

ФГБОУ ВО «Алтайский государственный технический  
университет» им. И.И. Ползунова

Модуль «Начертательная геометрия»

Тема 3

(тетрадь «6 тем»)

# КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ПЛОСКОСТИ

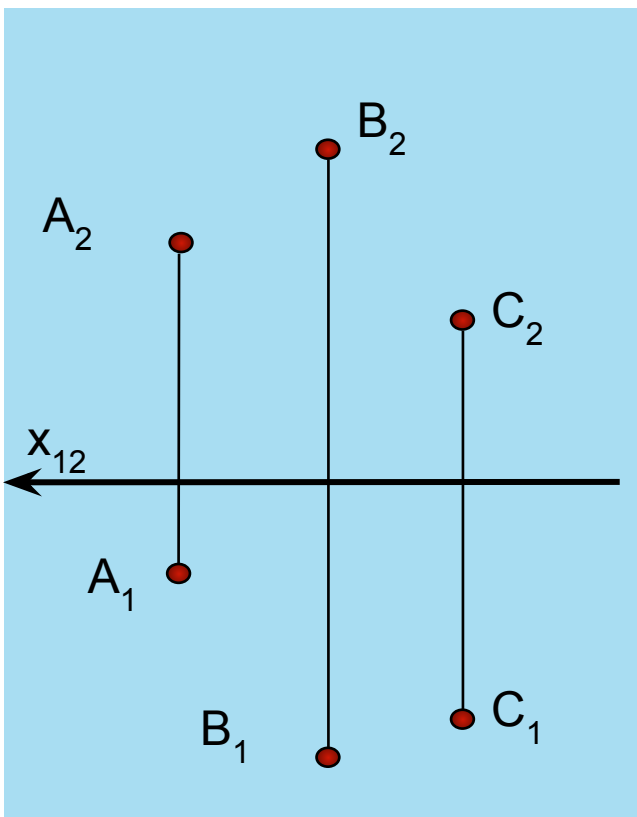
к.т.н., доцент Кошелева Е. А.

Барнаул  
2020

# способы задания плоскости

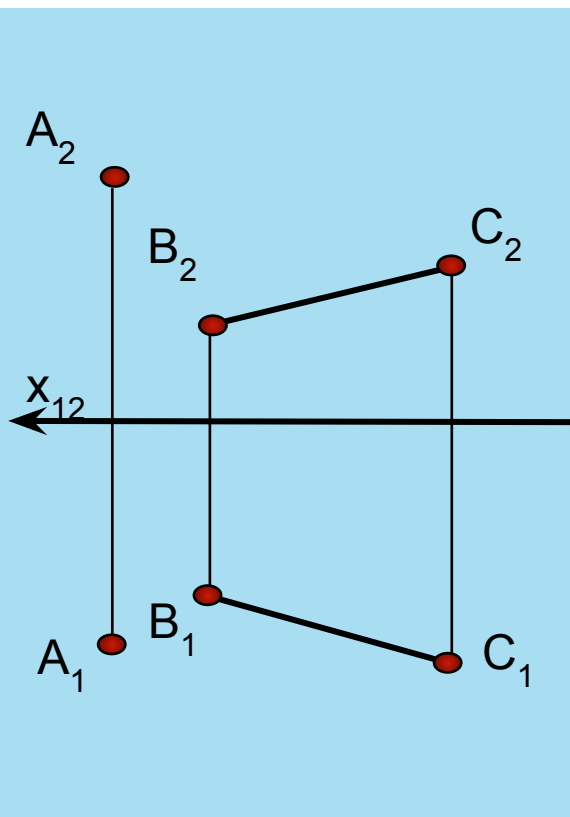
1. **Тремя точками**,  
не лежащими  
на одной прямой

$\Delta(A; B; C)$



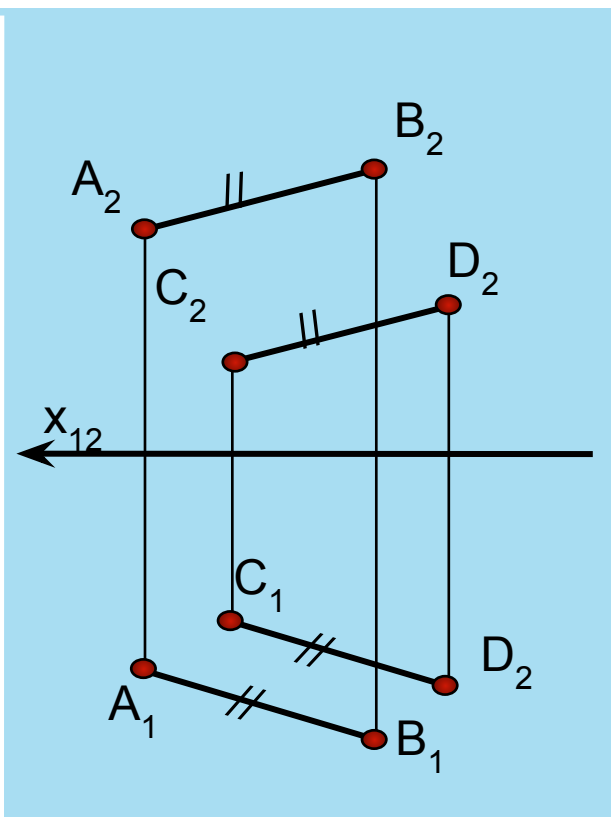
2. **Прямой и точкой**  
вне прямой

$\Delta(A; BC)$



3. **Параллельными**  
**прямыми**

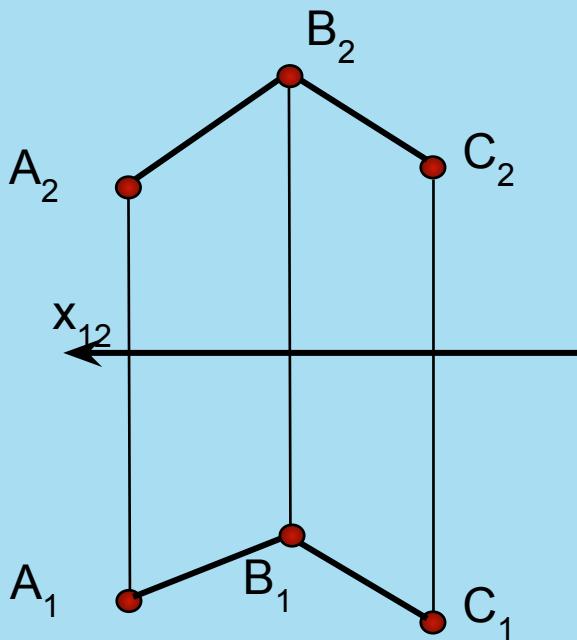
$\Delta(AB \parallel CD)$



# способы задания плоскости

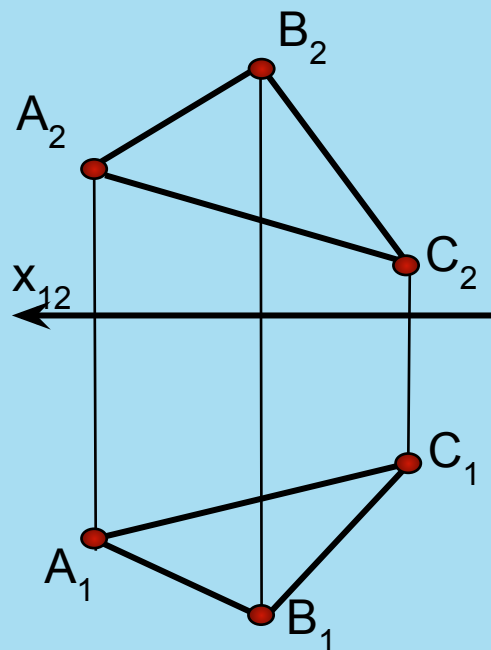
4. Пересекающимися  
прямыми

$\Delta$   
( $AB \cap BC$ )



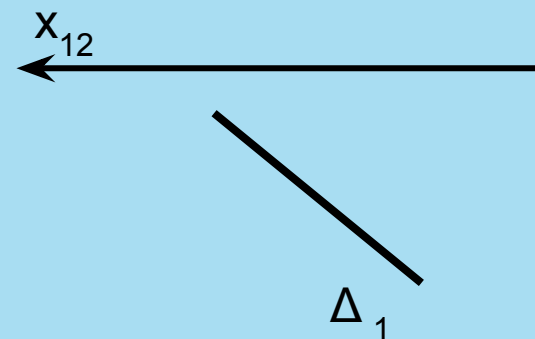
5. Плоской фигурой

$\Delta(\Delta ABC)$



6. Вырожденной  
проекцией – в виде  
прямой линии

$\Delta(\Delta_1)$



# положение плоскости относительно плоскостей проекций

## ПЛОСКОСТЬ

**ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ**

**ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ**

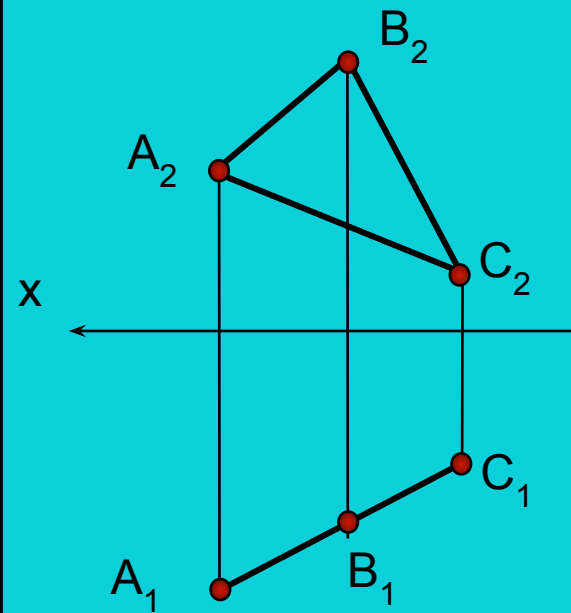
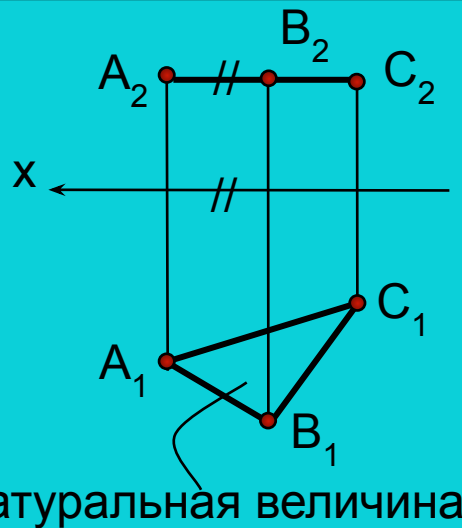
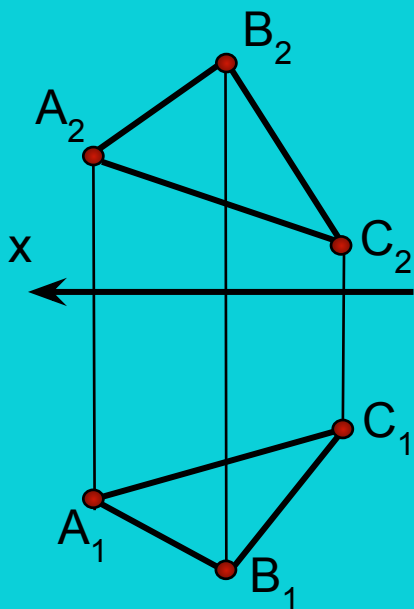
***НЕ ПАРАЛЛЕЛЬНА***  
***И НЕ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА***  
ни одной из плоскостей  
проекций

**УРОВНЯ**

**ПРОЕЦИРУЮЩАЯ**

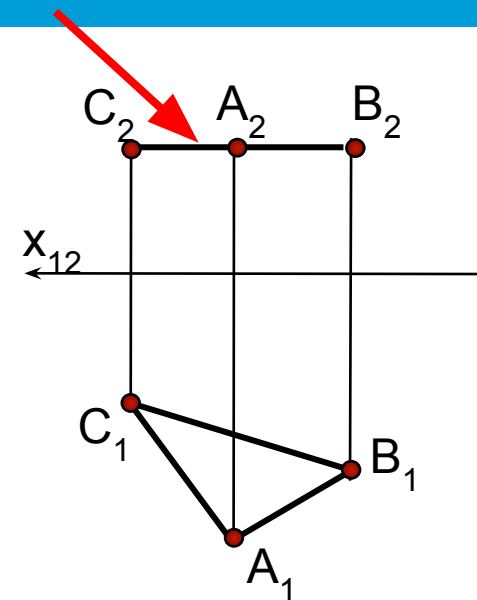
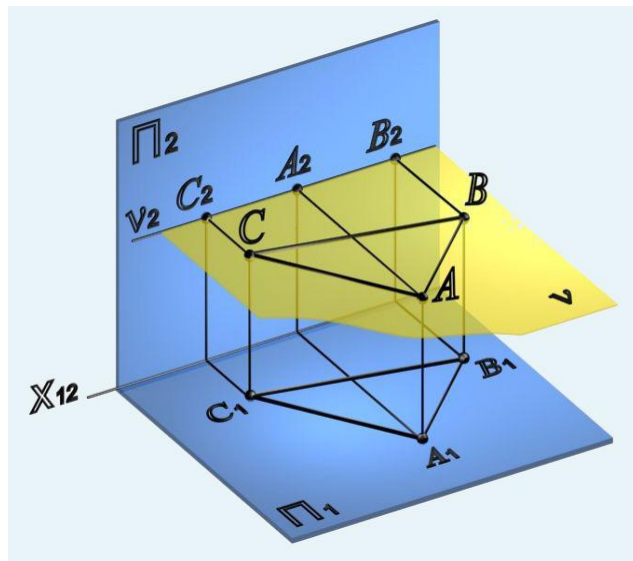
***ПАРАЛЛЕЛЬНА***  
одной из плоскостей  
проекций

***ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА***  
одной из плоскостей  
проекций



# вырожденная проекция плоскости

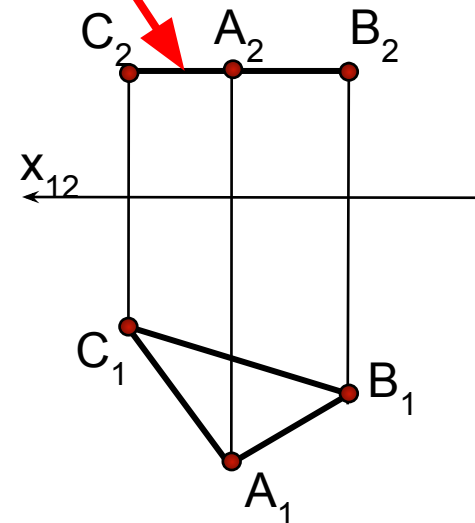
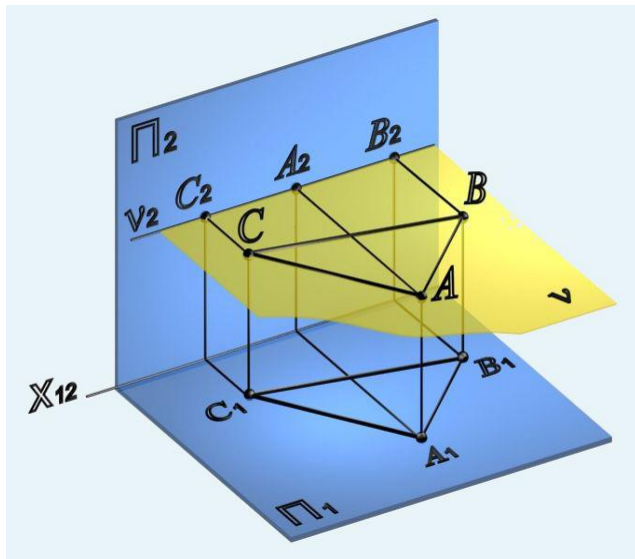
если плоскость перпендикулярна  
какой-либо плоскости проекций,  
то проекция плоскости на данную плоскость проекций  
есть прямая линия



вырожденная проекция плоскости в виде прямой  
линии присутствует на комплексном чертеже  
плоскостей частного положения

# вырожденная проекция плоскости

обладает собирательным свойством:  
любая точка принадлежащая плоскости,  
проецируется на эту проекцию (прямую)



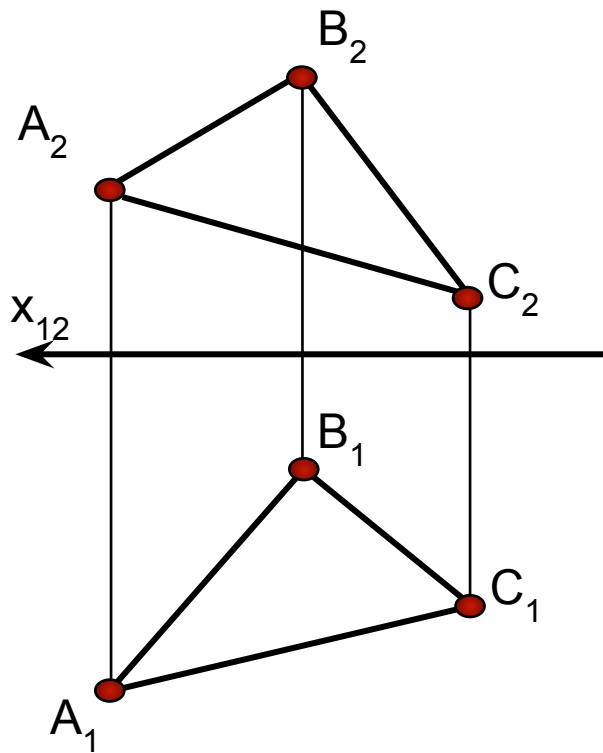
$$V(\square ABC) \square \Pi_1$$

$[C_2B_2]$  – вырожденная проекция  $V(\square ABC)$

# плоскость общего положения

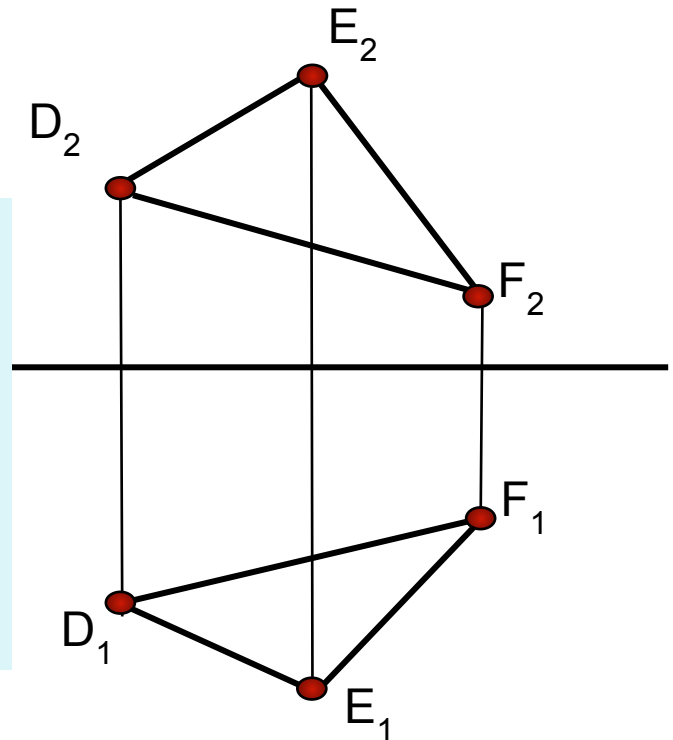
плоскость,  
не параллельная и не перпендикулярная  
ни одной из плоскостей проекций

**ВОСХОДЯЩАЯ**



**плоскости  
общего  
положения  
не имеют  
проекций  
в натуральную  
величину (НВ)**

**НИСХОДЯЩАЯ**

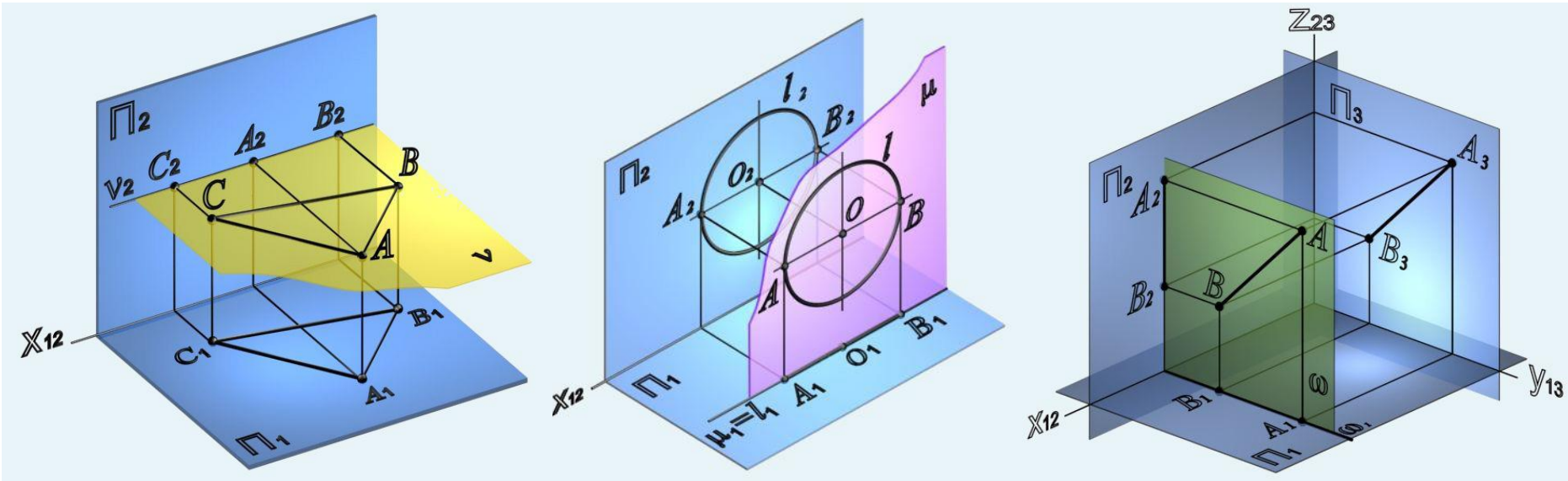


# ПЛОСКОСТИ ЧАСТНОГО ПОЛОЖЕНИЯ



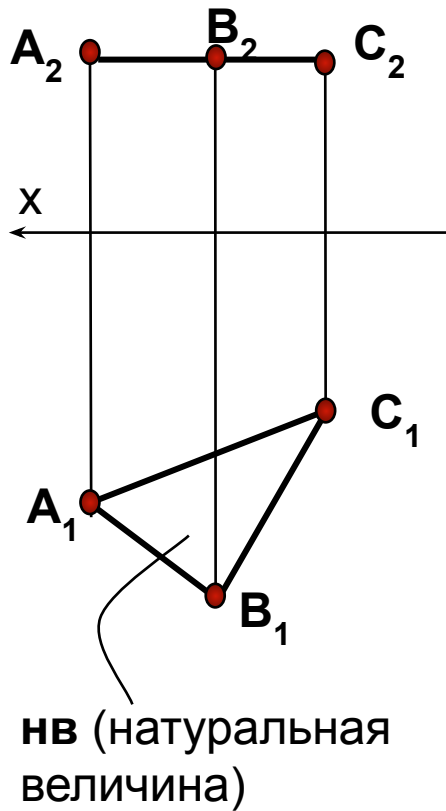
# плоскость уровня

плоскость, параллельная  
какой-либо плоскости проекций



плоскость уровня и плоскость проекций,  
которой она параллельна,  
имеют одинаковые названия (имена)

# горизонтальная плоскость уровня



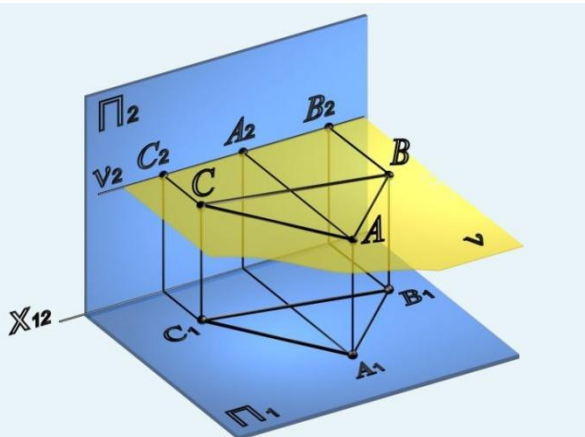
$$\alpha(\triangle ABC) // \Pi_1$$

все точки  
лежат на одной высоте  
(на одном расстоянии от  $\Pi_1$ ),  
т.е. у всех точек –  
координата  $Z = \text{const}$

горизонтальная проекция –  
в натуральную величину (НВ)  
(на  $\Pi_1$ )

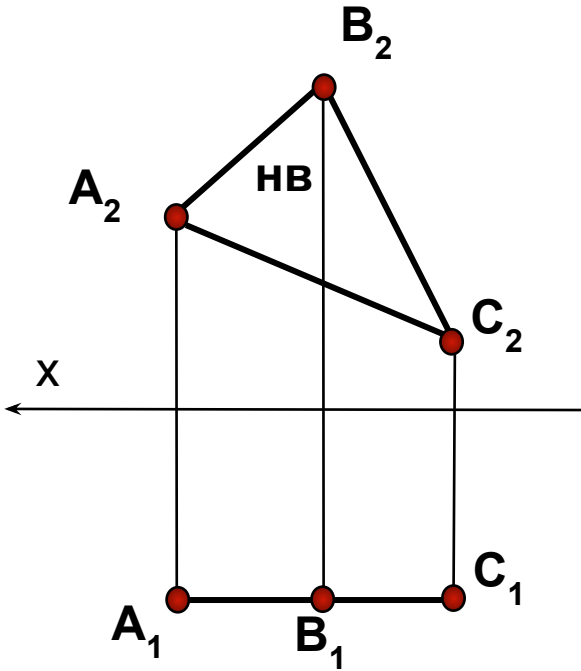
фронтальная проекция –  
в виде прямой, параллельной оси  $OX$   
(на  $\Pi_2$ )

профильная проекция –  
в виде прямой, параллельной оси  $OY$   
(на  $\Pi_3$ )



# фронтальная плоскость уровня

$$\beta(\triangle ABC) // \Pi_2$$

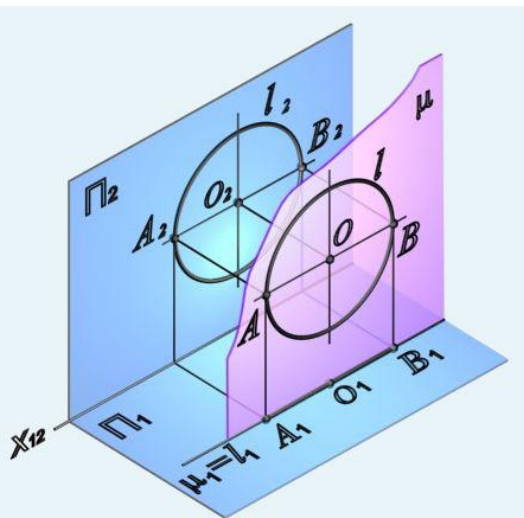


все точки  
на одном расстоянии от  $\Pi_2$ ,  
т.е. у всех точек –  
координата  $y = \text{const}$

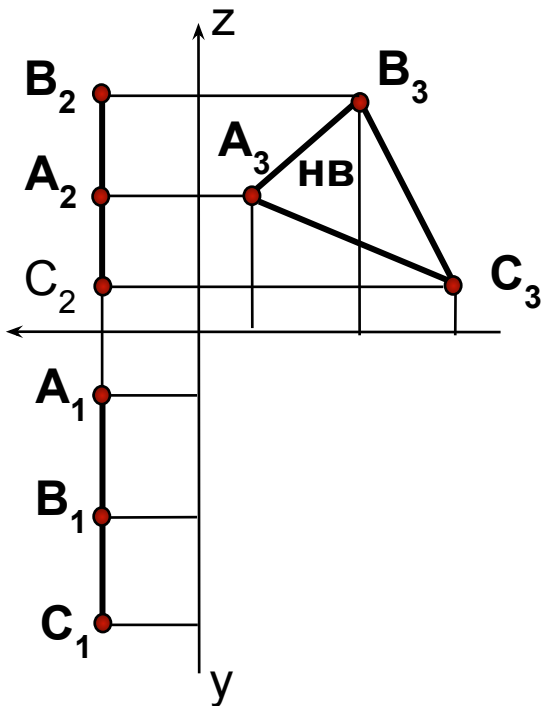
фронтальная проекция  
в натуральную величину (НВ)  
(на  $\Pi_2$ )

горизонтальная проекция –  
в виде прямой, параллельной оси  $OX$   
(на  $\Pi_1$ )

профильная проекция –  
в виде прямой, параллельной оси  $OZ$   
(на  $\Pi_3$ )



# профильная плоскость уровня



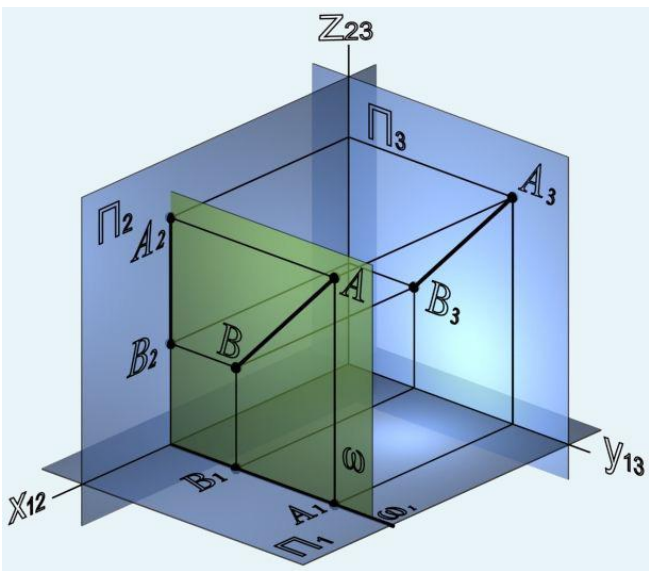
$$\gamma(\triangle ABC) \parallel \Pi_3$$

все точки  
на одном расстоянии от  $\Pi_3$ ,  
т.е. у всех точек –  
координата  $x = \text{const}$

профильная проекция  
в натуральную величину (НВ)  
(на  $\Pi_3$ )

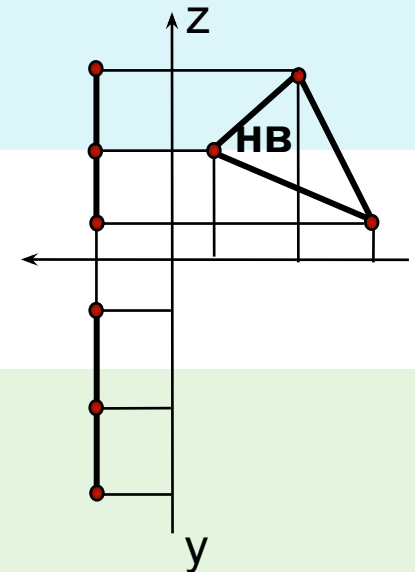
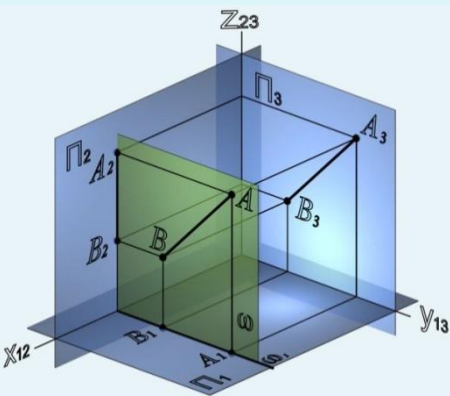
горизонтальная проекция –  
в виде прямой, параллельной оси  $OY$   
(на  $\Pi_1$ )

фронтальная проекция –  
в виде прямой, параллельной оси  $OZ$   
(на  $\Pi_2$ )



# особенности плоскости уровня

любая плоская фигура,  
расположенная в плоскости уровня,  
проецируется на параллельную ей плоскость проекций  
**в натуральную величину** –  
т. е. без искажения

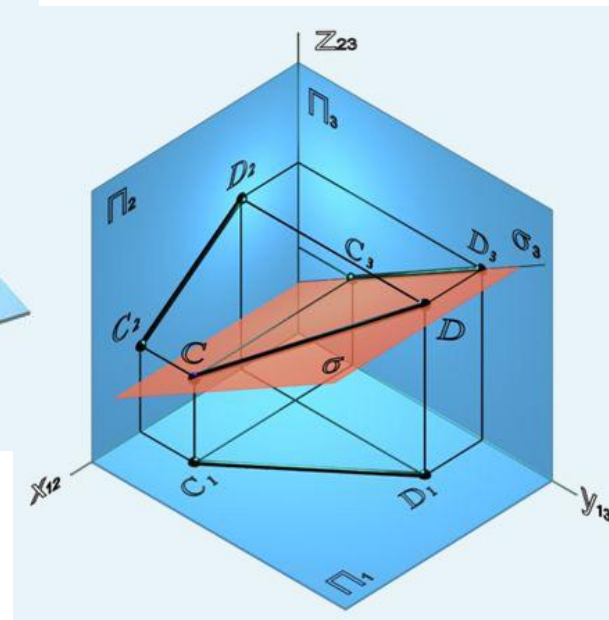
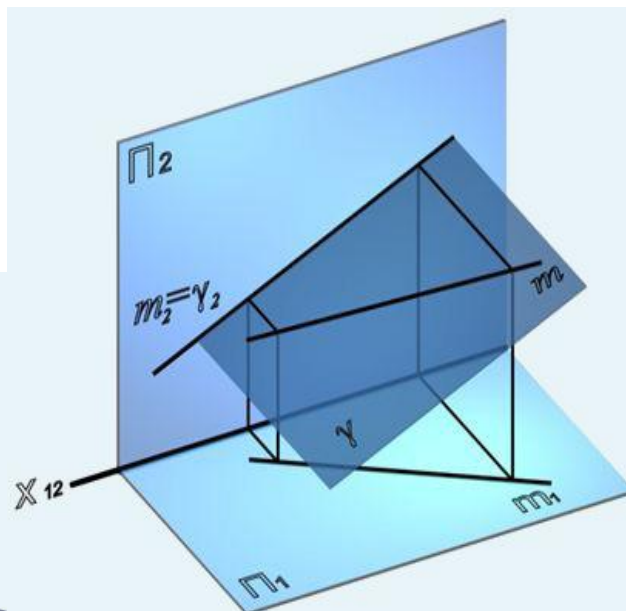
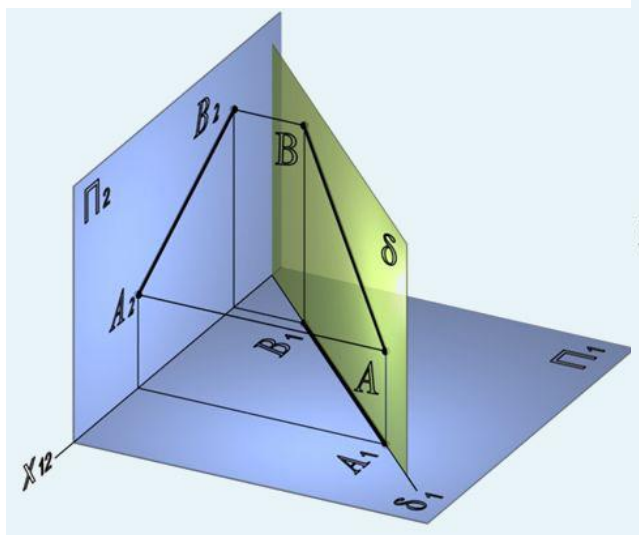


плоскость уровня имеет  
**две вырожденные проекции**  
**в виде прямых линий**

на плоскостях проекций, к которым она не параллельна,  
причем эти проекции (в виде прямых)  
параллельны координатным осям,  
ограничивающим одноименную плоскость проекций

# проецирующая плоскость

плоскость,  
перпендикулярная к какой-либо  
плоскости проекций

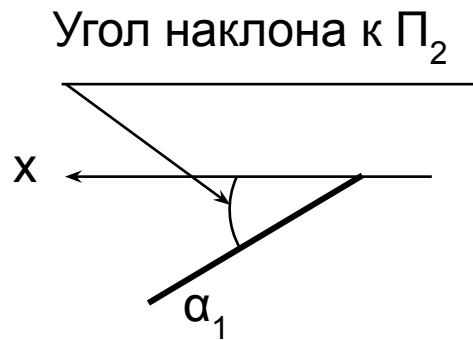
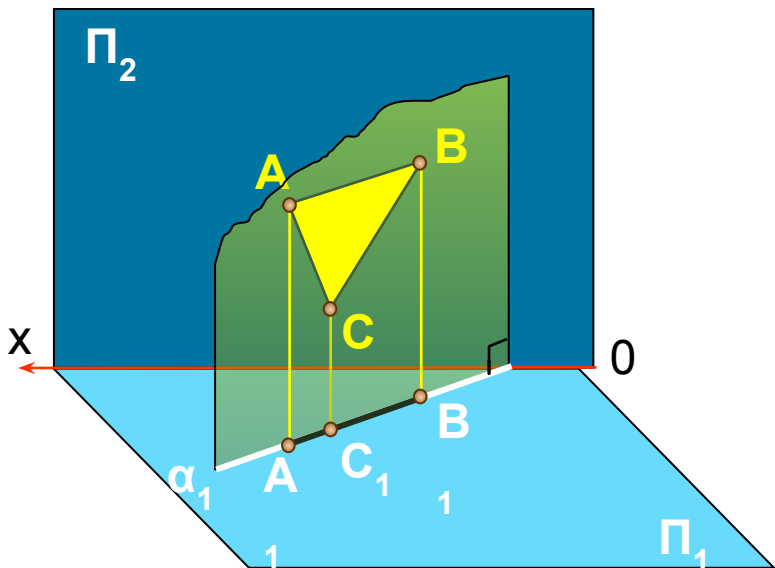
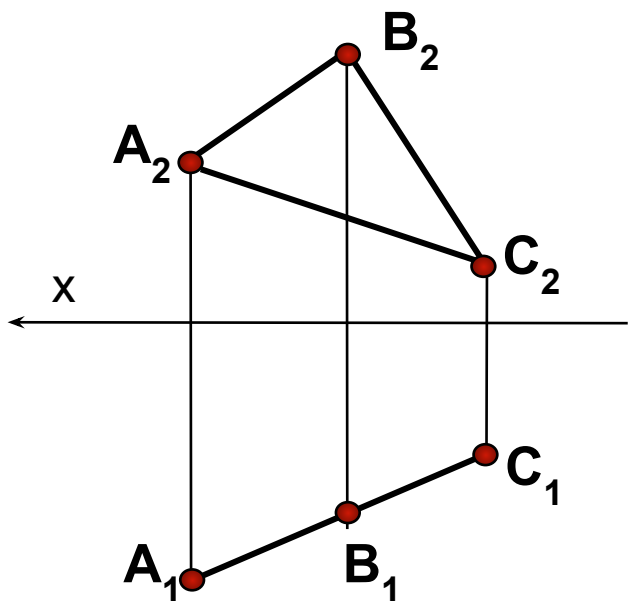


# горизонтально – проецирующая плоскость

$$\alpha(\Delta ABC) \perp \Pi$$

не имеет проекций  
в натуральную величину

горизонтальная проекция –  
в виде прямой,  
не параллельной осям  $OX$  и  $OY$

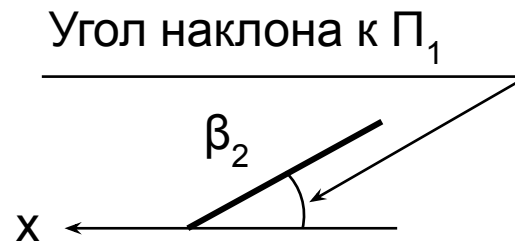
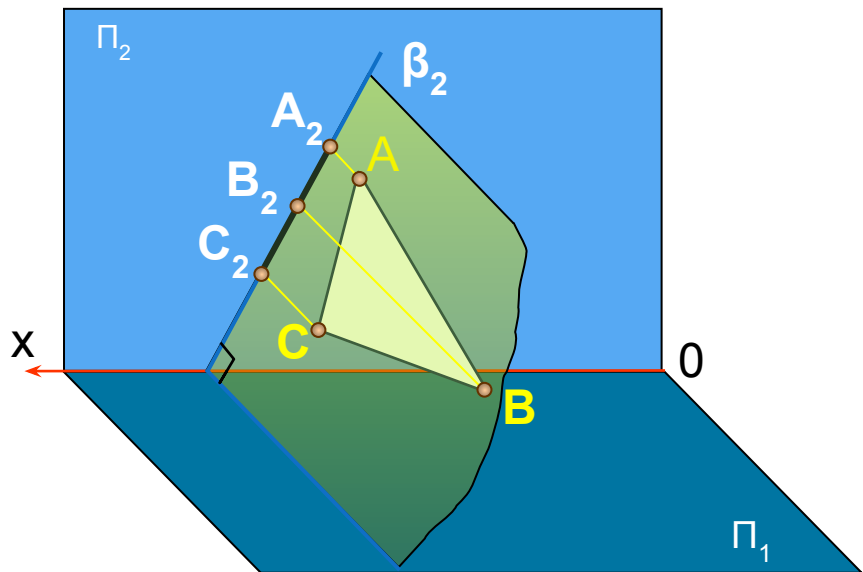
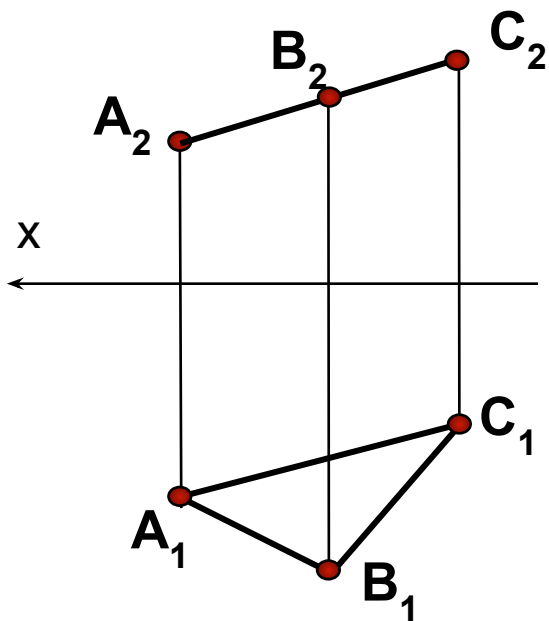


# фронтально – проецирующая плоскость

$$\beta(\triangle ABC) \perp \Pi_2$$

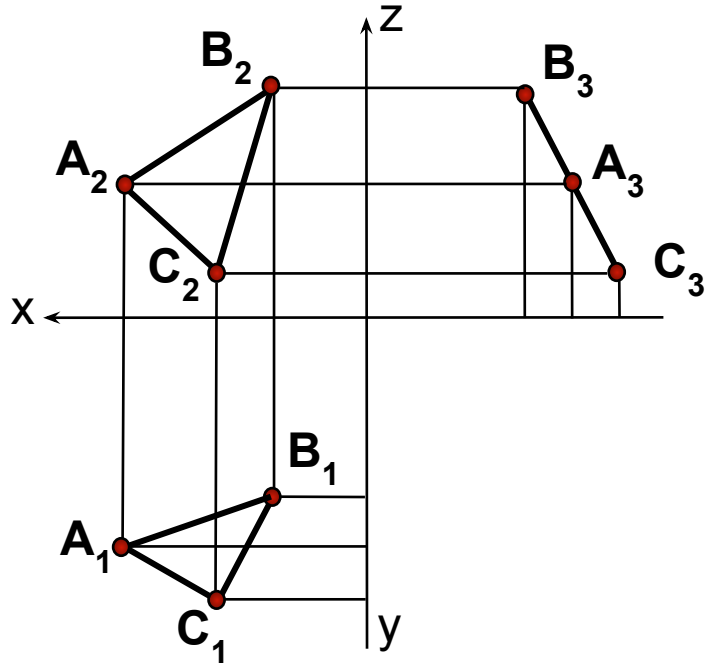
не имеет проекций  
в натуральную величину

фронтальная проекция –  
в виде прямой,  
не параллельной осям  $OX$  и  $OZ$





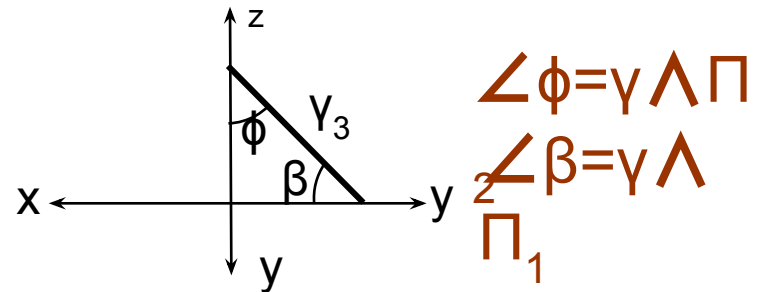
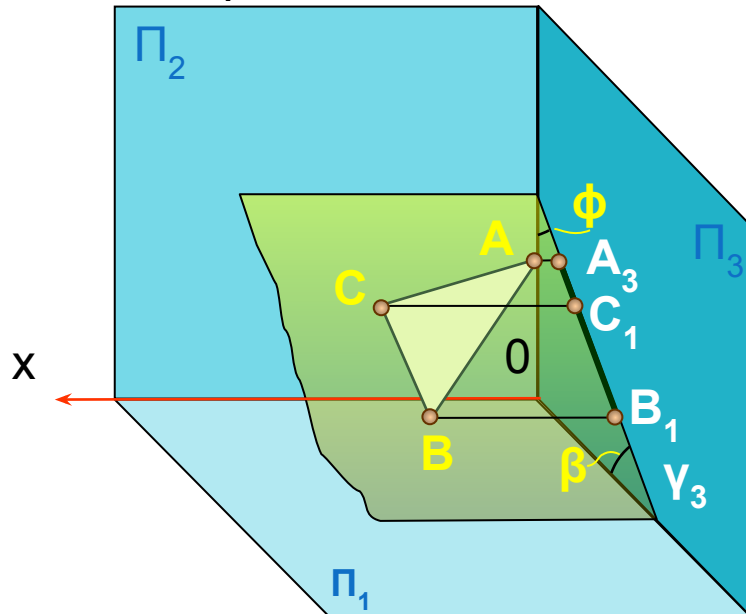
# профильно – проецирующая плоскость



$$\gamma(\triangle ABC) \perp \Pi_3$$

не имеет проекций  
в натуральную величину

профильная проекция –  
в виде прямой,  
не параллельной осям OY и OZ



# особенности проецирующей плоскости

не имеет проекций  
в натуральную величину

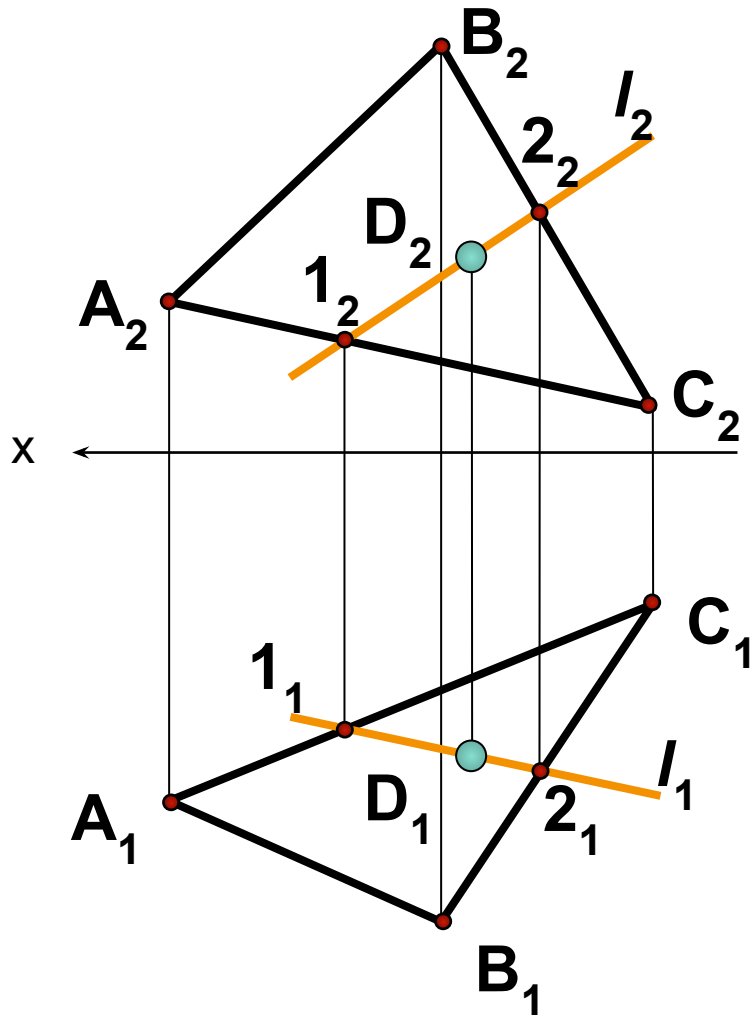
проецирующая плоскость имеет  
**одну вырожденную проекцию  
в виде прямой линий**

на плоскости проекций, к которой она перпендикулярна,  
причем эта проекция (в виде прямой)  
не параллельна координатным осям,  
ограничивающим одноименную плоскость проекций

углы наклона проецирующей плоскости  
к плоскостям проекций  
проецируются в натуральную величину  
на одноименной плоскости проекций

**ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ  
ТОЧКИ И ПРЯМОЙ  
ПЛОСКОСТИ**

# прямая и точка на плоскости

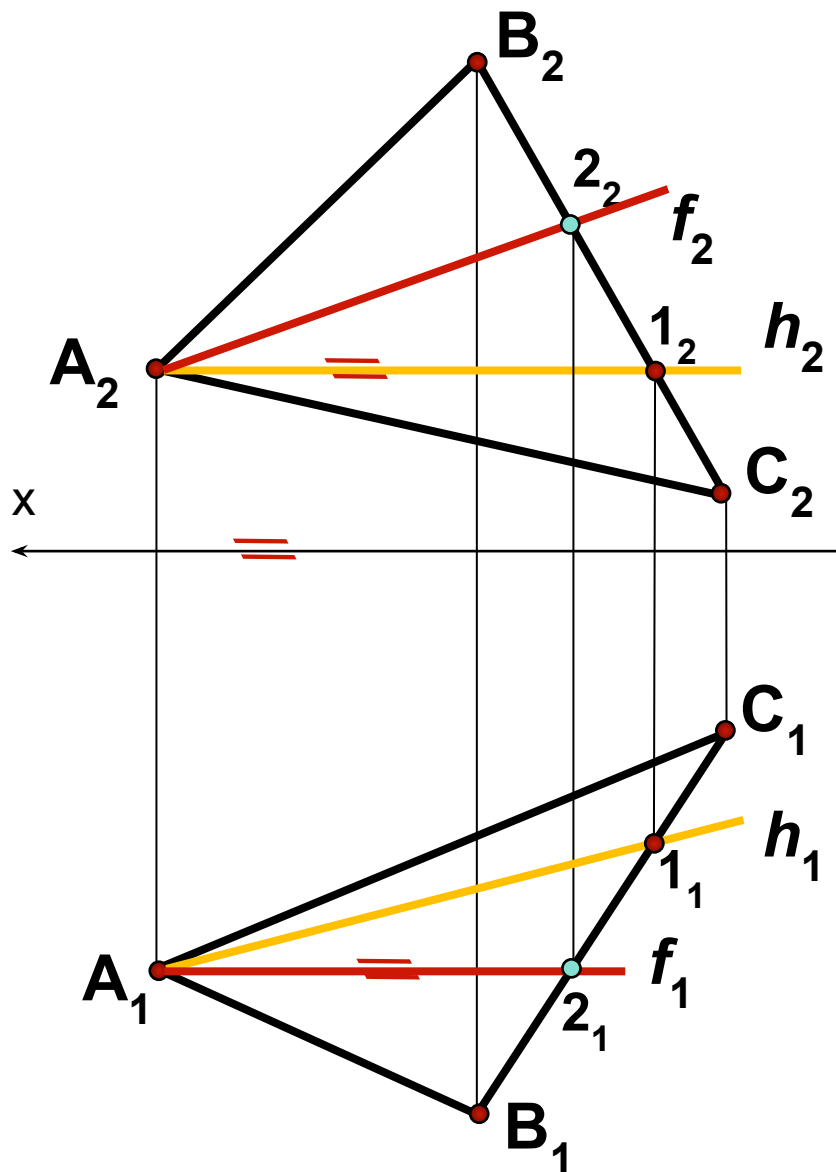


**прямая принадлежит  
плоскости,  
если она проходит  
через две точки,  
принадлежащие  
плоскости**

**точка лежит  
в плоскости,  
если она лежит  
на прямой,  
расположенной  
в данной плоскости**

# ГЛАВНЫЕ ЛИНИИ ПЛОСКОСТИ

# главные линии плоскости



**h** – горизонталь  
 $h \parallel \Pi_1; h \in ABC$

**f** – фронталь  
 $f \parallel \Pi_2; f \in ABC$

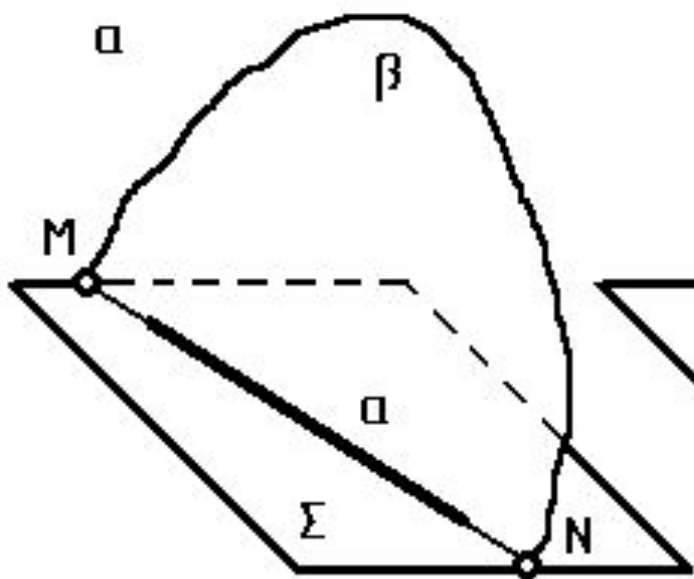
# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

# варианты взаимного расположения прямой и плоскости

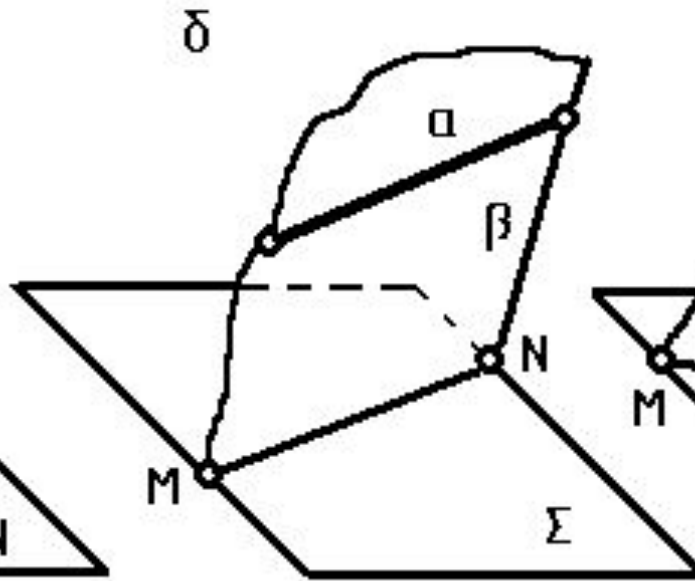
а. Прямая принадлежит плоскости

б. Прямая параллельна плоскости

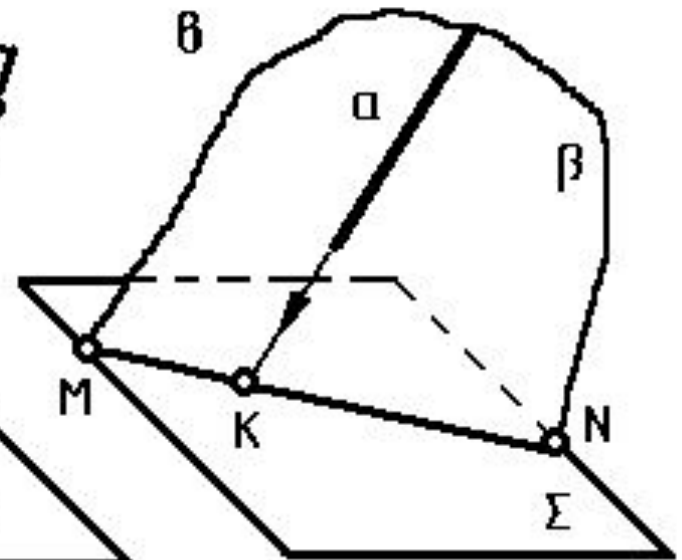
в. Прямая пересекает плоскость (частный случай –  
перпендикулярна плоскости)



$$\alpha = MN, \alpha \subset \Sigma$$



$$\alpha \parallel MN, \alpha \parallel \Sigma$$



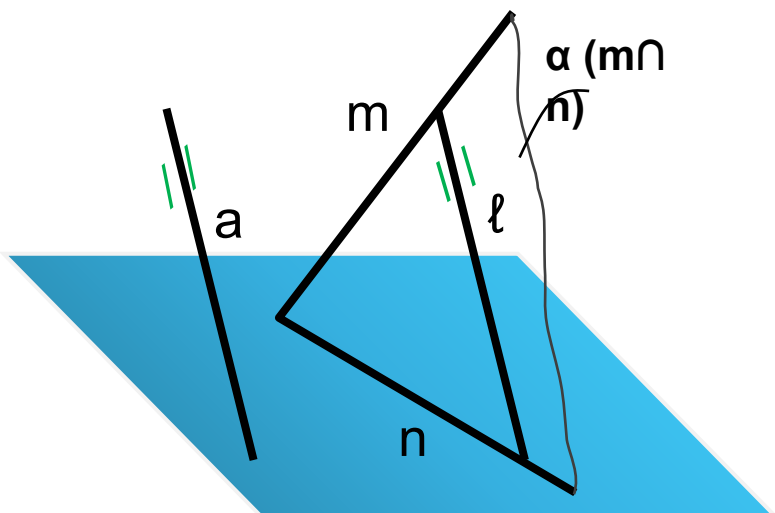
$$\alpha \cap MN, \alpha \cap \Sigma$$



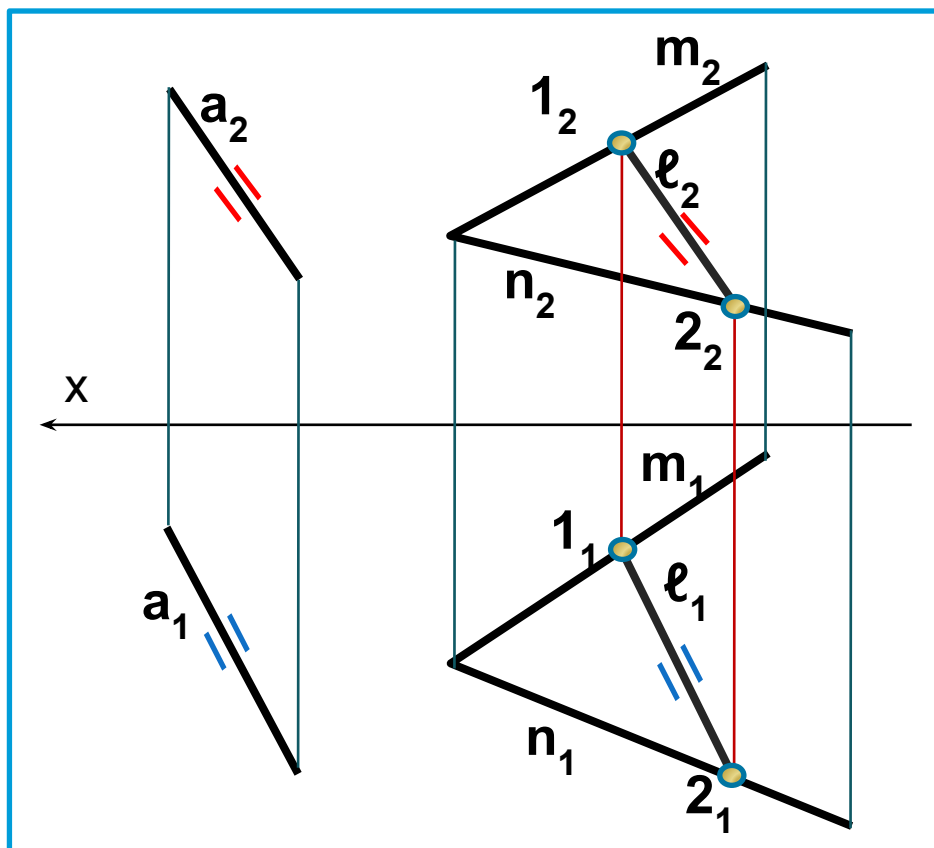
# условия параллельности прямой и плоскости

## 1 условие

**Прямая параллельна плоскости**, если она параллельна какой-либо прямой, принадлежащей плоскости



$$l \in \alpha(m \cap n); a \parallel l \Rightarrow a \parallel \alpha$$

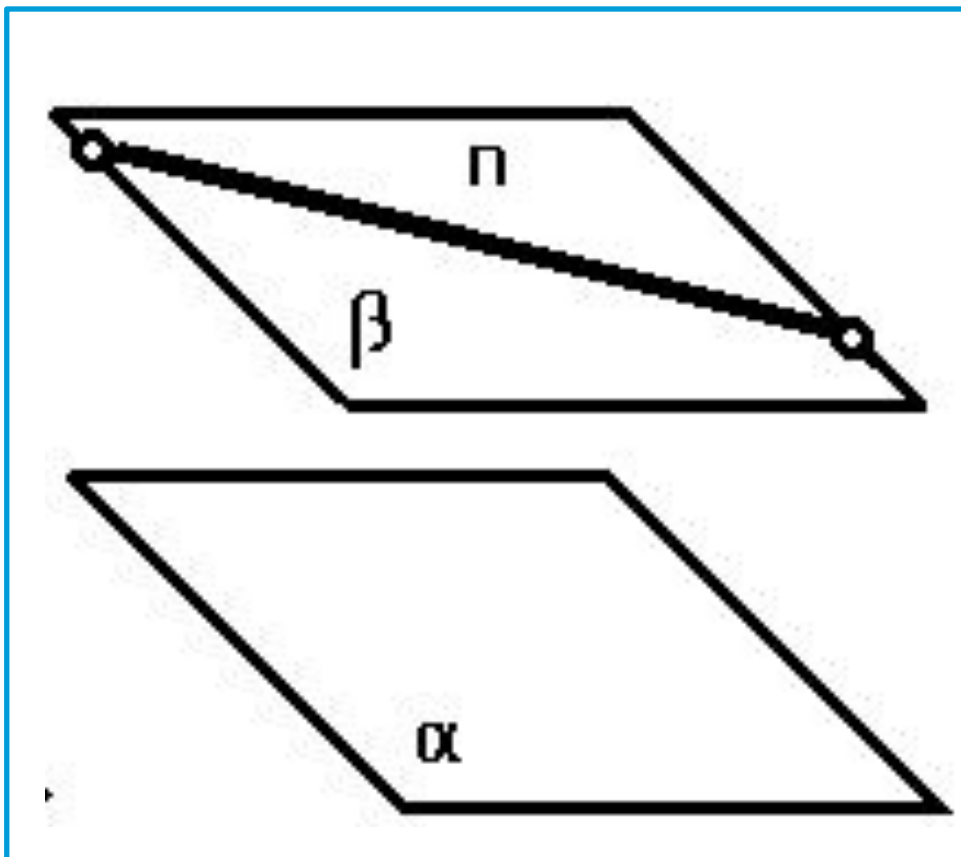


$$a_1 \parallel m_1; a_2 \parallel m_2 \Rightarrow a \parallel \alpha(m \cap n)$$

# условия параллельности прямой и плоскости

## 2 условие

**Прямая параллельна плоскости**, если она расположена в другой плоскости, параллельной заданной плоскости

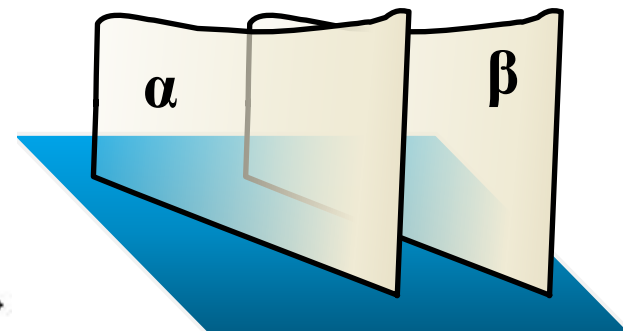
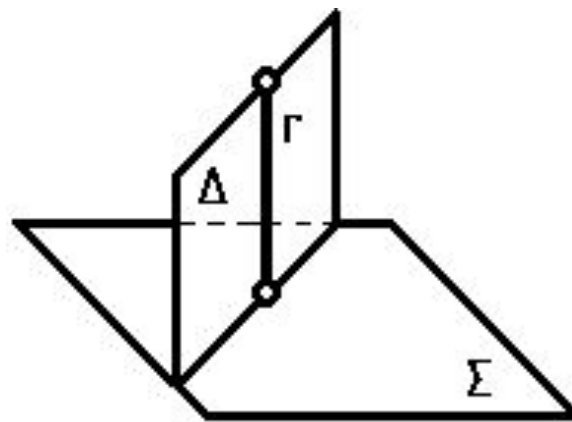
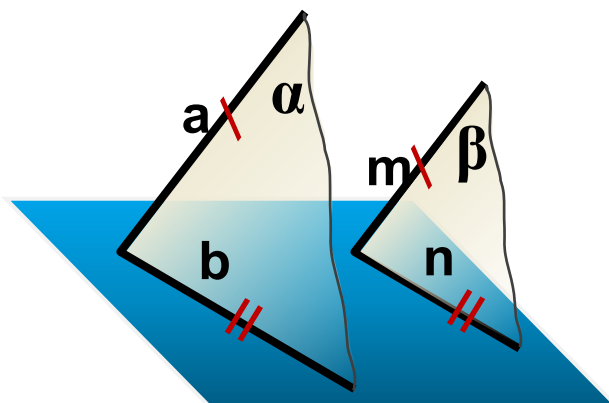


$$\alpha \parallel \beta; a \in \beta \Rightarrow a \parallel \alpha$$

# ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ДВУХ ПЛОСКОСТЕЙ

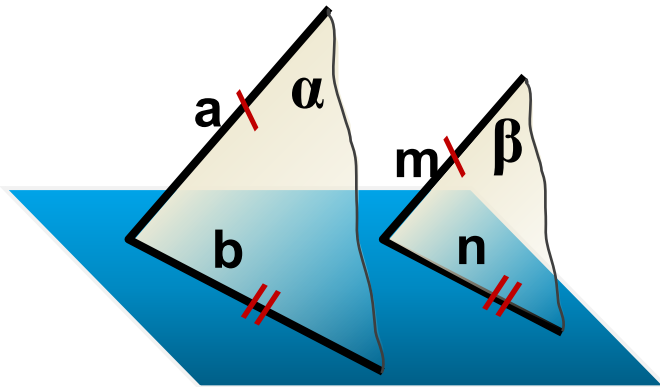
# взаимное расположение двух плоскостей

две плоскости в пространстве  
могут быть  
параллельными,  
в частном случае, совпадать друг с другом,  
либо пересекаться,  
в частном случае,  
быть перпендикулярными друг к другу



# параллельные плоскости

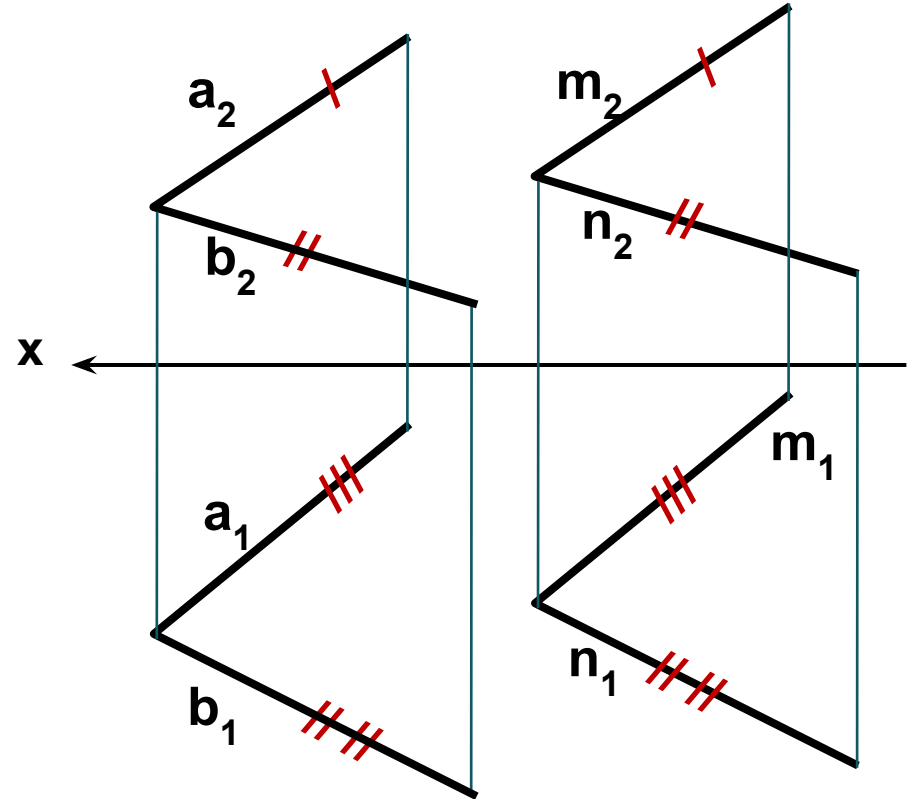
**две плоскости параллельны**, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости



$a(a \cap b); b(m \cap n)$

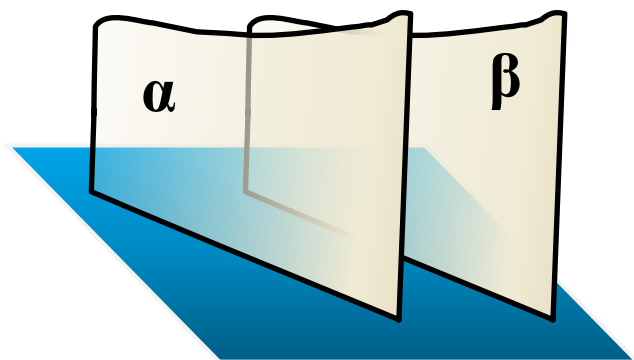
$a \parallel m; b \parallel n \Rightarrow \alpha \parallel \beta$

$a_2 \parallel m_2; a_1 \parallel m_1; a \parallel m;$   
 $b_2 \parallel n_2; b_1 \parallel n_1; b \parallel n;$   
 $\Rightarrow \alpha \parallel \beta$

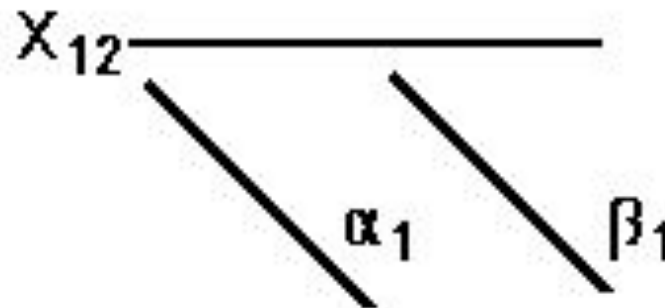


# условие параллельности двух проецирующих плоскостей

если две проецирующие плоскости параллельны,  
то их одноименные вырожденные проекции параллельны



$$\alpha \parallel \beta$$



$$\alpha_1 \parallel \beta_1 \Rightarrow \alpha \parallel \beta$$

расстояние между этими плоскостями  
проецируется в натуральную величину  
между их вырожденными проекциями