Свойства функции

Алгоритм исследования функции

- 1. Область определения
- 2. Множество значений
- 3. Чётность , нечётность
- 4. Периодичность
- 5. Непрерывность
- 6. Промежутки возрастания и убывания
- 7. Ограниченность функции
- 8. Нули функции
- 9. Точки экстремума (наибольшее и наименьшее значение функции)
- 10. Выпуклость графика

1. Область определения

- Область определения функции ***y = f(x)*** - это множество всех действительных значений переменной ***x*** , при которых функция имеет смысл. Обозначение: ***Д(x)***.

- Область определения функции ***y =*** $\sqrt{3-2x}$
Д(x)= (- $\infty; \frac{3}{2}\Big]$ ***,*** т. к. подкоренное выражение всегда больше или равно нулю.

2. Множество значений

Множество значений функции $y = f(x)$ - это множество всех действительных значений переменной y , которые функция может принимать при данном x. Обозначение: $E(y)$.

Множество значений функции $y = \sqrt{3-2x}$ $E(y)= (0;\infty)$, т. к. значение подкоренного выражения всегда больше или равно нулю.

3.Чётность и нечётность функции

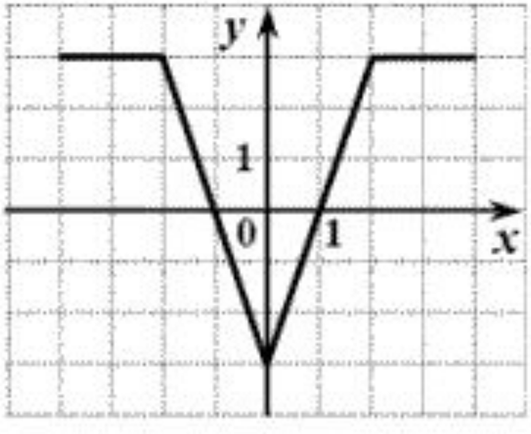
- Функцию ***y = f(x)*** называют **чётной**, если для любого значения ***x*** из множества ***Д(x)*** выполняется равенство $f(-x) = f(x)$
- Функцию *y = f(x)* называют **нечётной**, если для любого значения ***x*** из множества ***Д(x)*** выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$
- Функция *y = f(x)* не является **ни чётной, ни нечётной**, если хотя бы в одной точке из множества ***Д(x)*** выполняются неравенства $f(-x) \neq f(x)$ $f(-x) \neq -f(x)$

Особенности графиков функций

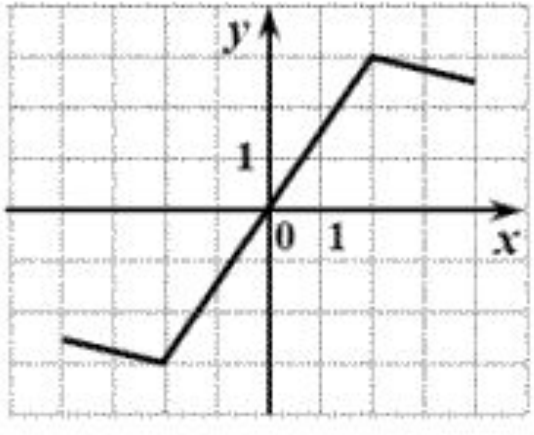
- Если график функции симметричен относительно оси ординат Оу, то функция **чётная.**
- Если график функции симметричен относительно начала координат, то функция **нечётная**.
- Если график функции не симметричен, то функция не является **ни чётной, ни нечётной.**

Графики чётных и нечётных функций

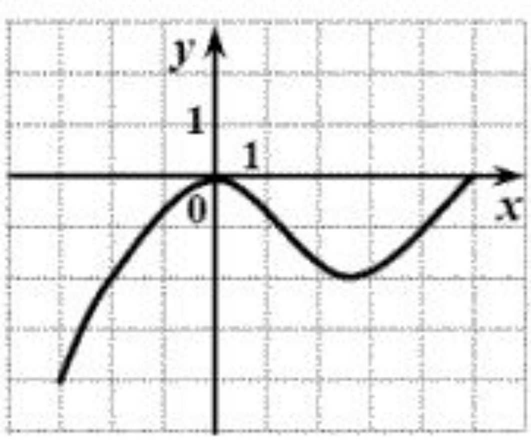
1)



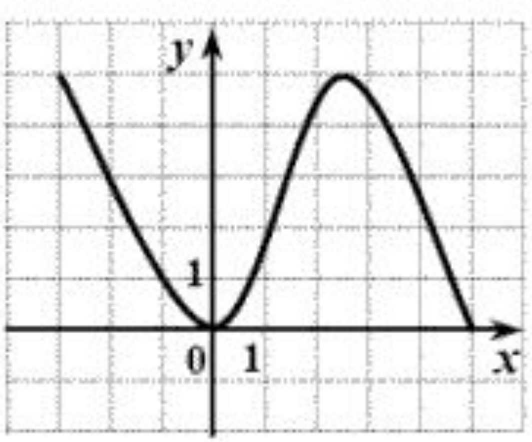
2)



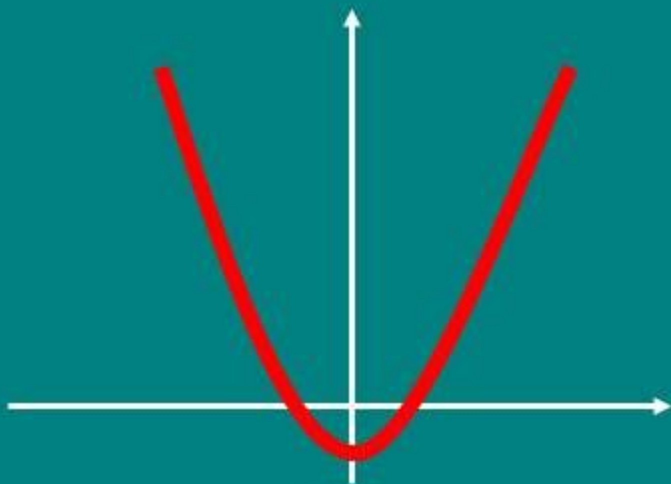
3)

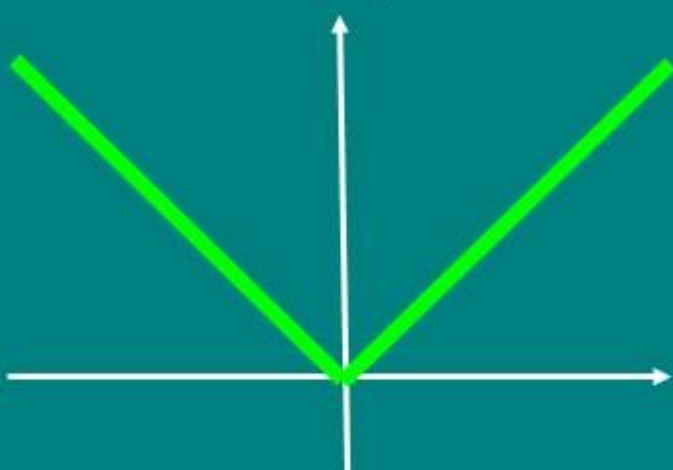


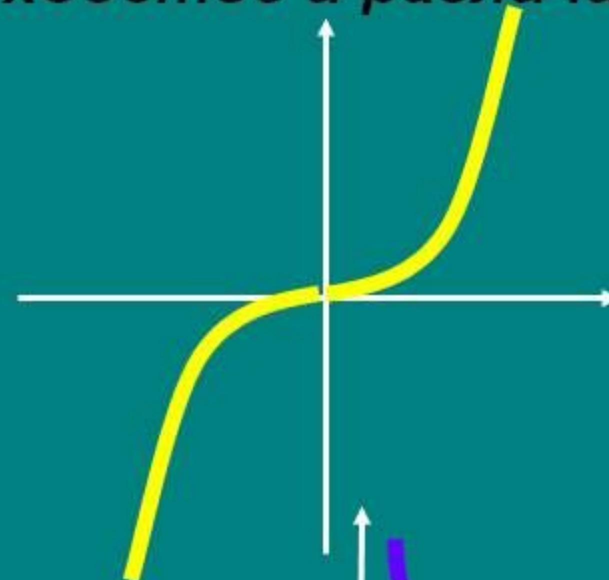
4)

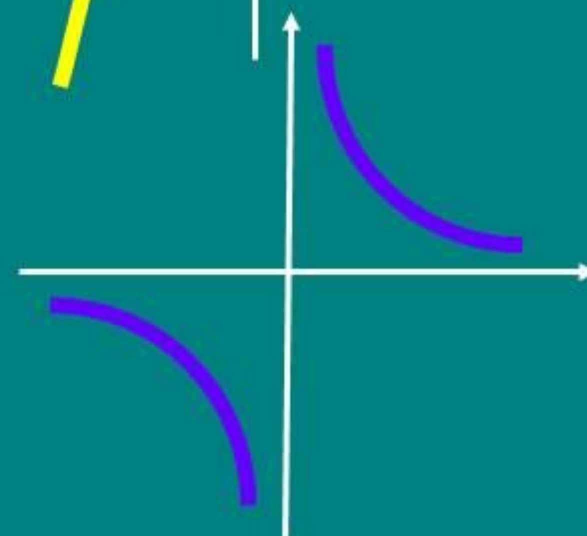


Графики каких функций здесь изображены? Сравните чертежи. В чём их сходство и различие?







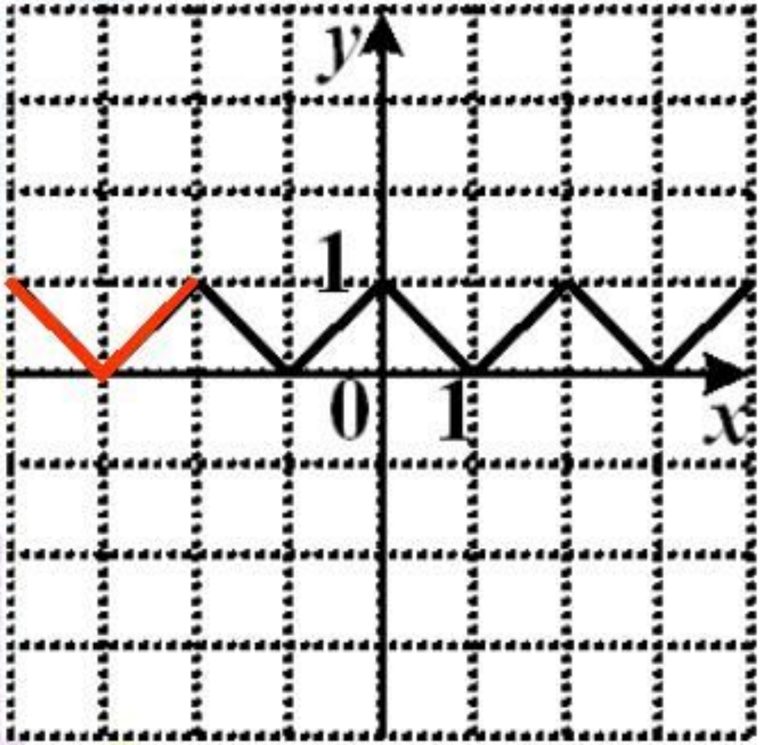


4. Периодичность функции

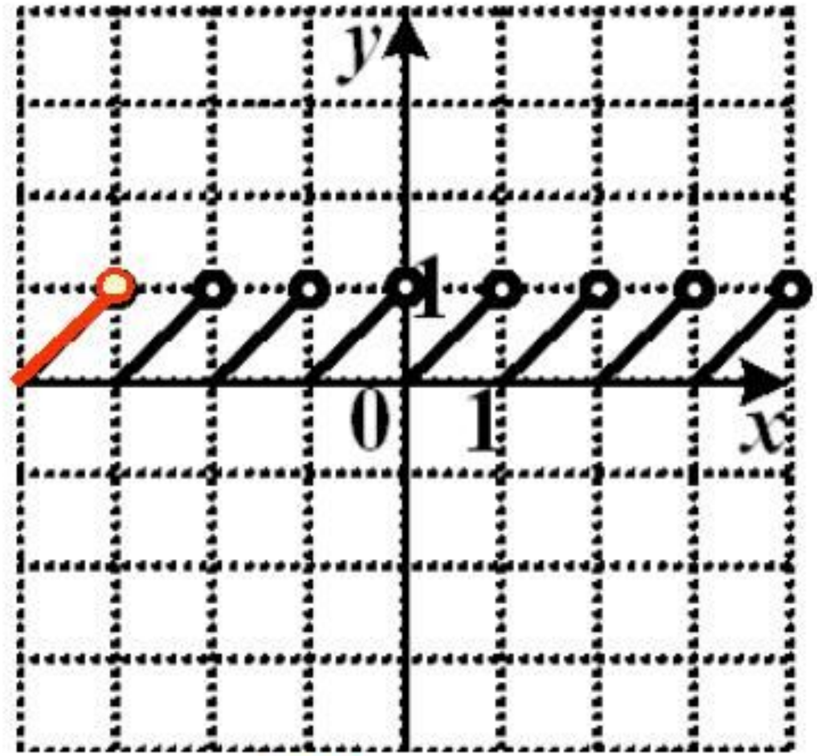
- Периодическая функция — функция, повторяющая свои значения через некоторый регулярный интервал, то есть не меняющая своего значения при добавлении к аргументу ***x*** некоторого фиксированного ненулевого числа (периода функции) на всей области определения.
- Функция называется периодической, если существует такое число T≠0 (период), что на всей области определения функции Д(x) выполняется равенство $f(x) = f(x \pm \grave{O})$.

Периодические функции

График периодической функции состоит из повторяющихся одинаковых кусков, каждый из которых получается из другого параллельным переносом вправо или влево на T единиц.

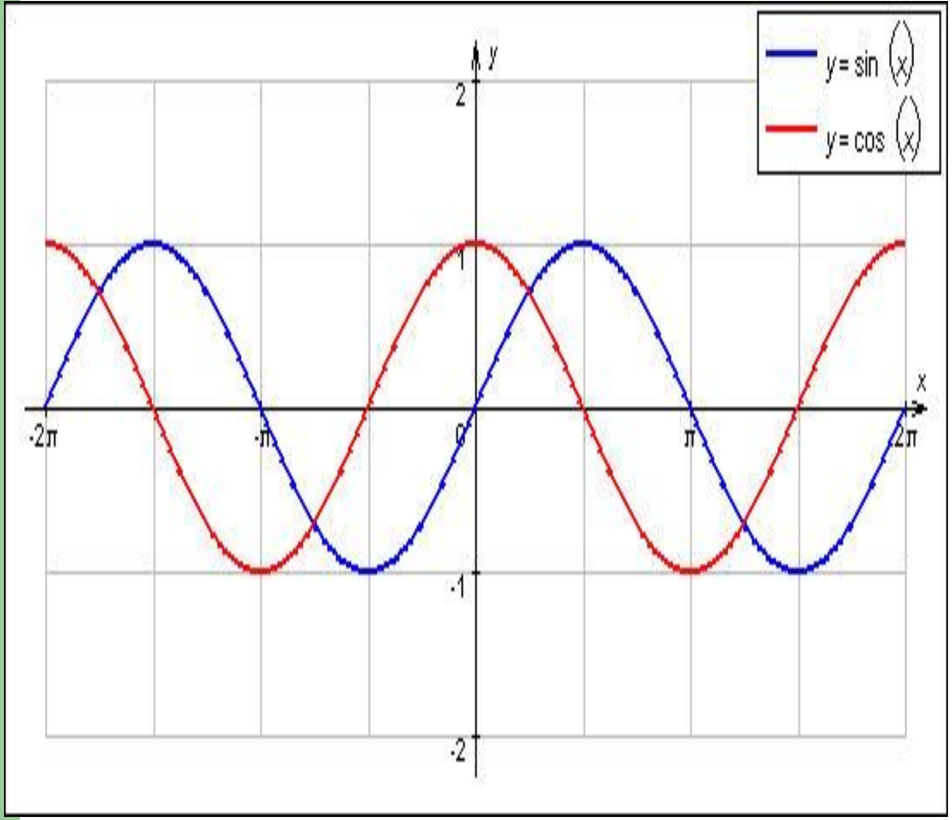


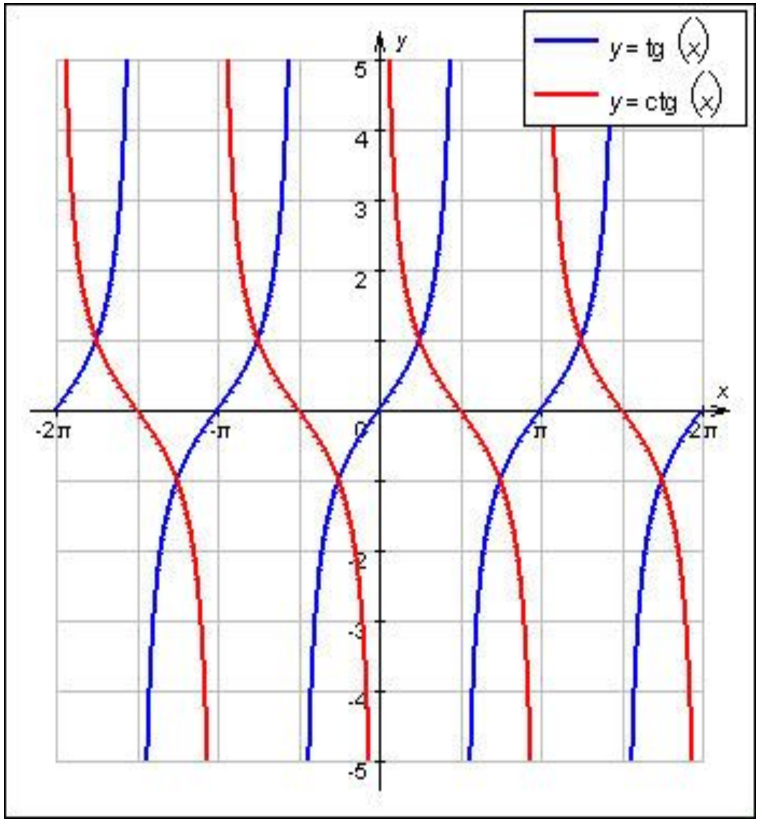
T=2



T=1

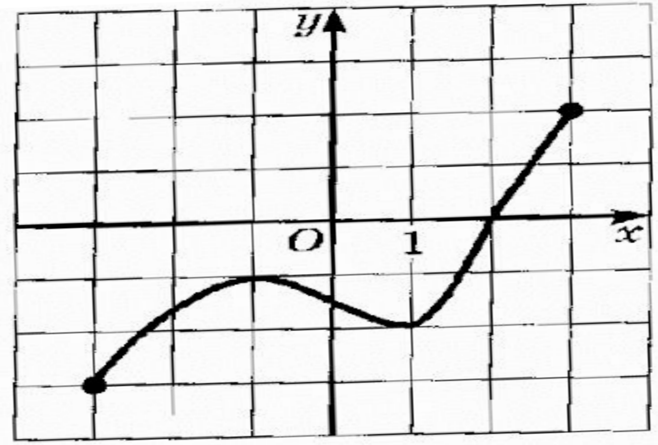
Графики периодичных функций

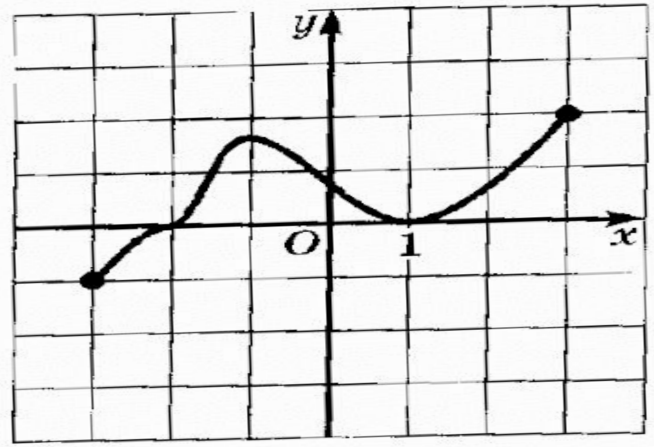




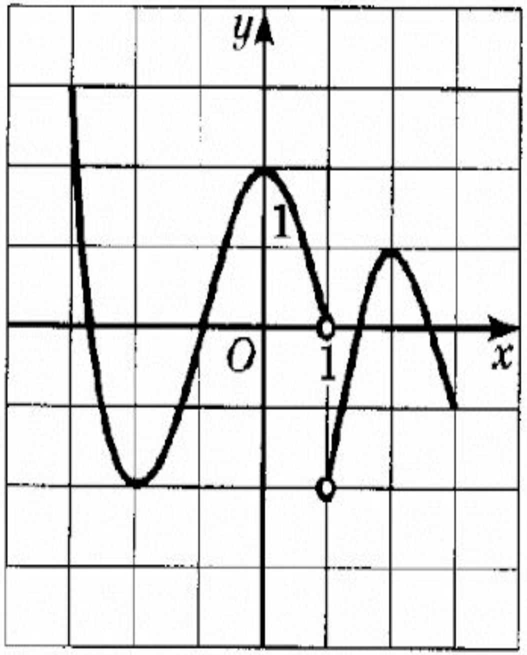
5. Непрерывность функции

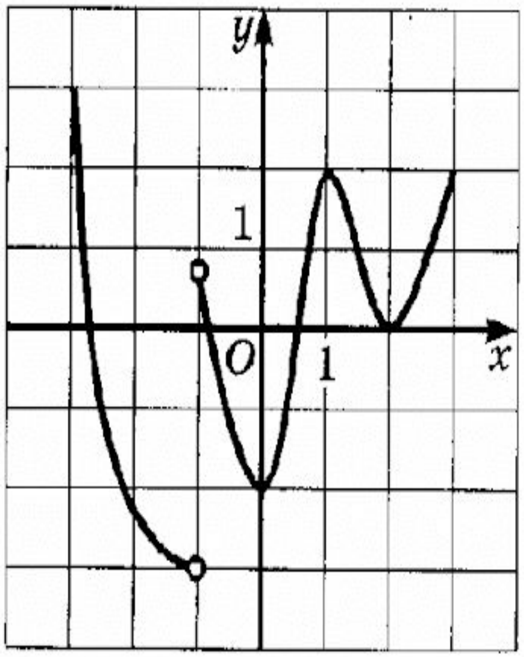
Непрерывность функции на отрезке ***Д(х)*** – означает, что график функции на данном промежутке не имеет точек разрыва





Графики разрывных функций



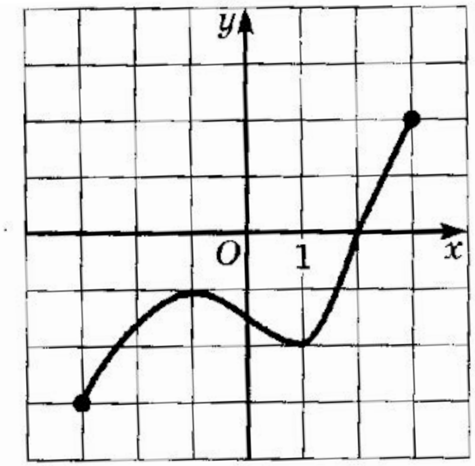


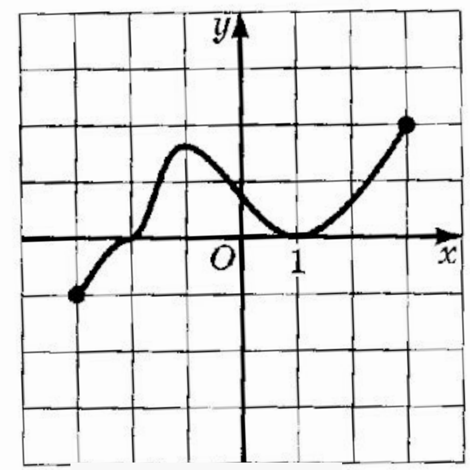
6. Монотонность функции

Термины «возрастающая функция», «убывающая функция» объединяют общим названием монотонная функция, а исследование функции на возрастание или убывание называют исследованием функции на монотонность.

Возрастающая функция

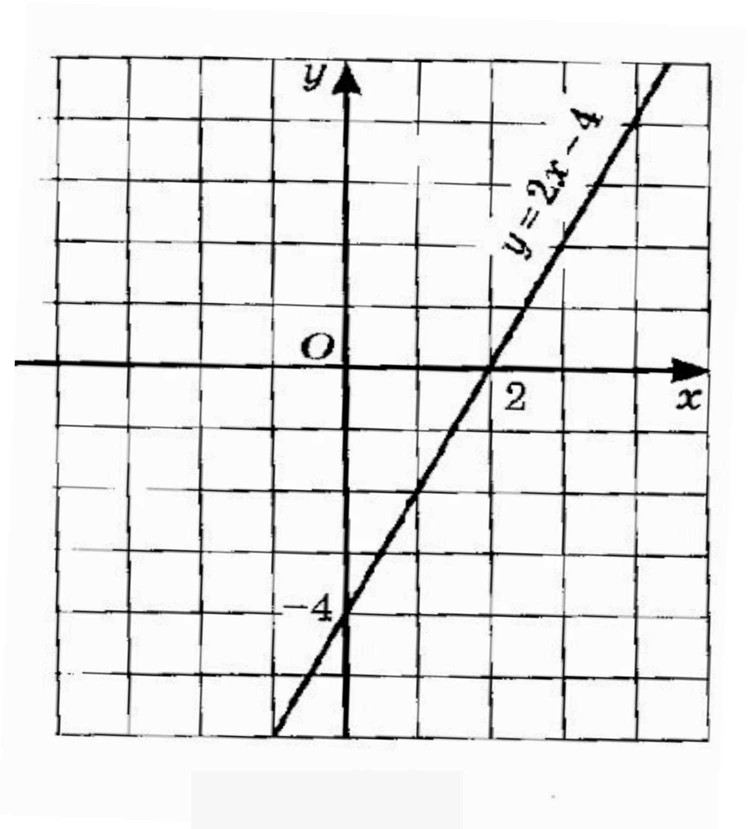
Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве Д(х) , если для любых точек x_1 и x_2 из множества Д(х), таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.





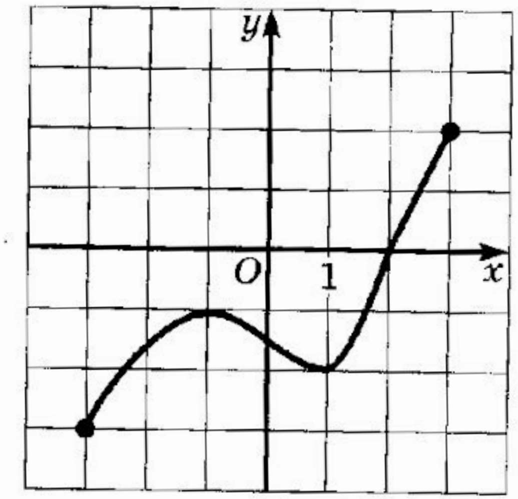
Условие возрастания

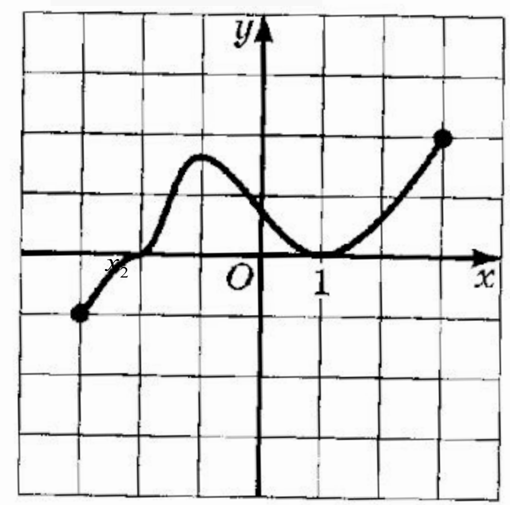
Функция возрастает, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.



Убывающая функция

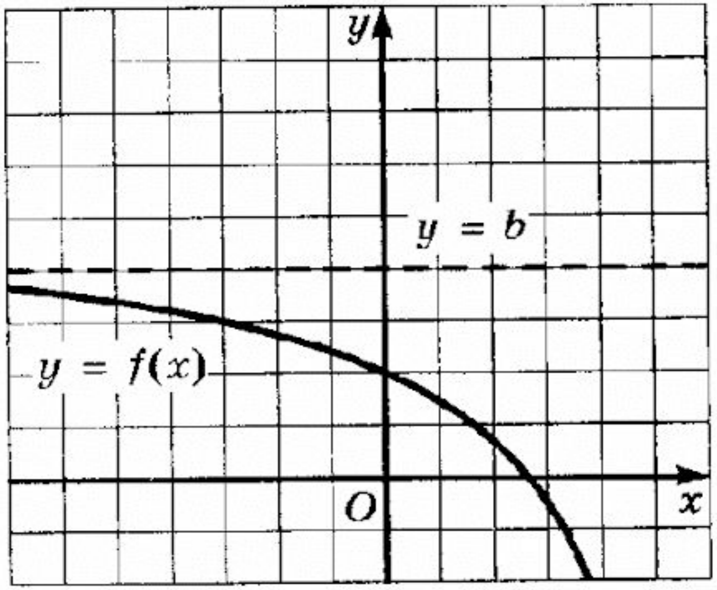
Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве Д(х) , если для любых точек x_1 и x_2 из множества Х, таких , что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.





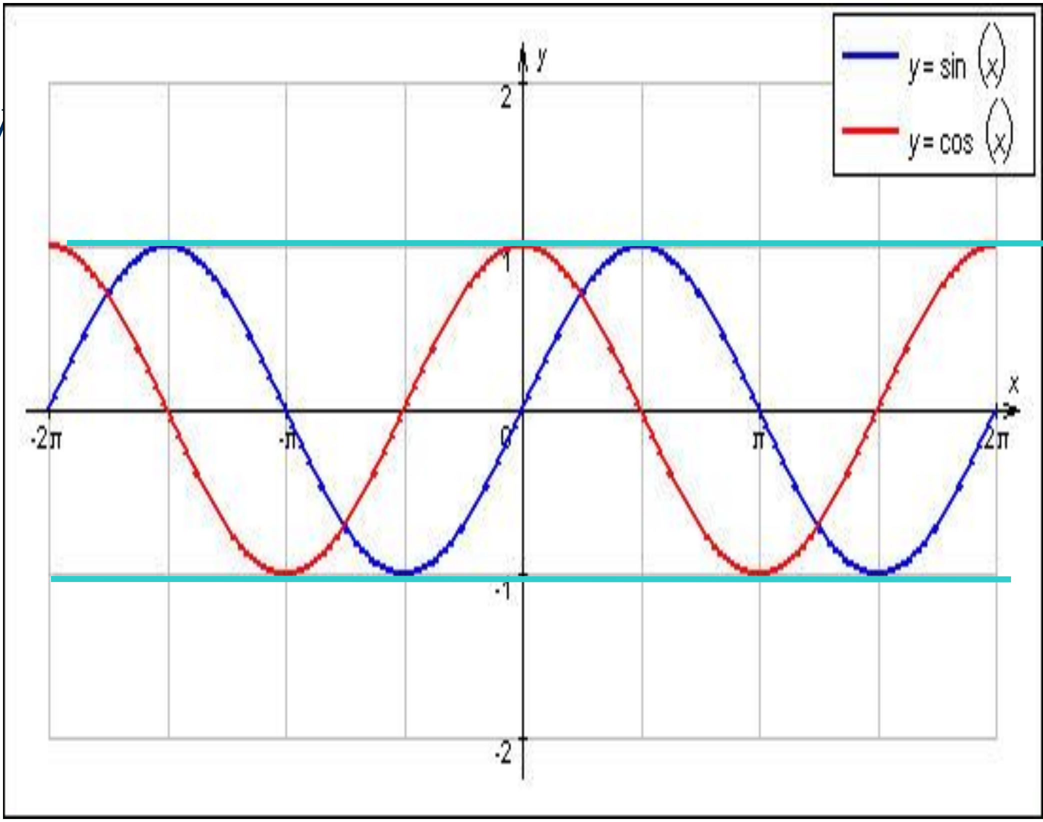
Условие убывания функции

Функция убывает, если **большему** значению аргумента соответствует **меньшее** значение функции.



7. Ограниченность функции

Если функция ограничена и снизу и сверху на всей области определения, то её называют **ограниченной.**



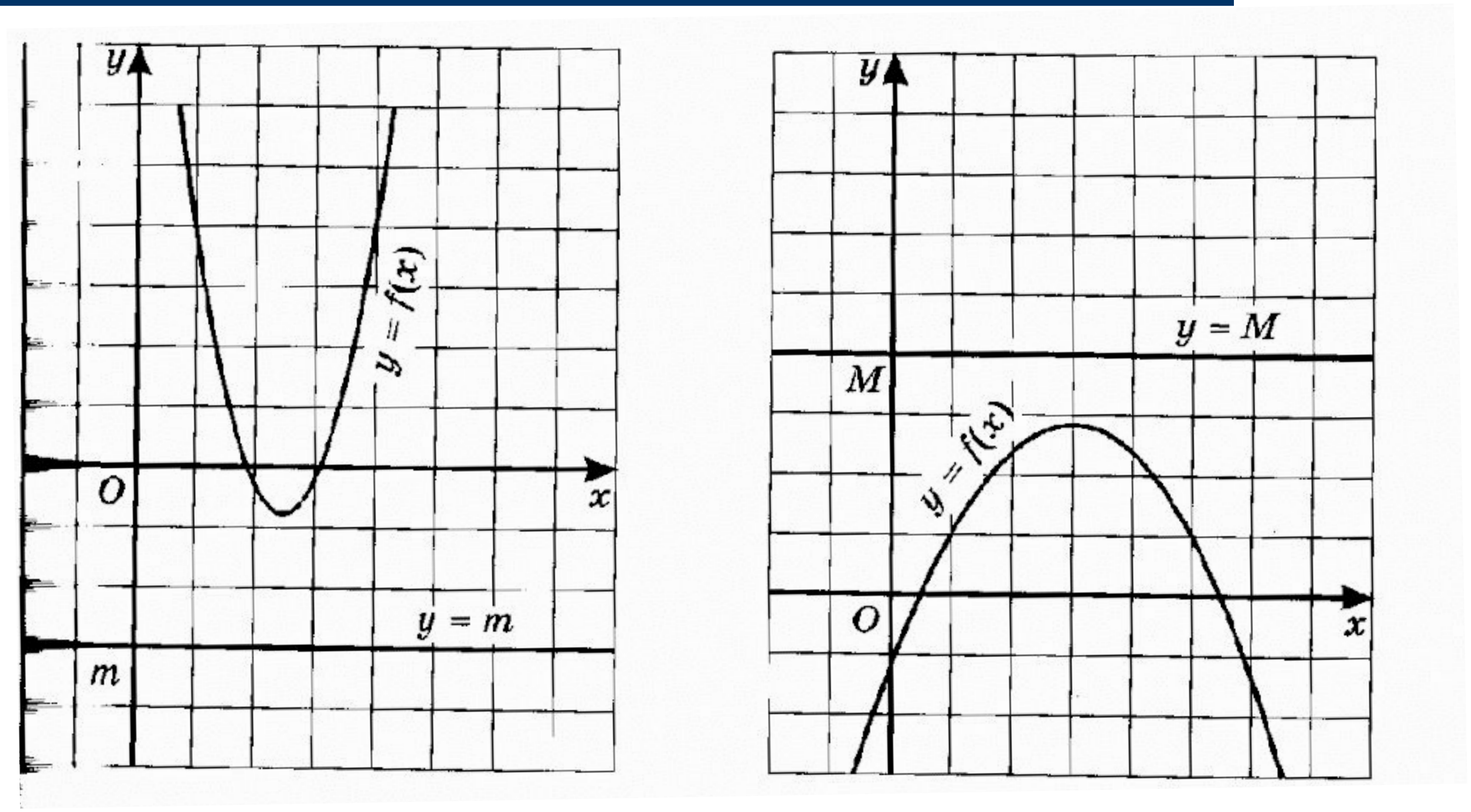
Ограниченность снизу

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве $Д(x)$, если все значения этой функции больше некоторого числа m, т.е. существует такое число m, что для любого значения x выполняется неравенство $f(x) > m$

Ограниченность сверху

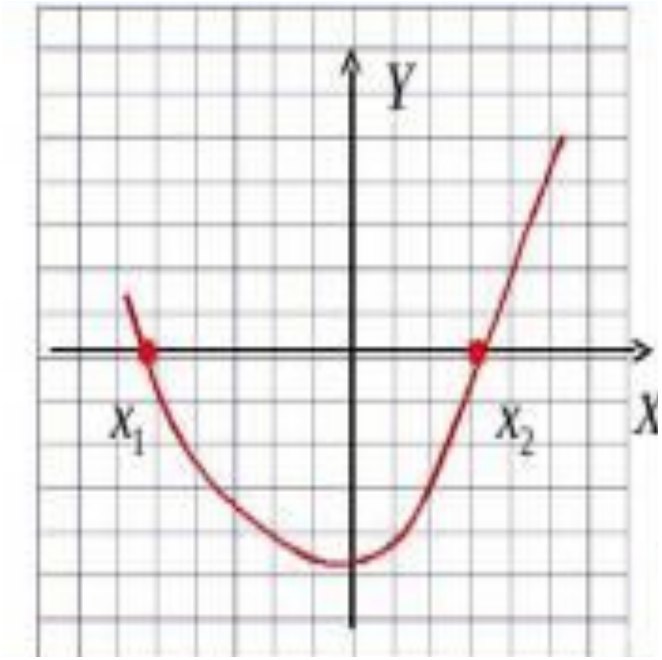
Функцию ***y=f(x)*** называют ограниченной сверху на множестве ***Д(х)*** , если все значения этой функции на множестве ***Д(х)*** меньше некоторого числа ***М*** , т.е. существует такое число ***М*** , что для всех значений ***х*** выполняется неравенство $f(x) < M$

Графики ограниченной снизу и ограниченной сверху функций



8. Нули функции

- Нули функции – это такие значения аргумента ***x***, при которых функция ***y = f(x)*** равна нулю.
- Нули функции – это абсциссы точек пересечения с осью Ox



9. Наименьшее значение функции

Число m называют **наименьшим значением функции** $y = f(x)$ на множестве $Д(x)$, если:

- 1)во множестве X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$
- 2) для любого значения x из множества X выполняется неравенство

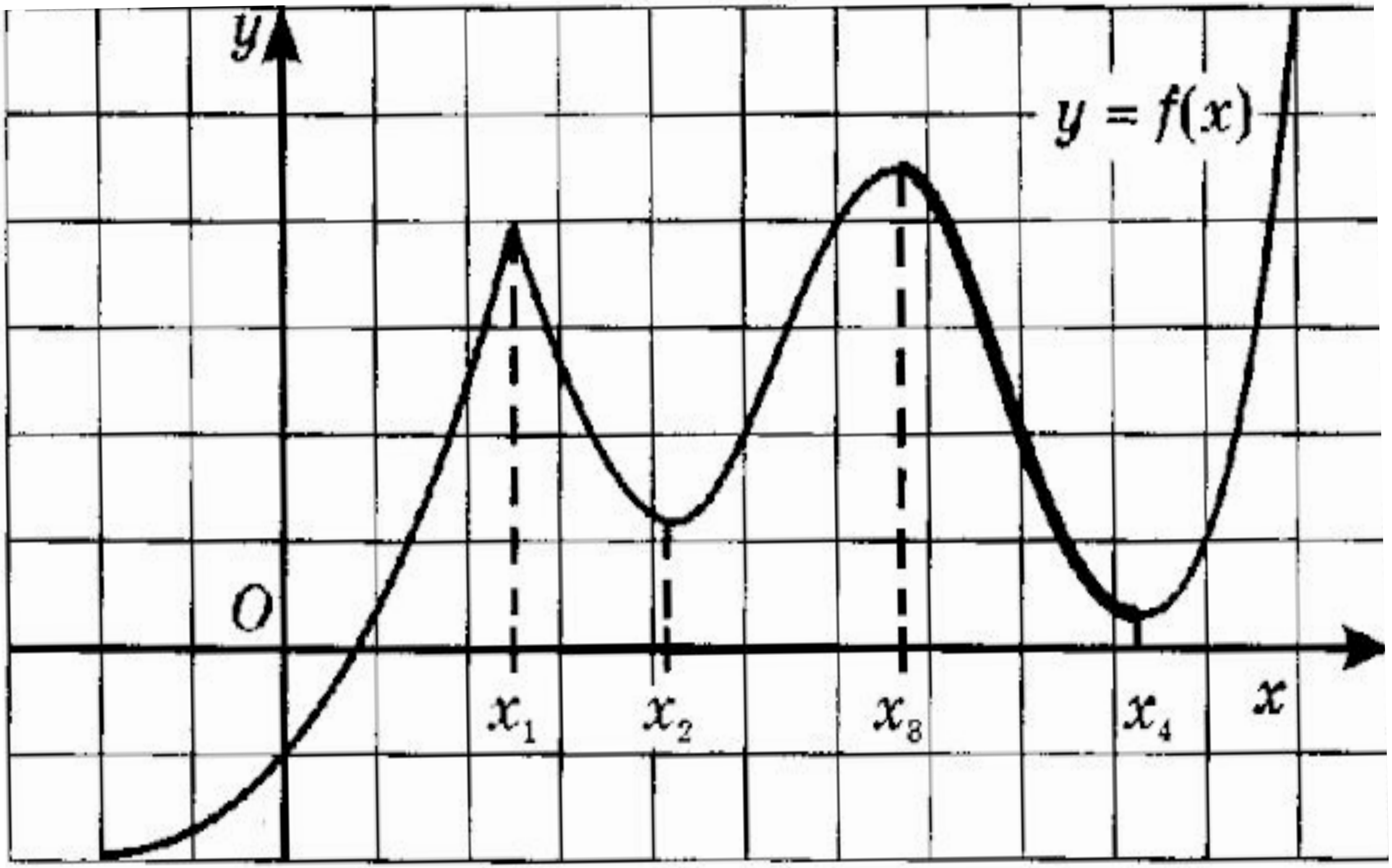
$$f(x) \geq f(x_0)$$

Наибольшее значение функции

Число ***m*** называют наибольшим значением функции ***y = f(x)*** на множестве ***Д(x)***, если:

- 1)во множестве ***Д(x)*** существует такая точка, что $f(x_0) = m$
- 2) для любого значения ***x*** из множества ***Д(x)*** выполняется неравенство

$$f(x) \le f(x_0)$$


y
y = f(x)
O
x
x1
x2
x3
x4

Условия существования экстремума

Если у функции существует $y_{наиб}$, то она ограничена сверху.

Если у функции существует $y_{наим}$, то она ограничена снизу.

Максимум функции

Точку x_0 называют точкой максимума функции $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство

$$f(x) < f(x_0)$$

Минимум функции

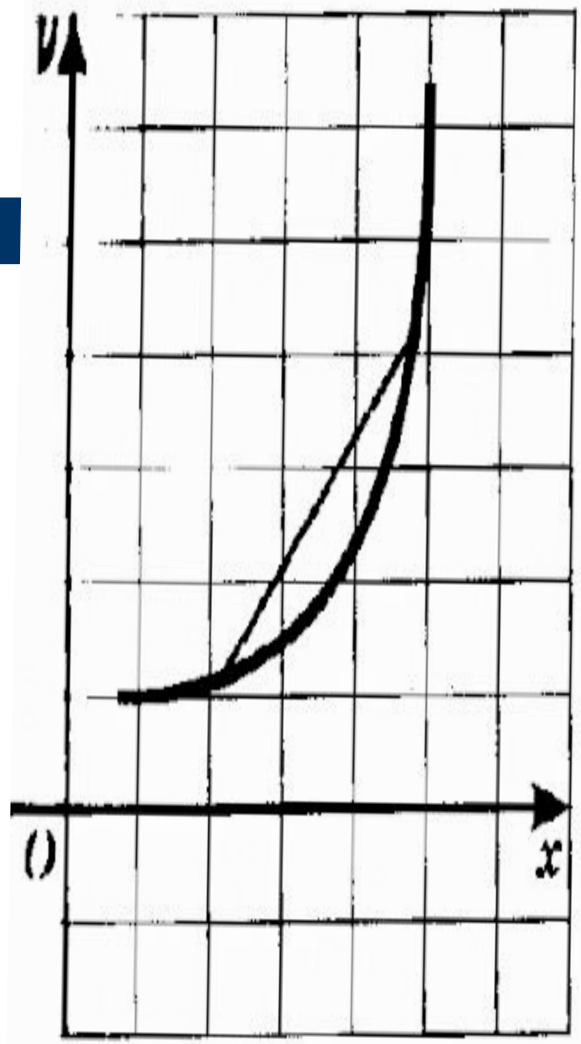
Точку x_0 называют точкой минимума функции $y = f(x)$, если у этой точки существует окрестность, для всех точек которой (кроме самой точки x_0) выполняется неравенство

$$f(x) > f(x_0)$$

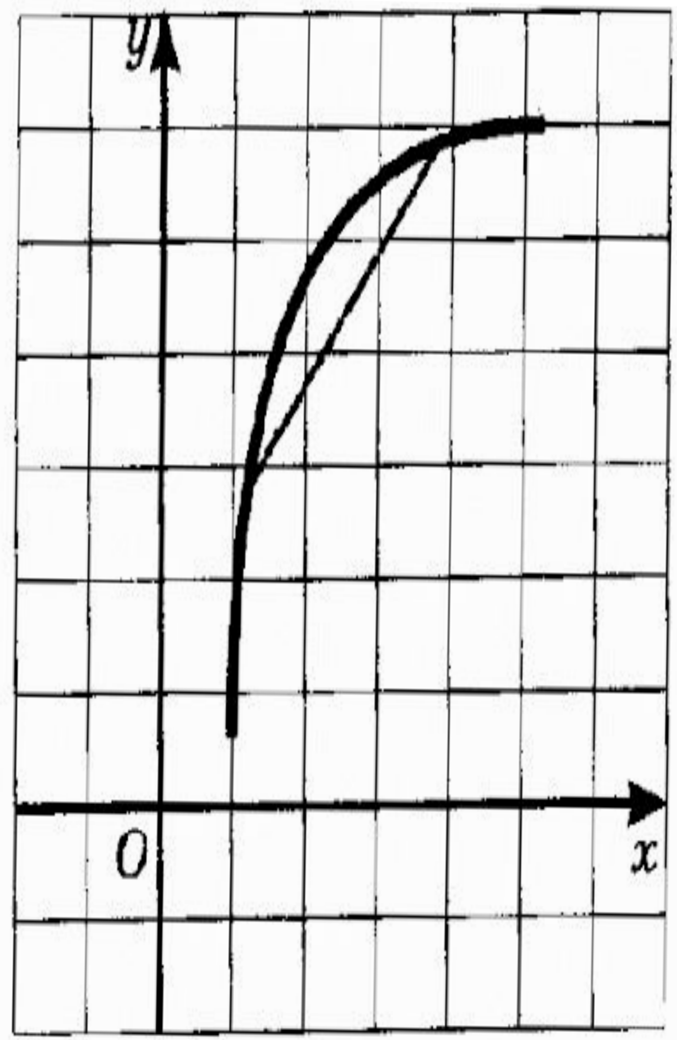
Точки максимума и минимума объединяют общим названием – точки экстремума

10. Выпуклость функции

- Функция выпукла вниз на промежутке Д(х), если, соединив любые две точки её графика отрезком, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка.
- Функция выпукла вверх на промежутке Д(х), если, соединив любые две точки её графика отрезком, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит выше проведенного отрезка.



y
0
x



y
O
x

Опишите основные свойства