
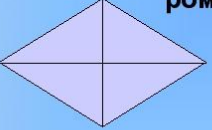


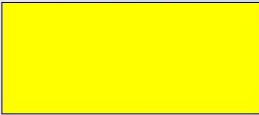
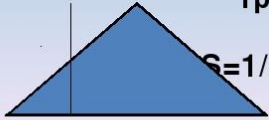


# Тема: “Методика изучения площади”

Подготовила студентка  
группы ЗНО-116  
Медведева А.В.

Площадь – это количественная характеристика фигуры, указывающая на ее размеры на плоскости.

Площади:	
 <p>параллелограмм Вст <math>S = a h</math></p>	 <p>ромб <math>S = \frac{1}{2} d_1 d_2</math></p>
 <p>трапеция <math>S = \frac{1}{2}(a+b)h</math></p>	 <p>квадрат <math>S = a^2</math> <math>S = \frac{1}{2} d^2</math></p>
 <p>прямоугольник <math>S = ab</math></p>	 <p>Треугольник <math>S = \frac{1}{2} a h</math></p>

Площадь принято определять у плоских замкнутых фигур.

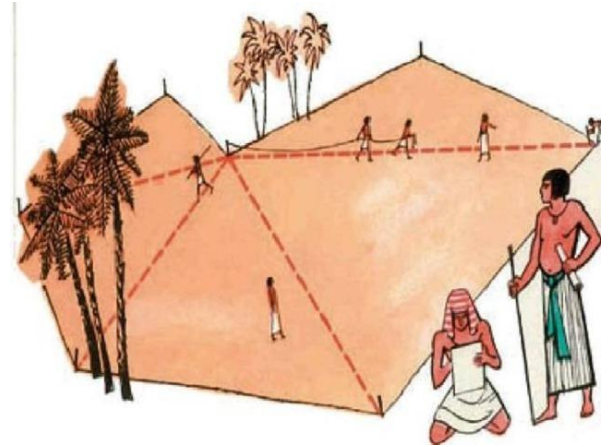
# НЕМНОГО ИЗ ИСТОРИИ

В обычной жизни на каждом шагу мы встречаемся с понятием “площадь”. Что такое “площадь”, знает каждый. Каждый понимает смысл слов: площадь комнаты, площадь садового участка. Измерение площадей считают одним из самых древних разделов геометрии; в частности название “геометрия” (т.е. “землемерие”) связывают именно с измерением площадей. Согласно легенде, эта наука возникла в Древнем Египте, где после каждого разлива Нила приходилось заново производить разметку участков, покрытых плодоносным илом, и вычисление их площадей. У римлян мерой земляных участков был югер (от «югум» — «ярмо»). Это участок земли, вспахиваемый за день двумя волами, впряженными в деревянное ярмо.

В древней Руси слабо знали основы геометрии и испытывали трудности их приложения к измерению земельных участков неправильной формы. С течением времени для пахотных земель главенствующую роль стала играть четверть — площадь, на которую высевали четверть (меру объема) ржи.

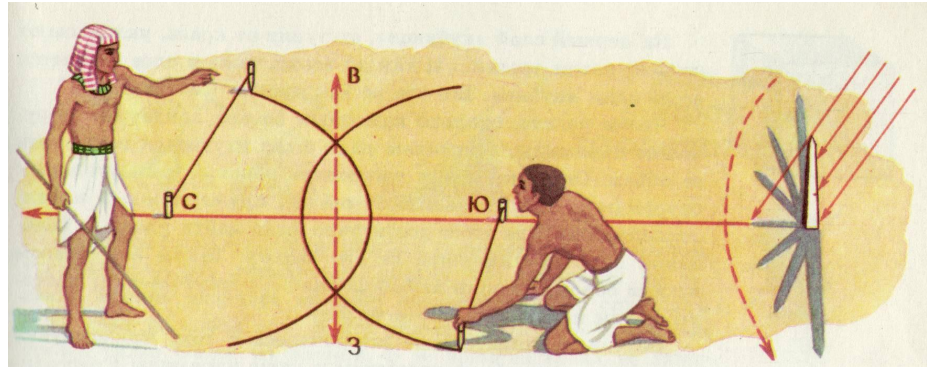
## История возникновения и изменения площадей

Зарождение геометрических знаний, связанных с измерением площадей, теряется в глубине тысячелетий. Еще 4 - 5 тыс. лет назад вавилоняне вычисляли площади земельных участков, имеющих форму прямоугольника и трапеции, в квадратных единицах. Единицей измерения площади издревле использовали квадрат, так как именно квадрат обладает замечательными свойствами: равные стороны, равные и прямые углы; квадрат имеет ось и центр симметрии и совершенство формы. Квадраты легко строить, и ими можно покрыть без просветов фигуры любой формы.



Около 4 000 лет назад египтяне определяли площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции теми же приемами, как и мы. То есть, чтобы определить площадь прямоугольника, умножали длину на ширину; чтобы найти площадь треугольника, основание треугольника делили пополам и умножали на высоту. А для нахождения площади трапеции сумму параллельных сторон делили пополам и умножали на высоту. Площадь многоугольника находили разбиением его на прямоугольники, треугольники и трапеции.

Египтяне использовали и иные, которые позволяли быстрее измерять площадь земельного участка путем только обхода его по границам, но результат измерения получался с некоторой погрешностью.



Так, площадь равнобедренного треугольника  
вычисляли по формуле  
 $S =$

где  $a$  - боковая сторона,  $b$  - основание  
треугольника. Совершаемая при этом ошибка  
тем меньше, чем ближе к  $90^\circ$  угол  $\beta$  между  
сторонами  $a$  и  $b$ .

Так как из современной формулы  
 $S = \sin \beta D$

нам известно, что при  $\beta = 90^\circ \sin 90^\circ = 1$ ,  $S =$   
Египтяне также пользовались для вычисления  
площади четырехугольника ABCD формулой  
 $S = . .$

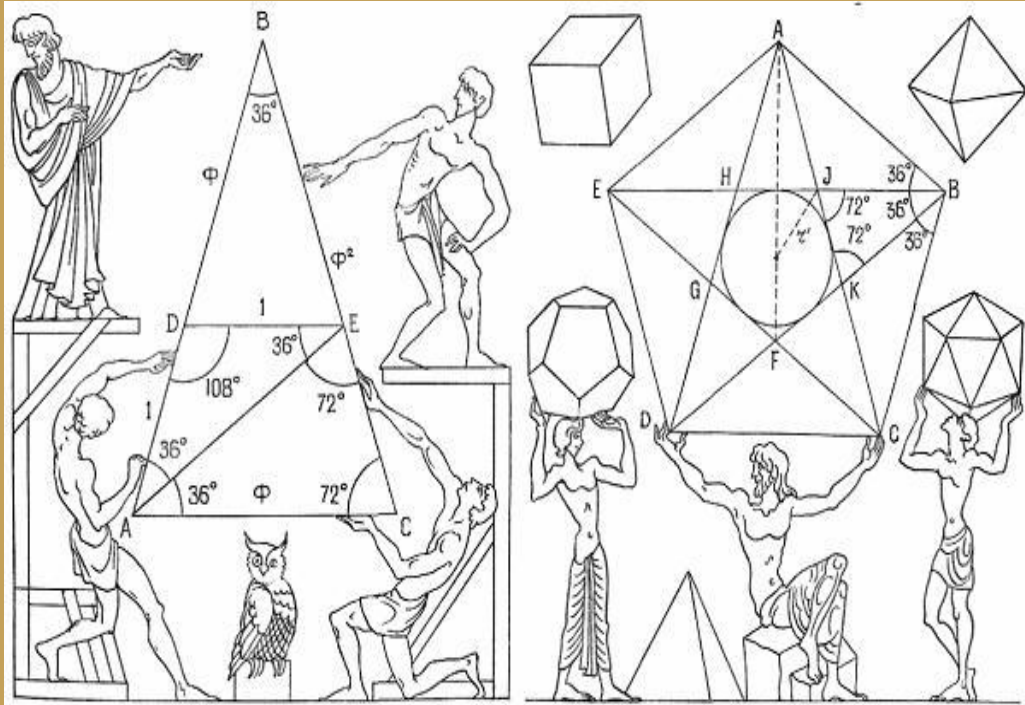
При вычислении площади четырехугольников  
по этой формуле допускалась ошибка. Она  
минимальна, когда углы четырехугольника  
близки к прямым. А в случае прямоугольника  
результат получается точный, так как из  
формулы

$$S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot \frac{AD+BC}{2} \text{ при } AB=CD \text{ и } AD=BC$$

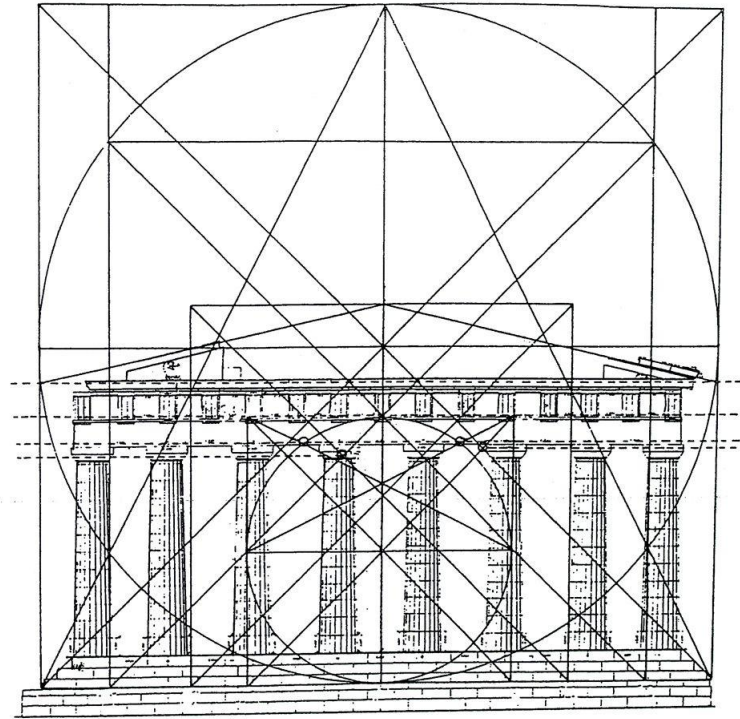
получим

$$S_{ABCD} = 2AB \cdot 2AD = 4AB \cdot AD$$

А в случае параллелограмма эта формула дает  
ощутимую погрешность.



То, что в разных странах существовали различные меры длины, веса, площади и т. п., было неудобно. Это мешало развитию торговли, ремесел, и в 1791 году Национальное собрание Франции по предложению Комиссии по мерам и весам Академии наук утвердило новую систему мер, которая, по мнению ее создателей, годилась "на все времена и для всех народов". В соответствии с этой системой длина измерялась в метрах, вес - в килограммах, а площадь земельных участков - в арах.

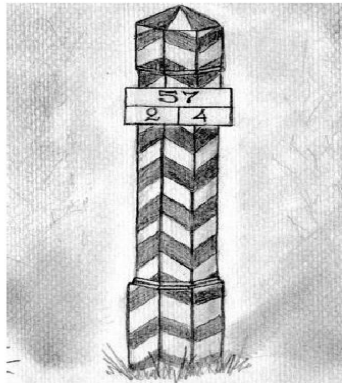


В 1875 году 17 стран, в том числе и Россия, подписали Метрическую конвенцию, по которой обязывались ввести в своих странах систему мер, разработанную французскими учеными. Но еще долго всюду употреблялись местные меры. В России это были старинные меры, узаконенные еще Петром 1. Вот они и их перевод в современные единицы измерения.

Квадратная (кв.) верста = 250000 кв. сажень = 1,1381 км<sup>2</sup>; десяти на = 2400 кв. сажень = 1,0925 га = 10925 м<sup>2</sup>; кв. сажень = 9 кв. аршин = 4,5522 м<sup>2</sup>; кв. аршин = 256 кв. вершок = 0,5058 м<sup>2</sup>; кв. вершок = 19,758 см<sup>2</sup>.

## Верста

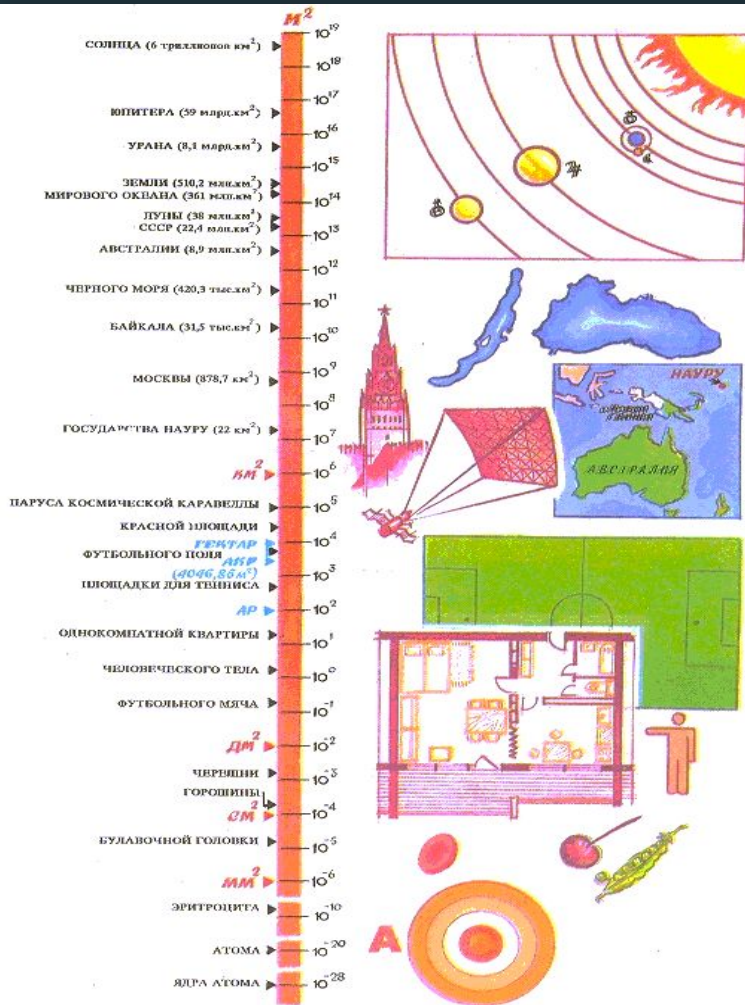
**Верста** — русская единица измерения расстояния, равная 1 066,8 метрам.





Только после Великой Октябрьской социалистической революции метрическая система стала обязательной на всей территории России. 14 сентября 1918 года был принят декрет "О введении международной метрической десятичной системы мер и весов". Окончательно же эта система вошла в употребление в СССР с 1927 года.









На рисунке показаны различные известные и неизвестные вам площади: поверхностей Солнца и Земли, Мирового океана и Черного моря, человеческого тела и эритроцита. Чтобы изобразить все это многообразие на одном рисунке, применена логарифмическая шкала: два соседних деления отличаются друг от друга по величине в десять раз. Слова "площадь Солнца" надо понимать как "площадь поверхности Солнца". В верхней части рисунка даны точные значения площадей и территорий, а в нижней - приведены средние значения (и горошины, и ягоды черешни, и люди бывают разных размеров) и порядок величин (для поверхностей атома и его ядра).

## ФОРМУЛЫ НАХОЖДЕНИЯ ПЛОЩАДИ ФИГУР.

- ✗ Площадь квадрата = ширина  $\times$  длина
- ✗ Площадь прямоугольника = ширина  $\times$  длина  
Площадь ромба = основание  $\times$  высота
- ✗ Площадь параллелограмма =  
основание  $\times$  высота  
Площадь треугольника =  
основание  $\times$  высота  $: 2$   
Площадь круга =  $3,14 \times$  радиус  $\times$  радиус

## Формулы площади полной поверхности и объема тел вращения

Название тела	Чертеж	Формула площади поверхности	Формула объема
Цилиндр		$S = 2\pi R(H + R)$	$V = \pi R^2 H$
Конус		$S = \pi R(L + R)$	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$
Усеченный конус		$S = \pi L(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$V = \frac{1}{3}\pi H(R^2 + Rr + r^2)$
Шар		$S = 4\pi R^2 = \pi d^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$

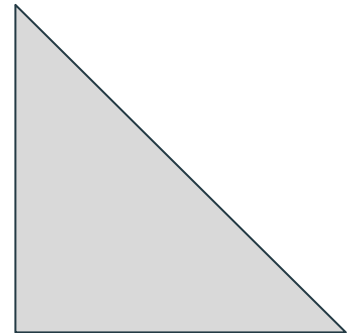
*Современная методика  
изучения площади в начальных  
классах*

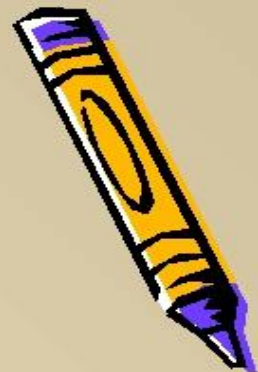
*Подготовка к изучению темы «Площадь» проводится в первом классе. На первом этапе фигуры сравниваются наложением одной на другую. Следующий этап формирования представлений о площади плоской фигуры связывается с подсчетом числа единичных квадратов, на которые разбита каждая фигура. Далее рассматривается случай, когда разные по форме фигуры имеют одинаковую площадь. Таким образом, формируется понятие о площади как о числе единичных квадратов, содержащихся в геометрических фигурах.*



*Продолжая формировать понятие о площади плоской фигуры, учитель должен обратить внимание учащихся на тот факт, что при сравнении площадей фигур необходимо пользоваться одной и той же единицей измерения площади. Для этой цели учитель использует демонстрационные модели плоских фигур, разбитые на одинаковое количество квадратов разных размеров.*

*Выполнение таких заданий приводит учащихся к осознанию необходимости введения единой единицы измерения площади. же в этот период необходимо подбирать к уроку такие конкретные задания, выполняя которые, учащиеся обнаруживают существенное сходство и различие между сантиметром и квадратным сантиметром: сантиметр единица длины, квадратный сантиметр - единица площади; между длиной отрезка и площадью фигуры: длина - число единичных отрезков, в частности сантиметров, которое содержится в данном отрезке; площадь фигуры - число единичных квадратов, в частности квадратных сантиметров, содержащихся в этой фигуре.*





Площадь фигуры - это место, которое она (фигура) занимает на плоскости.

Квадратный сантиметр - это квадрат, сторона которого равна 1см

Нужно начертить прямоугольник, разделить его на квадратные сантиметры и сосчитать их количество.





*Программой курса начальной школы предусмотрено знакомство учащихся с вычислением площади плоской фигуры с помощью палетки. Использование палетки позволяет сделать не только доступным для учащихся изучение вопроса об измерении площади любой плоской фигуры, но и помогает правильно понять идею измерения площади, состоящую в подсчете числа единичных квадратов, которые укладываются в измеряемой фигуре.*

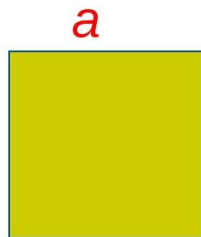
*Палетка - сетка квадратов, нанесенная на прозрачную пластинку. На этом этапе происходит сравнение площадей фигур, содержащих целое количество и не целое - половины.*

**В математике для измерения площади иногда используют специальное приспособление – палетку.**



. Площадь квадрата равна  
квадрату его стороны:

$$S = a^2$$



*Следующим этапом методики формирования представления о площади плоской фигуры является знакомство учащихся с приемом вычисления площади прямоугольника (квадрата) косвенным путем, который заключается в измерении длин сторон данных фигур и в нахождении произведения полученных чисел.*

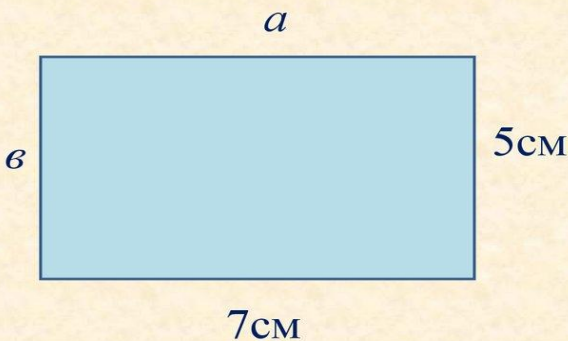
*В начальном курсе математики учащиеся знакомятся и с такими единицами измерения площади как квадратным дециметром (дм<sup>2</sup>) и квадратным метром (м<sup>2</sup>). Уделяется внимание и решению задач на вычисление площади фигур, составленных из прямоугольников и квадратов. Решая задачи такого характера, учащиеся знакомятся с важным свойством площадей плоских фигур: площади фигур можно складывать*

*Площадь - это произведение чисел, полученных при измерении длины и ширины прямоугольника, значит, нахождение одной из сторон прямоугольника сводится к нахождению неизвестного множителя по известным произведению и множителю. Например, площадь садового участка 100м, длина участка 25м. Какова его ширина? ( $100:25=4$ )*

*Кроме простых задач, решаются и составные задачи, в которых наряду с площадью включается и периметр. Например: «Огород имеет форму квадрата, периметр которого 320 м. Чему равна площадь огорода?»*

*$320 : 4 = 80$  (м) - длина огорода;  $2) 80 \cdot 80 = 1600$  (м) - площадь огорода.*

## Площадь прямоугольника

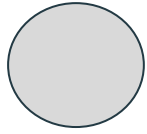


$$S = a \cdot b$$

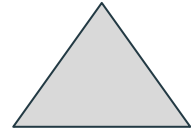
$$S = 5 \cdot 7$$

$$S = 35 \text{ см}^2$$

Сравнительный анализ программ развивающего  
обучения Л.Т. Петерсон и программы  
традиционного обучения М.И. Моро



## Изучение величин по программе Петерсон Л.Г.

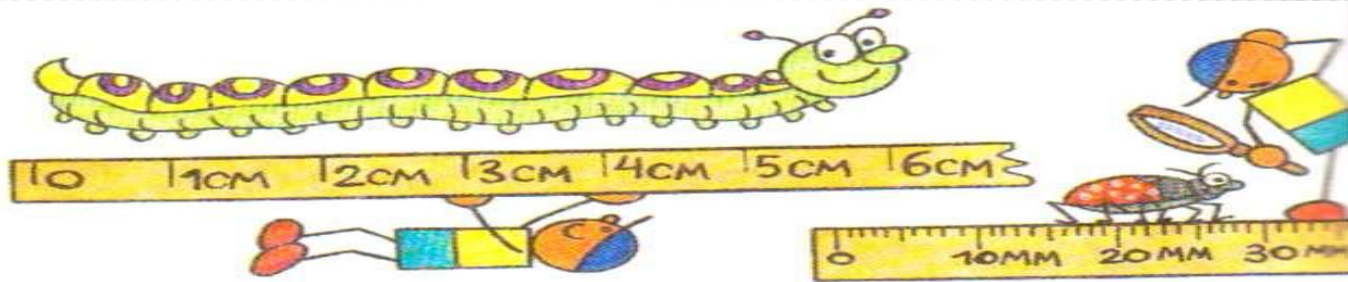


Изучение величин в первом классе по программе Петерсон Л.Г. начинается с изучения отрезка и его частей. На этом этапе дети учатся правильно измерять отрезки, чертить отрезки заданной длины, то есть приобретают измерительные умения.

На следующем этапе изучается тема "Длина". Здесь дети измеряют отрезки с помощью различных мерок, вводится первая единица измерения длины - сантиметр.

Следующая величина, изучаемая в первом классе - масса. На этом этапе дети выражают массу предметов с помощью различных мерок, затем знакомятся с единицей измерения массы - килограммом. Затем изучается объём. Дети знакомятся с единицей измерения объема - литром.

## Величины



## Единицы длины

Далее изучаются свойства величин. Отрезки сравниваются по длине, предметы по массе и объему.

На следующем этапе учащиеся изучают новую единицу измерения длины - дециметр. Дети узнают соотношение между двумя изученными единицами длины: сантиметром и дециметром.

Во втором классе дети изучают метр, соотношение изученных единиц длины: сантиметр, дециметр, метр. Учатся выражать численные значения величин в различных единицах измерения.

Далее учащиеся знакомятся с площадью фигур. Изучается площадь прямоугольника.

На следующем этапе изучаются новые единицы измерения длины - миллиметр и километр. Здесь дети выясняют, для чего используют такую мелкую (крупную) мерку.

Далее дети изучают новые единицы измерения объема: кубический сантиметр и кубический дециметр, изучают их соотношения.

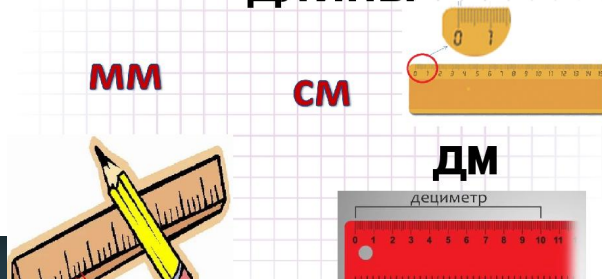
## Единицы измерения длины

**ММ**

**СМ**

**ДМ**

дециметр

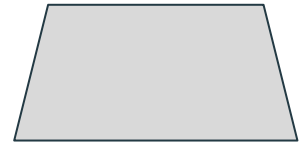


Изучение величин в третьем классе начинается с изучения времени. Здесь же предлагаются задания на соотношение единиц измерения времени: год, месяц, день.

Так же как и площадь прямоугольника, дети изучают объем прямоугольного параллипеда. На следующем этапе дети учатся находить площадь фигуры с помощью палетки.

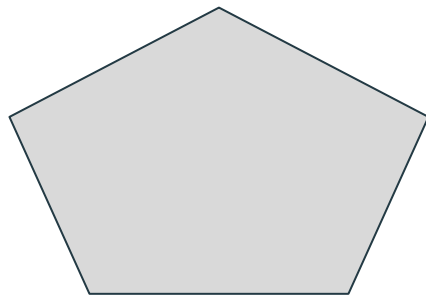
На следующем этапе дети изучают площадь прямоугольного треугольника. Здесь учащиеся знакомятся с формулой вычисления площади прямоугольного треугольника.

В дальнейшем дети изучают новые единицы измерения площади: ар и гектар. На этой теме заканчивается изучение величин в начальной школе по программе Петерсон Л.Г.





Изучение величин по программе "Школа  
России" М. И Моро

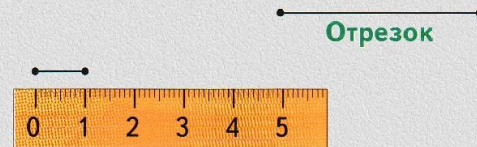


Изучение величин в первом классе по программе "Школа России" М. И Моро начинается с изучения отрезка и его частей. На этом этапе дети учатся правильно измерять отрезки, чертить отрезки заданной длины, т.е. приобретают измерительные умения.

\*На следующем этапе изучается тема "Длина". Здесь дети измеряют отрезки с помощью различных мерок, вводится первая единица измерения длины - сантиметр.



## Наблюдение:



Длина отрезка **один сантиметр.**

**Сантиметр (см) – единица длины**

Следующая величина, изучаемая в первом классе - масса. На этом этапе дети выражают массу предметов с помощью различных мерок, затем знакомятся с единицей массы - килограммом.

Затем изучается объем. Дети знакомятся с единицей объема - литром.

На следующем этапе дети изучают новую единицу измерения длины - дециметр. Дети изучают соотношение между двумя изученными единицами длины: сантиметром и дециметром.

## ЕДИНИЦЫ ВРЕМЕНИ

1 мес   1 сут   1 час   1 мин   1 с

30(31) или 28(29)   24   60   60

## ЕДИНИЦЫ МАССЫ

1 т   1 ц   1 кг   1 г

10   100   100

## ЕДИНИЦЫ ДЛИНЫ

1 км   1 м   1 дм   1 см   1 мм

1000   10   10   10

Во втором классе дети изучают миллиметр и метр, соотношение изучаемых единиц длины. Учатся выражать численные значения величин в различных единицах измерения, переводят мелкие единицы в более крупные и наоборот.

Далее учащиеся знакомятся с единицами времени - час и минута. Здесь дети узнают соотношение между часом и минутой, знакомятся с часовыми стрелками и их назначением, учатся определять время по часам.

Изучение величин в третьем классе начинается с изучения площади: квадратный сантиметр, квадратный дециметр, квадратный метр. На данном этапе дети измеряют площадь фигуры различными мерками, сравнивают численные значения площадей фигур, измеренных различными мерками. Дети знакомятся с новыми единицами измерения времени - год, месяц, неделя, сутки. Здесь предлагаются задания на соотношение данных единиц измерения времени, изучается таблица мер времени.

## МЕРЫ ВРЕМЕНИ

1 век = 100 лет

1 год = 12 мес.

1 год = 365 или 366 сут.

1 мес. = 30 или 31 сут.

1 сут. = 24 час.

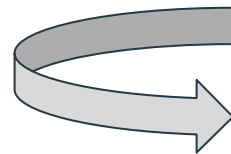
1 час. = 60 мин.

1 мин. = 60 сек.

**В четвертом классе учащиеся знакомятся с новой единицей длины - километром. Здесь дети выясняют, для чего используют такую крупную мерку. Выполняют упражнения на соотношение единиц длины.**

**На следующее этапе изучаются новые единицы измерения площади - квадратный километр и квадратный миллиметр. Дети учатся находить площадь фигуры с помощью палетки.**

**В дальнейшем дети изучают новые единицы измерения массы - тонна и центнер. На этой теме заканчивается изучение величин в начальной школе по программе "Школа России"**



На основании вышеизложенного была составлена "Сравнительная таблица изучения величин по программе развивающего обучения Л.Т. Петерсон и по программе традиционного обучения М.И. Моро".

/Приложение 9/ По данным таблицы можно сделать следующие выводы: сходство - величины изучаются по обеим программам; отличие:

1) по традиционной программе большее внимание уделяется изучению натурального ряда чисел, а уже на втором месте идёт изучение величин; в программе развивающего обучения предусмотрено рассмотрение основных величин, их свойств и отношений между ними с тем, чтобы показать, что числа, их свойства и действия, производимые над ними, выступают в качестве частных случаев уже известных общих закономерностей величин;



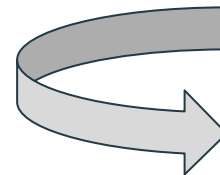
2) по программе развивающего обучения Л.Т. Петерсон изучение площади фигуры начинается во втором классе; в традиционной программе во втором классе изучаются единицы времени: час и минута;



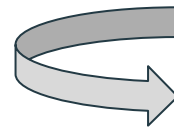
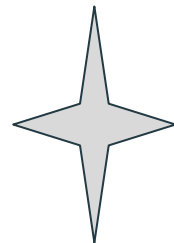
Изучение величин по программе Н.Б.  
Истоминой

**В программе Н.Б. Истоминой методика формирования представлений о геометрических фигурах требует при выполнении геометрических заданий активного использования приемов умственной деятельности в процессе установления соответствия между предметной геометрической моделью и ее изображением, что способствует развитию пространственного мышления ребенка и формированию навыков работы с линейкой, циркулем, угольником. Н.Б. Истомина считает, что основой формирования у детей представлений о геометрических фигурах является их способность к восприятию формы. «Эта способность позволяет ребенку узнавать, различать и изображать различные геометрические фигуры: точку, прямую, кривую, ломаную, отрезок, угол, многоугольник, квадрат, прямоугольник и т.д. Для этого достаточно показать ему ту или иную геометрическую фигуру и назвать ее соответствующим термином»<sup>8</sup>, с. 150. По ее мнению, такое знакомство учащихся с геометрическими фигурами позволяет им воспринимать их как целостный образ. Это лишь первый этап в формировании геометрических представлений ребенка.**

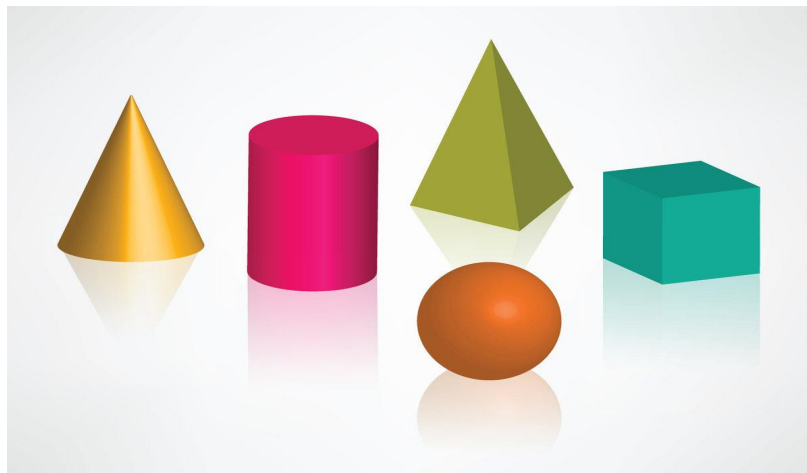
**В дальнейшем необходимо сосредоточить его внимание на выделении тех элементов, из которых состоят геометрические фигуры, и на их существенных признаках. Для этой цели автор рекомендует геометрические фигуры изучать в определенной последовательности, выполняя с моделями различные практические действия. Полезно, чтобы в процессе выполнения специальных упражнений дети научились различать такие понятия, как: «точка пересечения двух линий», «линия проходит через точку», «линия соединяет две точки», «точка принадлежит линии». Учащиеся могут находить (узнавать) прямые и кривые линии, отрезки, углы разных видов на плоских (круг, квадрат, многоугольник и т.п.) и объемных (куб, конус, цилиндр, шар и т.п.) геометрических фигурах. В процессе такой деятельности у школьников формируются обобщенные образы геометрических понятий.**



**По мнению автора программы, младшие школьники проявляют большой интерес к изучению геометрического материала, достаточно легко запоминают названия геометрических фигур и выделяют их свойства в процессе практических действий с ними. Поэтому перечень геометрических понятий, с которыми они знакомятся, можно значительно расширить, включив в программу такие понятия, как окружность, круг, симметрия. Н.Б. Истомина полагает, что с понятием «симметричные фигуры» можно познакомить учащихся уже в первом классе, используя для этой цели практический (предметный) способ действий, который доступен младшему школьнику. Например, школьникам предлагается сложить пополам вырезанные из бумаги прямоугольник, круг, ромб, при этом линию перегиба называют ось симметрии. Во 2 классе продолжается работа с этим понятием, но учащиеся уже учатся строить фигуры симметричные данным относительно некоторой прямой, используя линейку, циркуль, угольник. В 3 классе у обучающихся формируется умение строить фигуры, симметричные относительно данной прямой, используя линейку, циркуль, угольник.**



**Уже в 1 и затем во 2 классах учащимся предлагают выполнить различные задания с моделью куба и его изображением. Это положительно скажется как на развитии пространственного мышления ребенка, так и на формировании навыков работы младшего школьника с такими инструментами как линейка, угольник, циркуль. Для развития пространственного мышления в 3 классе обучающиеся выполняют задания на установление соответствия между моделью куба, его изображением и разверткой. Для продолжения этой линии в 4 классе используются различные геометрические тела, с. 267**



# МЕРЫ ВЕЛИЧИН

## МЕРЫ ДЛИНЫ

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$$

$$1 \text{ м} = 10 \text{ дм}$$

$$1 \text{ дм} = 10 \text{ см}$$

$$1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$$

$$1 \text{ аршин} = 71 \text{ см}$$

## МЕРЫ ПЛОЩАДИ

$$1 \text{ км}^2 = 1000 \text{ 000 м}^2$$

$$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$$

$$1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$$

$$1 \text{ см}^2 = 100 \text{ мм}^2$$

$$1 \text{ га} = 10 \text{ 000 м}^2$$

## МЕРЫ ОБЪЕМА

$$1 \text{ км}^3 = 1000 \text{ 000 000 м}^3$$

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$$

$$1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ см}^3 = 1000 \text{ мм}^3$$

$$1 \text{ л} = 1 \text{ дм}^3$$

## МЕРЫ МАССЫ

$$1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$$

$$1 \text{ ц} = 100 \text{ кг}$$

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г}$$

$$1 \text{ г} = 1000 \text{ мг}$$



## МЕРЫ ВРЕМЕНИ

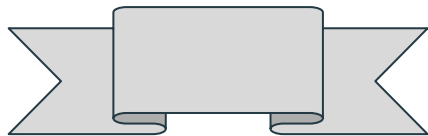
$$1 \text{ нед.} = 7 \text{ сут.}$$

$$1 \text{ сут.} = 24 \text{ ч}$$

$$1 \text{ ч} = 60 \text{ мин}$$

$$1 \text{ мин} = 60 \text{ сек}$$





*Спасибо за внимание!*