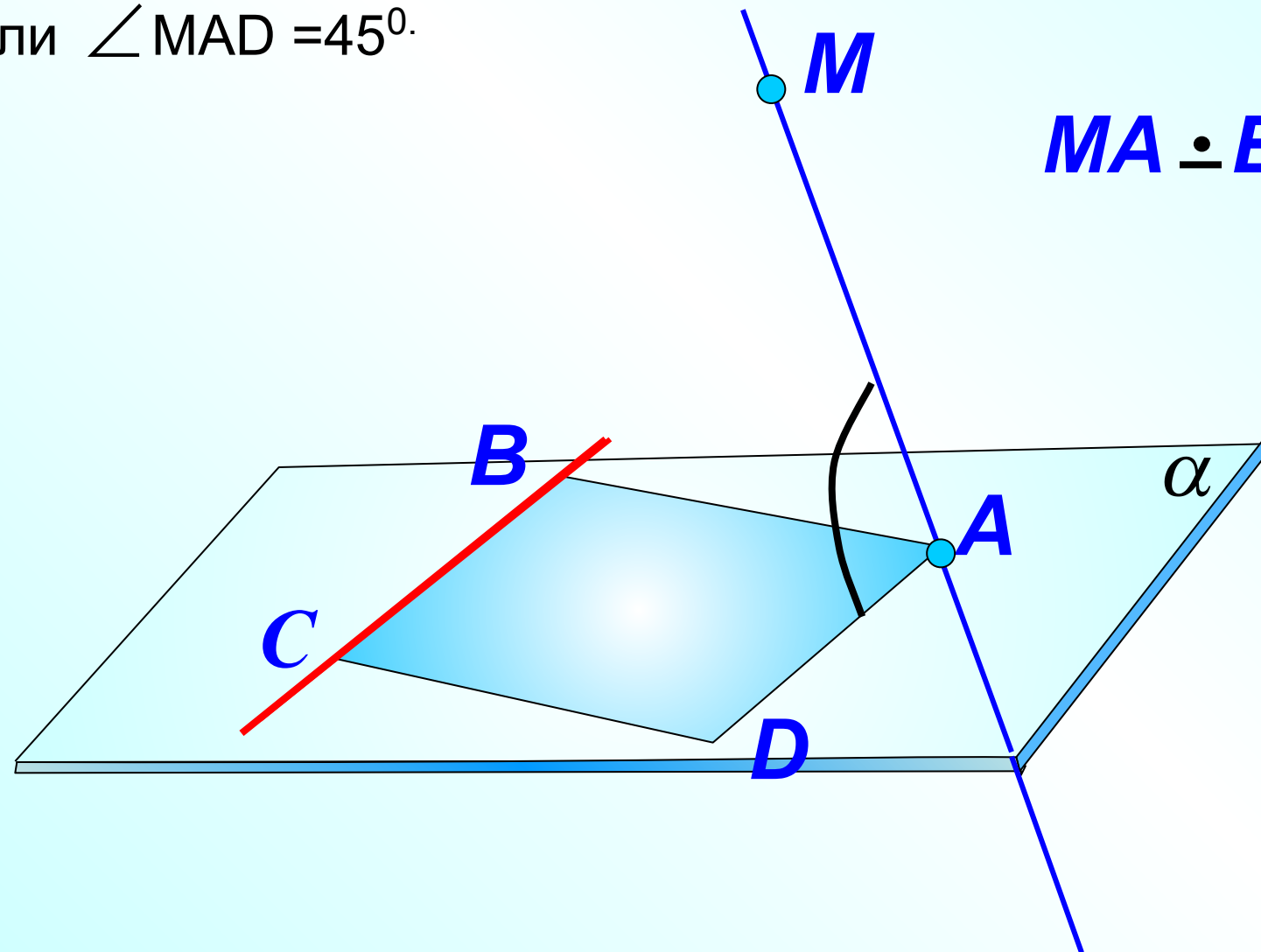
$EF \perp CD$?



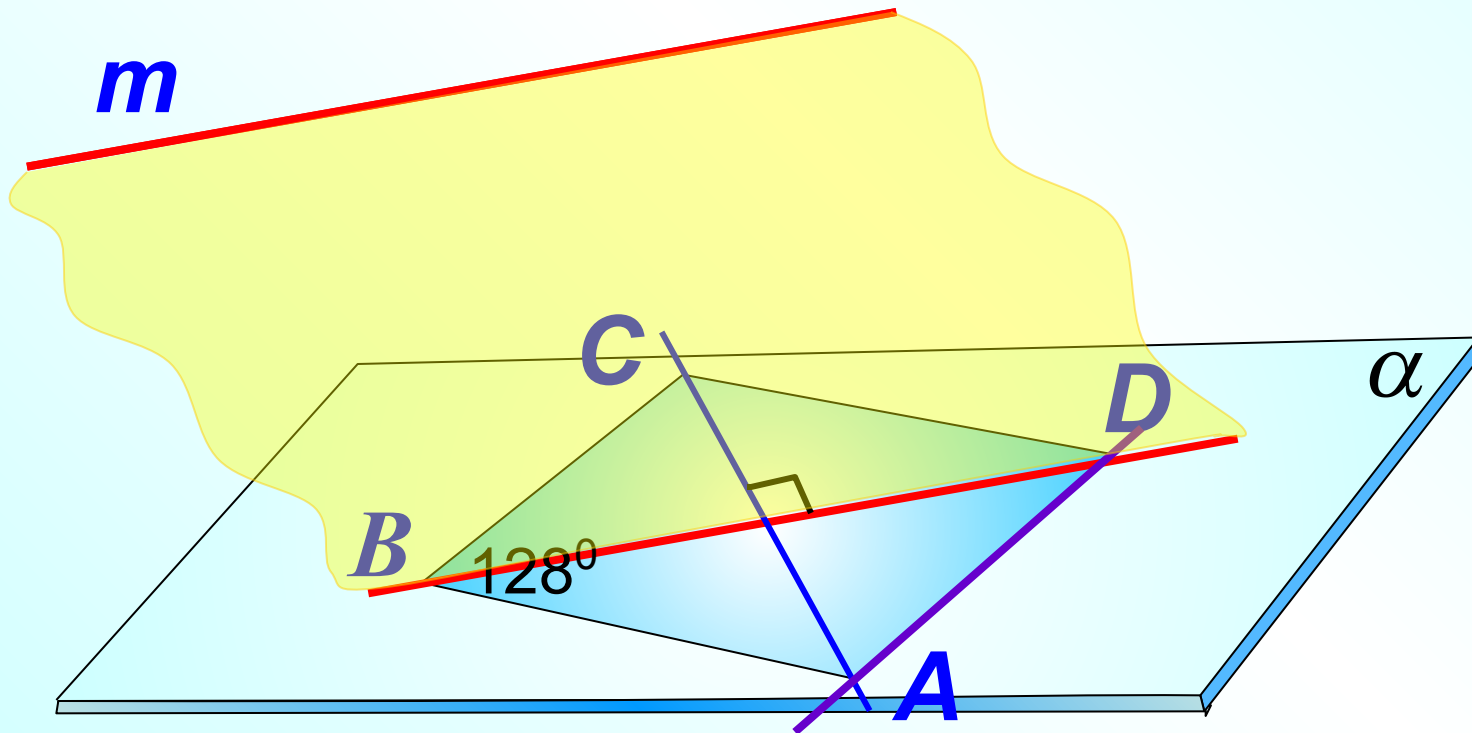
Прямая MA проходит через вершину квадрата $ABCD$ и не лежит в плоскости квадрата. Докажите, что MA и BC – скрещивающиеся прямые.

Найдите угол между скрещивающимися прямыми MA и BC , если $\angle MAD = 45^\circ$.

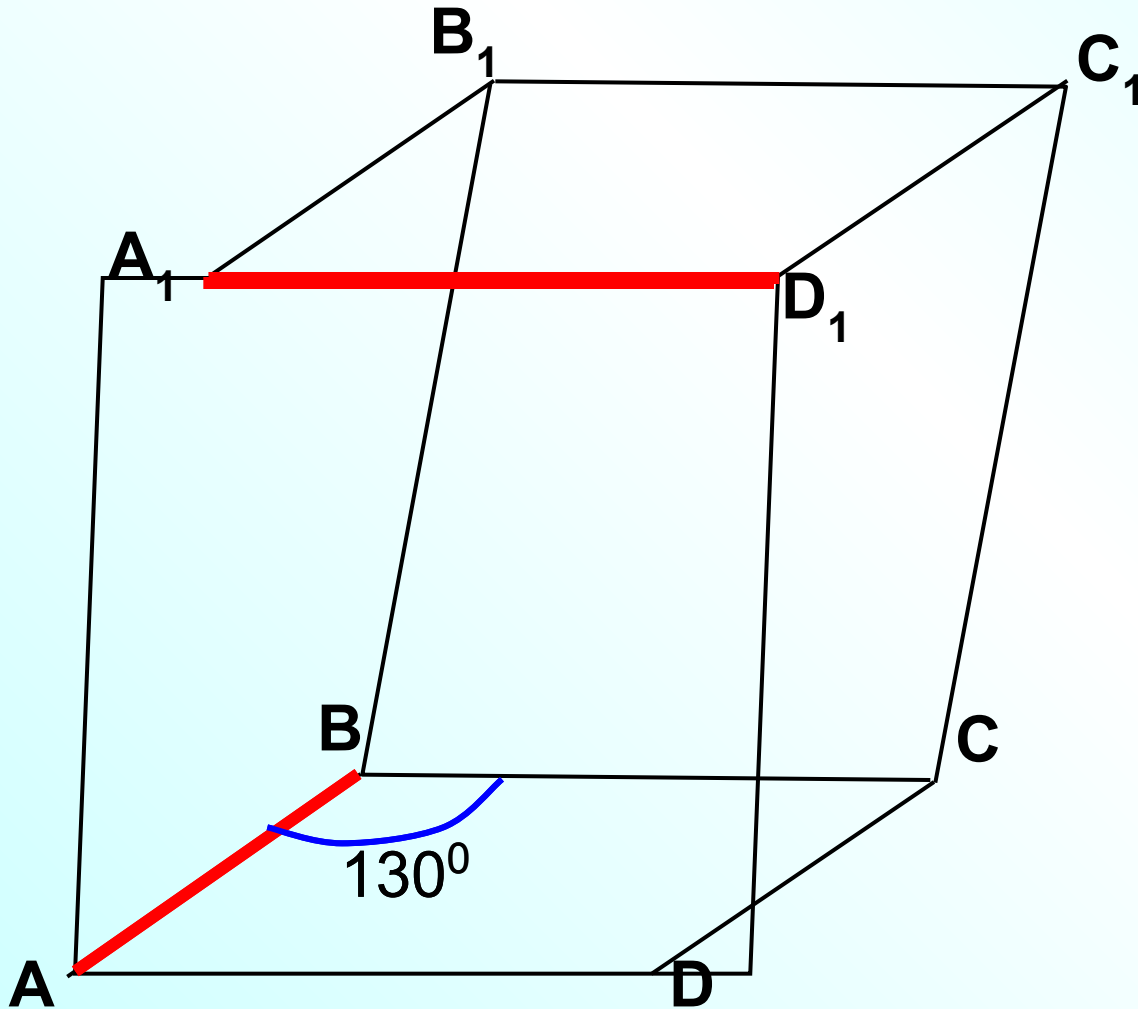
$MA \perp BC$?



№ 46. Прямая m параллельна диагонали BD ромба $ABCD$ и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что
а) m и AC – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними;
б) m и AD – скрещивающиеся прямые – и найдите угол между ними, если $\angle ABC = 128^\circ$.



На рисунке $ABCD$ – параллелограмм, $\angle ABC = 130^\circ$,
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Найдите
угол между прямыми AB и A_1D_1 .
Рассмотрите различные способы.



На рисунке $ABCD$ – параллелограмм, $\angle BCC_1 = 120^\circ$,
 $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \parallel DD_1$ и $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Найдите
угол между прямыми BB_1 и AD .

