Введение в теорию алгоритмов (Поляков В.Н., Скорубский В.И. Основы теории алгоритмов)

История

Современное формальное определение **алгоритма** было дано в 30 - 50-х гг. XX века в работах А. Тьюринга[1], Э. Поста[2], А. Чёрча[3], Н. Винера[4], А. А. Маркова[5].

Само слово «алгоритм» происходит от имени учёного Абу Абдуллах Мухаммеда ибн Муса аль-Хорезми. Около 825 г. он написал сочинение, в котором впервые дал описание придуманной в Индии позиционной десятичной системы счисления. К сожалению, арабский оригинал книги не сохранился. Аль-Хорезми сформулировал правила вычислений в новой системе и, вероятно, впервые использовал цифру 0 для обозначения пропущенной позиции в записи числа (её индийское название арабы перевели как as-sifr или просто sifr, отсюда такие слова, как «цифра» и «шифр»). Приблизительно в это же время индийские цифры начали

Определения

Алгоритм (процедура) – решение задач в виде точных последовательно выполняемых предписаний.

Это интуитивное определение сопровождается описанием интуитивных **свойств (признаков)** алгоритмов: эффективность, определенность, конечность [1].

Эффективность – возможность исполнения предписаний за конечное время.

Функция алгоритмически эффективно вычислима, если существует механическая процедура, следуя которой для конкретных значений ее аргументов можно найти значение этой функции [3].

Определенность – возможность точного математического определения или формального описания содержания команд и последовательности их применения в этой процедуре.

Конечность – выполнение алгоритма при конкретных исходных данных за конечное число шагов.

Модели алгоритмов

Для демонстрации алгоритмов в теории используются алгоритмические преобразования слов и предложений формального языка [1, 3].

В **формальных** описаниях алгоритм конструктивно связывают с понятием **машины**, предназначенной для автоматизированных преобразований символьной информации.

Для автоматических вычислений разрабатываются модели алгоритмов распознавания языков и машина, работающая с этими моделями. Таким образом, соединяют математическое, формальное определение алгоритма и конструктивное, позволяющее реализовать модели вычислительными машинами.

Модели алгоритмических преобразований

Общая Теория алгоритмов занимается проблемой эффективной **вычислимости.** Разработано несколько формальных определений алгоритма, в которых эффективность и конечность вычислений может быть определена количественно – числом элементарных шагов и объемом требуемой памяти.

Подобными моделями алгоритмических преобразований символьной информации являются:

- конечные автоматы;
- машина Тьюринга;
- машина Поста;
- ассоциативное исчисление или нормальные алгоритмы Маркова;
- рекурсивные функции.

Некоторые из этих моделей лежат в основе методов программирования и используются в алгоритмических языках.

Формализация

Для того, чтобы представить формальное описание алгоритма необходимо формальное описание решаемой задачи. В большинстве случаев описание задачи неформальное (вербальное) и переход к алгоритму неформальный и требует верификации и тестирования и многократных итераций для приближения к решению.

Верификация (от лат. *verus* – «истинный» и *facere* – «делать») – проверка, способ подтверждения каких-либо теоретических положений, алгоритмов, программ и процедур путем их сопоставления с опытными (эталонными или эмпирическими) данными, алгоритмами и программами [4].

Тестирование применяется для определения соответствия предмета испытания заданным спецификациям [4].

КА как модель алгоритма

К сожалению, теория алгоритмов не дает и не может дать как универсального, формального способа описания задачи, так и ее алгоритмического решения. Однако ценность теории состоит в том, что она дает примеры таких описаний и дает определение алгоритмически неразрешимых задач.

Один из примеров представлен регулярным языком, и задача формулируется как разработка алгоритма для распознавания принадлежности любого предложения к конкретному регулярному языку. Доказывается, что регулярный язык может быть формально преобразован в **модель алгоритма** решения этой задачи за конечное число шагов. Этой моделью является **конечный автомат.**

Регулярные выражения

Алфавит языка обозначается как конечное множество символов. Например: **Σ={a,b,c,d}, Σ={0,1}**.

Символ и цепочка символов образуют слово – a, b, 0, abbcd, 0111000.

Пустое слово (e) не содержит символов.

Множество слов **S=**{a, ab, aaa, bc} в алфавите **Σ** называют языком **L(Σ).**

Языки S=L(**Σ**) могут содержать неограниченное число слов, для их определения используют различные формальные правила. В простейшем случае это **алгебраическая формула**, которая содержит операции формирования слов из символов алфавита и ранее полученных слов.

Рассмотрим следующие операции формирования новых множеств из существующих множеств слов:

1) Символы алфавита могут соединяться **конкатенацией** (сцепление, соединение) в цепочки символов-слов, которые соединяются в новые слова.

Конкатенация двух слов **x|y** обозначает, что к слову x справа приписано слово y или x|y=xy, причем xy≠yx.

Произведение S1|S2=S1S2 множеств слов S1 и S2 - это множество всех различимых слов, построенных конкатенацией соответствующих слов из S1 и S2.

Если S1={a, aa, ba}, S2={e, bb, ab}, то S1S2={a, aa, ba, abb, aabb, baab, …}.

Для конкатенации выполняется ассоциативность, но коммутативность и идемпотентность не выполняются:

$S1S2 \neq S2S1$;

$SS \neq S$.

Если S1={a, aa, ba}, S2={e, bb, ab}, то S1S2={a, aa, ba, abb, aabb, baab, …}.

Для конкатенации выполняется ассоциативность, но коммутативность и идемпотентность не выполняются:

$S1S2 \neq S2S1$;

$SS \neq S$.

2) **объединение** $(S1 \cup S2)$ или $(S1+ S2)$ множеств

S1={a, aa, ba}, S2={e, bb, ab}, $S1 \cup S2$={a, aa, ba, e, bb, ab}.

Для операции объединения выполняются следующие законы:

Коммутативность объединения $S1 \cup S2 = S2 \cup S1$.

Идемпотентность объединения $S \cup S = S$.

Ассоциативность объединения $S1 \cup (S2 \cup S3) = (S1 \cup S2) \cup S3$.

Дистрибутивность конкатенации (умножения) и объединения

$S1(S2 \cup S3) = S1S2 \cup S1S3$.

3) **Итерация множества** $\{S\}^*$ состоит из пустого слова и всех слов вида $S^0=e$, $S^1=S$, $S^2=SS$, $S^3=SSS$.

Формулы, содержащие эти операции с множествами слов, называют **регулярными выражениями**.

Ассоциативность итерации $S1 * (S2 * S3) = (S1 * S2)* S3$.

Дистрибутивность объединения с итерацией

$S1 *(S2 \cup S3) = S1*S2 \cup S1*S3$.

Регулярные языки

Регулярные выражения допускают формальные алгебраические преобразования,

Языки, определяемые регулярными выражениями, называются **регулярными языками**, а множество слов - **регулярными множествами**.

Пример 1.1.

Регулярные выражения регулярного языка в алфавите $\Sigma = \{0,1\}$

$(0 \cup (1(0)^*)) = 0 \cup 10^*$;

$(0 \cup 1)^* = (0^* \cup 1^*)^*$;

$(0 \cup 1)^*011$ - все слова из 0 и 1, заканчивающиеся на 011;

$(a \cup b)(a \cup +b)^* = (a \cup b)(a^* \cup b^*)^*$ - слова, начинающиеся с a или b;

$(00 \cup 11)^*((01 \cup 10)(00 \cup 11)^*(01 \cup 10)(00 \cup 11)^*)^*$ - все слова, содержащие четное число 0 и 1.

Пример 1.2.

Регулярное выражение, определяющее правильное арифметическое выражение [5].

Входной алфавит **Σ={i, +, -}**, где

i – идентификатор;

(+, -) – знаки арифметических операций.

Примеры правильных арифметических выражений

i , - i , i + i , i - i , - i - i , i + i - i, ...

Обозначим знаки арифметических действий буквами p = (+), m=(-). Тогда соответствующие правильные (регулярные) арифметические выражения имеют вид **i, mi, ipi, imi, mimi, ipimi,** ... и регулярное выражение, определяющее регулярный язык,

L(M)=(mi + i)((p + m)i)*.

Утверждение

Утверждение. Для каждого регулярного множества (языка $L(\Sigma)$) можно построить, по крайней мере, одно регулярное выражение, но для каждого регулярного выражения существует только одно регулярное множество.

В регулярных выражениях опускают лишние скобки с учётом того, что наивысшее предпочтение (priority) имеет операция итерации (повторения), затем идёт конкатенация, и лишь затем - объединение.

Сокращение p^+ для обозначения pp* (т.е. все итерации кроме пустой цепочки).

Примеры регулярных выражений и обозначаемых ими регулярных множеств:

а) a(e+a)+b – обозначает множество {a, b, aa};

б) a(a+b)* – обозначает множество всевозможных цепочек, состоящих из *a* и *b*, начинающихся с *a, например, a(a+b)^3=a(a+b)(a+b)(a+b)=aaaa или abbb или abba…*;

в)(a+b)*(a+b)(a+b)*–обозначает множество всех непустых цепочек, состоящих из a и b, то есть множество $\{a, b\}^+$;

г) ((0+1)(0+1)(0+1))* – обозначает множество всех цепочек, состоящих из нулей и единиц, длины которых делятся на 3.

Примеры и задачи на усвоение

Совпадают ли множества, соответствующие двум данным РВ:

а) a*b и b + aa*b;

б) b(b+ab)*a и b(b*ab)*b*a;

в) b(ab+b)* и bb*a(bb*a)*.

Возьмём п. а) и посмотрим, какие множества соответствуют первому и второму РВ соответственно:

$a^*b = \{ b , ab , aab , \ldots, a^n b , \ldots\}$

$b + aa^*b = \{ b , ab , aab , \ldots, a^n b , \ldots\}$,

т.е. имеем с помощью РВ разные записи одного и того же РМ.

продолжение

б) b(b+ab)*a = {ba, bba, baba, bbba, bababa, …}

b(b*ab)*b*a = {ba, bba, baba, bbba, bababa, …}

Например, возьмем b(b+ab)^4 a =bbabbba

Для второго РВ найдем b(b^1ab)^1b^1a = bbabbba

т.е. имеем с помощью РВ разные записи одного и того же РМ.

А вот в задаче в) ответ отрицательный.

b(ab+b)* = {b, …}

bb*a(bb*a)*= {ba, …}

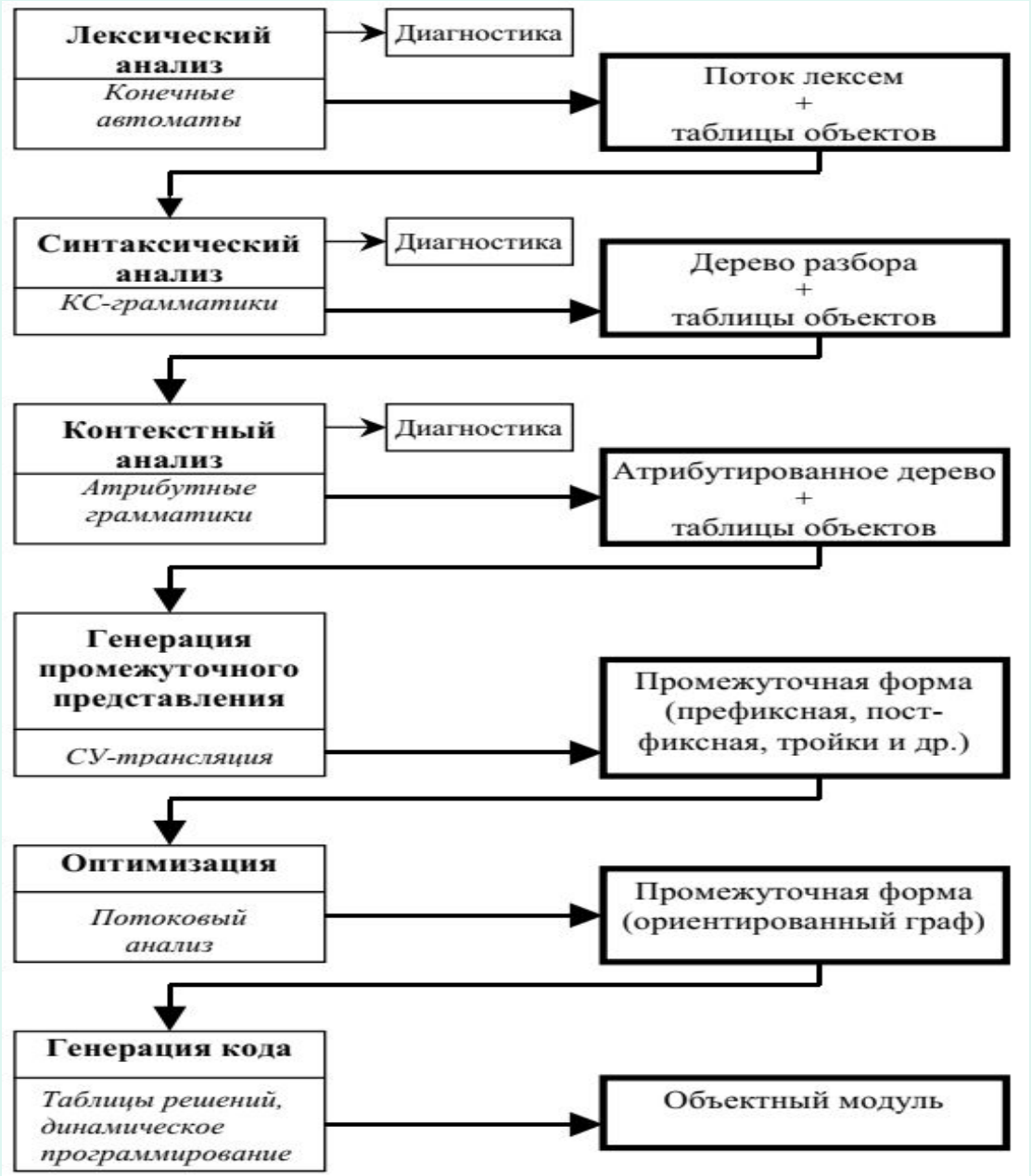
Еще пример

Найдите РВ для задания языка {$a^n b^m$: n≥3, (n+m) – четное}

Решение: (n+m)-четное, если n и m оба четные или оба нечетные. Т.Е.

(aa)*(bb)* + a(aa)* b(bb)*

Структура компилятора



Лексический анализ

На начальной фазе лексического анализа входная программа, представляющая собой поток литер, разбивается на лексемы — слова в соответствии с определениями языка. Основными формализмами, лежащим в основе реализации лексических анализаторов, являются конечные автоматы и регулярные выражения. Лексический анализатор может работать в двух основных режимах: либо как подпрограмма, вызываемая синтаксическим анализатором для получения очередной лексемы, либо как полный проход, результатом которого является файл лексем.

На этапе лексического анализа обнаруживаются некоторые (простейшие) ошибки (недопустимые символы, неправильная запись чисел, идентификаторов и другие).

Читающие (распознающие) автоматы

Конечные автоматы - модель алгоритма распознавания предложений регулярного языка

Определение. Конечный автомат определяется символами

$$M=(Q, \Sigma, \delta, q0, F),$$ где

$Q=\{q0, q1, \ldots, qn\}$ – конечное множество состояний;

$\Sigma=\{a, b, c, \ldots\}$ – входной алфавит (конечное множество);

$\delta: Q^* \Sigma \rightarrow \{Pj\}$ – функция переходов, Pj - подмножество Q.

Конечное множество значений для этого функционального отношения может быть определено перечислением в **таблице переходов:**

Q	Σ	Pj
qi	a	qj

q0 - начальное состояние;

F - множество заключительных состояний.

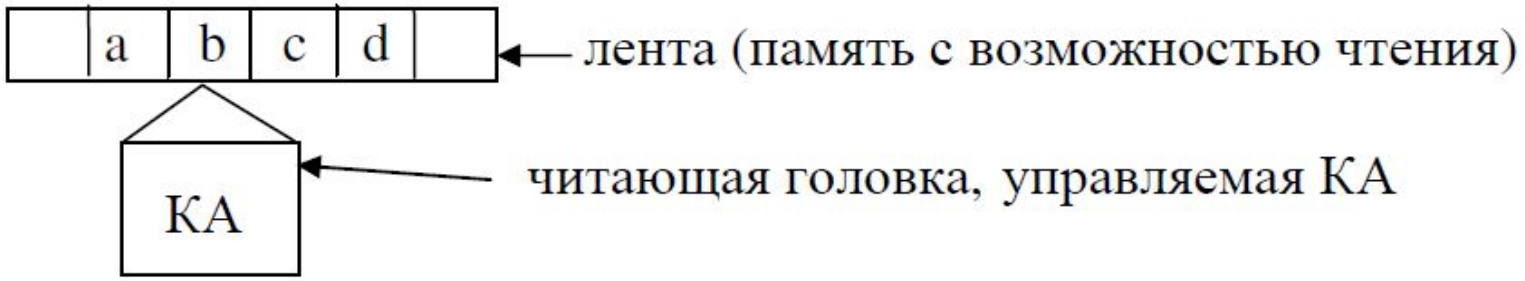
Конечный автомат называется **недетерминированным** (НДКА), если Pj содержит более одного состояния.

КА называется **детерминированным** (ДКА), если Pj содержит не более одного состояния.

КА **полностью определенный**, если Pj в детерминированном автомате не пустое. Если есть пустые элементы множества Pj, то автомат **частично определен.**

Работа КА или выполнение алгоритма распознавания слов регулярного языка могут быть представлены последовательностью шагов, которые определяются текущим состояние Q, входным символом **Σ** и следующим состоянием Pj.

Используется конструктивное описание принципа работы КА как машины М, имеющей следующую организацию:



КА читает входной символ в текущем состоянии $q_i \in Q$, переходит в следующее состояние $q_j \in Q$ и сдвигает читающую головку к следующему символу.

Автомат допускает входное слово, если приходит в заключительное состояние из F, последовательно считывая символы из памяти и переходя в следующие состояния в соответствии с таблицей переходов. При этом входное слово исчерпано и автомат останавливается.

Конфигурация КА $k=(q, \omega)$, где q-текущее состояние КА, ω - непрочитанная цепочка символов слова на ленте, включая символ под читающей головкой.

$k = (q, \omega)$ текущая конфигурация;

$k_0 = (q_0, \omega 0)$ начальная конфигурация;

$k_f = (q, e)$, где $q \in F$, - заключительная конфигурация и (e) – символ, обозначающий конец строки.

Шаг алгоритма - переход из одной конфигурации КА в другую

$Ki \rightarrow Kj$ или $(qi, \omega i) \rightarrow (qj, \omega j)$.

Функция переходов, заданная в табличной форме, может быть представлена графом переходов $G=(Q, R)$, где Q - вершины графа, R - бинарное отношение между парой вершин, которое представлено множеством дуг (qi, qj).

$(qi, qj) \in Q*Q$, если существует символ $\mathbf{a} \in \Sigma$ и $\delta(qi, a) = qj$.

На дугах графа (qi, qj) отмечаются соответствующие символы алфавита.

ДКА и НДКА

Различают детерминированные (ДКА) и недетерминированные (НДКА) конечные автоматы.

КА называется *недетерминированным* (НДКА), если в диаграмме его состояний из одной вершины исходит несколько дуг с одинаковыми символами. Если таких вершин нет, то это ДКА.

Пример 2.1.

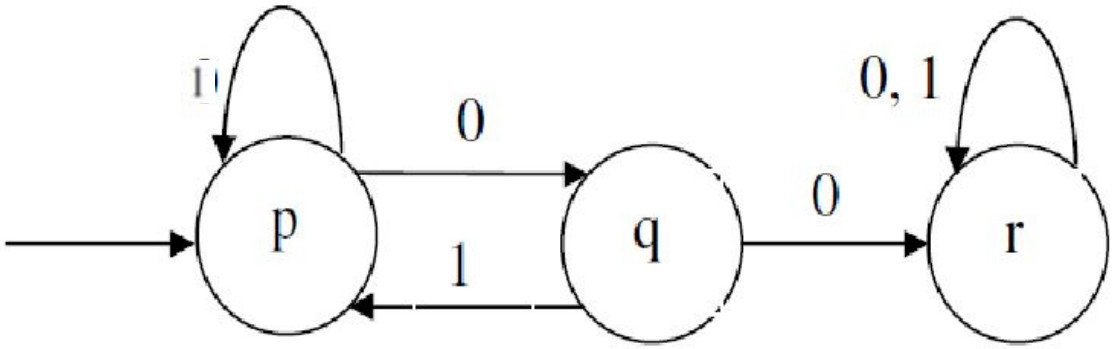


Рис.2.2. Детерминированный читающий КА

Для ДКА, приведенного на рис. 2.2 состояния Q={p, q, r}, входной алфавит **Σ**={0,1}, начальное состояние p, конечное - r.

Таблица переходов ДКА

Q	Σ	
	0	1
p	q	p
q	r	p
r	r	r

Исполнение алгоритма это последовательность шагов, в которых изменяется конфигурация КА:

(p, 01001) → (q, 1001) → (p, 001) → (q, 01) → (r, 1) → (r, e);

(p, 01001)- начальная конфигурация;

(r, e) – конечная конфигурация.

В результате применения слова 01001 в начальном состоянии **p** автомат переходит в следующее состояние **q** и следующее значение цепочки символов на входе 1001.

Автомат M допускает слово ω0 , если существует

(q0, ω0) →*(qf, e),

где →*( ), обозначает **транзитивное замыкание** и существует путь, соединяющий q0 и qf для входного слова ω0.

Язык L(M), определяемый (распознаваемый, допускаемый) автоматом M включает множество всех слов, допускаемых M.

Теорема Клини. Две задачи КА

Теорема Клини содержит два утверждения:

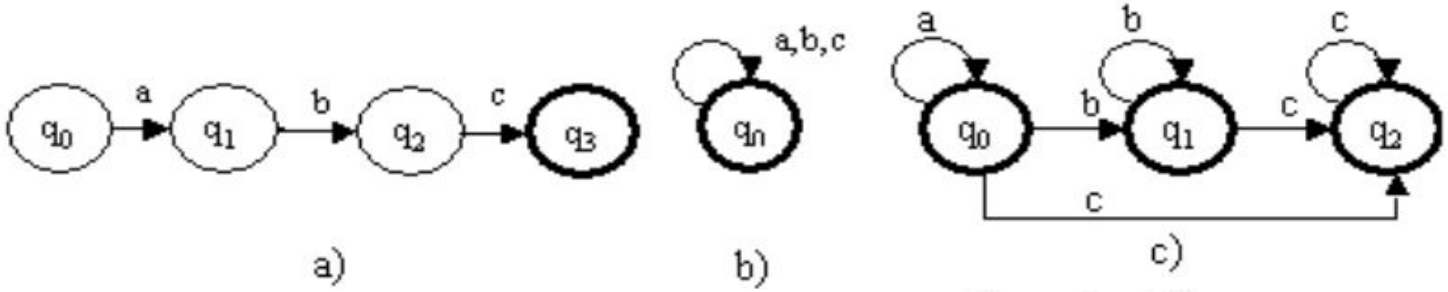
1. Каждое регулярное выражение определяет регулярный язык
2. Каждый регулярный язык может быть задан некоторым R- выражением.

Задача синтеза состоит в построении конечного автомата, распознающего язык, заданный некоторым регулярным выражением.

Задача анализа состоит в том, чтобы по диаграмме конечного автомата К записать R-выражение, для которого соответствующий ему R-язык совпадает с языком, распознаваемым автоматом К.

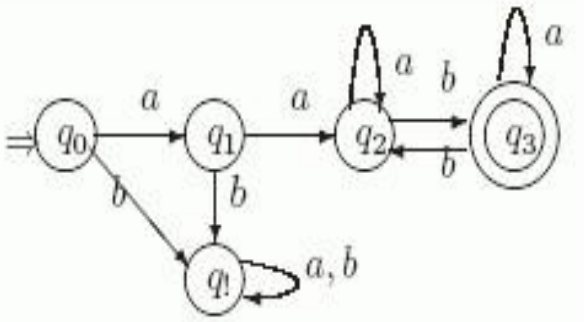
Простейшие примеры синтеза КА

что изображены диаграммы конечных автоматов соответствующих R-выражениям abc, $(a \cup b \cup c)^*$, $a^*b^*c^*$.



Пример 4.4. Рассмотрим *язык* L , состоящий из всех *слов* в *алфавите* $\Sigma = \{a, b\}$, которые начинаются на aa и содержат нечетное число символов b .

Для выделения *слов*, начинающихся на aa , создадим *начальное состояние* q_0 , которое первый символ a будет переводить в состояние q_1 , а второй символ a будет переводить q_1 в состояние q_2 . Ясно, что все *слова*, которые начинаются на ab, ba, bb , сами не входят в *язык* L и все их продолжения также ошибочны. Заведем для них "ошибочное" состояние $q_!$. Остальные *слова* естественно разбиваются на два класса: те, в которых четное число символов b , и те, в которых число таких символов нечетно (они и принадлежат L).



Преобразование регулярного выражения в КА

Утверждение. Язык L является регулярным тогда и только тогда, когда он определяется КА. Для любого регулярного языка, представленного регулярным выражением, можно построить КА - распознаватель слов, допустимых языком.

Метод Ямады преобразования L(M) → M позволяет формально выполнить преобразование [5, 6]:

1) Разметка состояний устанавливает позиции символов в регулярном выражении (п.1, пример 1.2)

$$L(M)=(mi + i)((p + m) i)^*$$
$$0\ 12\ 3\ \ 4\ \ \ 5\ 6$$

2) Рассматриваются 2^6+1 подмножеств мест предполагаемых состояний и формируются по регулярному выражению возможные переходы между состояниями. Очевидная избыточность состояний устраняется, так как в некоторые состояния переходы отсутствуют.

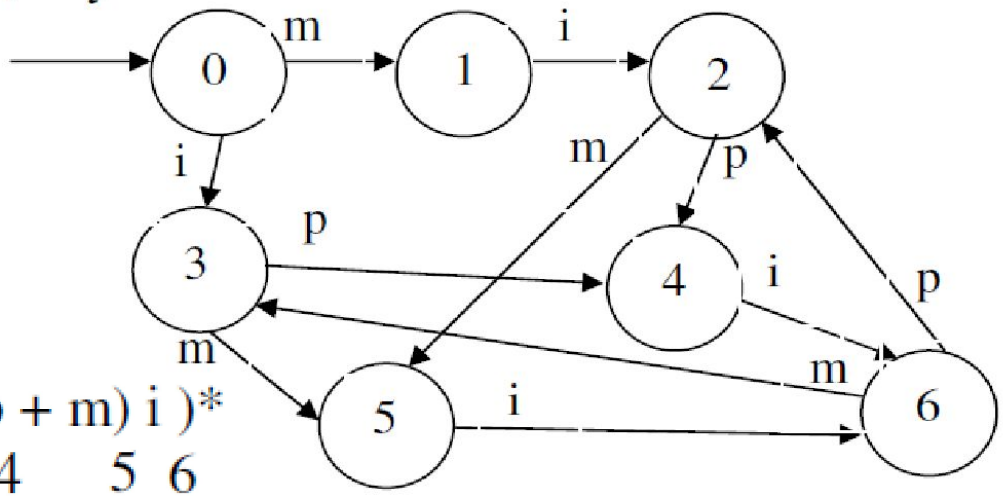
Общие оценки числа состояний и переходов КА:

- число переходов (ребер графа) КА равно (n+1), где (n) число букв в регулярном выражении (в данном примере n=7 состояний);

- в полностью определенном КА нижнюю границу числа состояний (m) определяем из условия **m*s=n+1**, где s - число символов входного алфавита (в данном случае 3m=7 и m=]7/3[=3);

- если **m*s>n+1**, то автомат частично определенный и верхняя граница **m ≤ n+1** – количество позиций в регулярном выражении (в данном примере m=7)

Для рассматриваемого примера можно построить КА, используя верхнюю оценку



L(M)=(mi + i)((p + m) i)*

0 12 3 4 5 6

Утверждение. Для каждого регулярного множества существует определяющий его КА с минимальным числом состояний.

Слово *различает* состояния qi и qj, если

((qi, ω) →*(qm, e) (qj, ω) →* (qn, e) и **одно** из состояний qm или qn принадлежит F,

Состояния k-*неразличимы,* если они не различимы цепочкой длины k.

Состояния не различимы (*эквивалентны* qi=qj), если они не различимы при k → ∞.

В автомате рис.2.3 каждую пару эквивалентных состояний {2,3}, {4,5} заменяем одним состоянием {2,3}→ 2, {4,5}→3,

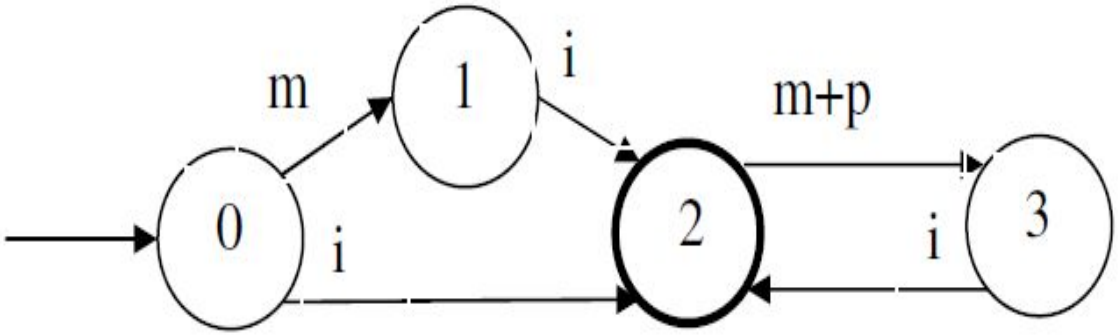


Рис.2.4. ДКА распознавания L(M)

Рассмотренная методика преобразования может быть упрощена с учетом очевидных алгебраических свойств операций регулярного выражения:

- последовательности символов в скобках с операцией (+) имеют общее начальное состояние перед открывающей скобкой и конечное после закрывающей скобки;
- итерация обозначает цикл с произвольным числом повторений, при пустом числе циклов сохраняется состояние, с которым входим в цикл;
- в конкатенации нескольких символов различимые состояния заменяют конкатенацию между парой символов;

$$L(M)=(mi + i)((p + m)i)^*$$
$$0\ 1\quad 2\qquad 3\ 2$$

Состояния размешаем в найденные для них позиции, исключая повторения:

$$L(M)=(mi + i)((p + m)i)^* = 0(m1i + i)2((p + m)3i2)^*$$
$$0\ 1\quad 2\qquad 3\ 2$$

Заменяем линейную помеченную строку графом КА рис.2.4. Начальное состояние – 0. Конечное состояние – 2.

В общем случае регулярное выражение может быть преобразовано в недетерминированный КА (НДКА).

Пример 2.2.

$$L(M)=aa^*bd^* + ad^* = (aa^*b + a)d^* =(0a1(a1)^*b + 0a)2(d2)^*$$
$$0\ 1 \qquad 2$$

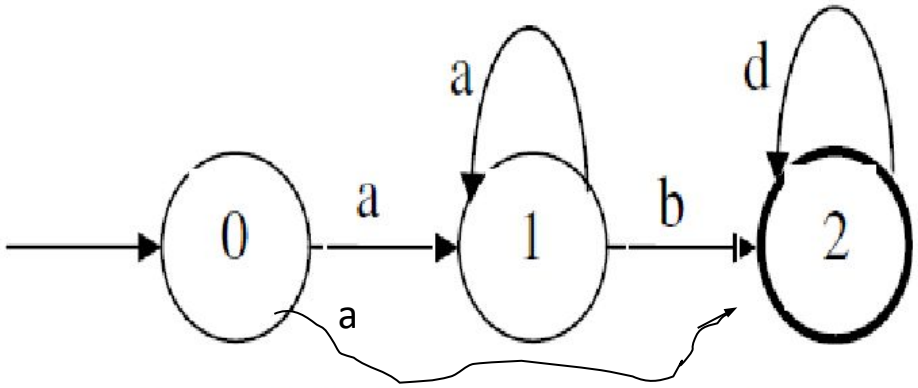


Рис.2.5. НДКА распознавания L(M)

Утверждение. Два автомата M и M' *эквивалентны,* если допускают один и тот же язык L(M) = L(M').

Утверждение. Для НДКА M можно построить эквивалентный ДКА M'.

Преобразование по методике [5] представим следующей процедурой:

- на i-ом шаге множество состояний ДКА обозначим Qi;
- Q_0 обозначает множество состояний в НДКА;
- находим различимые подмножества следующих состояний для всех условий, применяемых к Q_i, включаем их в Q_{i+1}. Итерация повторяется, пока $Q_i \neq Q_{i+1}$.

Лемма. Число состояний в ДКА не превышает $\mathbf{2^n-1}$, где n – число состояний в НДКА.

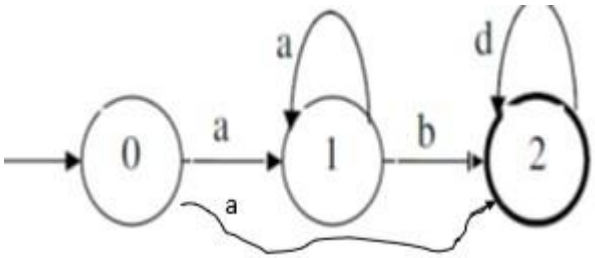
Число $\mathbf{2^n-1}$ – количество собственных подмножеств для множества, состоящего из n различимых элементов.

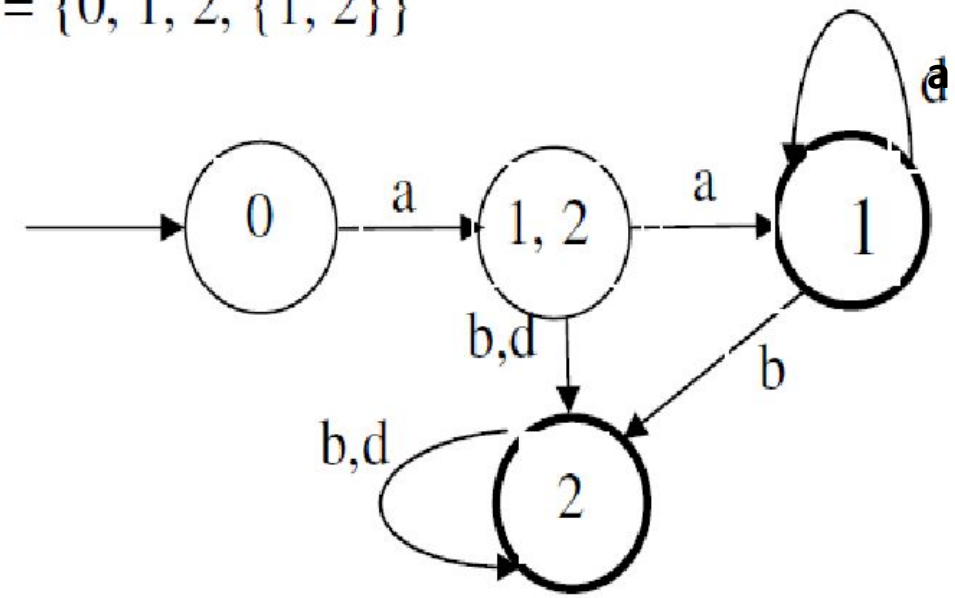
Следовательно, процедура конечна.

Пример 2.4. для НДКА рис.2.5.

$Q_0 = \{0, 1, 2\}$

$Q_1 = \{0, 1, 2, \{1, 2\}\}$





	a	b	d
0	1,2	-	-
1,2	1	2	2
1	1	2	-
2	-	-	2

Рис.2.6. ДКА получен из НДКА

Эквивалентный детерминированный автомат (рис. 6) содержит 4 состояния и определен тем же регулярным выражением L(M') = L(M).

Преобразование КА в регулярное выражение

Метод исключения состояний [5]:

Для допускающего (финального) состояния исключить промежуточное состояние (кроме начального q0), следующим образом:

пусть qi – предшествующее состояние, qs – промежуточное и qj – следующее, таким образом:

1) над каждой дугой (qi, qs) записать регулярное выражение Qis;

2) на дуге (qs, pj) – выражение Qsj,

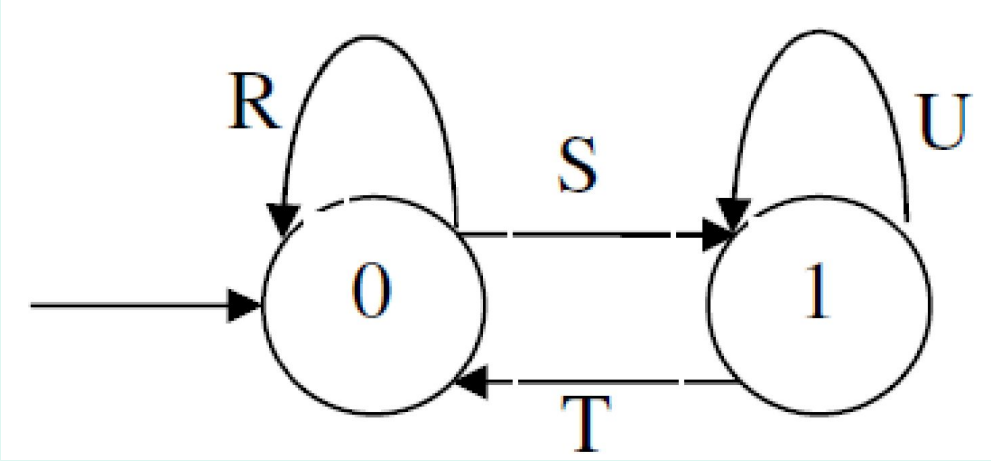
3) петля в s обозначается регулярным выражением S*;

5) дугам (qi, qj) после исключения промежуточного состояния qs приписываются регулярные выражения Qis S*Qsj.

После удаления всех промежуточных вершин остаются начальное состояние и финальные. Финальные состояния объединяются суммированием соответствующих регулярных выражений. В частном случае, если $q0 \in F$, останется одно состояние q0 и регулярное выражение приписано дуге.

Когда останутся два состояния - начальное и финальное, то промежуточное регулярное выражение может быть записано в виде:

$(R + SU^*T)^*SU^*$.



Пример

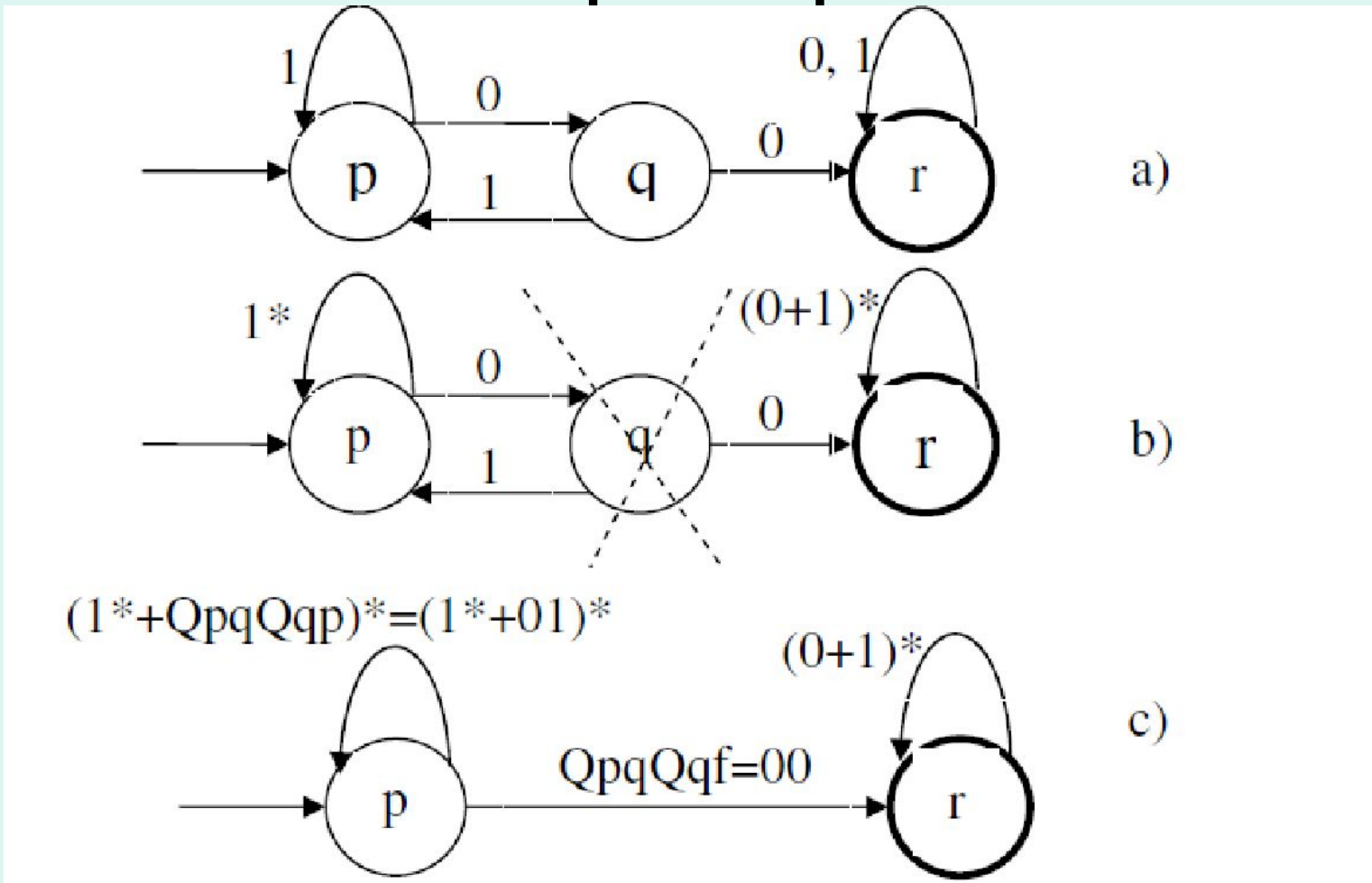


Рис.2.8. Три стадии преобразование КА в регулярное выражение: исходный КА, b) исключение состояния, c) свертка для двух состояний

Завершающий шаг – соединение (конкатенация) выражений для начального и финального состояний:

R=(1* + QpqQqp)*=(1*+01)*

U=(0 + 1)*

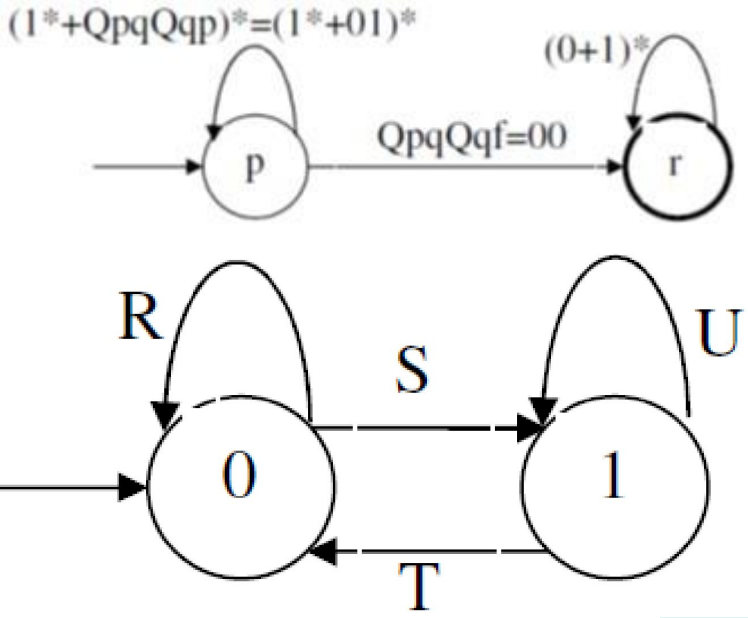
S=QpqQqf=00

T отсутствует

(R + SU*T)*SU*= (1*+01)* 00(0 + 1)*

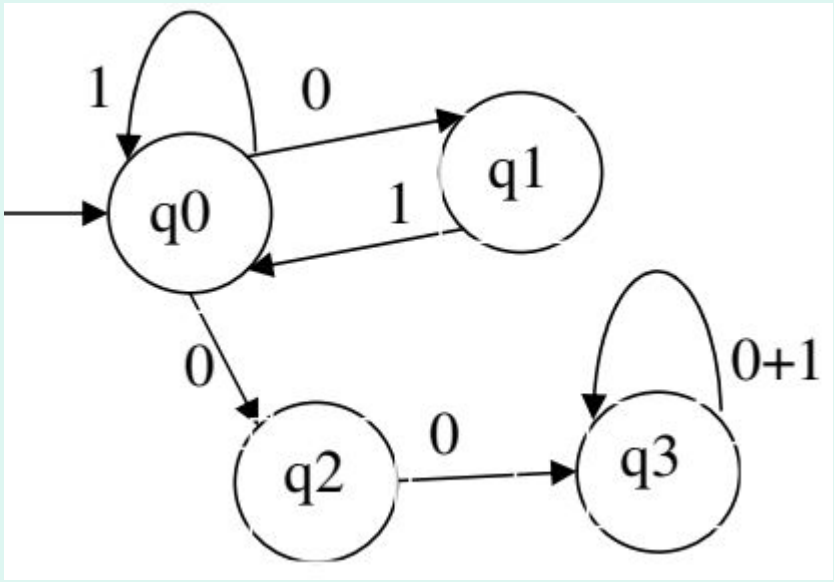
L(M)=(1*+01)*00(0+1)*

0 0 10 23



Обратное преобразование в НДКА

L(M)=(1*+01)*00(0+1)*
0 0 10 23



Преобразование в ДКА

Q0 = {q0, q1, q2, q3}
Q1 = {q0, q1, q2, q3,{q1, 2}}.
Состояния q1 и q2 не достижимы из начального состояния q0 и могут быть исключены. Получим исходный КА рис.2.2. с состояниями
Q1= {q0, q3,{q1, 2}}

Конечные автоматы с выходом

Для выполнения автоматического распознавания слов регулярного языка необходимы внешние признаки состояний, в которых пребывает автомат после завершения чтения слова.

При этом:

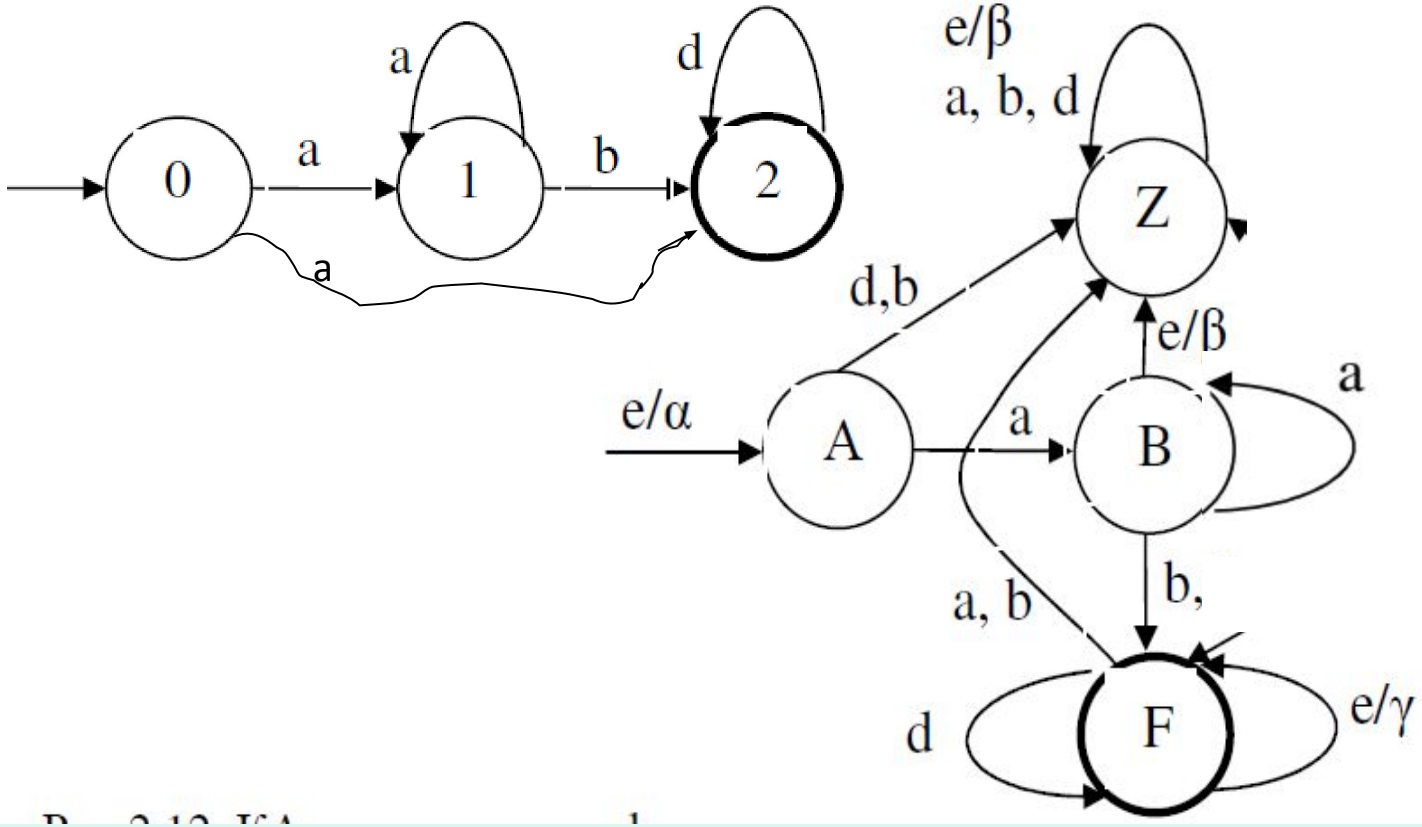
КА должен быть полностью определен - дополнен состоянием Z, в которое автомат переходит, если слово не применимо к автомату;

- входной алфавит Σ^* включает символ e, который заканчивает любое слово;

- на выходе автомата формируется символ из алфавита W, который идентифицирует состояние, в которое КА приходит по последнему символу.

Рассмотрим КА рис.2.5. При доопределении Q={A, B, F, , Z}, Σ*={a, b, d, e}, W={α, β, γ}.

W={α, β, γ} ={начальное состояние - α, завершение ввода (слово не принадлежит регулярному языку) - β, слово принадлежит регулярному языку - γ}



Записывающие КА

Конечные автоматы с выходом позволяют определять не только алгоритмы - распознаватели, но и формировать простые операции преобразования (редактирования) слов языка. Символы этих операций являются командами для ручных преобразований или являются входными для формирования выходных слов в памяти с записью.

Конструкция КА может быть усовершенствована для этой цели добавлением записывающей ленты (записывающей памяти)

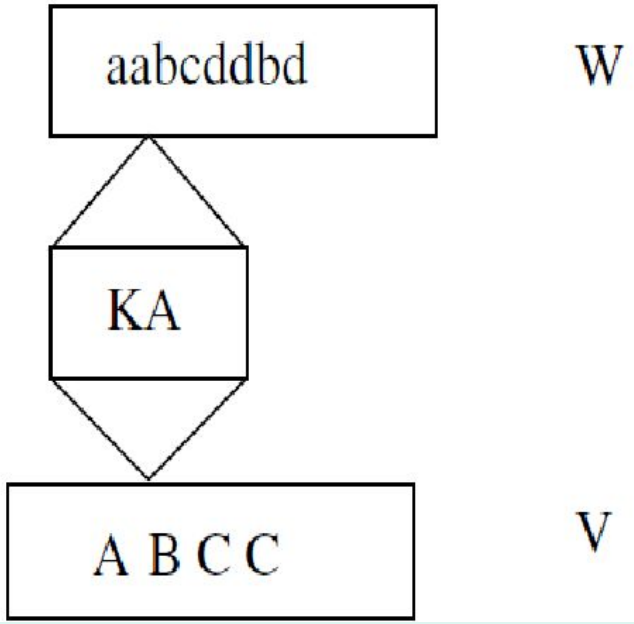


Рис.2.14. Записывающий КА, где W- цепочка символов, считываемая с входной памяти (ленты), V- цепочка символов, записываемых в выходную память (ленту)

Пример

Разработать КА, реализующий преобразователь, устраняющий избыточные операции в арифметических выражениях.

Входной алфавит $\Sigma = \{i, +, -\}$, выходной алфавит – соответствующие подстановки, заменяющие входные символы в цепочках регулярного языка арифметических выражений.

Обозначим арифметические операции символами p(+), m(-).

Пример цепочки входного регулярного языка, для которой необходимо редактирование **-i + - i - + + - i = mipmimppmi,** а регулярное выражение, для которого требуется редактирование

$L(M)= (p+m)*i((p+m)*(p+m)*i)*$.

Строка должна быть преобразована в **-i - i + i = mimipi** следующими подстановками x/W. При этом символы W={i, e, mi} записываются в выходной памяти при чтении входного слова регулярного языка – p/e нет записи (фактически стирание во входной строке), i/mi – запись mi в выходную память.

Выходной регулярный язык в примере L(M)=(mi + i)((p + m)i)*.

КА - преобразователь исходного предложения представлен на рис. 2.15.

Например
mipmimpppmi

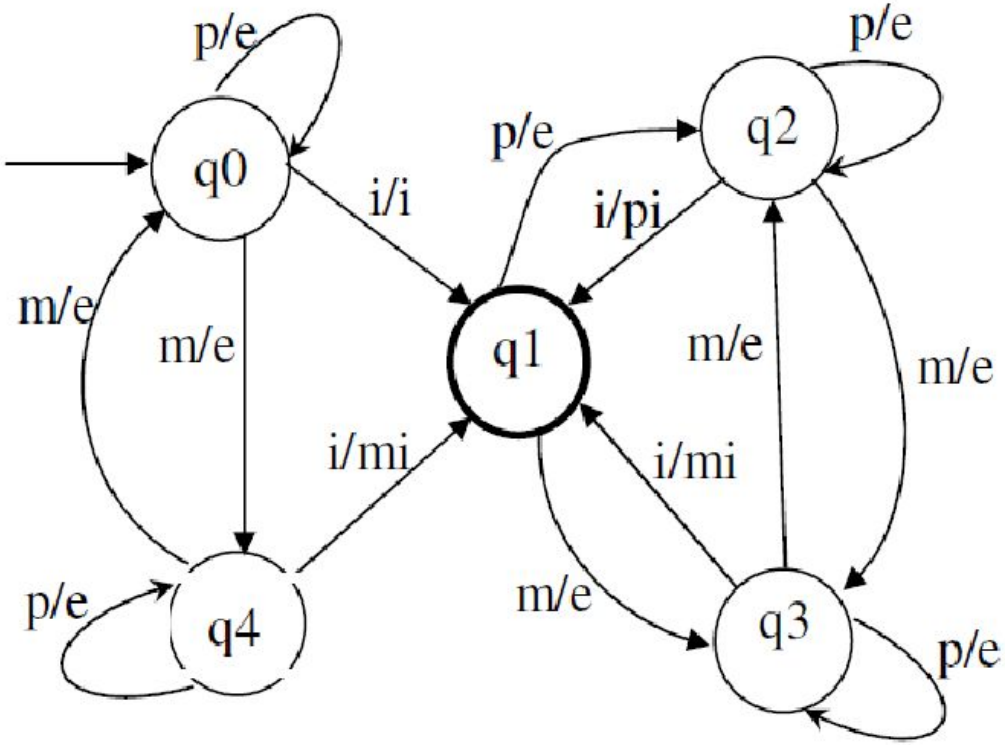


Рис.2.15. Записывающий КА