

Выполнила:

Ученица 7 «А» КГУ ОШ №32

Рванова Ксения Руководитель: Жигайлова Алла Борисовна

Найти последнюю цифру суммы

$$1981^{1989} + 1982^{1989} + ... + 1989^{1989}$$

Гипотеза: Можно ли сказать какой будет последняя цифра у любой степени?

- Цель работы: построить алгоритм нахождения последней цифры числа.
- Задачи:
- изучить литературу по данной теме;
- построить таблицу последних цифр различных степеней;
- выявить закономерность изменения последней цифры степени натурального числа;
- применить данные закономерности при решении задач.
- Метод исследования: аналитический, системно-поисковый, практический.

| n              | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| n <sup>2</sup> | 1 | 4 | 9 | 6 | 5 | 6 | 9 | 4 | 1 | 0 |
| n <sup>3</sup> | 1 | 8 | 7 | 4 | 5 | 6 | 3 | 2 | 9 | 0 |
| n <sup>4</sup> | 1 | 6 | 1 | 6 | 5 | 6 | 1 | 6 | 1 | 0 |
| n <sup>5</sup> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 |
| $n^6$          | 1 | 4 | 9 | 6 | 5 | 6 | 9 | 4 | 1 | 0 |

- Во-первых, квадрат натурального числа может оканчиваться любой цифрой;
- Во-вторых, куб натурального числа может оканчиваться любой цифрой;
- В-третьих, четвертая степень натурального числа может оканчиваться одной из цифр: 0, 1, 5, 6;
- В-четвертых, пятая степень натурального числа оканчивается той же цифрой, что и само число;
- В-пятых, если запись натурального числа оканчивается на 1, на 5, на 6, то любая степень этого числа оканчивается соответственно на 1, на 5, на 6;
- В-шестых, нечетные степени числа 4 оканчиваются цифрой 4, а четные - цифрой 6.

# Алгоритм нахождения последней цифры степени по остатку от деления её показателя на 4

- если остаток равен 0, то для всех нечетных оснований, кроме чисел, оканчивающихся на 5, искомая цифра равна 1, а для четных, искомая цифра равна 6.
- если остаток равен 1, то последняя цифра будет равна последней цифре основания степени
- если остаток равен 2, то последняя цифра будет равна квадрату последней цифре в записи основания степени
- если остаток равен 3, то последняя цифра будет равна кубу последней цифре в записи основания степени.

### ГКакой цифрой оканчивается число 11<sup>11</sup> +12<sup>12</sup> +13<sup>13</sup> ?

- 11:4=2 (остаток 3).
- Следовательно, последняя цифра первого слагаемого 1.
- 12:4=3 (остаток 0).
- Следовательно, последняя цифра второго слагаемого 6.
- 13:4=3 (остаток 1).
- Следовательно, последняя цифра третьего слагаемого 3.
- Получаем, 1+6+3=10. Итак, последняя цифрачисла 0.

Доказать, что число  $13^{2016} + 14^{2016} + 15^{2016}$  не делится нацело на 15.

- 2016:4=504 (остаток 0).
- Тогда, первое слагаемое оканчивается цифрой 1, второе слагаемое оканчивается цифрой 6, третье слагаемое оканчивается цифрой 5.
- Получаем 1+6+5=12.
- Следовательно, число оканчивается цифрой 2.

### Найдите последнюю цифру суммы $1981^{1989} + 1982^{1989} + ... + 1989^{1989}$

$$1981^{1989} + 1982^{1989} + ... + 1989^{1989}$$

- 1989:4=499 (остаток 3).
- Тогда слагаемые оканчиваются цифрами 1,8,7,4,5,6,3,2,9.
- Получаем: 1+8+7+4+5+6+3+2+9=45. Следовательно, сумма оканчивается оканчивается цифрой 5

Результат моего исследования: выявлены закономерности изменения последней цифры степени натурального числа.

#### Литература

- Н.Х. Агаханов, Л.П.Купцов и др. Математические олимпиады школьников. – М.: Просвещение, 1997
- Ш.А.Алимов, Ю.М.Колягин, Ю.В.Сидоров и др. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций/ М.: Просвещение, 2013
- Р.И.Довбыш, Л.Л.Потемкина Математические олимпиады: 906 самых интересных задач — Ростов н/Д: Феникс: издательский центр «Кредо», 2006
- http//portfolio.1september.ru
- http://mat.1september.ru/view\_article.phpID=201000202

### Спасибо за внимание!