

## Задание 4.

### Проектировочный расчёт на прочность вала при изгибе с кручением

#### Задание и варианты

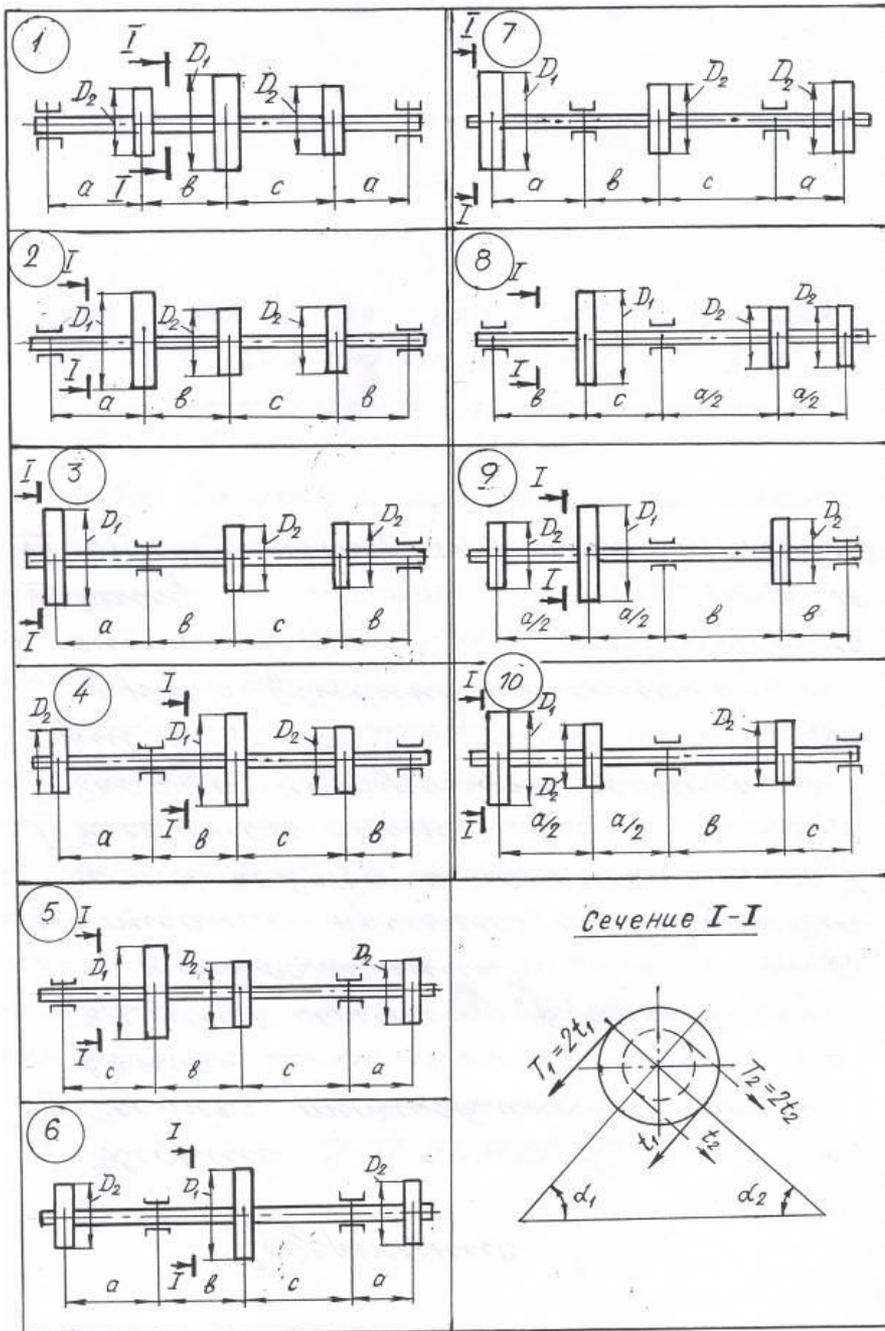
Шкив с диаметром  $D_1$  и с углом наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_1$  делает  $n$  оборотов в минуту и передает мощность  $P$  кВт. Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_2$ , и каждый из них передает мощность  $P/2$ .

Требуется:

- 1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным  $P$  и  $n$ ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов  $M_{кр}$ ;
- 3) определить окружные усилия  $t_1$  и  $t_2$ , действующие на шкивы, по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов  $D_1$  и  $D_2$ ;
- 4) определить усилия давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям;
- 5) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);
- 6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил  $M_{гор}$  и от вертикальных сил  $M_{верт}$ ;
- 7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой  $M_{изг} = \sqrt{M_{гор}^2 + M_{верт}^2}$ ;
- 8) (для каждого поперечного сечения вала имеется своя плоскость действия суммарного изгибающего момента, но для круглого сечения можно совместить плоскости  $M_{изг}$  всех поперечных сечений и построить суммарную эпюру в плоскости чертежа; при построении эпюры надо учесть, что для некоторых участков вала она не будет прямолинейной);
- 9) по третьей теории прочности подобрать диаметр вала при  $[\sigma] = 70$  МПа, округляя его до большего значения из стандартного ряда;

Схемы вала приведены на рис. 1, индивидуальный вариант схемы выбирается по последней цифре зачётной книжки. Числовые данные приведены в табл. 1, индивидуальный вариант выбирается по предпоследней цифре зачётной книжки.

№ вариант а	Мощность $P$ , кВт	Число оборотов, $n$ , об/мин	Угол наклона, $\alpha_1$ , град	Угол наклона, $\alpha_2$ , град	Размер, м				
					$a$	$b$	$c$	$D_1$	$D_2$
1	10	1000	10	80	1,0	1,9	1,8	1,7	0,6
2	20	900	70	20	1,2	1,7	1,8	1,6	0,7
3	30	800	30	60	1,1	1,8	1,9	1,5	0,8
4	40	700	50	40	1,3	1,6	1,5	1,4	0,9
5	50	600	40	50	1,4	1,5	1,7	1,3	1,0
6	60	500	60	30	1,5	1,4	1,6	1,2	0,9
7	70	400	20	70	1,6	1,3	1,5	1,1	0,8
8	80	300	80	10	1,7	1,2	1,4	1,0	0,7
9	90	200	90	10	1,8	1,1	1,3	0,9	0,6
10	100	100	10	70	1,9	1,0	1,2	0,8	0,5



## Пример расчета вала на изгиб с кручением

Расчётная схема вала ременной передачи, показана на рис. 2, произвести расчёт по условию предыдущего задания.

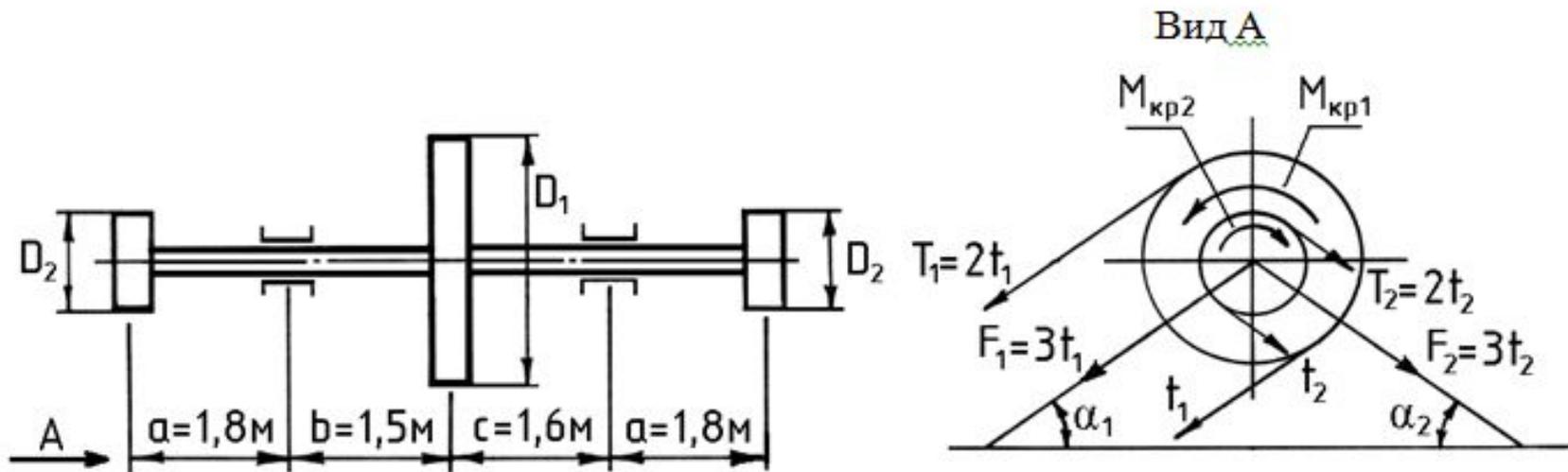


Рис. 2. Расчётная схема

Шкив с диаметром  $D_1$  и с углом наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_1$  делает  $n$  оборотов в минуту и передает мощность  $P$  кВт. Два других шкива имеют одинаковый диаметр  $D_2$  и одинаковые углы наклона ветвей ремня к горизонту  $\alpha_2$ , и каждый из них передает мощность  $P/2$ .

Требуется:

- 1) определить моменты, приложенные к шкивам, по заданным  $P$  и  $n$ ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов  $M_{кр}$ ;
- 3) определить окружные усилия  $t_1$  и  $t_2$ , действующие на шкивы, по найденным моментам и заданным диаметрам шкивов  $D_1$  и  $D_2$ ;
- 4) определить усилия давления на вал, принимая их равными трем окружным усилиям;
- 5) определить силы, изгибающие вал в горизонтальной и вертикальной плоскостях (вес шкивов и вала не учитывать);
- 6) построить эпюры изгибающих моментов от горизонтальных сил  $M_{гор}$  и от вертикальных сил  $M_{верт}$ ;
- 7) построить эпюру суммарных изгибающих моментов, пользуясь формулой
$$M_{изг} = \sqrt{M_{гор}^2 + M_{верт}^2}$$
- 8) (для каждого поперечного сечения вала имеется своя плоскость действия суммарного изгибающего момента, но для круглого сечения можно совместить плоскости  $M_{изг}$  всех поперечных сечений и построить суммарную эпюру в плоскости чертежа; при построении эпюры надо учесть, что для некоторых участков вала она не будет прямолинейной);
- 9) по третьей теории прочности подобрать диаметр вала при  $[\sigma] = 70$  МПа, округляя его до большего значения из стандартного ряда;

Исходные данные:  $P = 50$  кВт;  $n = 600$  об/мин;  $D_1 = 1,5$  м;  $D_2 = 0,6$  м;  $\alpha_1 = 50^\circ$ ;  $\alpha_2 = 60^\circ$ ;  $a = 1,8$  м;  $b = 1,5$  м;  $c = 1,6$  м;  $[\sigma] = 70$  МПа.

Решение:

1) Определяем крутящие моменты, приложенные к шкивам:

$$M_{кр1} = \frac{P}{\omega} = \frac{30P}{\pi n} = \frac{30 \cdot 50 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 600} = 795,8 \text{ Н} \cdot \text{м} \approx 0,796 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

где  $\omega = \pi n / 30$  – угловая скорость вращения вала.

Учитывая, что шкивы меньшего диаметра передаётся мощность  $P/2$ , получим:

$$M_{кр2} = \frac{M_{кр1}}{2} = 0,398 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

2) По полученным значениям строим эпюру  $M_{кр}$  (рис. 7.14).

На первом участке:  $M_{кр1} = 0,398$  кН·м;

на втором участке:  $M_{кр2} = -0,796 + 0,398 = -0,398$  кН·м.

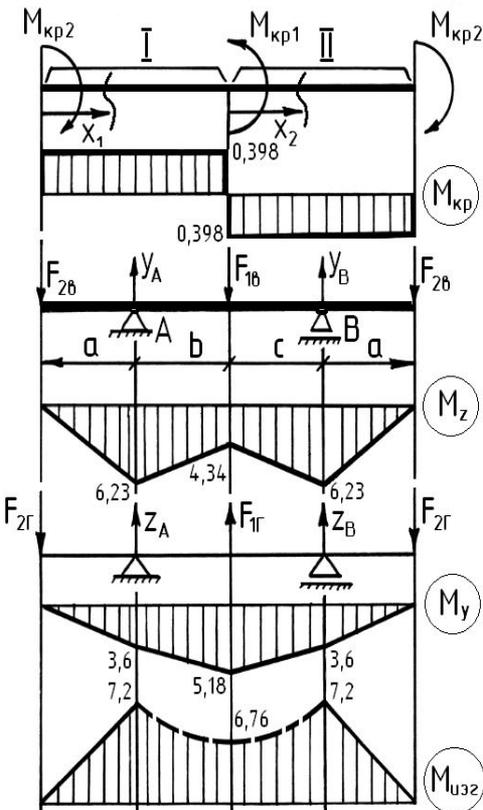


Рис. 7.14. Эпюры моментов

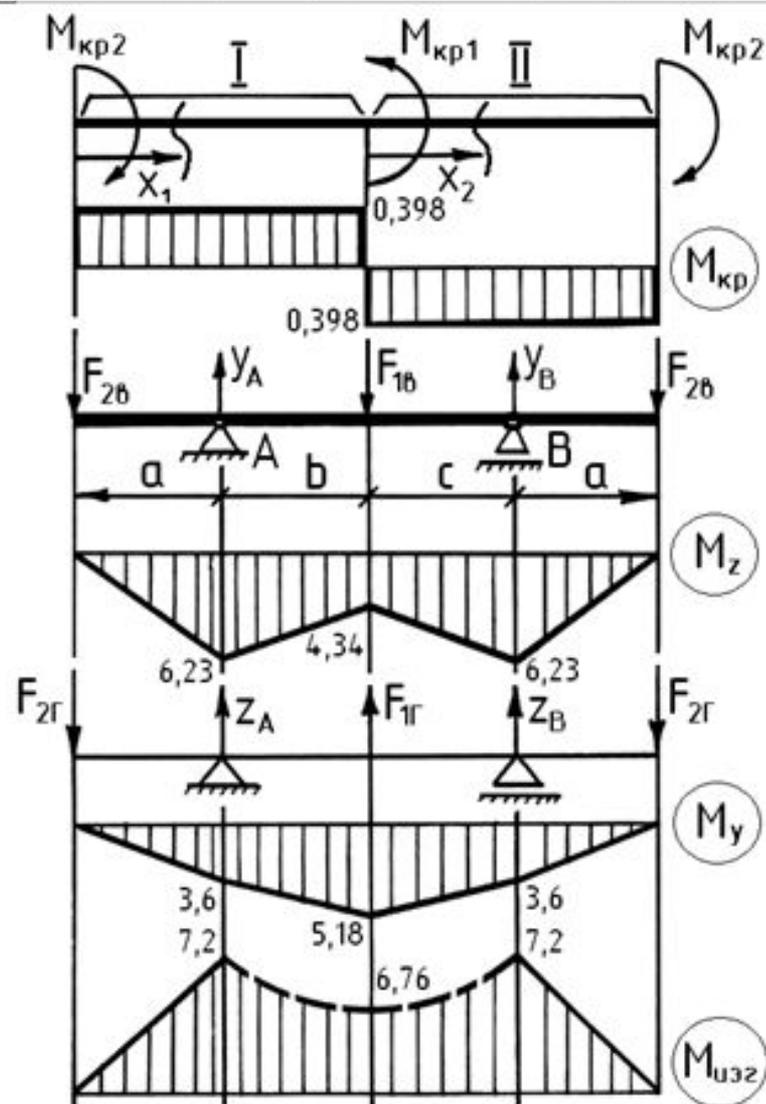


Рис. 7.14. Эпюры моментов

3) Определяем окружные усилия, действующие на шкивы, из соотношения:

$$M_{кр} = t \frac{D}{2}.$$

Получим:

$$t_1 = \frac{2M_{кр1}}{D_1} = \frac{2 \cdot 0,796}{1,5} = 1,06 \text{ кН};$$

$$t_2 = \frac{2M_{кр2}}{D_2} = \frac{2 \cdot 0,398}{0,6} = 1,33 \text{ кН}.$$

4) Определяем усилия давления на вал в местах установки шкивов:

$$F_1 = 3t_1 = 3 \cdot 1,06 = 3,18 \text{ кН};$$

$$F_2 = 3t_2 = 3 \cdot 1,33 = 3,99 \text{ кН}.$$

5) Определяем проекции полученных сил на горизонтальную и вертикальную плоскости:

$$F_{1в} = F_1 \sin \alpha_1 = 3,18 \sin 50^\circ = 2,44 \text{ кН};$$

$$F_{1г} = F_1 \cos \alpha_1 = 3,18 \cos 50^\circ = 2,04 \text{ кН};$$

$$F_{2в} = F_2 \sin \alpha_2 = 3,99 \sin 60^\circ = 3,46 \text{ кН};$$

Определяем реакции опор в вертикальной плоскости:

$$\sum M_A = 0: y_B(b+c) + F_{2B}a - F_{2B}(b+c+a) - F_{1B}b = 0;$$

$$y_B = \frac{F_{2B}(b+c) + F_{1B}b}{b+c} = \frac{3,46 \cdot 3,1 + 2,44 \cdot 1,5}{3,1} = 4,64 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0: F_{2B}(a+b+c) - F_{2B}a + F_{1B}c - y_A(b+c) = 0;$$

$$y_A = \frac{F_{2B}(b+c) + F_{1B}c}{b+c} = \frac{3,46 \cdot 3,1 + 2,44 \cdot 1,6}{3,1} = 4,72 \text{ кН.}$$

Проверка:  $\sum Y = 0$ :

$$y_A + y_B - F_{2B} - F_{2B} - F_{1B} = 4,72 + 4,64 - 3,46 - 3,46 - 2,44 = 9,36 - 9,36 = 0.$$

В горизонтальной плоскости:

$$\sum M_A = 0: z_B(b+c) + F_{1r}b + F_{2r}a - F_{2r}(a+b+c) = 0;$$

$$z_B = \frac{F_{2r}(b+c) - F_{1r}b}{b+c} = \frac{2 \cdot 3,1 - 2,04 \cdot 1,5}{3,1} = 1,01 \text{ кН;}$$

$$\sum M_B = 0: -z_A(b+c) - F_{1r}c - F_{2r}a + F_{2r}(a+b+c) = 0;$$

$$z_A = \frac{F_{2r}(b+c) - F_{1r}c}{b+c} = \frac{2 \cdot 3,1 - 2,04 \cdot 1,6}{3,1} = 0,95 \text{ кН;}$$

Проверка правильности определения реакций опор:

$$\sum Z = 0: 1,01 + 0,95 + 2,04 - 2 \cdot 2 = 0.$$

6. Построение эпюр изгибающих моментов в вертикальной  $M_z$  и горизонтальной  $M_y$  плоскостях.

Определяем моменты в характерных сечениях ( $A, B, C$ ).

В вертикальной плоскости:

$$M_z^A = M_z^B = F_{2B} = 3,46 \cdot 1,8 = 6,23 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_z^C = F_{2B}(a+b) - y_a b = 3,46 \cdot 3,3 - 4,72 \cdot 1,5 = 4,34 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

В горизонтальной плоскости:

$$M_y^A = M_y^B = F_{2Г} a = 2 \cdot 1,8 = 3,6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_y^C = F_{2Г}(a+b) - z_A b = 2 \cdot 3,3 - 0,95 \cdot 1,5 = 5,18 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7. Для построения эпюры суммарных изгибающих моментов  $M_{изг}$  вычисляем  $M_{изг}$  в характерных сечениях:

$$M_{изг}^A = M_{изг}^B = \sqrt{(M_z^A)^2 + (M_y^A)^2} = \sqrt{6,23^2 + 3,6^2} = 7,2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{изг}^C = \sqrt{4,34^2 + 5,18^2} = 6,76 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

На участках  $AC, CB$  эпюра – криволинейная, но точный вид линии в расчёте не важен, так как максимальные значения моментов будут в характерных сечениях.

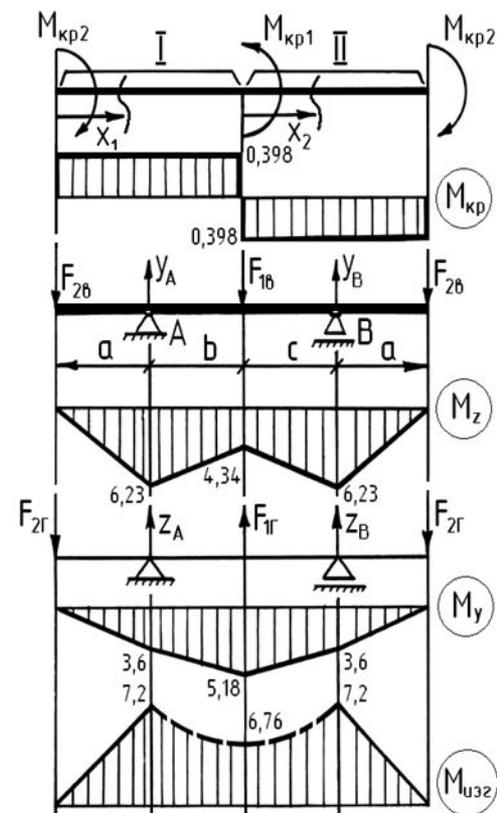


Рис. 7.14. Эпюры моментов

8. Опасными сечениями (равноопасными в данном случае) являются сечения  $A$  и  $B$ , в которых  $M_{\text{изг}} = 7,2 \text{ кН}\cdot\text{м}$ ,  $M_{\text{кр}} = 0,398 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

В опасной точке возникает плоское напряжённое состояние (рис. 7.15). Расчёт на прочность проводим по III-й теории прочности. Условие прочности по III-й теории:

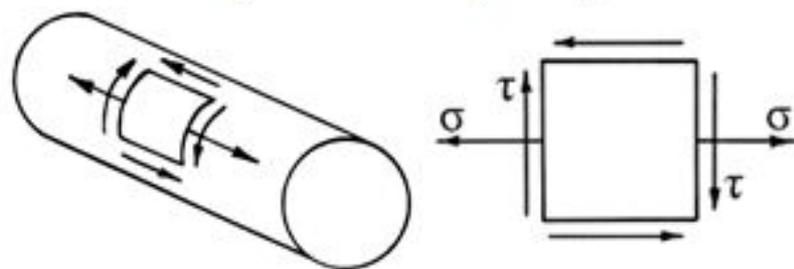


Рис. 7.15. Напряжённое состояние в опасной точке

$$\sigma_{\text{экв. III}} = \frac{M_{\text{экв. III}}}{W} \leq [\sigma],$$

где момент сопротивления поперечного сечения изгибу

$$W = \frac{\pi d^3}{32};$$

$$M_{\text{экв. III}} = \sqrt{M_{\text{изг}}^2 + M_{\text{кр}}^2} = \sqrt{7,2^2 + 0,398^2} = 7,21 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Определяем диаметр поперечного сечения из условия прочности:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{\text{экв. III}}}{\pi \sigma}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 7,21 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 70}} = 102 \text{ мм}.$$

Округляем значение диаметра вала до стандартного ряда в большую сторону и окончательно принимаем  $d = 120 \text{ мм}$ .