# Кодирование информации

§ 4. Язык – средство кодирования

§ 5. Дискретное кодирование

§ 6. Кодирование с обнаружением ошибок

© К.Ю. Поляков, Е.А. Ерёмин, 2018 

# Кодирование информации

## § 4. Язык – средство кодирования

# Определения

**Кодирование** — это представление информации в форме, пригодной для её хранения, передачи и автоматической обработки.

**Код** — это правило, по которому сообщение преобразуется в цепочку знаков.

**Язык** — это система знаков и правил, используемая для записи и передачи информации.

**Естественные языки** – сформировались в результате развития общества.

# Иероглифы

| Египетское письмо | |
|---|---|
| | рука |
| | дом |
| | кобра |
| | лев |
| | вода |

| Иероглифы (Китай) | |
|---|---|
| 日 | солнце |
| 月 | луна |
| 雨 | дождь |
| 山 | гора |
| 马 | лошадь |

# Алфавитное письмо

**Алфавит** — это набор знаков, который используется в языке.

**Мощность алфавита** — это количество знаков в алфавите.

Какова мощность русского алфавита? латинского?

**АБВГДЕЁЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ**

**0123456789 .,;?!-:…«»()**

мощность 56

# Какие бывают языки?

| | |
|---|---|
| •русский<br>•английский<br>•китайский<br>•шведский<br>•суахили<br>•… | $y = 3\sin x + 1$<br>$2H_2 + O_2 = 2H_2O$<br> <br>1. **e2-e4 e7-e5…** |

**Формальный язык** – это язык, в котором однозначно определяется значение каждого слова, а также правила построения предложений и придания им смысла.

# Сообщения

**Сообщение** — это любая последовательность символов некоторого алфавита.

Сколько различных сообщений длины $L$ можно построить, используя алфавит мощностью $M$?

**Комбинаторика** — это наука, изучающая комбинации объектов.

**Пример:** алфавит {0, 1}.

Сообщения длины 2:

**00 01 10 11**

всего 4

# Сообщения

**Пример:** алфавит {@, #, $, %}.

Сообщения длины 1: **@ # $ %**.

всего 4

Сообщения длины 2:

| | | | |
|---|---|---|---|
| @@ | @# | @$ | @% |
| #@ | ## | #$ | #% |
| $@ | $# | $$ | $% |
| %@ | %# | %$ | %% |

всего 16

Сколько сообщений длины $L$ ?

# Количество возможных сообщений

Если алфавит языка состоит из $M$ *символов (имеет мощность* $M$*),* количество различных сообщений длиной $L$ *знаков равно*

$$N = M^L$$

*Сколько*

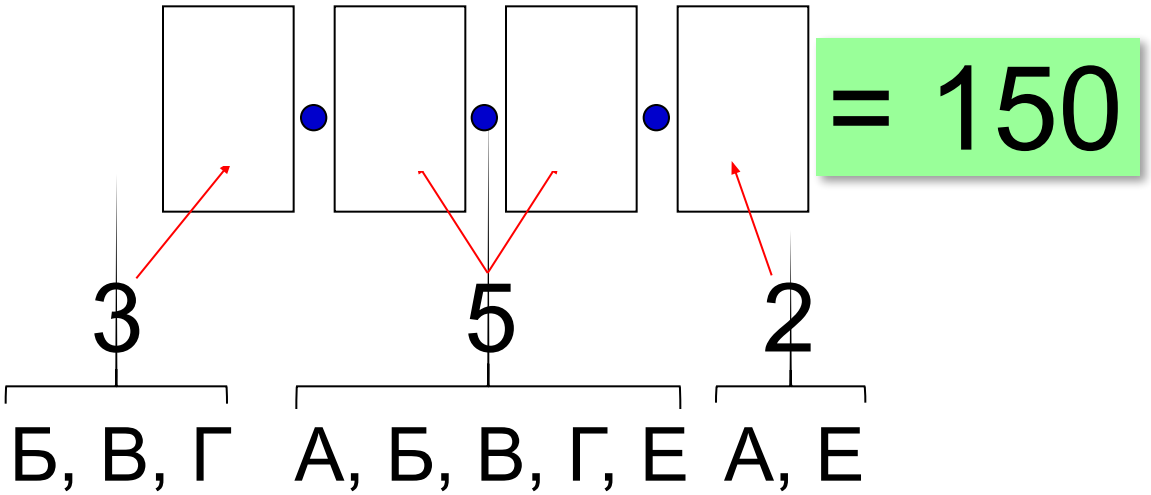
- возможных 5-буквеных слов в русском языке? $33^5$
- возможных 3-буквеных слов в английском языке? $26^3$
- возможных сообщений длиной $L$ символов в алфавите {+, –}? $2^L$

# Правило умножения

**Задача**. Сколько различных сообщений длиной 4 знака можно записать с помощью алфавита

{А, Б, В, Г, Е}

если слова должны начинаться с согласной буквы и заканчиваться на гласную?

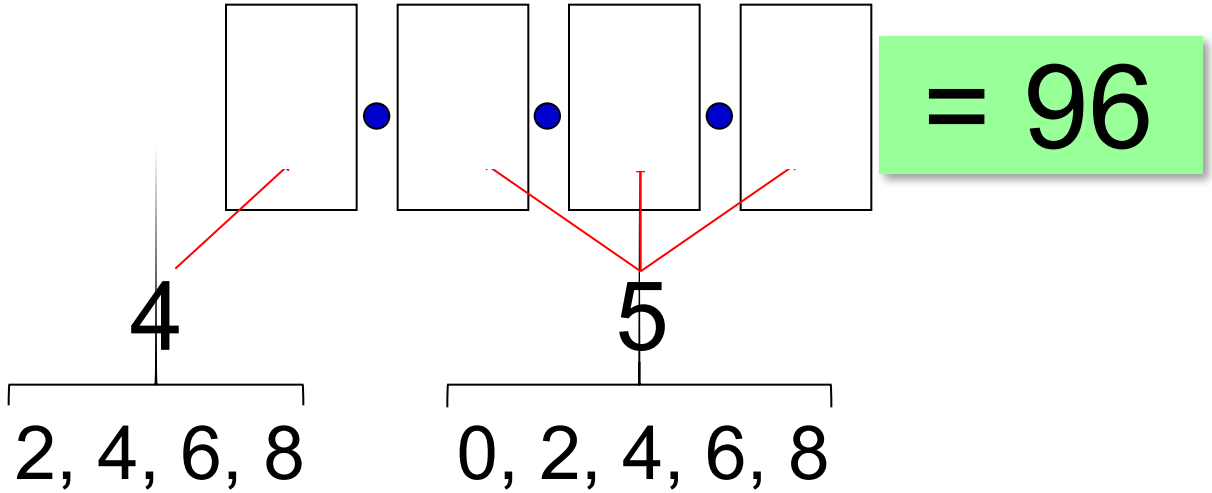



$$N = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4$$

Правило умножения!

# Правило умножения

**Задача**. Сколько существует четырёхзначных чисел, составленных из чётных цифр, в которых **цифры не повторяются**?




одна цифра уже использована!

# Правило сложения

**Задача**. Сколько сообщений длиной от 2 до 5 символов можно записать с помощью алфавита {0, 1}?

$L = 2$: $N_2 = 2^2 = 4$ $L = 3$: $N_3 = 2^3 = 8$

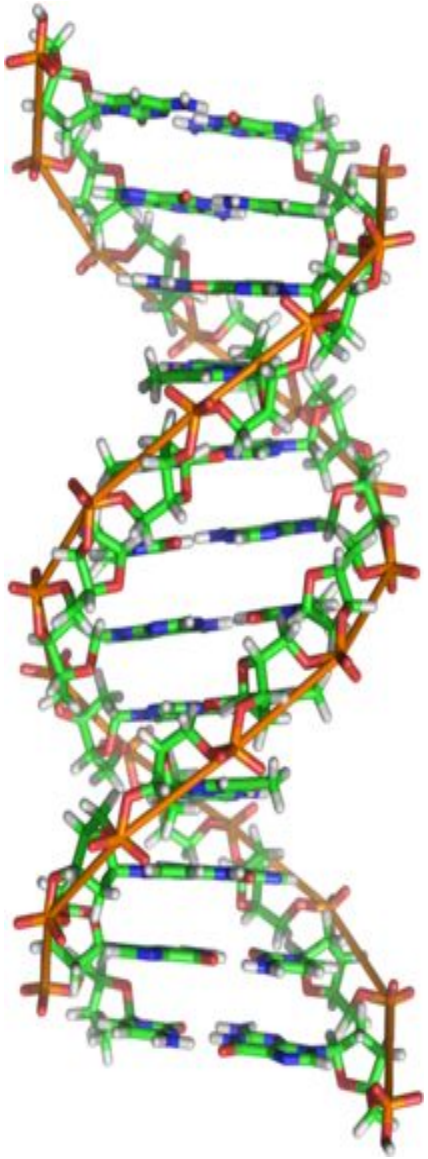
$L = 4$: $N_4 = 2^4 = 16$ $L = 5$: $N_5 = 2^5 = 32$

$$N = 4 + 8 + 16 + 32 = 60$$

$$N = N_2 + N_3 + N_4 + N_5$$

Правило сложения!

# Генетический код



**Типы звеньев** (*нуклеотиды*)

- **A** – аденин (Adenine)
- **C** – цитозин (Cytosine)
- **G** – гуанин (Guanine)
- **T** – тимин (Thymine)

? Мощность алфавита? $M = 4$

3% – **гены** (информация о белка́х)

Белки ← 20 типов аминокислот

? Длина равномерного кода?

$4^2 < 20 < 4^3$ $L = 3$

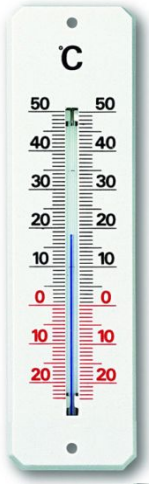
# Интеллект-карта

# Кодирование информации

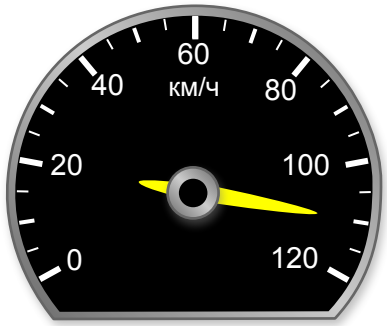
## § 5. Дискретное кодирование

# Дискретизация

**Дискретизация** — это представление единого объекта в виде множества отдельных элементов.



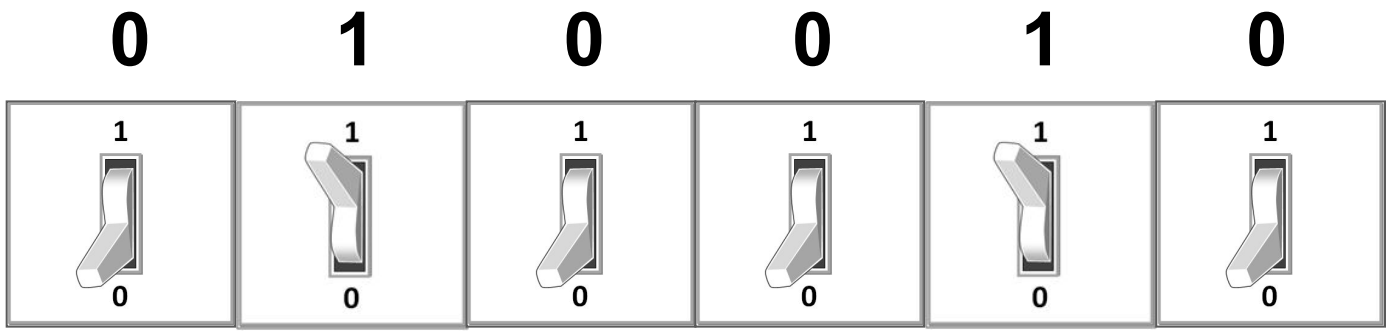

$t = 18°C$




110
км/ч

110,231 км/ч?

# Хранение данных в компьютере




Компьютер — это **дискретное** устройство.

**Двоичный код** – это код, в котором используются два знака (0 и 1). Все данные в компьютере хранятся в двоичном коде.

**Бит** – это одна двоичная цифра (0 или 1).

010010 ? Сколько бит?

# Двоичное кодирование

Кодовая таблица

| А | Г | Р |
|---|---|---|
| 000 | 010 | 100 |

кодовое слово

**ГАГАРА:** 010 000 010 000 100 000

**Равномерный код** — это код, в котором все кодовые слова имеют одинаковую длину.

? Сколько существует кодовых слов длиной $L$ в двоичном коде?

$2^L$

# Декодирование

Кодовая таблица

| А | Г | Р |
|---|---|---|
| 000 | 010 | 100 |

?: 100000010100000

**Декодирование** — это восстановление исходного сообщения из кода.

? Сколько символов было в сообщении? 5

? Как разбить на кодовые слова? по 3

100 000 010 100 000

Р А Г Р А

# Как выбрать длину кодовых слов?

**Задача**. В сообщении встречаются 25 символов. Выберите минимальную длину кодовых слов, при которой все они могут получить разные коды.

1 бит: 2 варианта **< 25**

2 бита: 4 варианта **< 25**

3 бита: 8 вариантов **< 25**

4 бита: 16 вариантов **< 25**

5 битов: 32 варианта

$2^L \geq 25$

Выбор длины кодовых слов $L$: $M^L \geq M_0$, где $M_0$ — мощность алфавита исходного сообщения и $M$ — мощность нового алфавита.

# Неравномерные коды

Недостаток равномерных кодов – длинные закодированные сообщения.

**Идея**: часто встречающиеся символы должны иметь более короткие коды!

**Код Морзе для русских букв и цифр**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| А | •– | О | – – – | Э | ••–•• |
| Б | –••• | П | •– –• | Ю | ••– – |
| В | •– – | Р | •–• | Я | •–•– |
| Г | – –• | С | ••• | | |
| Д | –•• | Т | – | 1 | •– – – – |
| Е | • | У | ••– | 2 | ••– – – |
| Ж | •••– | Ф | ••–• | 3 | •••– – |
| З | – –•• | Х | •••• | 4 | ••••– |
| И | •• | Ц | –•–• | 5 | ••••• |

С. Морзе
(1791–1872)

# Неравномерные коды

Кодовая таблица

| А | Г | Р |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 10 |

**ГАГАРА:** 1 0 1 0 10 0

**Неравномерный код** — это код, в котором кодовые слова имеют разную длину.

Декодирование: 010010

**АРАР АГААР АРАГА**

**АГААГА**

Как выделить кодовые слова?

Не всегда однозначно!

# Код Морзе

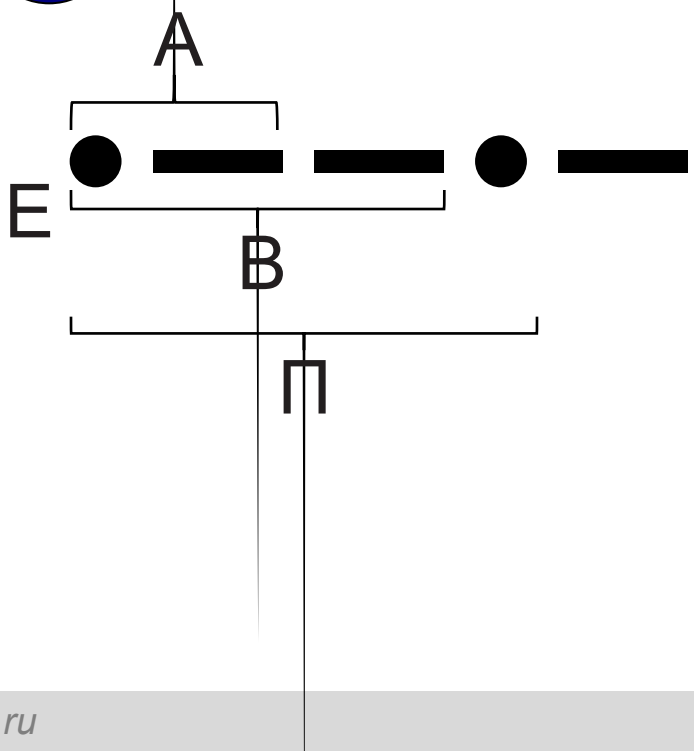
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| А | •– | О | – – – | Э | ••–•• |
| Б | –••• | П | •– –• | Ю | ••– – |
| В | •– – | Р | •–• | Я | •–•– |
| Г | – –• | С | ••• | | |
| Д | –•• | Т | – | | |
| Е | • | У | ••– | | |
| Ж | •••– | Ф | ••–• | | |
| З | – –•• | Х | •••• | | |
| И | •• | Ц | –•–• | | |
| Й | •– – – | Ч | – – –• | | |
| К | –•– | Ш | – – – – | | |
| Л | •–•• | Щ | – –•– | | |
| М | – – | Ь | –•• – | | |
| Н | –• | Ы | –•– – | | |

Условие Фано?

НЕТ

Нужна пауза!

Как декодировать?



# Неравномерные коды

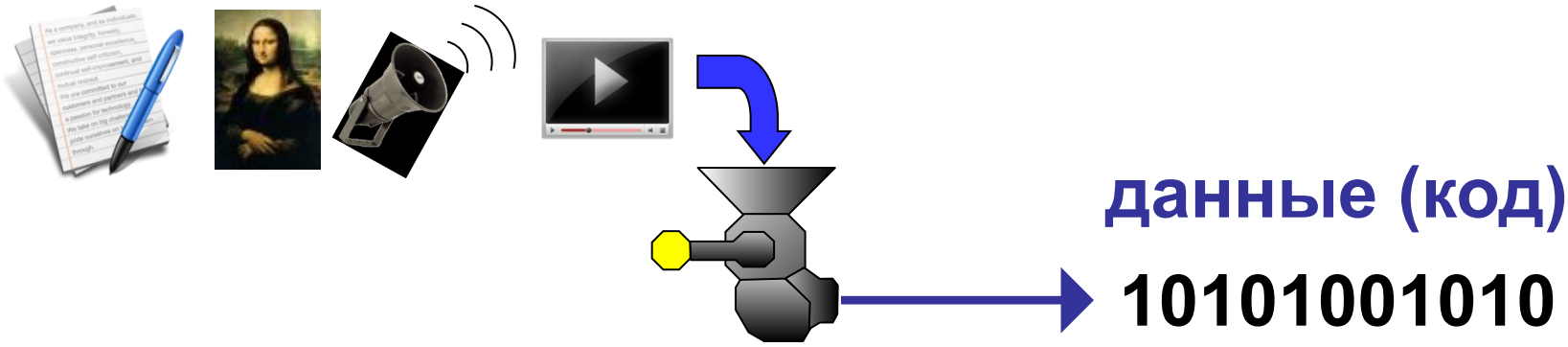
Кодовая таблица

| А | Г | Р |
|---|---|---|
| 0 | 10 | 11 |

Декодирование: 01001011 → **АГАГР**

Неравномерный код декодируется однозначно, если выполняется **условие Фано**: ни одно кодовое слово не совпадает с началом другого кодового слова.

# Как измерить информацию?




Количество информации в битах определяется длиной сообщения в двоичном коде.

10101100 — 8 битов

# Единицы измерения

$2^{10}$

1 **байт** = 8 бит

1 **Кбайт** (килобайт) = 1024 байта

1 **Мбайт** (мегабайт) = 1024 Кбайт

1 **Гбайт** (гигабайт) = 1024 Мбайт

1 **Тбайт** (терабайт) = 1024 Гбайт

1 **байт** = $2^3$ бит

1 **Кбайт** = $2^{10}$ байта = $2^{10} \cdot 2^3$ бит = $2^{13}$ бит

1 **Мбайт** = $2^{10}$ Кбайт = $2^{10} \cdot 2^{13}$ бит = $2^{23}$ бит

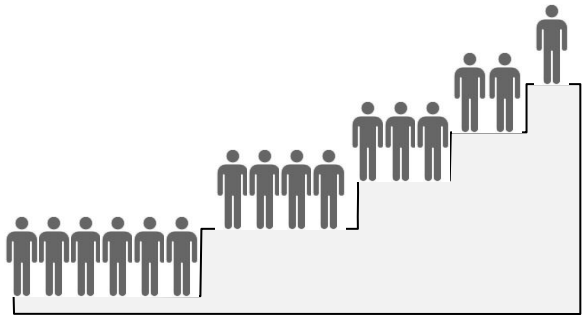
# Перевод в другие единицы

2 Кбайт = 2 × (1 Кбайт) = 2 × 1024 байт
= 2048 байт
= 2048 × (1 байт) = 2048 × 8 бит
= 16 384 бита

**Через степени числа 2**:

2 Кбайт = $2 \times 2^{10}$ байт = $2^{11}$ байт
= $2^{11} \times 2^3$ бит = $2^{14}$ бит.

# Перевод в другие единицы



**1 бит**

× 8

**1 байт**

: 8

× 1024

**1 Кбайт**

: 1024

× 1024

**1 Мбайт**

: 1024

× 1024

**1 Гбайт**

: 1024

**1 Тбайт**

число уменьшается

1 байт = 8 бит

1 Кбайт = 1024 байта

число увеличивается

# Алфавитный подход

**Задача 1**. Алфавит русского языка содержит 33 символа. Определите наименьшую длину кодовых слов при кодировании сообщений на русском языке с помощью равномерного кода.

| $M = 33$ | $i$ бит $\rightarrow 2^i$ разных кодов $M \le 2^i$ |
|---|---|
| $i = ?$ | $2^5 < 33 \le 2^6$ |

6 бит на символ хватает!

5 бит на символ не хватает…

Ответ: $i = 6$ бит

? Если различать заглавные и строчные буквы?

$i = 7$ бит

# Алфавитный подход

**Задача 2**. Текст длиной 160 символов записан с помощью алфавита из 26 символов. Определите количество информации в сообщении, закодированном с помощью равномерного кода наименьшей длины.

$L = 160$

$M = 26$

$I = ?$

$I = L \cdot i$

$2^4 < 26 \le 2^5$

$i = 5$

бит на символ

5 бит на символ хватает!

$I = 160 \cdot 5 = 800$ бит

В байтах?

$I = 800 : 8 = 100$ байт

Ответ: $I = 800$ бит $= 100$ байт

# Алфавитный подход

**Задача 3**. Пароль длиной 8 символов может содержать английские буквы (заглавные и строчные), цифры и специальные знаки: @, #, $, %. Сколько бит памяти нужно выделить для хранения пароля?

$L = 8$

$M = 26 \cdot 2 + 10 + 4 = 66$

$I = ?$

$I = L \cdot i$

$2^6 < 66 \le 2^7$

$i = 7$

7 бит на символ хватает!

$I = 8 \cdot 7 = 56$ бит

В байтах?

$I = 56 : 8 = 7$ байт

Ответ: $I = 56$ бит $= 7$ байт

# Алфавитный подход

**Задача 4**. Текст длиной 4096 символов занимает в памяти 4 Кбайта. Определите наибольшее возможное количество символов в алфавите.

$L = 4096$
$I = 4$ Кбайт

$M = ?$

$i$ бит $\rightarrow 2^i$ разных кодов $M \le 2^i$

Как найти $i$?

$I = L \cdot i$ $i = I : L$

$i = 4 : 4096$

Все ли верно?

$i = 4 \cdot 1024 \cdot 8 : 4096 = 8$ бит

$M \le 2^8 = 256$

Ответ: $M = 256$

# Алфавитный подход

**Задача 5**. Участники соревнований по бегу получили номера от 1 до 100. На финише автоматическое устройство записывает номер спортсмена. Сколько байт нужно для хранения номеров 80 спортсменов?

$M = 100$
$L = 80$
$I = ?$

$i$ бит $\longrightarrow 2^i$ разных кодов $M \le 2^i$

$2^6 < 100 \le 2^7$

7 бит на символ хватает!

$I = L \cdot i$

$I = 80 \cdot 7 = 560$ бит

? В байтах?

$I = 560 : 8 = 70$ байт

Ответ: $I = 70$ байт

# Кодирование информации

## § 7. Кодирование с обнаружением ошибок

© К.Ю. Поляков, Е.А. Ерёмин, 2018 

# Обнаружение ошибок

10010 ? Верно ли переданы данные?

**Бит чётности**:

00 01 10 11 ⇒ 000 011 101 110

теперь число единиц в каждом блоке чётное

Если в принятом блоке нечётное число «1» – **ошибка**!

принято: **010** 110 000 **111** 000

? Можно ли исправить?

**Для файлов – контрольные суммы (хэш)**:

CRC = *Cyclic Redundancy Code*

MD5, SHA-1

# Обнаружение ошибок

| К | А | Р | П |
|---|---|---|---|
| 00 | 01 | 10 | 11 |

к коду каждой буквы справа добавляется бит чётности

Получено (с битами чётности):

1011110001000110000

Разбиваем на группы по **3 бита**:

101 111 000 100 011 000

Помечаем блоки с ошибками:

101 * 000 * 011 000

Убираем бит чётности в каждом блоке (последний):

10 * 00 * 01 00

Декодируем по таблице:

Р * К * А К

? Сколько бит в блоке?

# Исправление ошибок

10010

**1**11 **0**00 **0**00 **1**11 **0**00 – утроение каждого бита

принято: **010**111000**101**000

исправлено: **000**111000**111**000

Обнаруживает 1 или 2 ошибки, исправляет 1 ошибку!

**Помехоустойчивый код** – это код, который позволяет исправлять ошибки, если их количество не превышает некоторого уровня.

# Исправление ошибок

| П | О | Р | Т |
|---|---|---|---|
| 11111 | 11000 | 00100 | 00011 |

Каждое кодовое слово отличается от остальных не менее, чем в 3 битах!

```
П = 11111    11111    11111
    11000 3  00100 4  00011 3
      О        Р        Т
```

Расстояние Хэмминга

Как декодировать?

```
10011 11100 00000
00011 11000 11100
  Т     О     Р
```

# Исправление ошибок

| П | О | Р | Т |
|---|---|---|---|
| 11111 | 11000 | 00100 | 00011 |

? Как декодировать?

```
10101 11001 01001
  ?   11000   ?
  *     O     *
```

# Конец фильма

**ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич**
д.т.н., учитель информатики
ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург
kpolyakov@mail.ru

**ЕРЕМИН Евгений Александрович**
к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь
eremin@pspu.ac.ru

# Источники иллюстраций


1. http://fpg.unc.edu
2. http://s1.iconbird.com
3. https://sandstorm.deviantart.com
4. http://http://compression.ru
5. http://ru.wikipedia.org
6. https://www.kns.ru
7. http://nix.ru
8. http://http://www.computer-services.ru
9. http://http://www.masterna4as.com
10. http://blendercontest.com
11. http://http://geeky-gadgets.com
12. авторские материалы