

Гармония хаоса или хаотичная реальность.
Фракталы - это наука или красота?

Про них хоть раз все слышали.
Фракталы – явление чрезвычайно красивое и
математическое.
Стоит присмотреться и можно обнаружить их
повсюду.



ФРАКТАЛЫ

Понятие "фрактал".

Понятия фрактал и фрактальная геометрия, появившиеся в конце 70-х, с середины 80-х прочно вошли в обиход математиков и программистов.

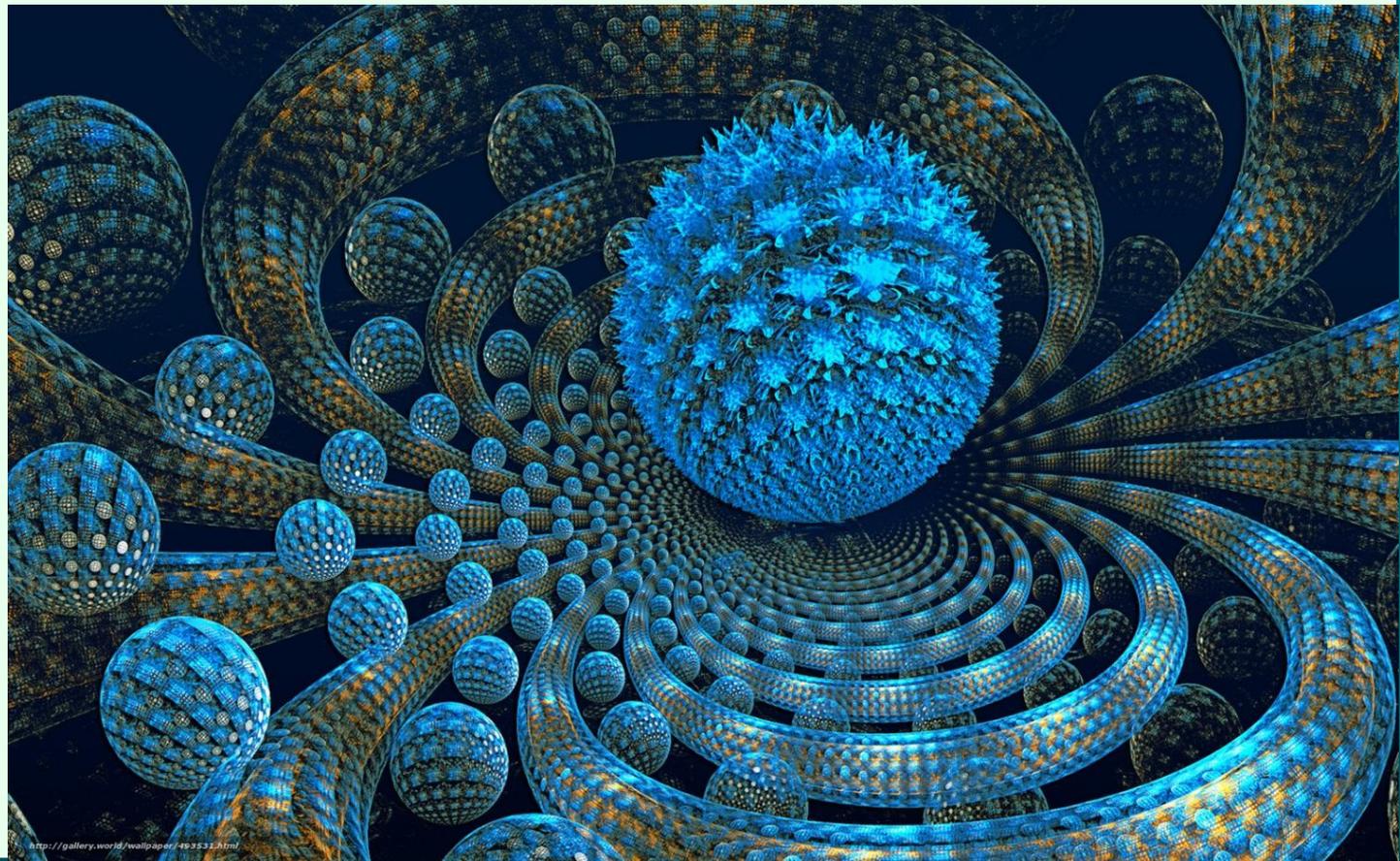
Слово **фрактал** образовано от латинского fractus и в переводе означает *состоящий из фрагментов*.

Оно было предложено **Бенуа Мандельбротом** в 1975 году



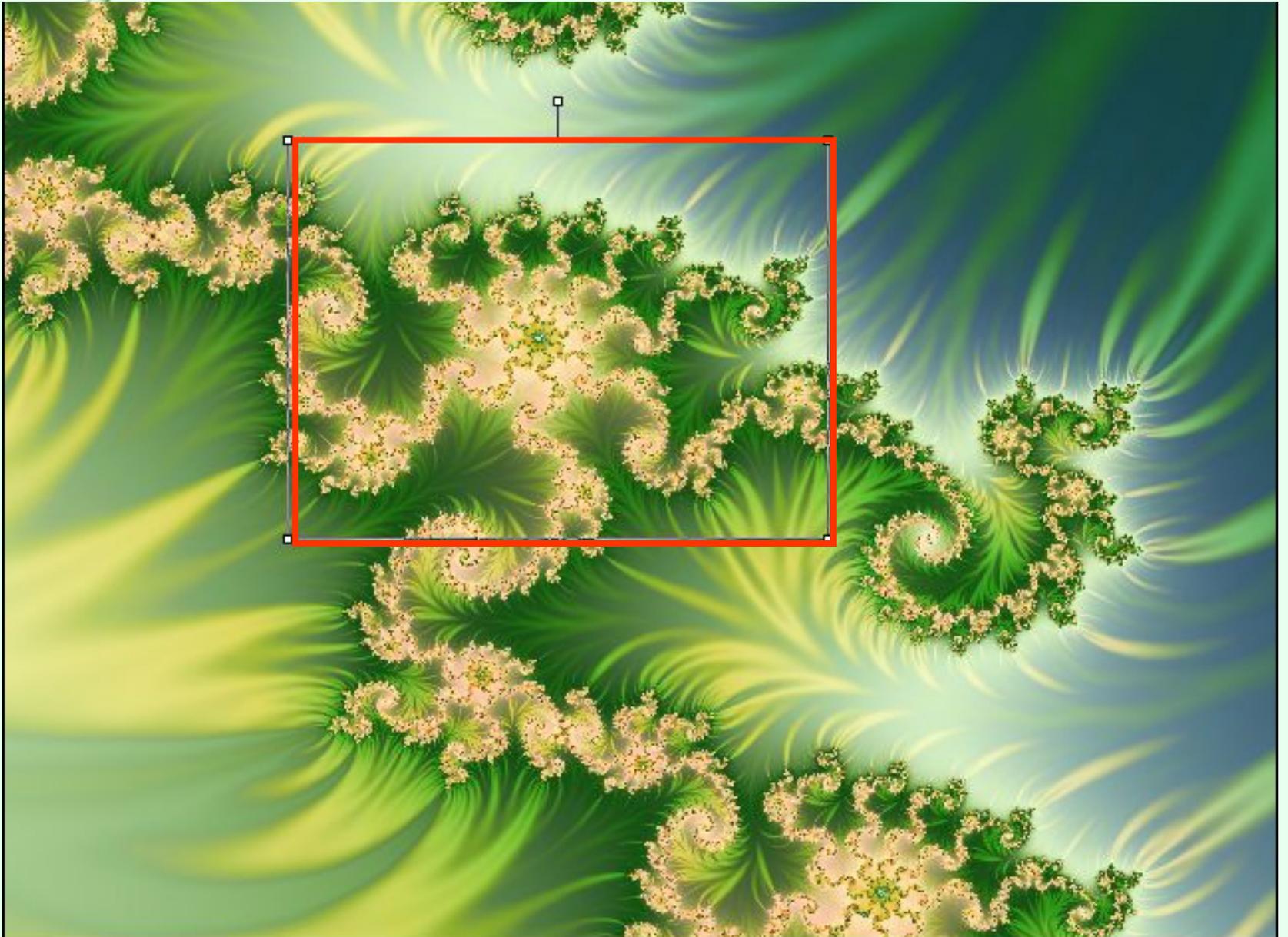
Понятие фрактала

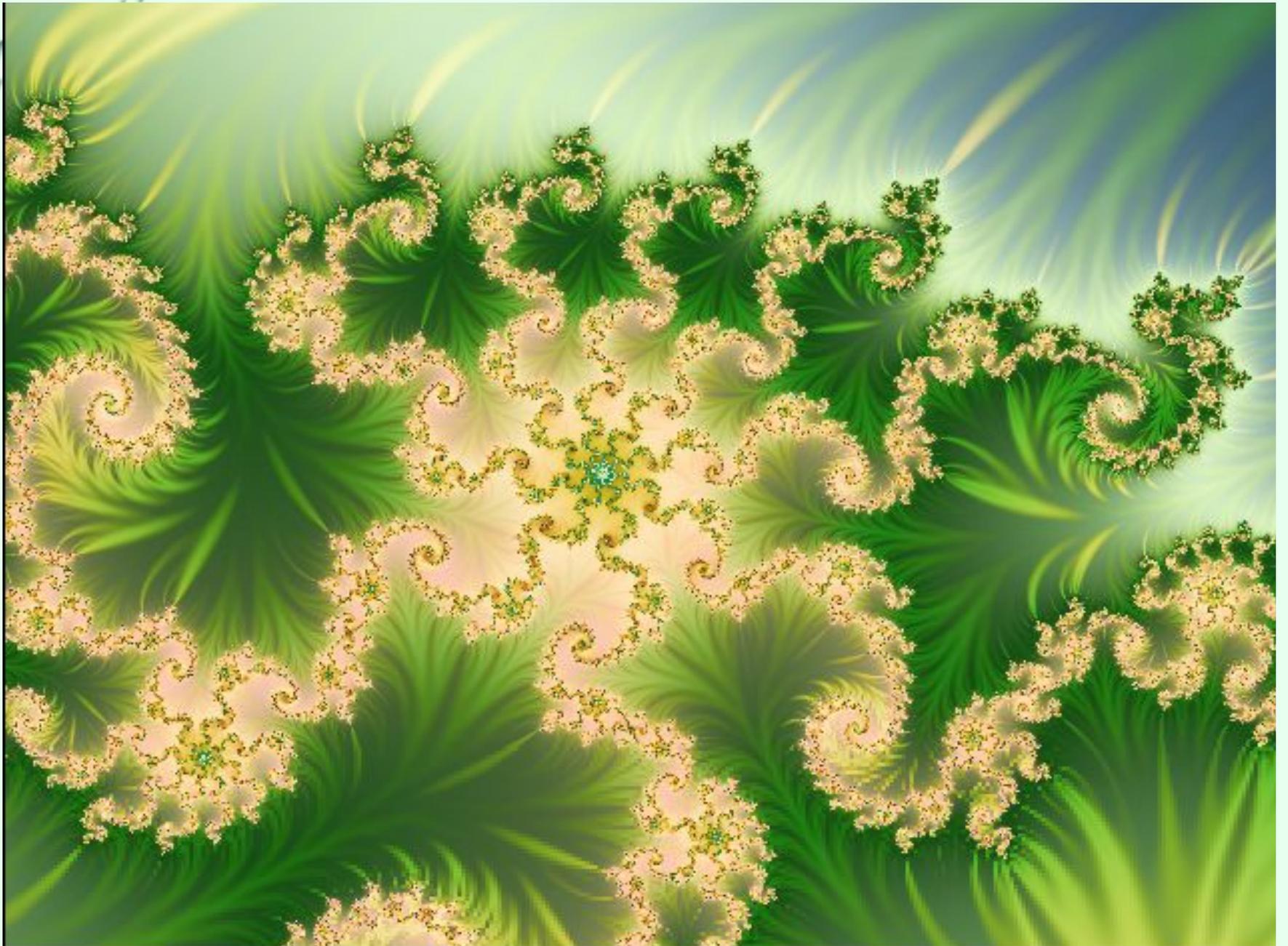
Фрактал — это бесконечно самоподобная геометрическая фигура, каждый фрагмент которой повторяется при уменьшении масштаба.





это наука или

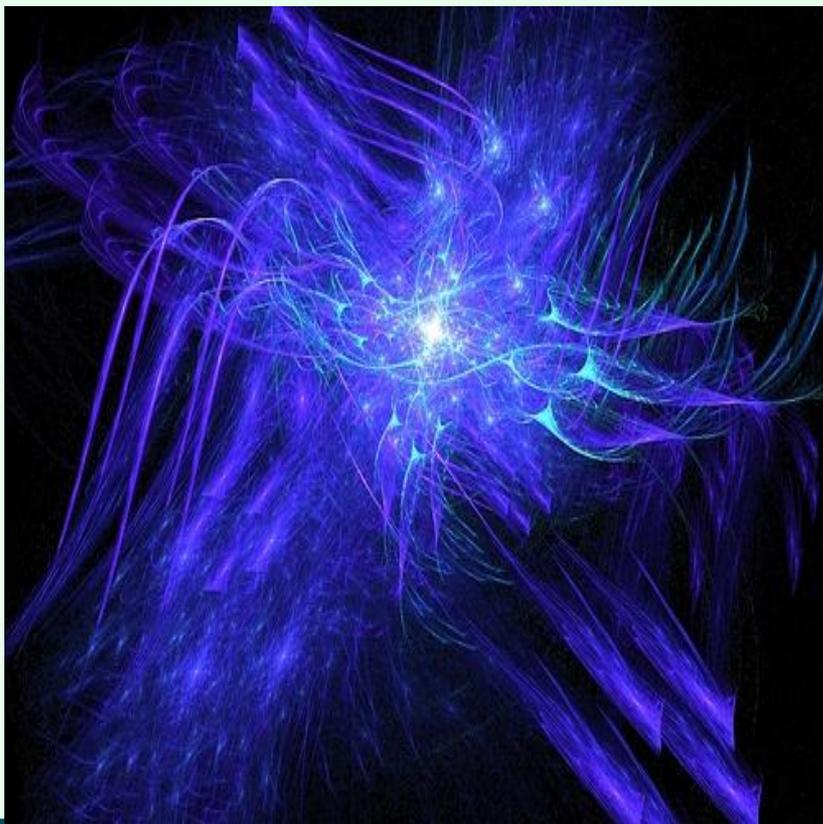




Разветвления трубочек трахей, листья на деревьях, вены в руке, река, бурлящая и изгибающаяся, рынок ценных бумаг - это все фракталы. Представители древних цивилизаций, ученые, математики и артисты, как и все остальные обитатели этой планеты, были зачарованы фракталами и применяли их в своей работе.

Программисты и специалисты в области компьютерной техники также без ума от фракталов, так как фракталы бесконечной сложности и красоты могут быть сгенерированы простыми формулами на простых домашних компьютерах. Открытие фракталов было открытием новой эстетики искусства, науки и математики, а так же революцией в человеческом восприятии мира.

В математике существует понятие **фрактала** – геометрического образования, представляющего собой систему самоподобных фигур, расположенных относительно друг друга закономерным образом. Как форма и размер отдельных элементов, так и их взаимное расположение может быть описано математической формулой.



Роль фракталов

Роль фракталов в компьютерной графике сегодня достаточно велика. Они приходят на помощь, например, когда требуется, с помощью нескольких коэффициентов, задать линии и поверхности очень сложной формы. С точки зрения компьютерной графики, фрактальная геометрия незаменима при генерации искусственных облаков, гор, поверхности моря. Фактически найден способ легкого представления сложных неевклидовых объектов, образы которых весьма похожи на природные.

Фрактал -

геометрическая фигура,
состоящая из частей,
которые могут быть
поделены на части,
каждая из которых
будет представлять
уменьшенную копию
целого.



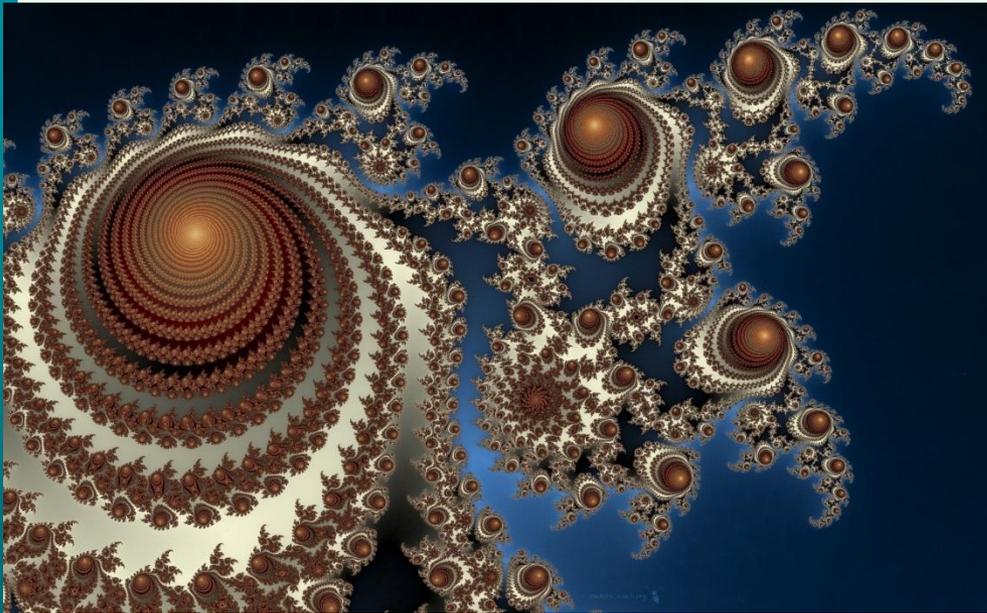
Свойства фракталов

Одним из основных свойств фракталов является самоподобие. В самом простом случае небольшая часть фрактала содержит информацию о всем фрактале.



ФРАКТАЛЫ – ЭТО ЯЗЫК ГЕОМЕТРИИ

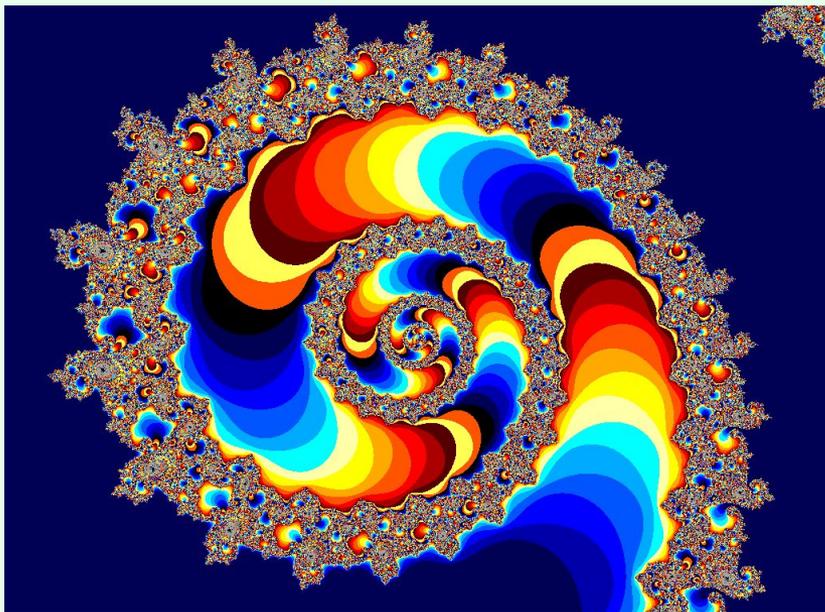
КАПУСТА
РОМАНЕСКО



ФРАКТАЛ

Фрактальная графика - это модель структуры и принципа любого сущего.

ФРАКТАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ - ЭТО РЕВОЛЮЦИЯ В МАТЕМАТИКЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОМ ОПИСАНИИ ПРИРОДЫ



ФРАКТАЛЫ В ПРИРОДЕ



Обычный снег, а точнее одна маленькая снежинка также является моделью фрактала :



«Природа» фракталов



Виды фракталов

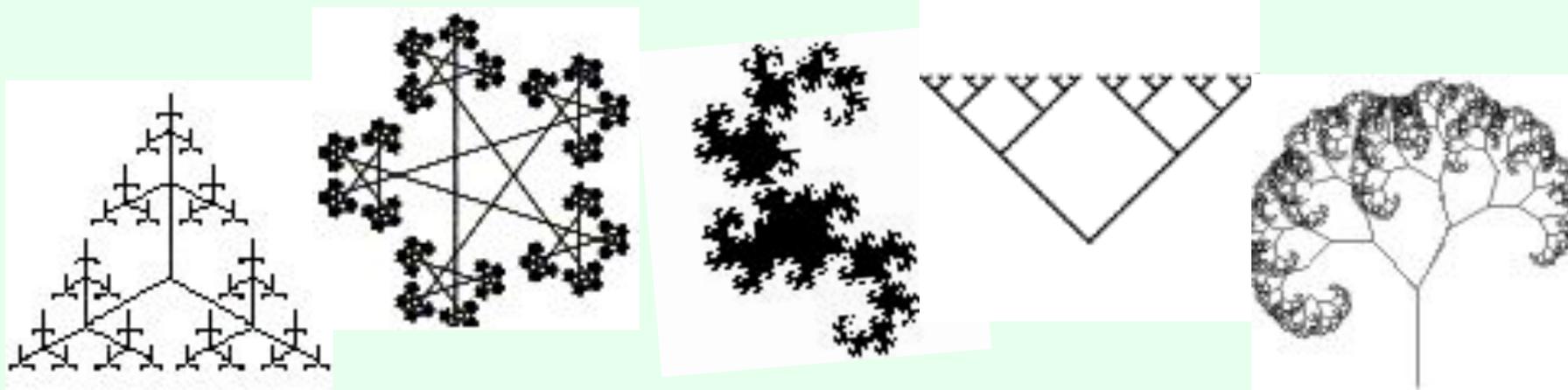
Геометрические

Алгебраические

Стохастические

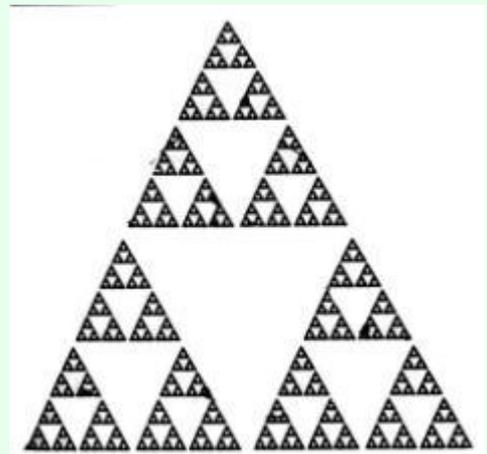


ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ



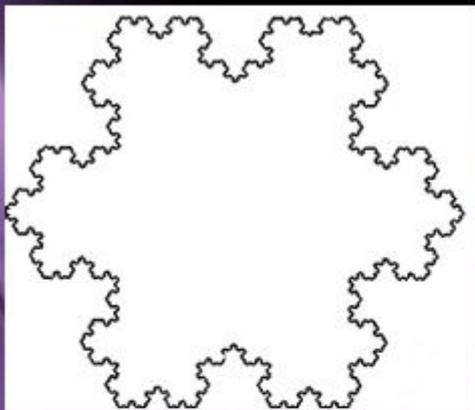
- Это «функции - монстры», которых так называли за недифференцируемость в каждой точке.
- Геометрические фракталы являются также самыми наглядными, т.к. сразу видна самоподобность.
- Для построения геометрических фракталов характерно задание «основы» и «фрагмента», повторяющегося при каждом уменьшении масштаба.

Геометрические фракталы

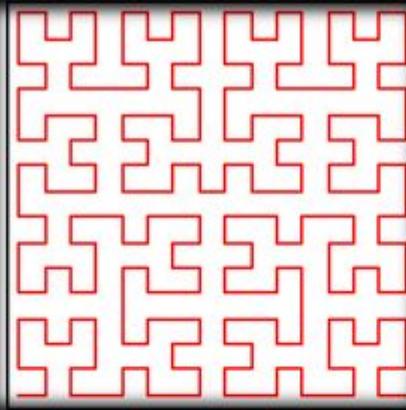


Именно с них и начиналась история фракталов. Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Обычно при построении этих фракталов поступают так: берется "затравка" - аксиома - **набор отрезков, на основании которых будет строиться фрактал.** Далее к этой "затравке" применяют **набор правил, который преобразует ее в какую-либо геометрическую фигуру.** Далее к каждой части этой фигуры применяют опять тот же набор правил. С каждым шагом фигура будет становиться все сложнее и сложнее, и если мы проведем (по крайней мере, в уме) бесконечное количество преобразований - получим геометрический фрактал.

Виды фракталов



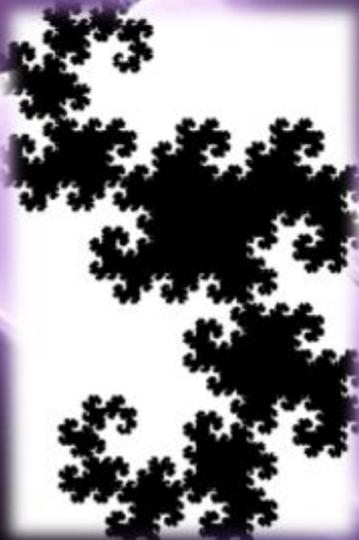
Снежинка Коха



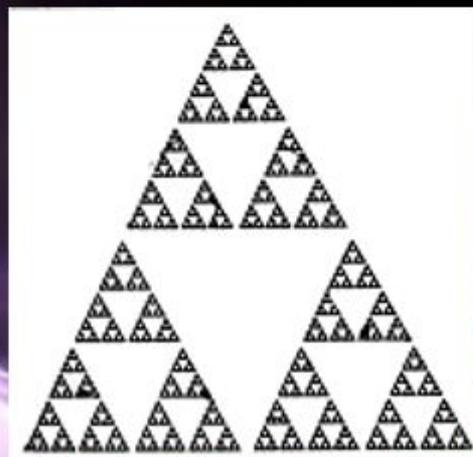
Кривая Пеано



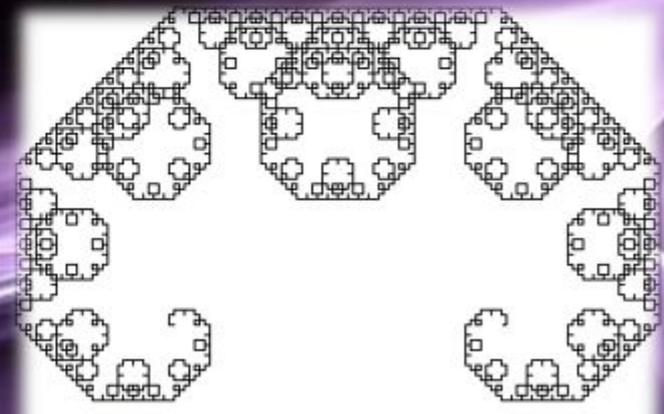
**Множество
Мандельброта**



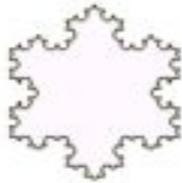
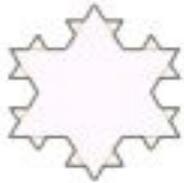
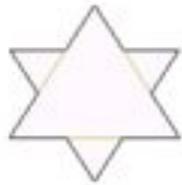
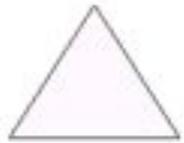
Кривая дракона



**Треугольник
Серпинского**



Кривая Леви



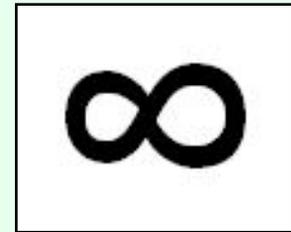
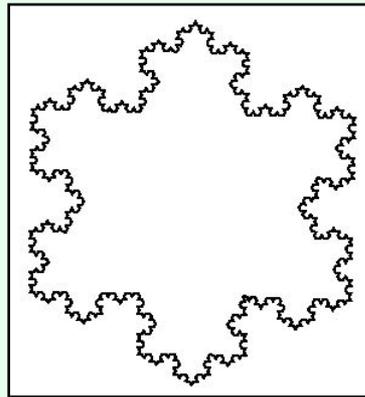
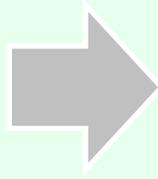
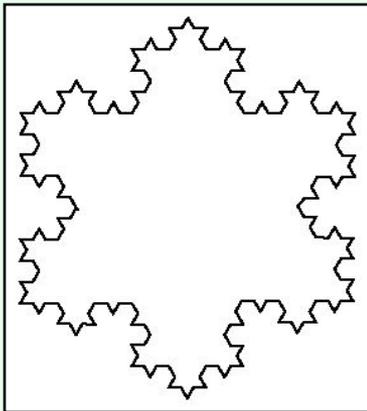
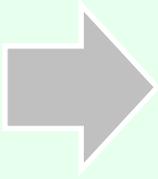
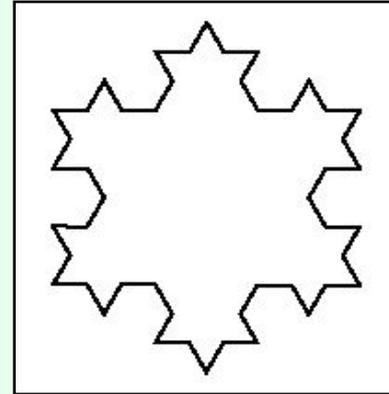
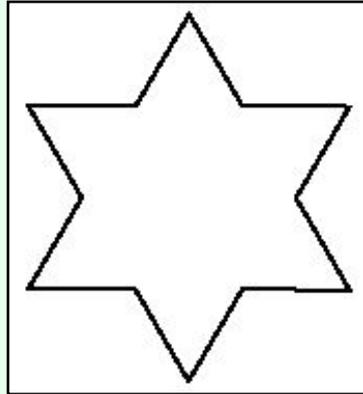
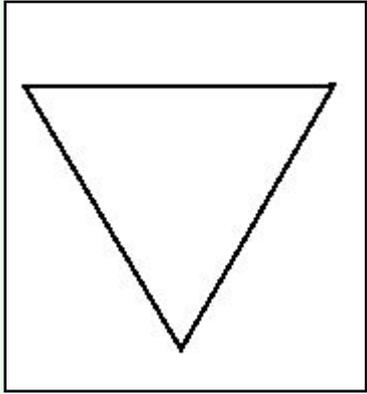
Из геометрических фракталов очень интересным и знаменитым является **снежинка Коха**. Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая линия которого ___ заменяется на 4 линии каждой длиной в $1/3$ исходной Λ. Таким образом, с каждой итерацией длина кривой увеличивается на треть. И если мы сделаем бесконечное число итераций, то получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длины.

n=1

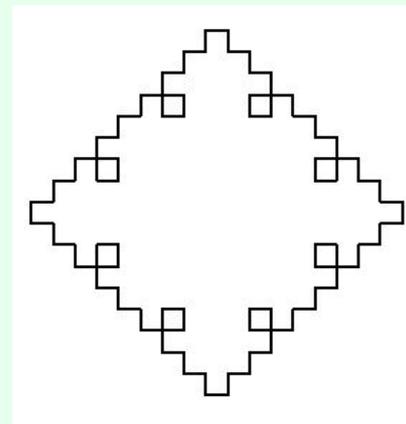
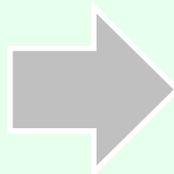
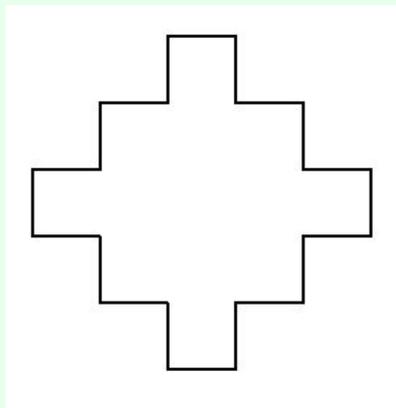
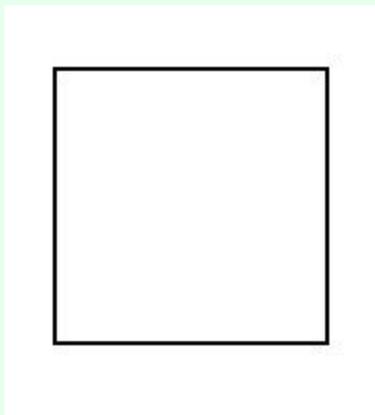
n=2

n=4

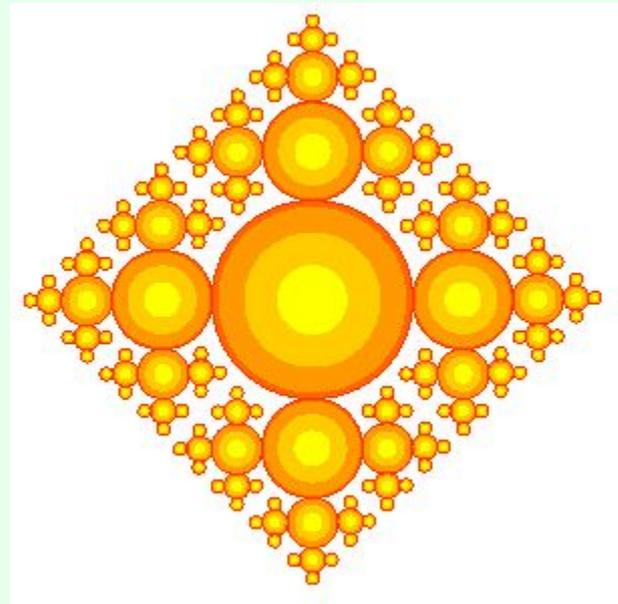
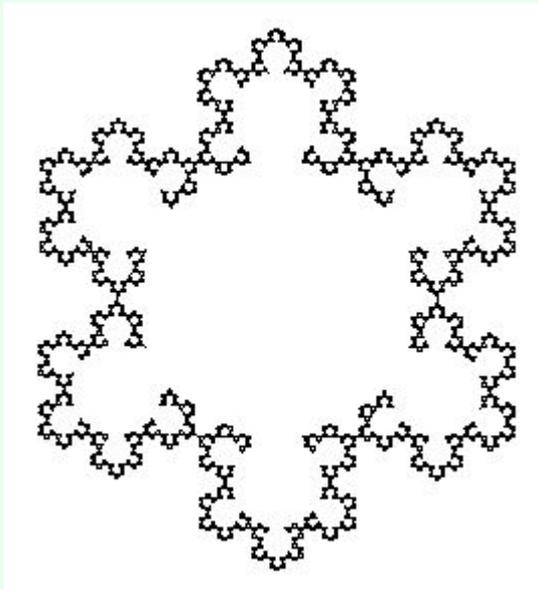
Звезда Коха (из треугольников)



Звезда Коха (из квадрата)

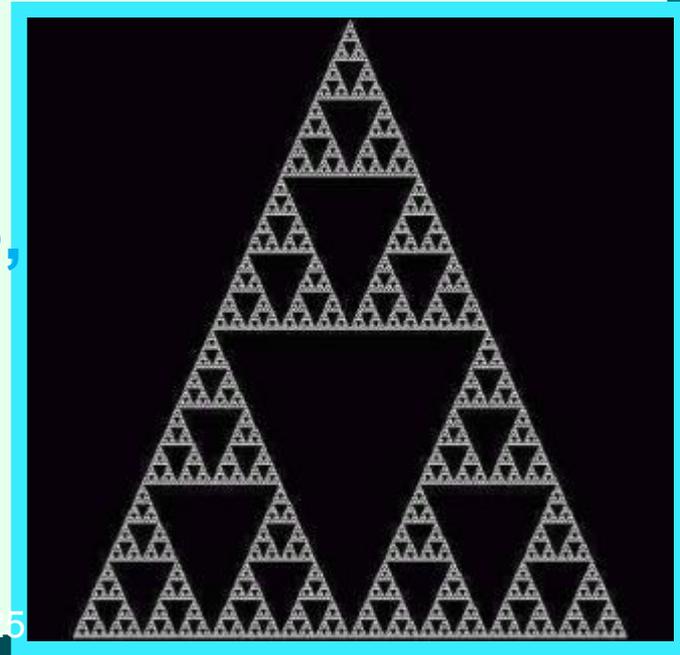


Звезда Коха (из шестиугольника и окружности)

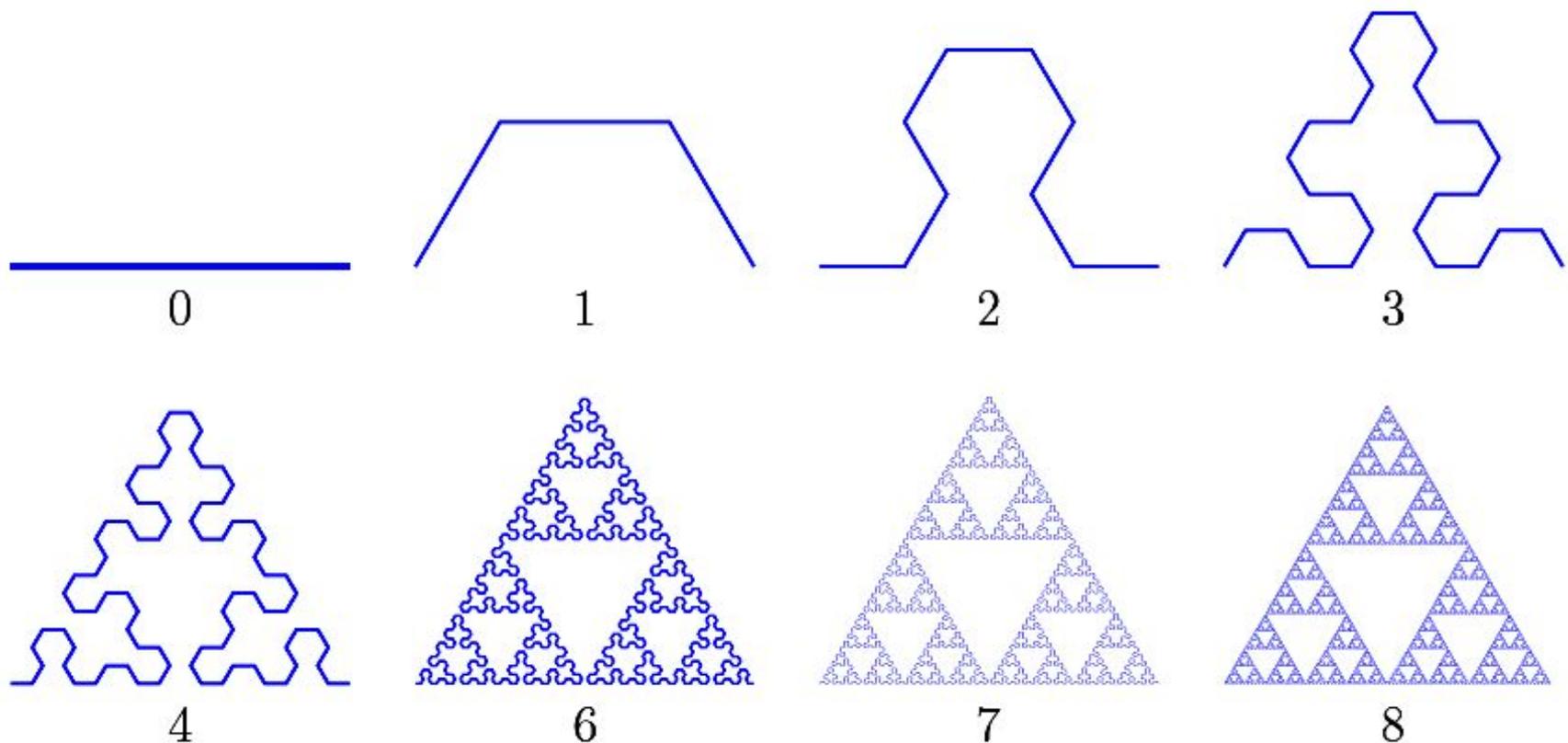


Для построения из центра равностороннего треугольника вырежем треугольник. Повторим эту же процедуру для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если взять любой из образовавшихся треугольников и увеличить его, то получим точную копию целого. В данном случае мы имеем дело с полным самоподобием.

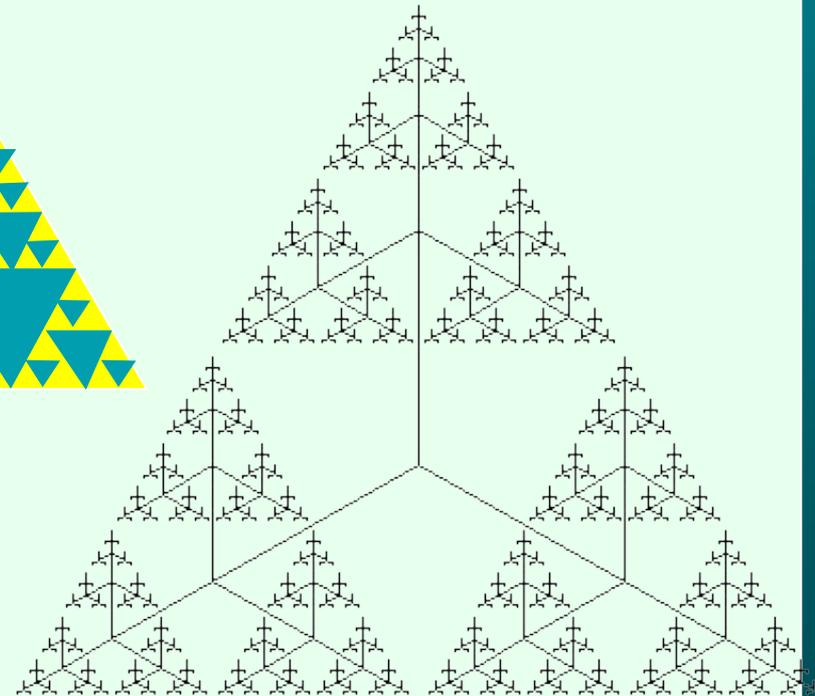
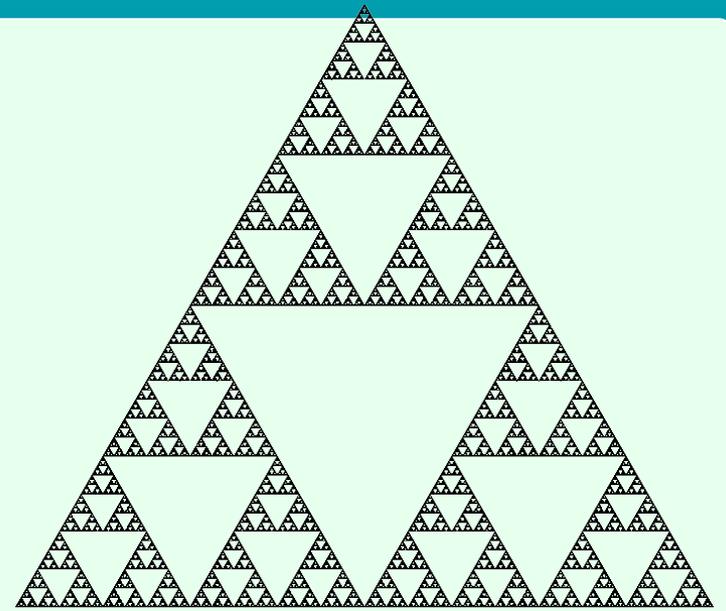
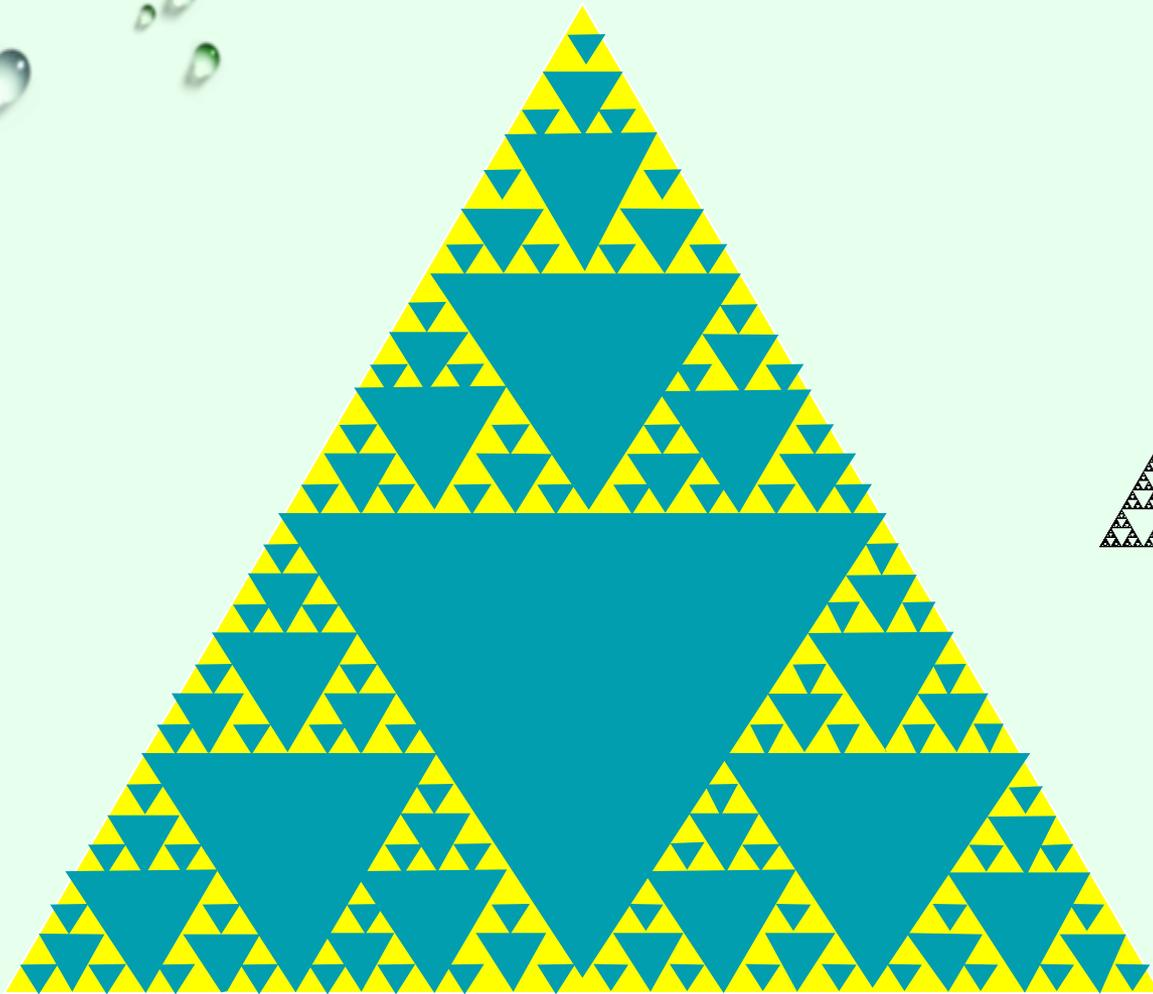
Треугольник Серпинского



ПОСТРОЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКА СЕРПИНСКОГО

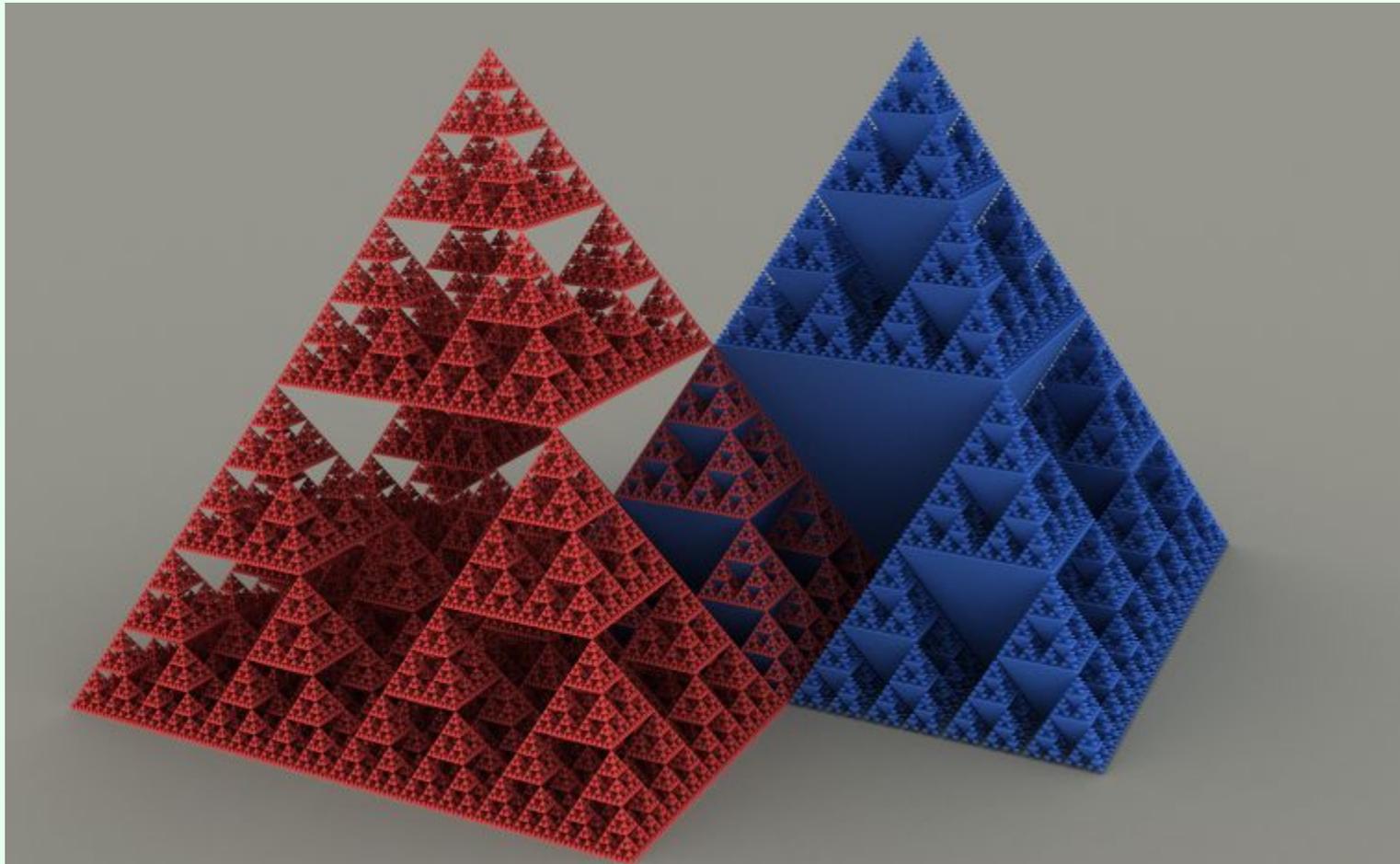


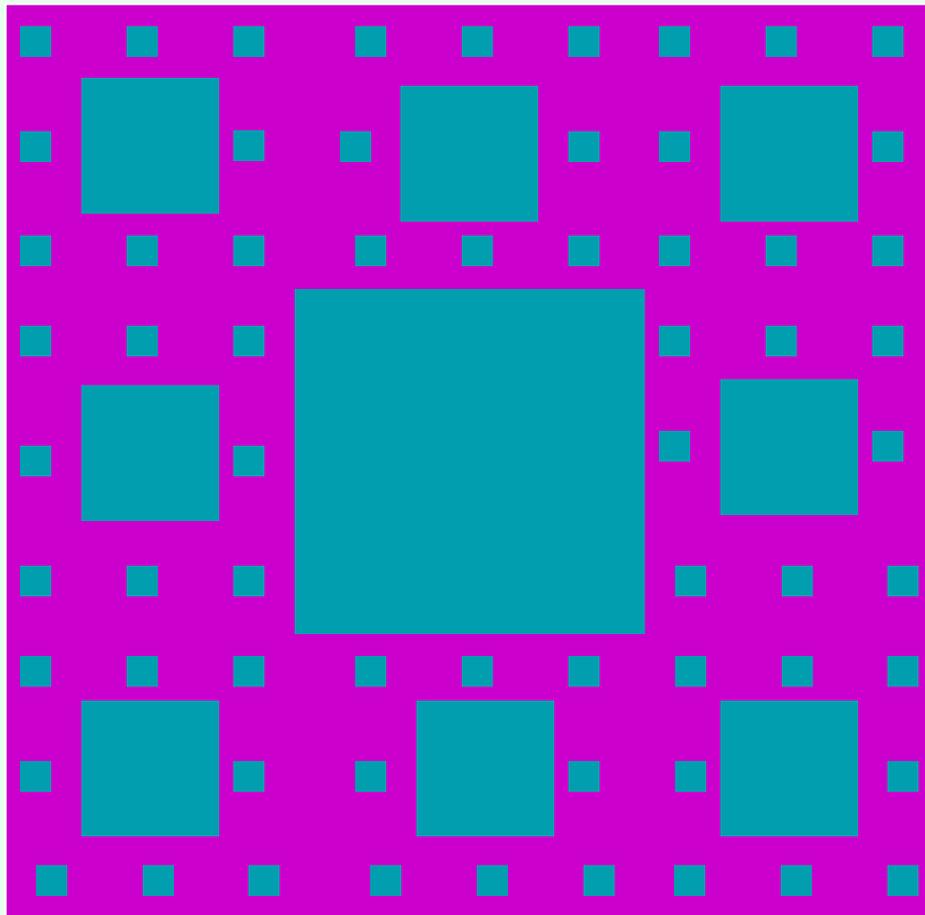
Эти фракталы иногда называют **конструктивными**
или автомобильными.



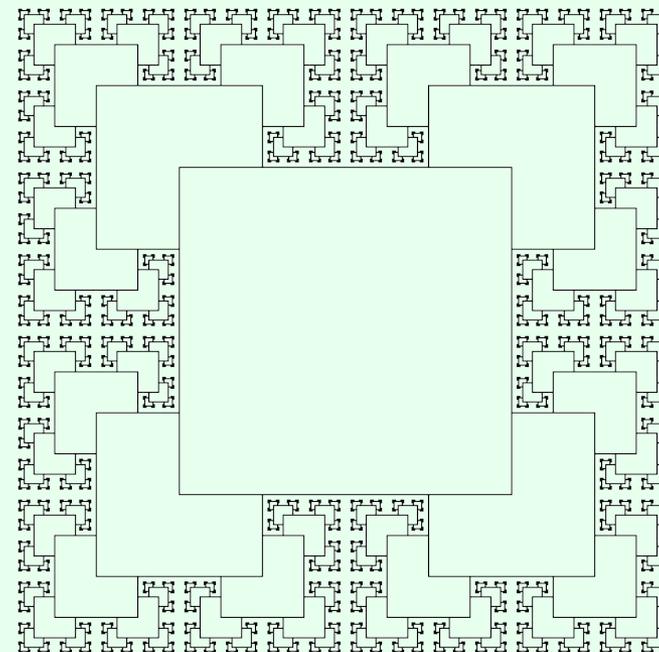
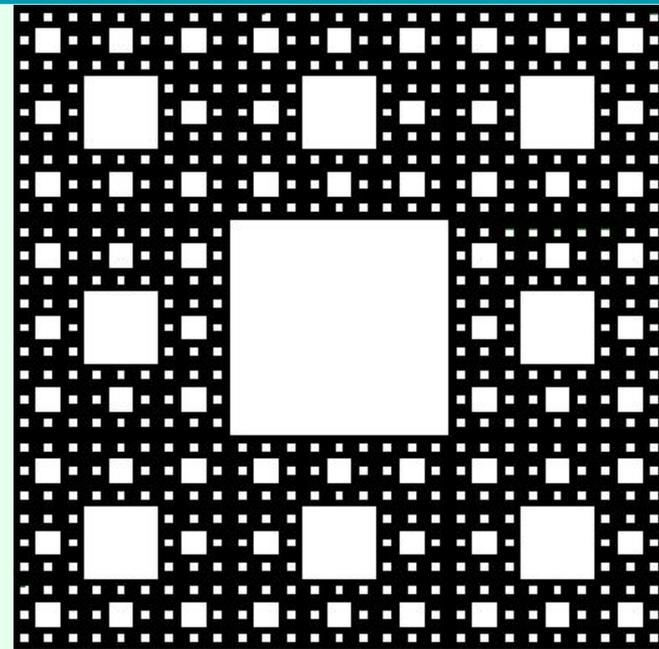
Треугольник Серпинского

Тетрикс (tetrrix) – трехмерный аналог треугольника Серпинского

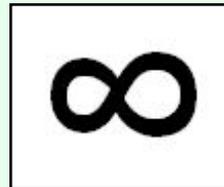
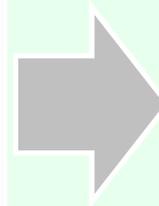
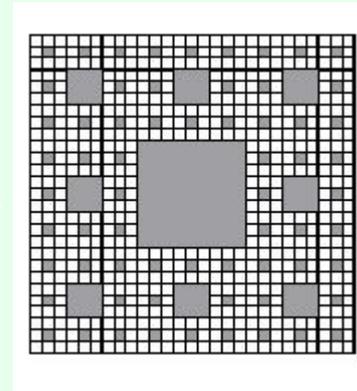
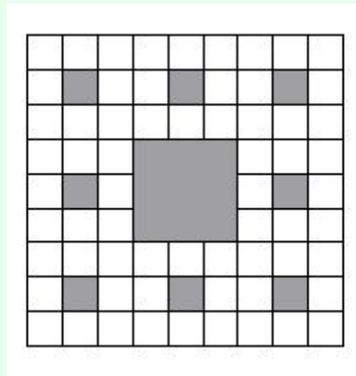
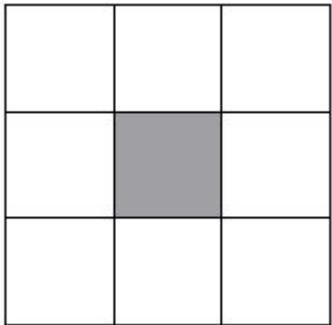




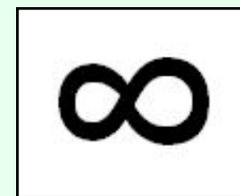
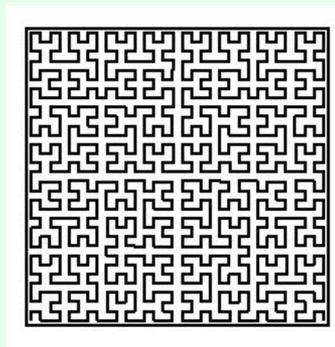
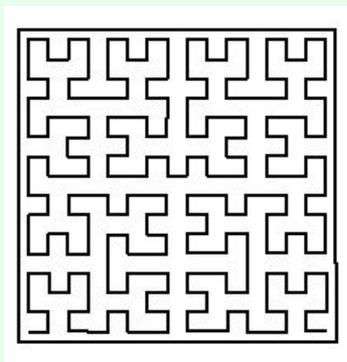
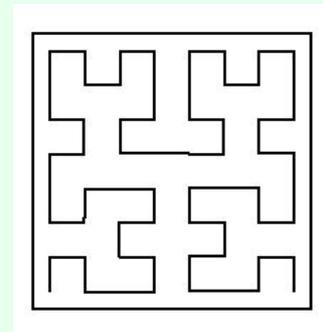
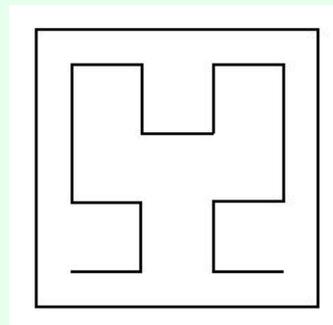
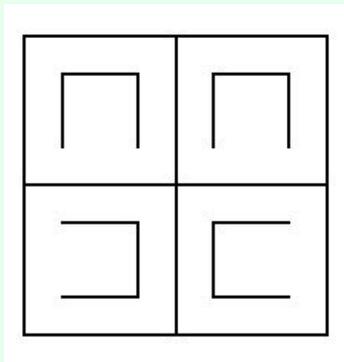
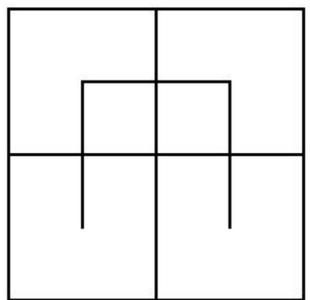
ковер
Серпинского



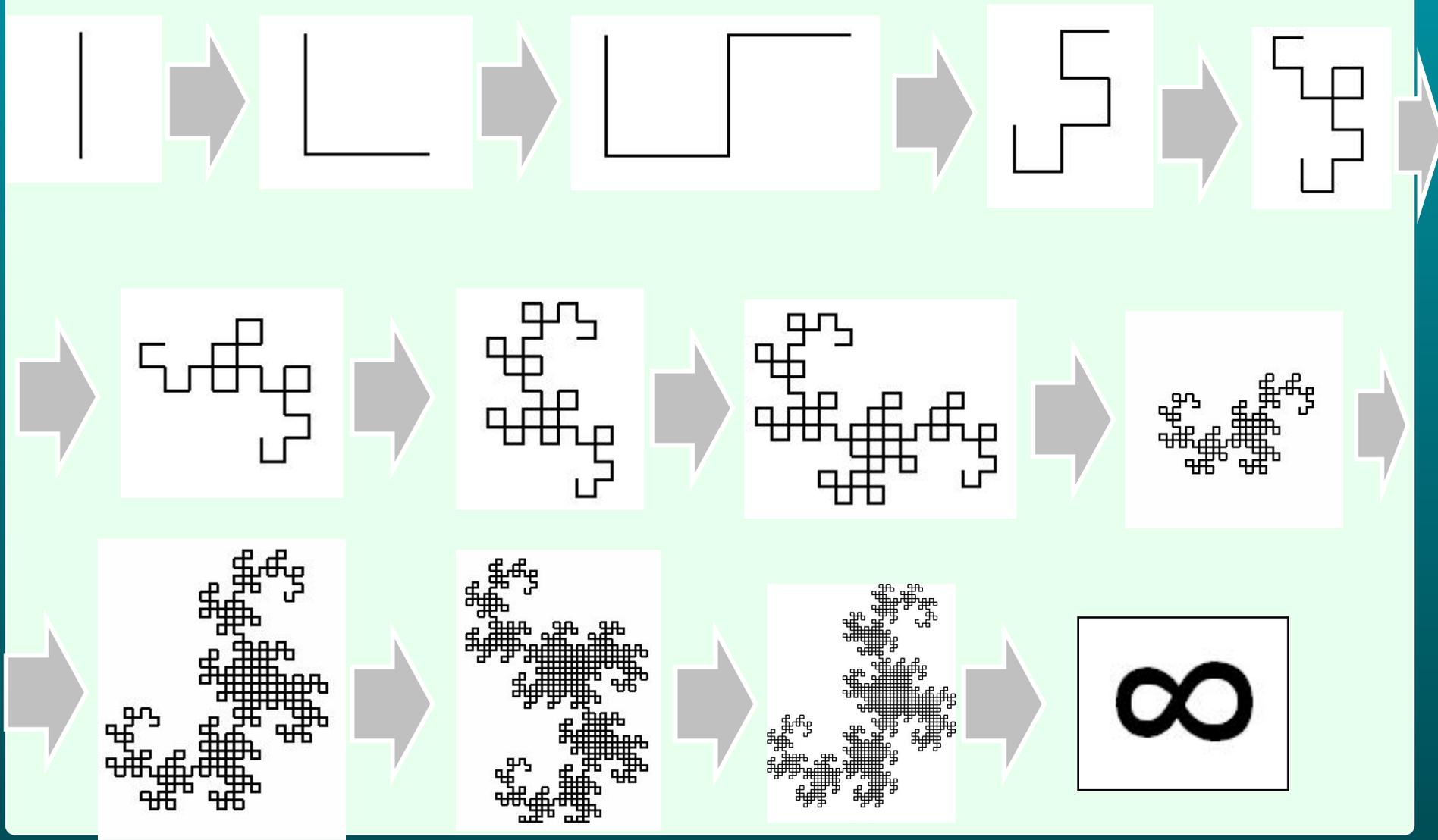
Фрактал Вацлава Серпинского («Ковер Серпинского»)



Фрактальная кривая Д. Пеано



“Кривая дракона” Э. Хейзуэя



ДЕРЕВО ПИФАГОРА

Дерево Пифагора — разновидность фрактала, основанная на фигуре, известной как «Пифагоровы штаны».



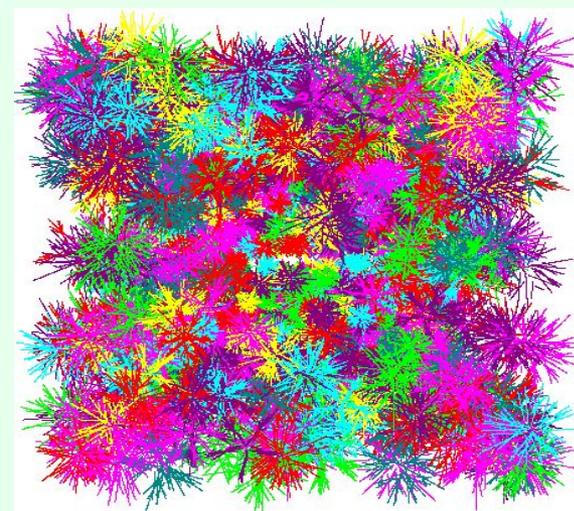
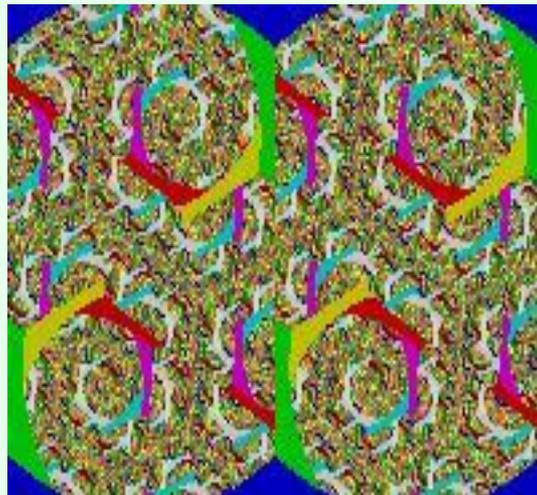
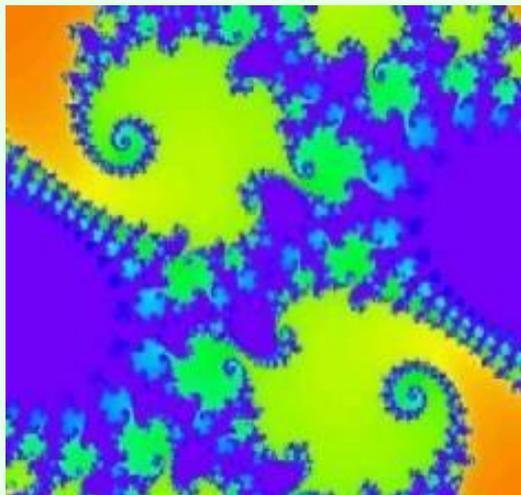
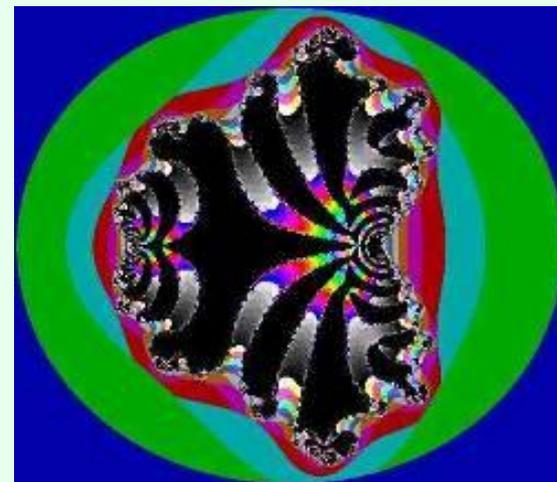
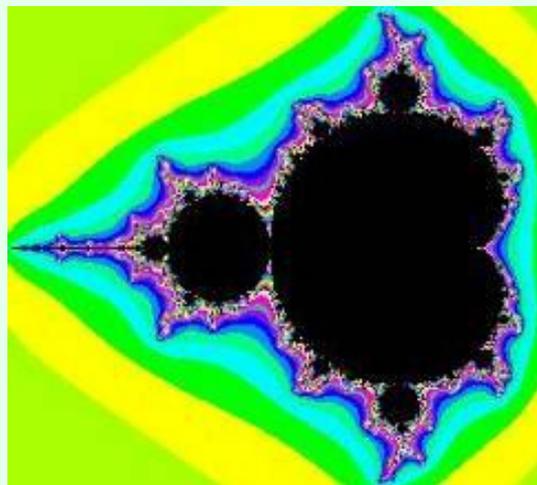
Национальный колорит в фракталах



Матрешка – национальная игрушка – тоже фрактал



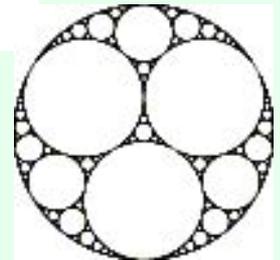
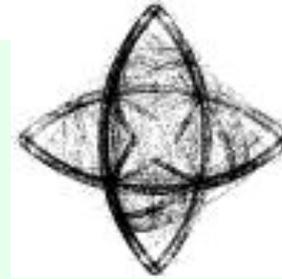
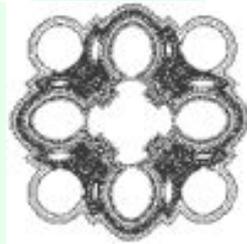
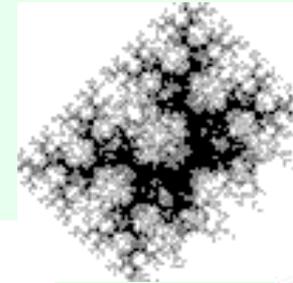
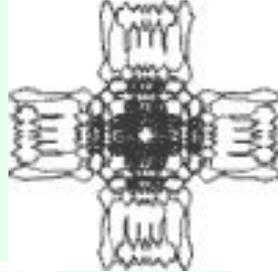
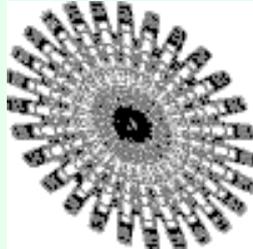
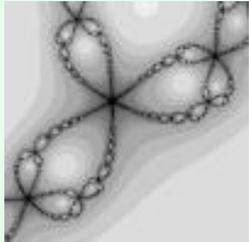
Еще примеры конструктивных фракталов



Алгебраические фракталы

Вторая большая группа фракталов - алгебраические. Свое название они получили за то, что их строят, на основе алгебраических формул, иногда весьма простых. Методов получения алгебраических фракталов несколько. Один из методов представляет собой многократный (итерационный) расчет функции $Z_{n+1}=f(Z_n)$, где Z - комплексное число, а f - некая функция.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

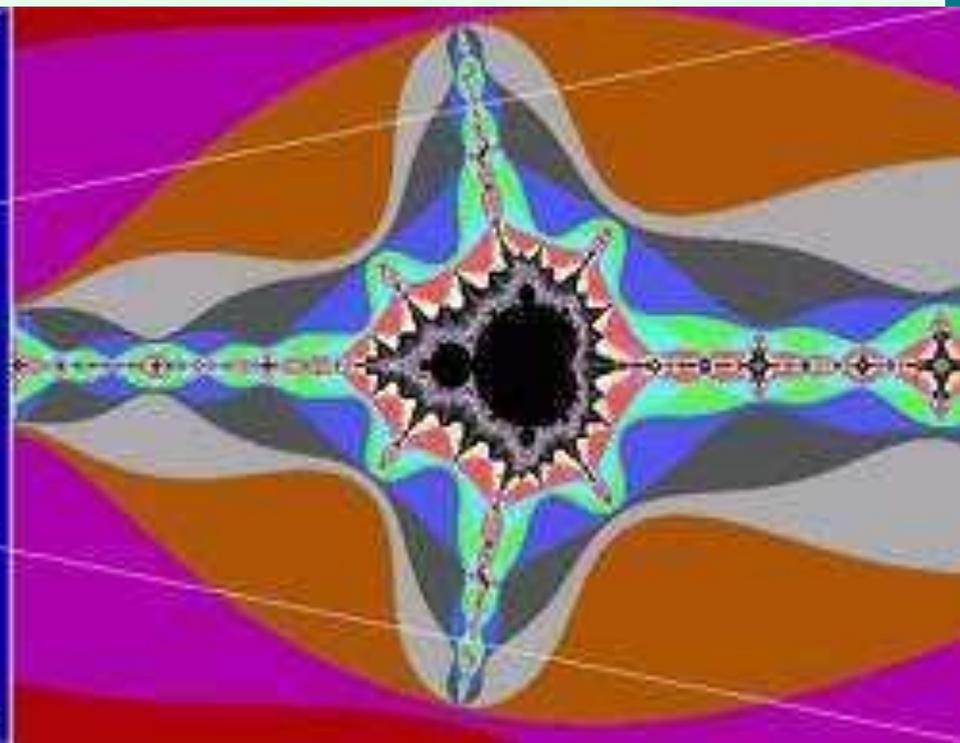
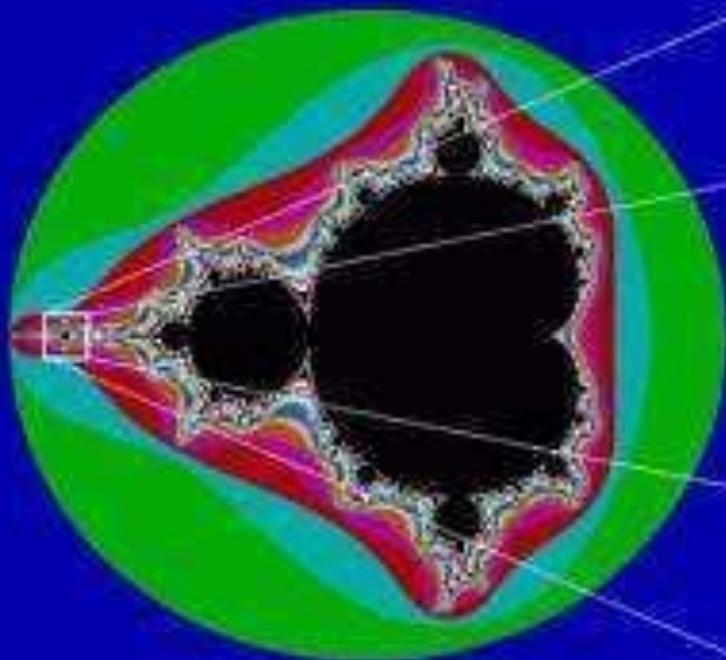


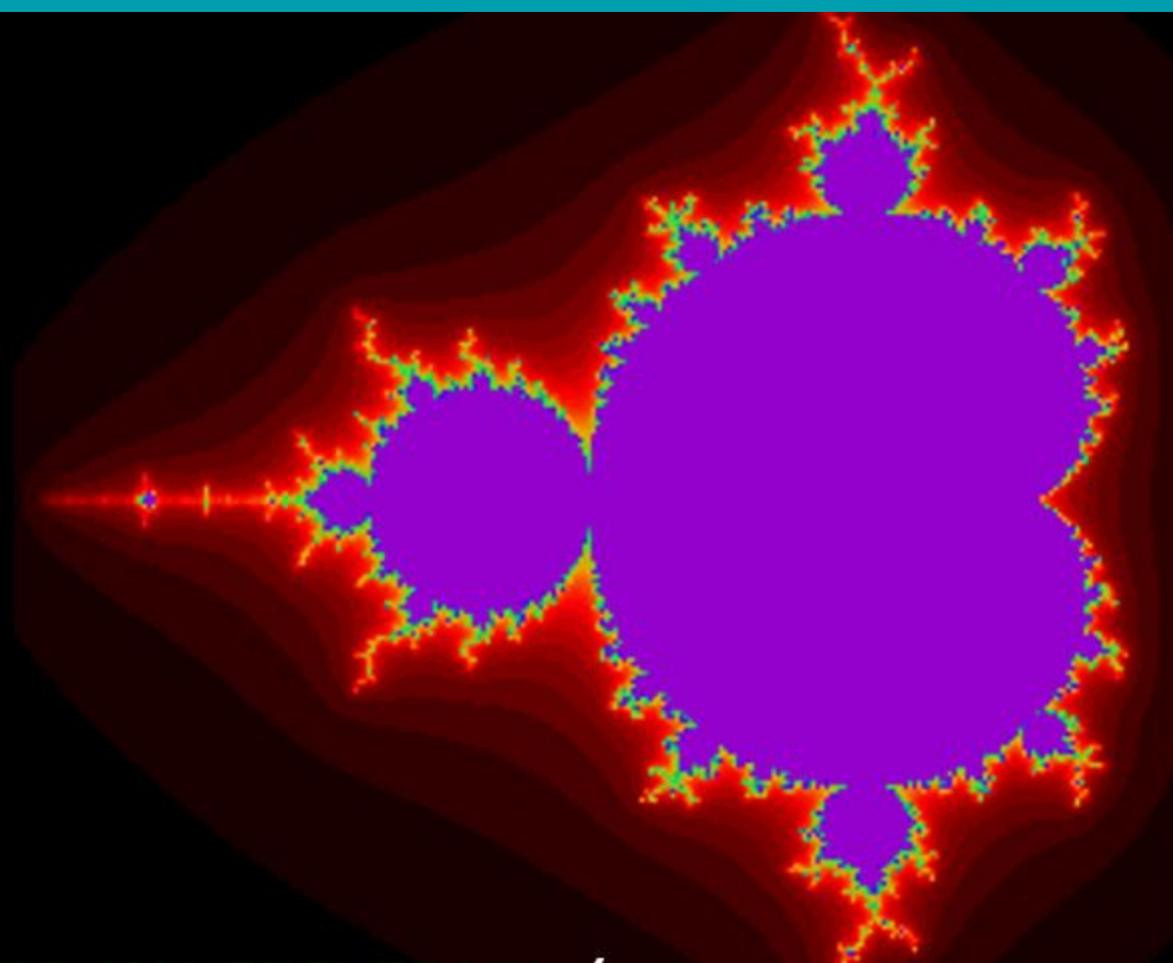
- Это фракталы, которые можно построить, используя простые алгебраические формулы.
- Получают их с помощью нелинейных процессов в n -мерных пространствах.
- Самыми известными из них являются множества Мандельброта и Жюлиа, Бассейны Ньютона

Чтобы проиллюстрировать алгебраические фракталы обратимся к классике - множеству Мандельброта.

Все множество Мандельброта в полной красе у нас перед глазами

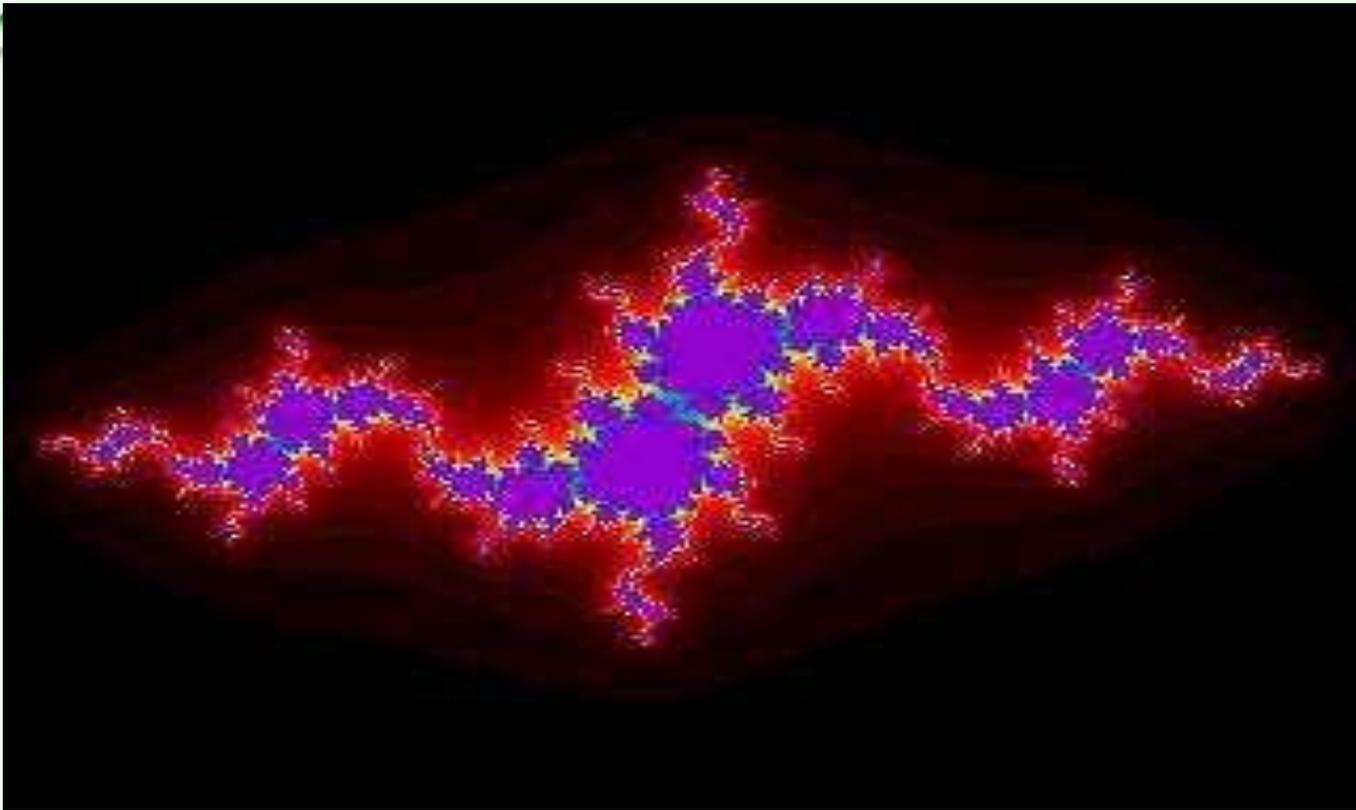
Справа: небольшой участок множества Мандельброта, увеличенный до размеров предыдущего рисунка.





МНОЖЕСТВО МАНДЕЛЬБРОТА (окрашено лиловым цветом).

Картинка получается с помощью той же процедуры, что и выше. Различие состоит в том, что начальное значение для точки z берётся всегда равным нулю, а точке с координатами $(x; y)$ на картинке соответствует комплексный параметр $b = x + y i$.



Множество Жюлиа.

$$f(z) = a(z^2 + b)$$

Множество Жюлиа

Цвет каждой точки зависит от того, сколько итераций комплексной функции

$$f(z) = a(z^2 + b)$$

может быть сделано, пока точка z не выйдет за пределы круга радиуса r

$$|z| > r, \text{ где } z = x + iy$$

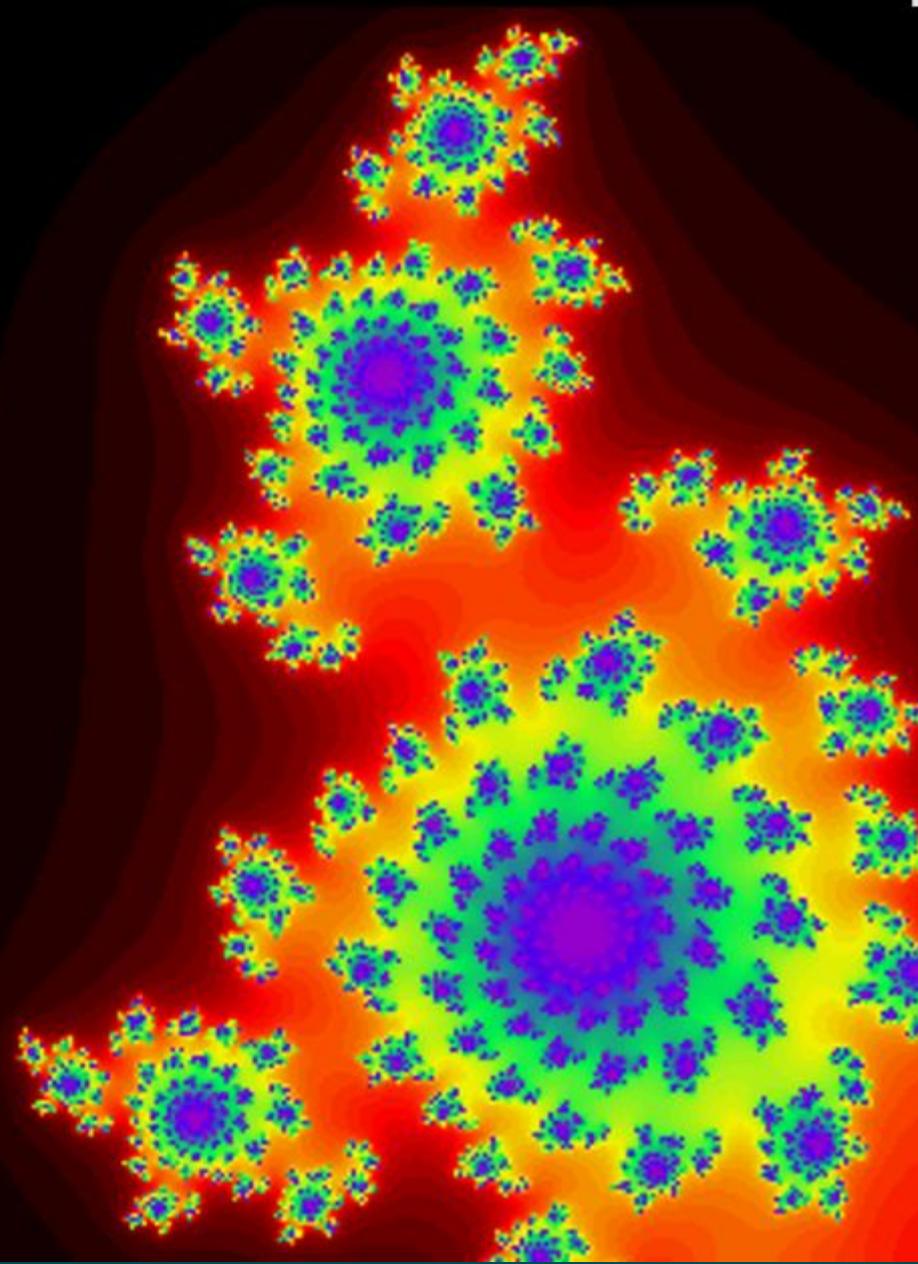
Здесь z — комплексное число, соответствующее точке .

Множество Жюлиа — это множество таких точек, что отображения вида

$$f(f(\dots f(z)))$$

не отображают их в окрестность бесконечности. На рисунке эти точки окрашены лиловым цветом. Картинка получена выбором параметров

$a = 1.8$, и $b = 0.2i$ и поворотом на 90°



СТОХАСТИЧЕСКИЕ ФРАКТАЛЫ

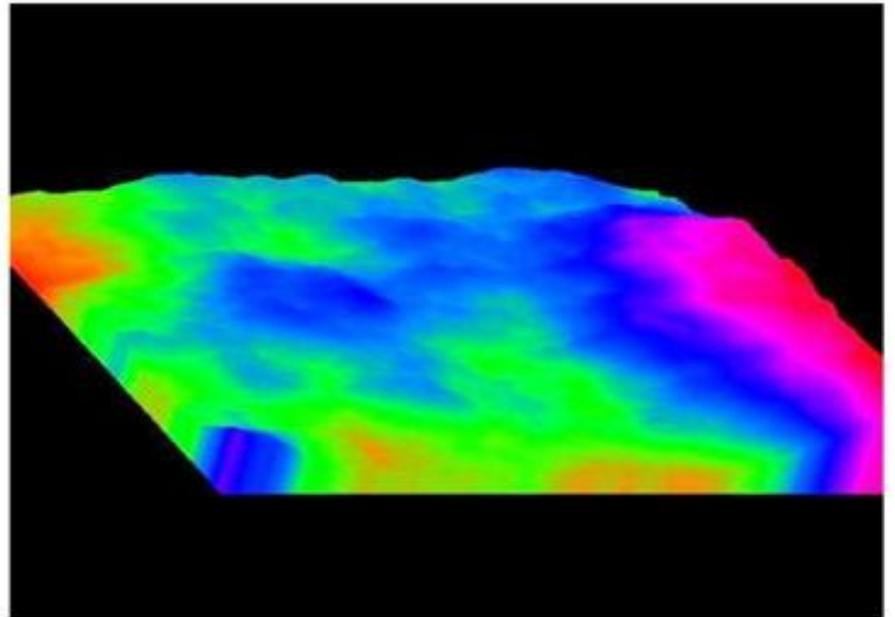
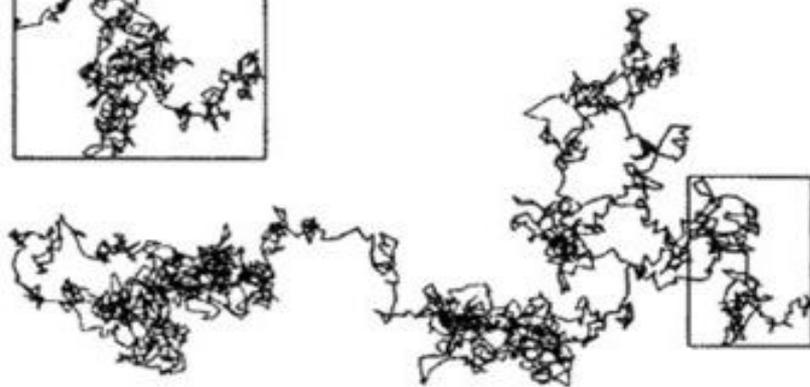
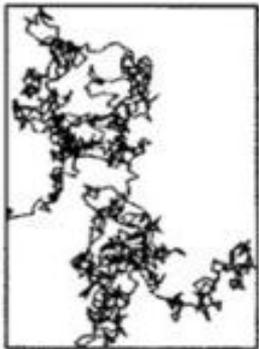


- Это фракталы, при построении которых в итеративной системе случайным образом изменяются какие-либо параметры.
- Эти фракталы используются при моделировании рельефов местности и поверхности морей, процесса электролиза.
- Стохастические фракталы очень похожи на природные объекты — несимметричные деревья, изрезанные береговые линии.

Стохастические фракталы

Примеры:

1. Фрактал «плазма» →
2. Траектория броуновского движения



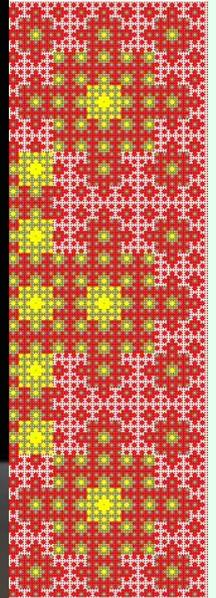
Стохастические фракталы. Примеры



Стохастические фракталы. Примеры



Стохастические фракталы. Примеры







Свойства фракталов

- Самоподобие.
- Фракталы выражаются в виде математических уравнений.
- Характер большинства фрактальных алгоритмов рекурсивный.
- Теоретически глубина рекурсии фрактала бесконечна.

Применение фракталов

Фракталы применяются и встречаются:

- **в кибернетике**
- **в программировании**
- **в математике**
- **в физике**
- **в дизайне**
- **в изобразительном искусстве**
- **в биологии**
- **в литературе**
- **в географии**



ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛОВ

☐ Физика и другие естественные науки

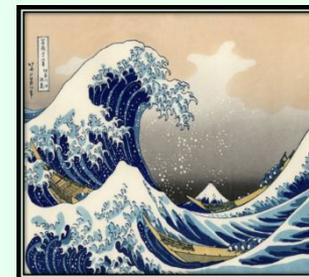
☐ Биология



☐ Экономика. Анализ рынков

☐ Литература

☐ Геология



☐ Живопись



☐ Компьютерная графика

☐ Медицина

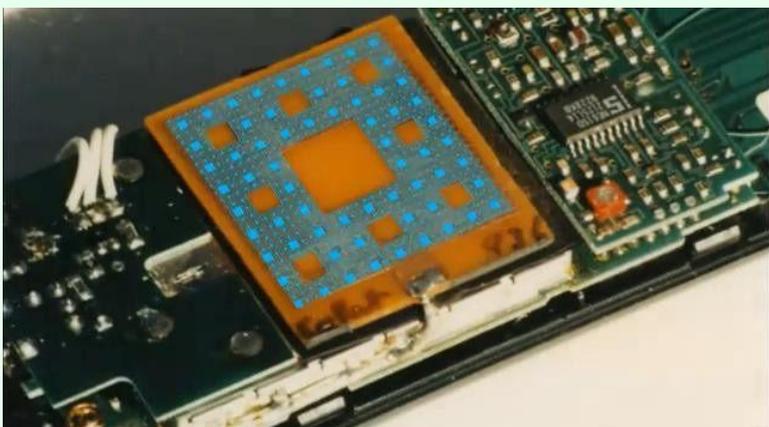


☐ Информатика

☐ Радиотехника

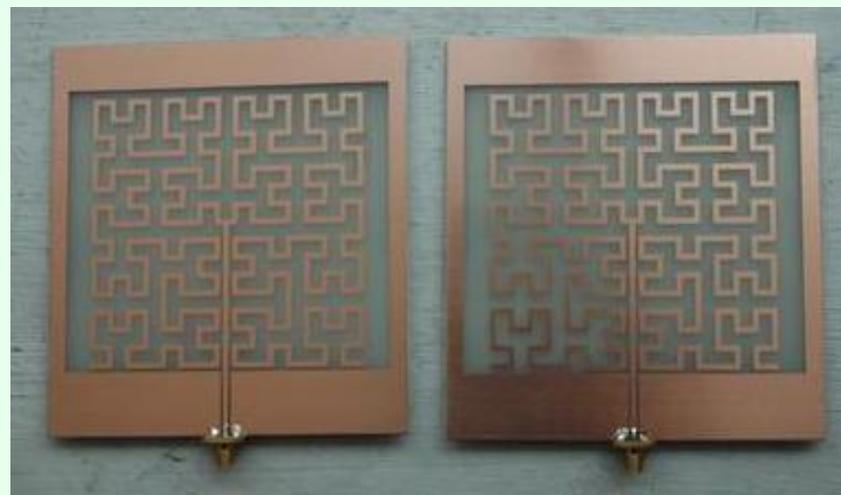
ПРИМЕНЕНИЕ ФРАКТАЛОВ В ИТ-ПРОФЕССИИ

Радиотехника



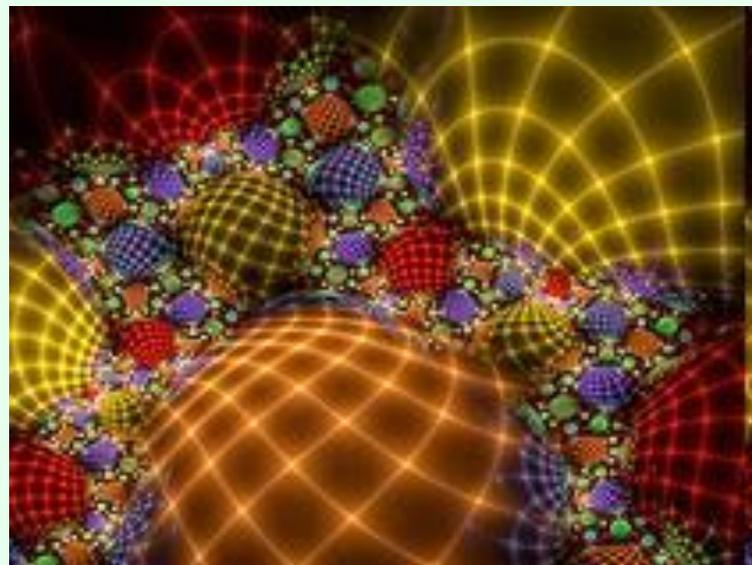
**Новый класс электрически
малых антенн (ЭМА)**

**Создание
фрактальных антенн**



Применение фракталов

Фракталы находят все большее и большее применение в науке. Основная причина этого заключается в том, что они описывают реальный мир иногда даже лучше, чем традиционная физика или математика.

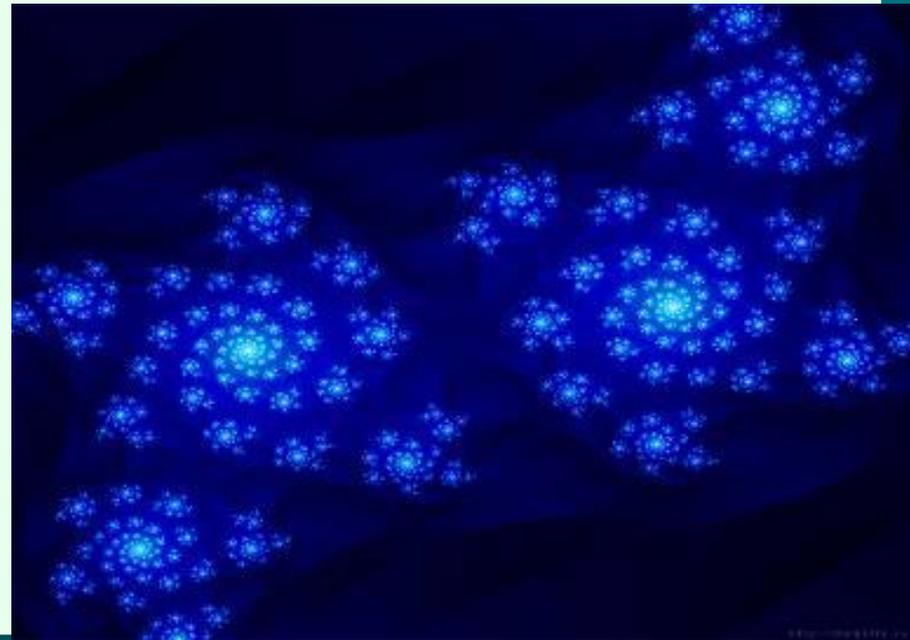


Компьютерные системы

Наиболее полезным использованием фракталов в компьютерной науке является фрактальное сжатие данных. В основе этого вида сжатия лежит тот факт, что реальный мир хорошо описывается фрактальной геометрией. При этом, картинки сжимаются гораздо лучше, чем это делается обычными методами.

Другое преимущество фрактального сжатия в том, что при увеличении картинки, не наблюдается эффекта пикселизации (увеличения размеров точек до размеров, искажающих изображение). При фрактальном же сжатии, после увеличения, картинка часто выглядит даже лучше, чем до него.

Вот несколько примеров:



Механика жидкостей

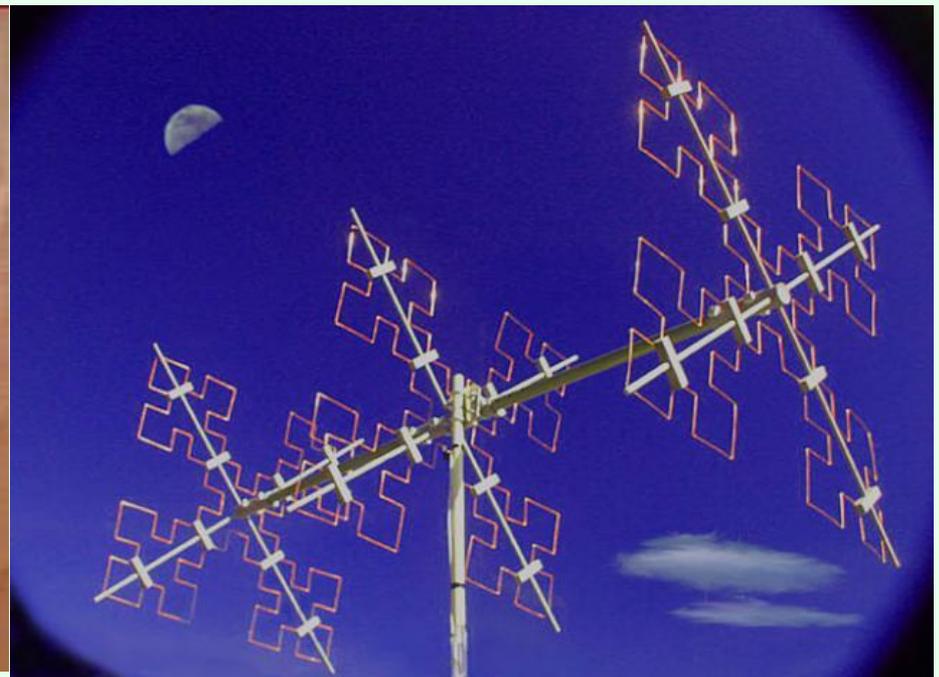
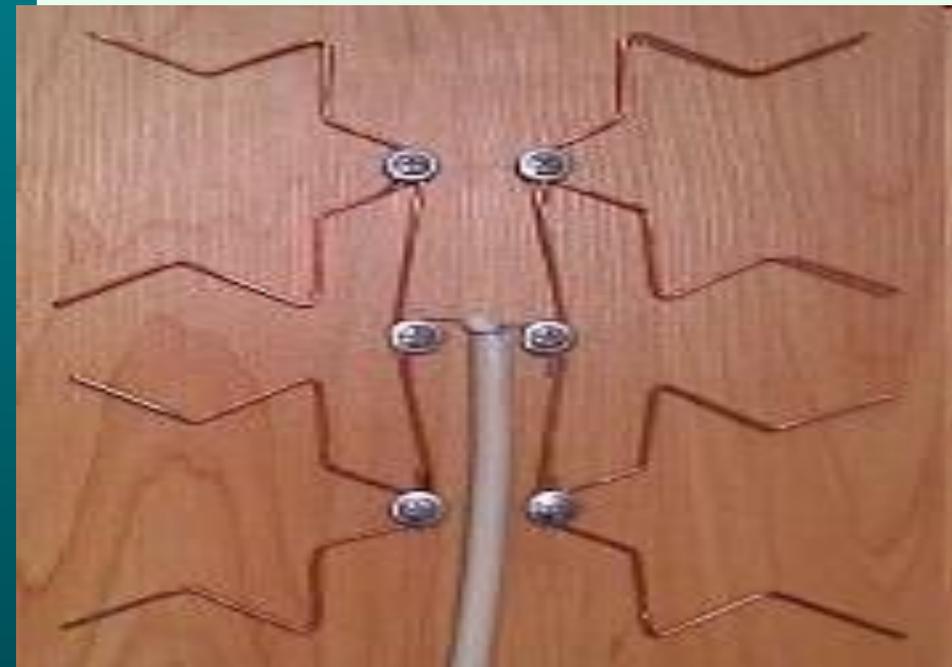
Изучение турбулентности в потоках очень хорошо подстраивается под фракталы. Турбулентные потоки хаотичны и поэтому их сложно точно смоделировать. И здесь помогает переход к фрактальному представлению, что сильно облегчает работу инженерам и физикам, позволяя им лучше понять динамику сложных потоков

Например, атмосфера Юпитера представляет собой одно из самых захватывающих зрелищ в Солнечной системе (рис.). Между ледяным холодом космического пространства и тысячеградусной жарой в глубинах атмосферного океана гигантской планеты зарождаются циклопические облачные вихри самых причудливых форм.



Телекоммуникации

Для передачи данных на расстояния используются антенны, имеющие фрактальные формы, что сильно уменьшает их размеры и вес.



Физика поверхностей

Фракталы используются для описания кривизны поверхностей. Неровная поверхность характеризуется комбинацией из двух разных фракталов.

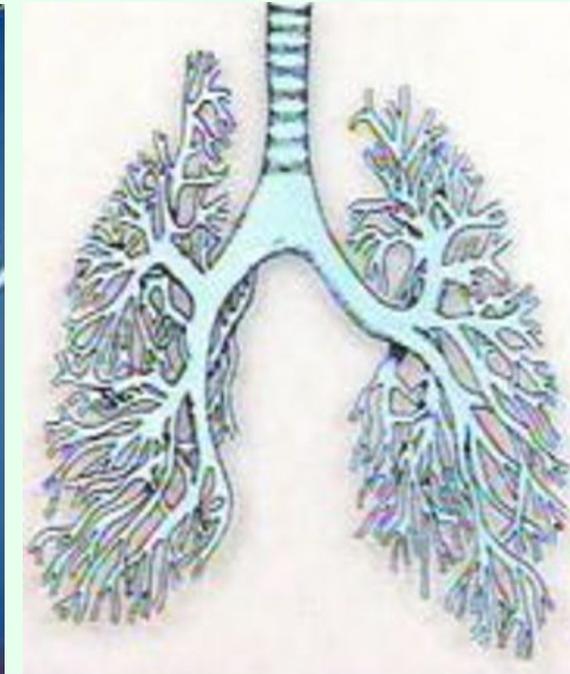
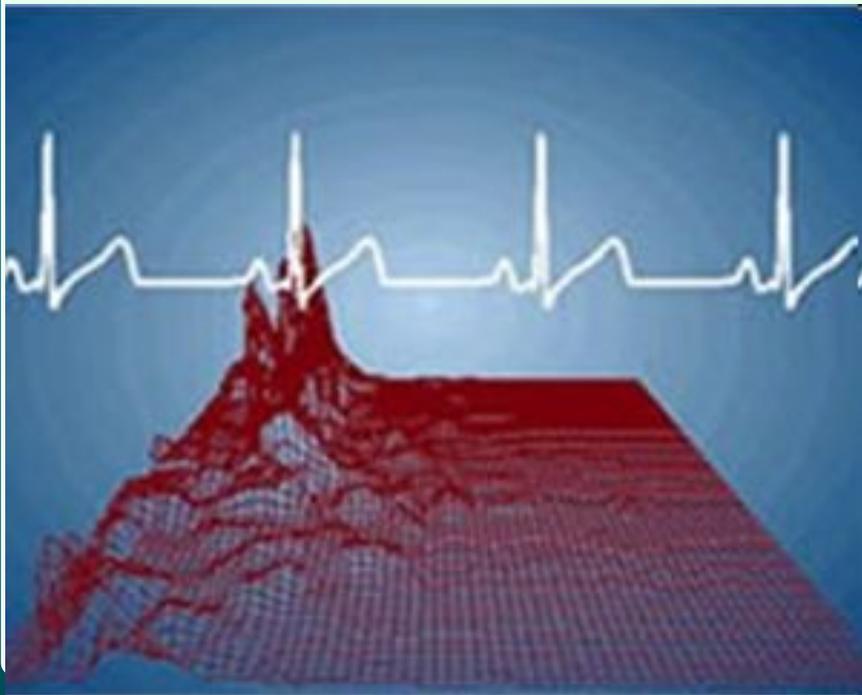


Медицина

Биосенсорные взаимодействия

Биения сердца

Сам по себе человеческий организм состоит из множества фракталоподобных структур: кровеносная система, мышцы, бронхи и т.д.



Биология

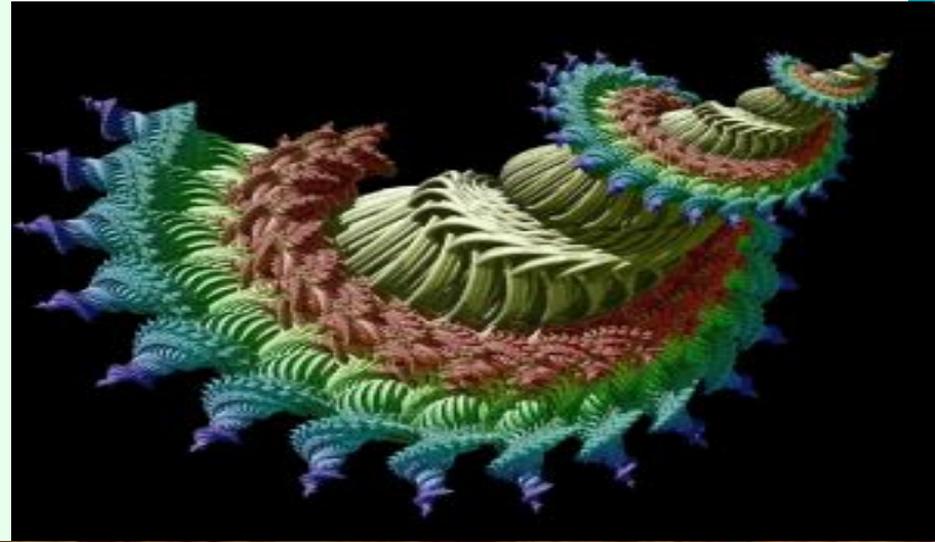
Моделирование хаотических процессов, в частности при описании моделей популяций

В природе фрактальными свойствами обладают многие объекты, например: кроны деревьев, цветная капуста, облака, кровеносная и альвеолярная системы человека и животных, кристаллы, снежинки, элементы которых выстраиваются в одну сложную структуру, побережья.



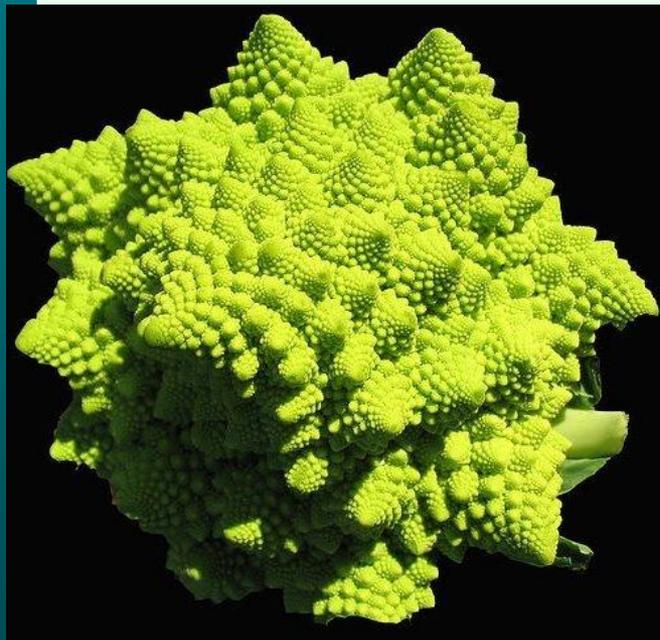
Фрактальное искусство

Еще одной захватывающей областью применения фракталов служит компьютерное искусство. Фракталы не только служат ученым, но и помогают художникам передавать их мысли, чувства и настроения, воплощая самые невероятные фантазии. В наше время живописец уже не может обойтись без компьютерной программы, которая строит причудливые картины-фракталы.



Применение в жизни

В компьютерной графике фракталы применяются для построения изображений природных объектов, таких, как поверхности морей, деревья, кусты, горные ландшафты и т. д.



ФРАКТАЛЬНАЯ КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА



**ФРАКТАЛЬНЫЕ
ЖИВОТНЫЕ**

**ПОСТРОЕНИЕ
ПРИРОДНЫХ ОБЪЕКТОВ**

