

Кодирование информации

- § 4. Язык – средство кодирования
- § 5. Дискретное кодирование
- § 6. Кодирование с обнаружением ошибок

Кодирование информации

§ 4. Язык – средство кодирования

Определения

Кодирование — это представление информации в форме, пригодной для её хранения, передачи и автоматической обработки.

Код — это правило, по которому сообщение преобразуется в цепочку знаков.

Язык — это система знаков и правил, используемая для записи и передачи информации.

Естественные языки – сформировались в результате развития общества.

Иероглифы


| Египетское письмо | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------|
|  | рука |
|  | дом |
|  | кобра |
|  | лев |
|  | вода |

| Иероглифы (Китай) | |
|----------------------|--------|
| 日 | солнце |
| 月 | луна |
| 雨 | дождь |
| 山 | гора |
| 马 | лошадь |

Алфавитное письмо

Алфавит — это набор знаков, который используется в языке.


Мощность алфавита — это количество знаков в алфавите.

 Какова мощность русского алфавита? латинского?

АБВГДЕЁЖЗИЙКЛМНОПРСТУФХЦЧШЩЪЫЬЭЮЯ
0123456789 . , ; ? ! - : ... « » ()

МОЩНОСТЬ 56

Какие бывают языки?

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| | |
| <ul style="list-style-type: none"> • русский • английский • китайский • шведский • суахили • ... | $y = 3 \sin x + 1$ $2H_2 + O_2 = 2H_2O$  <p>1. e2-e4 e7-e5...</p> |

Формальный язык – это язык, в котором однозначно определяется значение каждого слова, а также правила построения предложений и придания им смысла.

Сообщения

Сообщение — это любая последовательность символов некоторого алфавита.



Сколько различных сообщений длины L можно построить, используя алфавит мощностью M ?

Комбинаторика — это наука, изучающая комбинации объектов.

Пример: алфавит $\{0, 1\}$.

Сообщения длины 2:

00 01 10 11

всего 4

Сообщения

Пример: алфавит $\{ @, \#, \$, \% \}$.

Сообщения длины 1: @ # \$ %.

всего 4

Сообщения длины 2:

| | | | |
|-----|-----|------|-----|
| @@ | @# | @\$ | @% |
| #@ | ## | #\$ | #% |
| \$@ | \$# | \$\$ | \$% |
| %@ | %# | %% | %% |

всего 16



Сколько сообщений длины L ?

Количество возможных сообщений

Если алфавит языка состоит из M символов (имеет мощность M), количество различных сообщений длиной L знаков равно

$$N = M^L$$

Сколько

- возможных 5-буквенных слов в русском языке?
- возможных 3-буквенных слов в английском языке?
- возможных сообщений длиной L символов в алфавите $\{+, -\}$?

$$33^5$$

$$26^3$$

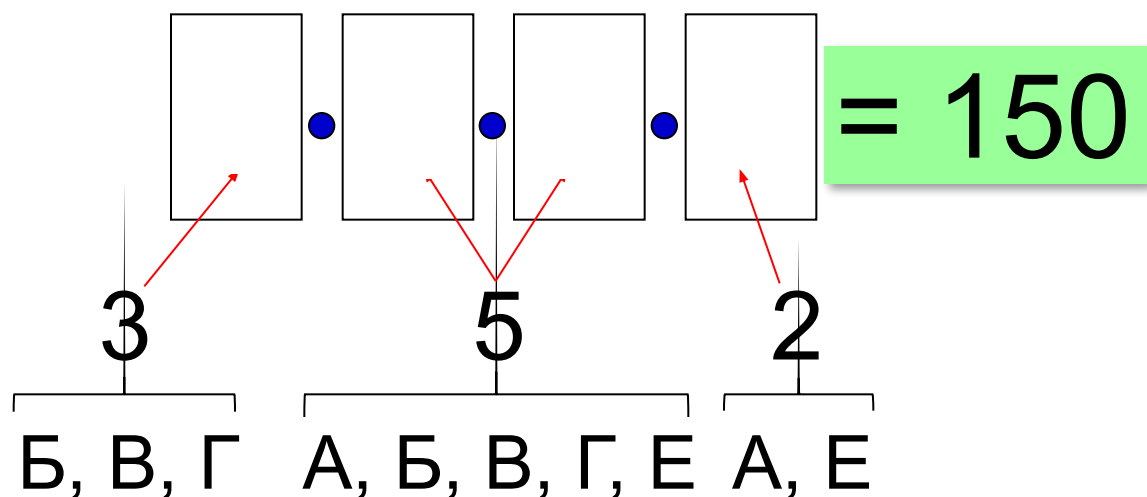
$$2^L$$

Правило умножения

Задача. Сколько различных сообщений длиной 4 знака можно записать с помощью алфавита

$\{A, B, B, \Gamma, E\}$

если слова должны начинаться с согласной буквы и заканчиваться на гласную?



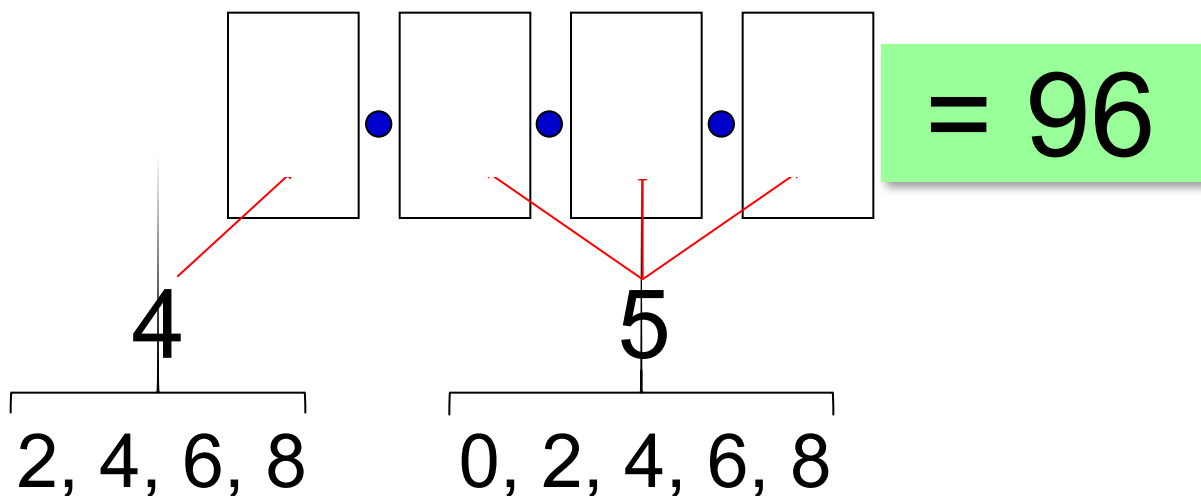
$$N = M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_4$$



Правило умножения!

Правило умножения

Задача. Сколько существует четырёхзначных чисел, составленных из чётных цифр, в которых **цифры не повторяются**?



одна цифра уже
использована!

Правило сложения

Задача. Сколько сообщений длиной от 2 до 5 символов можно записать с помощью алфавита $\{0, 1\}$?

$$\begin{array}{ll} L = 2: & N_2 = 2^2 = 4 \\ L = 3: & N_3 = 2^3 = 8 \\ L = 4: & N_4 = 2^4 = 16 \\ L = 5: & N_5 = 2^5 = 32 \end{array}$$

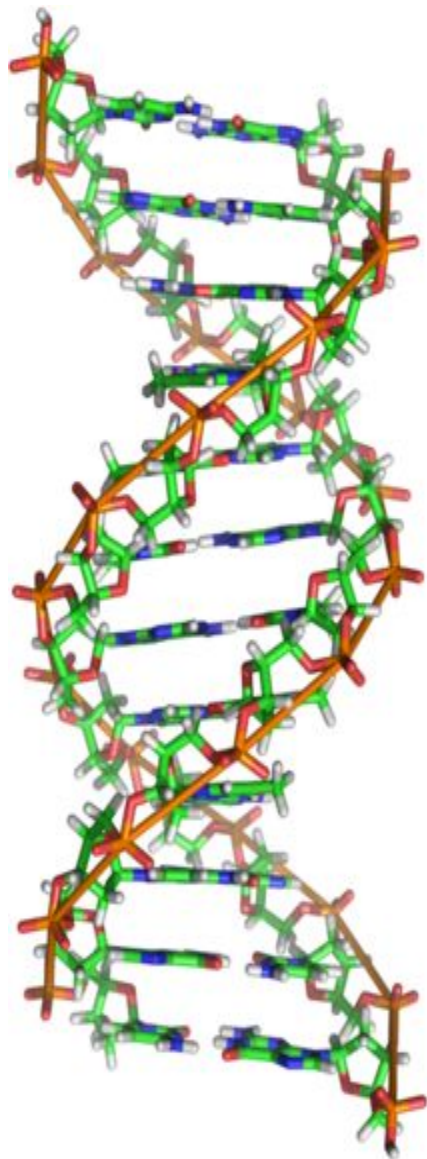
$$N = 4 + 8 + 16 + 32 = 60$$

$$N = N_2 + N_3 + N_4 + N_5$$



Правило сложения!

Генетический код



Типы звеньев (нуклеотиды)

A – аденин (Adenine)

C – цитозин (Cytosine)

G – гуанин (Guanine)

T – тимин (Thymine)



Мощность алфавита?

$$M = 4$$

3% – **гены** (информация о белках)

Белки ← 20 типов аминокислот



Длина равномерного кода?

$$4^2 < 20 < 4^3$$

$$L = 3$$

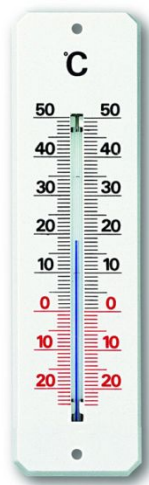
Интеллект-карта

Кодирование информации

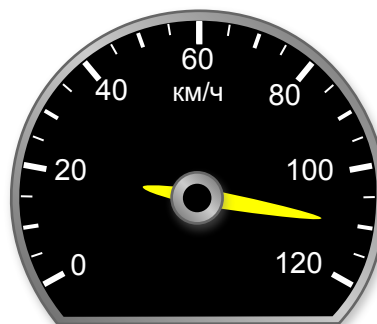
§ 5. Дискретное кодирование

Дискретизация

Дискретизация — это представление единого объекта в виде множества отдельных элементов.

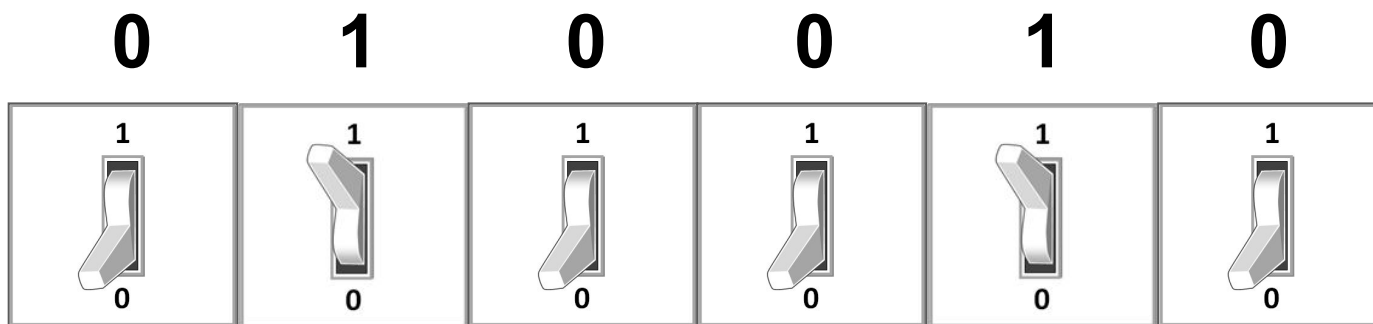


$t = 18^{\circ}\text{C}$



110,231 км/ч?

Хранение данных в компьютере



Компьютер — это **дискретное** устройство.

Двоичный код — это код, в котором используются два знака (0 и 1). Все данные в компьютере хранятся в двоичном коде.

Бит — это одна двоичная цифра (0 или 1).

010010



Сколько бит?

Двоичное кодирование

Кодовая таблица

| А | Г | Р |
|-----|-----|-----|
| 000 | 010 | 100 |

КОДОВОЕ СЛОВО

ГАГАРА: 010 000 010 000 100 000

Равномерный код — это код, в котором все кодовые слова имеют одинаковую длину.



Сколько существует кодовых слов длиной L в двоичном коде?

2^L

Декодирование

Кодовая таблица

| | | |
|------------|------------|------------|
| А | Г | Р |
| 000 | 010 | 100 |

?: 100000010100000

Декодирование — это восстановление исходного сообщения из кода.



Сколько символов было в сообщении?

5



Как разбить на кодовые слова?

по 3

100 000 010 100 000

Р А Г Р А

Как выбрать длину кодовых слов?

Задача. В сообщении встречаются 25 символов. Выберите минимальную длину кодовых слов, при которой все они могут получить разные коды.

1 бит: 2 варианта

< 25

2 бита: 4 варианта

< 25

3 бита: 8 вариантов

< 25

4 бита: 16 вариантов

< 25

5 битов: 32 варианта

$$2^L \geq 25$$

Выбор длины кодовых слов L : $M^L \geq M_0$, где M_0 — мощность алфавита исходного сообщения и M — мощность нового алфавита.

Неравномерные коды

Недостаток равномерных кодов – длинные закодированные сообщения.

Идея: часто встречающиеся символы должны иметь более короткие коды!

Код Морзе для русских букв и цифр

| | | | | | |
|---|-------|---|-------|---|----------|
| А | •– | О | – – – | Э | ••–•• |
| Б | –••• | П | •– –• | Ю | ••– – |
| В | •– – | Р | •–• | Я | •–•– |
| Г | – –• | С | ••• | | |
| Д | –•• | Т | – | 1 | •– – – – |
| Е | • | У | ••– | 2 | ••– – – |
| Ж | •••– | Ф | ••–• | 3 | •••– – |
| З | – –•• | Х | •••• | 4 | ••••– |
| И | •• | Ц | –•–• | 5 | ••••• |



С. Морзе
(1791–1872)

Неравномерные коды

Кодовая таблица

| | | |
|----------|----------|-----------|
| А | Г | Р |
| 0 | 1 | 10 |

ГАГАРА: 1 0 1 0 10 0

Неравномерный код — это код, в котором кодовые слова имеют разную длину.

Декодирование: 010010

АРАР АГААР АРАГА

АГААГА



Как выделить кодовые слова?



Не всегда однозначно!

Код Морзе

| | | | | | |
|---|--------|---|---------|---|-------|
| А | •— | О | — — — | Э | ••—•• |
| Б | —••• | П | •— —• | Ю | ••— — |
| В | •— — | Р | •—• | Я | •—•— |
| Г | — —• | С | ••• | | |
| Д | —•• | Т | — | | |
| Е | • | У | ••— | | |
| Ж | •••— | Ф | ••—• | | |
| З | — —•• | Х | •••• | | |
| И | •• | Ц | —•—• | | |
| Й | •— — — | Ч | — — —• | | |
| К | —•— | Ш | — — — — | | |
| Л | •—•• | Щ | — —•— | | |
| М | — — | Ь | —•• — | | |
| Н | —• | Ы | —•— — | | |



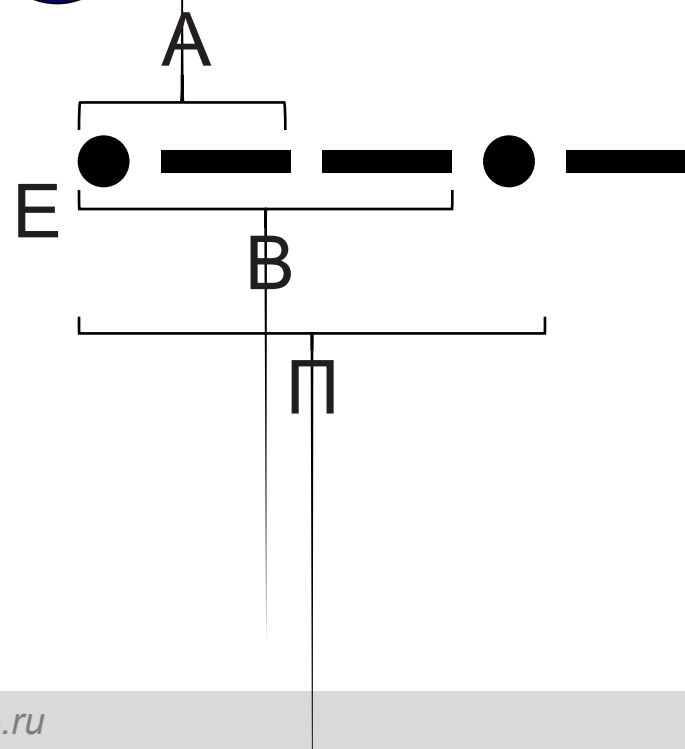
Условие Фано?

НЕТ

Нужна пауза!



Как декодировать?



Неравномерные коды

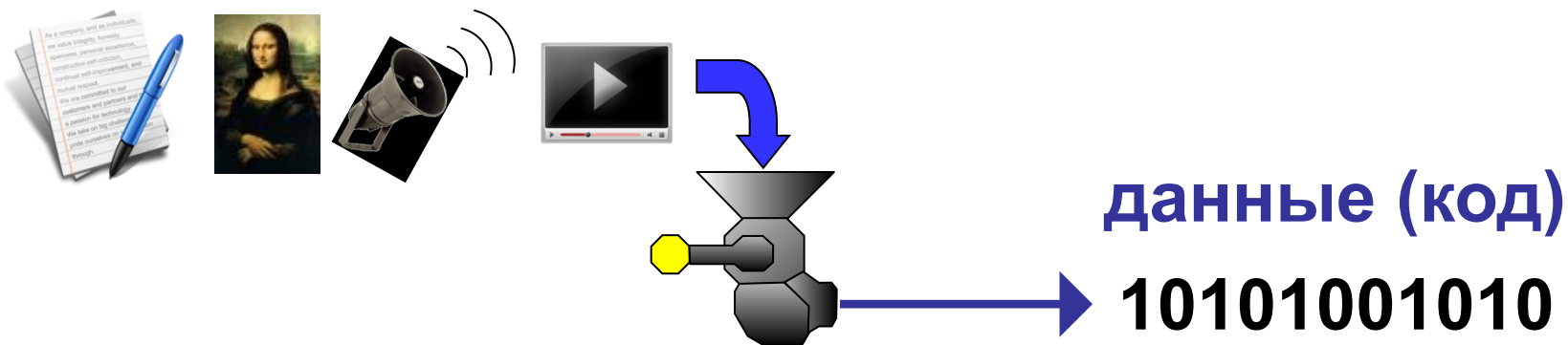
Кодовая таблица

| | | |
|----------|-----------|-----------|
| А | Г | Р |
| 0 | 10 | 11 |

Декодирование: 01001011 → **АГАГР**

Неравномерный код декодируется однозначно, если выполняется **условие Фано**: ни одно кодовое слово не совпадает с началом другого кодового слова.

Как измерить информацию?



Количество информации в битах определяется длиной сообщения в двоичном коде.

10101100

8 битов

Единицы измерения

 2^{10}

1 **байт** = 8 бит

1 **Кбайт** (килобайт) = 1024 байта

1 **Мбайт** (мегабайт) = 1024 Кбайт

1 **Гбайт** (гигабайт) = 1024 Мбайт

1 **Тбайт** (терабайт) = 1024 Гбайт

1 **байт** = 2^3 бит

1 **Кбайт** = 2^{10} байта = $2^{10} \cdot 2^3$ бит = 2^{13} бит

1 **Мбайт** = 2^{10} Кбайт = $2^{10} \cdot 2^{13}$ бит = 2^{23} бит

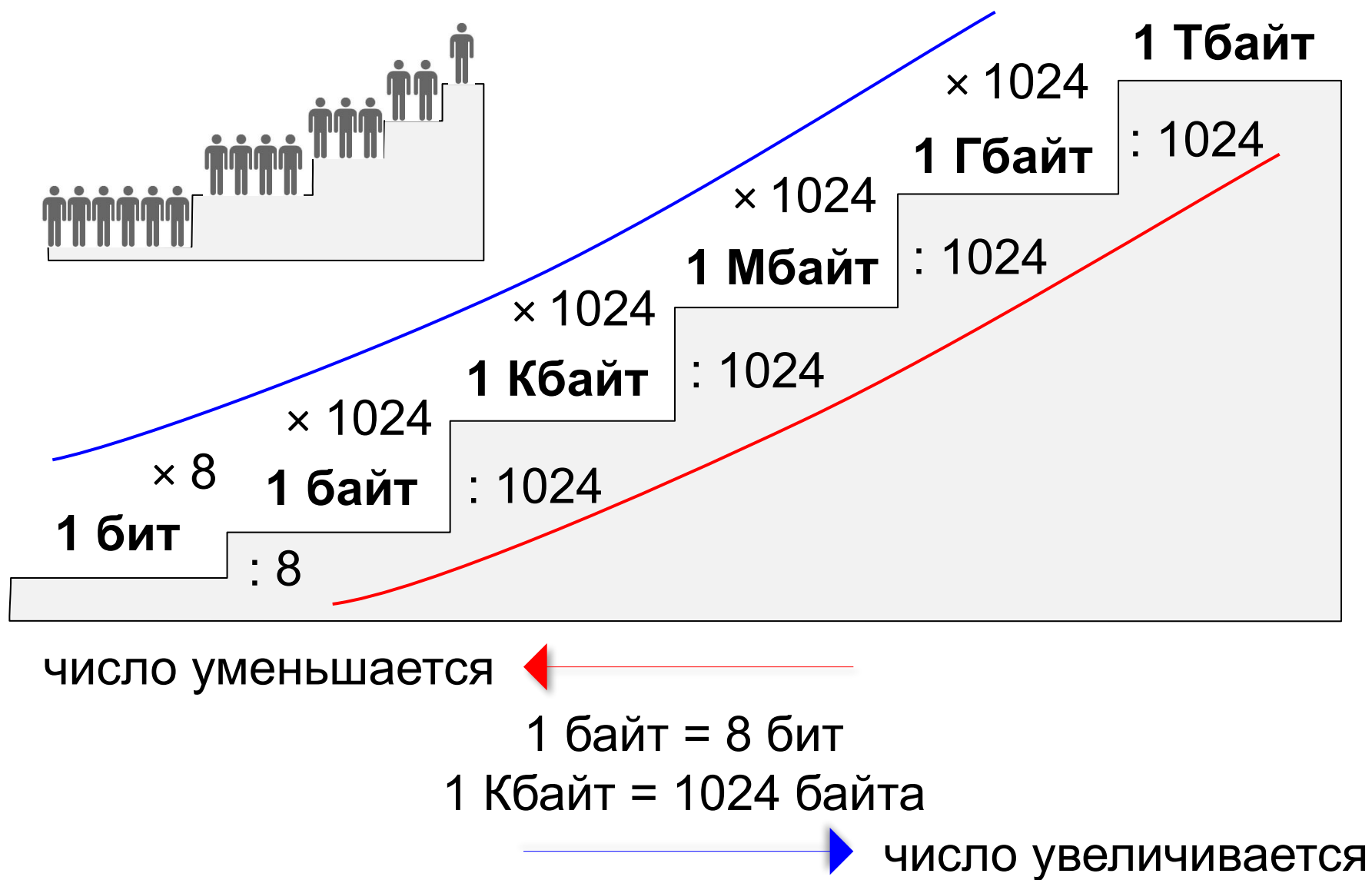
Перевод в другие единицы

$$\begin{aligned}2 \text{ Кбайт} &= 2 \times (1 \text{ Кбайт}) = 2 \times 1024 \text{ байт} \\ &= 2048 \text{ байт} \\ &= 2048 \times (1 \text{ байт}) = 2048 \times 8 \text{ бит} \\ &= 16\,384 \text{ бита}\end{aligned}$$

Через степени числа 2:

$$\begin{aligned}2 \text{ Кбайт} &= 2 \times 2^{10} \text{ байт} = 2^{11} \text{ байт} \\ &= 2^{11} \times 2^3 \text{ бит} = 2^{14} \text{ бит.}\end{aligned}$$

Перевод в другие единицы



Алфавитный подход

Задача 1. Алфавит русского языка содержит 33 символа. Определите наименьшую длину кодовых слов при кодировании сообщений на русском языке с помощью равномерного кода.

$$\begin{array}{l|l} M = 33 & i \text{ бит} \rightarrow 2^i \text{ разных кодов} \\ \hline i = ? & M \leq 2^i \end{array}$$

$$2^5 < 33 \leq 2^6$$

5 бит на символ
не хватает...

6 бит на символ
хватает!



Если различать
заглавные и
строчные буквы?

Ответ: $i = 6$ бит

$i = 7$ бит

Алфавитный подход

Задача 2. Текст длиной 160 символов записан с помощью алфавита из 26 символов. Определите количество информации в сообщении, закодированном с помощью равномерного кода наименьшей длины.

$$L = 160$$

$$M = 26$$

$$I = ?$$

$$I = L \cdot i$$

$$2^4 < 26 \leq 2^5$$

$$i = 5$$

бит на символ

5 бит на символ
хватает!

$$I = 160 \cdot 5 = 800 \text{ бит}$$

$$I = 800 : 8 = 100 \text{ байт}$$



В байтах?

Ответ: $I = 800 \text{ бит} = 100 \text{ байт}$

Алфавитный подход

Задача 3. Пароль длиной 8 символов может содержать английские буквы (заглавные и строчные), цифры и специальные знаки: @, #, \$, %. Сколько бит памяти нужно выделить для хранения пароля?

$$L = 8$$

$$M = 26 \cdot 2 + 10 + 4 = 66$$

$$I = ?$$

$$I = L \cdot i$$

$$2^6 < 66 \leq 2^7$$

$$i = 7$$

7 бит на символ
хватает!

$$I = 8 \cdot 7 = 56 \text{ бит}$$

$$I = 56 : 8 = 7 \text{ байт}$$



В байтах?

Ответ: $I = 56$ бит = 7 байт

Алфавитный подход

Задача 4. Текст длиной 4096 символов занимает в памяти 4 Кбайта. Определите наибольшее возможное количество символов в алфавите.

$$L = 4096$$

$$I = 4 \text{ Кбайт}$$

$$M = ?$$

i бит $\rightarrow 2^i$ разных кодов $M \leq 2^i$



Как найти i ?

$$I = L \cdot i$$

$$i = I : L$$

$$i = 4 : 4096$$



Все ли верно?

$$i = 4 \cdot 1024 \cdot 8 : 4096 = 8 \text{ бит}$$

$$M \leq 2^8 = 256$$

Ответ: $M = 256$

Алфавитный подход


Задача 5. Участники соревнований по бегу получили номера от 1 до 100. На финише автоматическое устройство записывает номер спортсмена. Сколько байт нужно для хранения номеров 80 спортсменов?

| | |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $M = 100$ | i бит $\rightarrow 2^i$ разных кодов $M \leq 2^i$ |
| $L = 80$ | |
| $I = ?$ | |
| | $2^6 < 100 \leq 2^7$ |
| | $I = L \cdot i$ |

7 бит на символ
хватает!

$$I = 80 \cdot 7 = 560 \text{ бит}$$

$$I = 560 : 8 = 70 \text{ байт}$$

 В байтах?

Ответ: $I = 70$ байт

Кодирование информации

§ 7. Кодирование с обнаружением ошибок

Обнаружение ошибок

10010



Верно ли переданы данные?

Бит чётности:

00 01 10 11 \Rightarrow 00**0** 01**1** 10**1** 11**0**

теперь число единиц в
каждом блоке чётное

Если в принятом блоке нечётное число «1» – **ошибка!**

принято: **010** 110 000 **111** 000



Можно ли исправить?

Для файлов – контрольные суммы (хэш):

CRC = *Cyclic Redundancy Code*

MD5, SHA-1

Обнаружение ошибок

| К | А | Р | П |
|----|----|----|----|
| 00 | 01 | 10 | 11 |

к коду каждой буквы справа добавляется бит чётности

Получено (с битами чётности):

101111000100011000

Разбиваем на группы по **3 бита**:

101 **111** 000 **100** 011 **000**

Помечаем блоки с ошибками:

101 * 000 * 011 000

Убираем бит чётности в каждом блоке (последний):

10 * 00 * 01 00

Декодируем по таблице:

Р * К * А К



Сколько бит в блоке?

Исправление ошибок

10010

111 000 000 111 000 – утроение каждого бита

принято: **010111000101000**

исправлено: **000111000111000**



Обнаруживает 1 или 2 ошибки, исправляет 1 ошибку!

Помехоустойчивый код – это код, который позволяет исправлять ошибки, если их количество не превышает некоторого уровня.

Исправление ошибок

| | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| П | О | Р | Т |
| 11111 | 11000 | 00100 | 00011 |

! Каждое кодовое слово отличается от остальных не менее, чем в 3 битах!

П = $\begin{matrix} 11111 \\ 11000 \end{matrix}$ ³ $\begin{matrix} 11111 \\ 00100 \end{matrix}$ ⁴ $\begin{matrix} 11111 \\ 00011 \end{matrix}$ ³
 О Р Т


Расстояние Хэмминга

? Как декодировать?

$\begin{matrix} 10011 & 11100 & 00000 \\ 00011 & 11000 & 11100 \end{matrix}$
 Т О Р

Исправление ошибок

| П | О | Р | Т |
|-------|-------|-------|-------|
| 11111 | 11000 | 00100 | 00011 |

 Как декодировать?

10101 11001 01001

? 11000 ?

* O *

Конец фильма

ПОЛЯКОВ Константин Юрьевич

д.т.н., учитель информатики

ГБОУ СОШ № 163, г. Санкт-Петербург

kpolyakov@mail.ru

ЕРЕМИН Евгений Александрович

к.ф.-м.н., доцент кафедры мультимедийной

дидактики и ИТО ПГГПУ, г. Пермь

eremin@pspu.ac.ru

Источники иллюстраций

1. <http://fpg.unc.edu>
2. <http://s1.iconbird.com>
3. <https://sandstorm.deviantart.com>
4. <http://http://compression.ru>
5. <http://ru.wikipedia.org>
6. <https://www.kns.ru>
7. <http://nix.ru>
8. <http://http://www.computer-services.ru>
9. <http://http://www.masterna4as.com>
10. <http://blendercontest.com>
11. <http://http://geeky-gadgets.com>
12. авторские материалы