



Последние цифры степеней

Выполнила:
Ученица 7 «А» КГУ ОШ №32

Рванова Ксения
Руководитель:
Жигайлова Алла Борисовна

Последние цифры степеней

- Найти последнюю цифру суммы

$$1981^{1989} + 1982^{1989} + \dots + 1989^{1989}$$

- **Гипотеза:** Можно ли сказать какой будет последняя цифра у любой степени?

Последние цифры степеней

- **Цель работы:** построить алгоритм нахождения последней цифры числа.
- **Задачи:**
 - изучить литературу по данной теме;
 - построить таблицу последних цифр различных степеней;
 - выявить закономерность изменения последней цифры степени натурального числа;
 - применить данные закономерности при решении задач.
- **Метод исследования:** аналитический, системно-поисковый, практический.

Последние цифры степеней

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
n^2	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0
n^3	1	8	7	4	5	6	3	2	9	0
n^4	1	6	1	6	5	6	1	6	1	0
n^5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
n^6	1	4	9	6	5	6	9	4	1	0

Последние цифры степеней

- Во-первых, квадрат натурального числа может оканчиваться любой цифрой;
- Во-вторых, куб натурального числа может оканчиваться любой цифрой;
- В-третьих, четвертая степень натурального числа может оканчиваться одной из цифр: 0, 1, 5, 6;
- В-четвертых, пятая степень натурального числа оканчивается той же цифрой, что и само число;
- В-пятых, если запись натурального числа оканчивается на 1, на 5, на 6, то любая степень этого числа оканчивается соответственно на 1, на 5, на 6;
- В-шестых, нечетные степени числа 4 оканчиваются цифрой 4, а четные - цифрой 6.

Алгоритм нахождения последней цифры степени по остатку от деления её показателя на 4

- если остаток равен 0, то для всех нечетных оснований, кроме чисел, оканчивающихся на 5, искомая цифра равна 1, а для четных, искомая цифра равна 6.
- если остаток равен 1, то последняя цифра будет равна последней цифре основания степени
- если остаток равен 2, то последняя цифра будет равна квадрату последней цифре в записи основания степени
- если остаток равен 3, то последняя цифра будет равна кубу последней цифре в записи основания степени.

Какой цифрой оканчивается
число $11^{11} + 12^{12} + 13^{13}$?

- $11:4=2$ (остаток 3).

Следовательно, последняя цифра первого слагаемого - 1.

- $12:4=3$ (остаток 0).

Следовательно, последняя цифра второго слагаемого - 6.

- $13:4=3$ (остаток 1).

Следовательно, последняя цифра третьего слагаемого - 3.

- Получаем, $1+6+3=10$. Итак, последняя цифра числа – 0.

Доказать, что число $13^{2016} + 14^{2016} + 15^{2016}$ не делится нацело на 15.

- $2016:4=504$ (остаток 0).
- Тогда, первое слагаемое оканчивается цифрой 1, второе слагаемое оканчивается цифрой 6, третье слагаемое оканчивается цифрой 5.
- Получаем $1+6+5=12$.
- Следовательно, число оканчивается цифрой 2.

Найдите последнюю цифру суммы

$$1981^{1989} + 1982^{1989} + \dots + 1989^{1989}$$

- $1989:4=499$ (остаток 3).
- Тогда слагаемые оканчиваются цифрами 1,8,7,4,5,6,3,2,9.
- Получаем: $1+8+7+4+5+6+3+2+9=45$.
Следовательно, сумма оканчивается оканчивается цифрой 5

Последние цифры степеней

- Результат моего исследования:
выявлены закономерности
изменения последней цифры
степени натурального числа.

Последние цифры степеней

■ Литература

- Н.Х. Агаханов, Л.П.Купцов и др. Математические олимпиады школьников. – М.: Просвещение, 1997
- Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ - М.: Просвещение, 2013
- Р.И.Довбыш, Л.Л.Потемкина Математические олимпиады: 906 самых интересных задач – Ростов н/Д: Феникс: издательский центр «Кредо», 2006
- <http://portfolio.1september.ru>
- http://mat.1september.ru/view_article.phpID=201000202

- 
- ***Спасибо за внимание!***