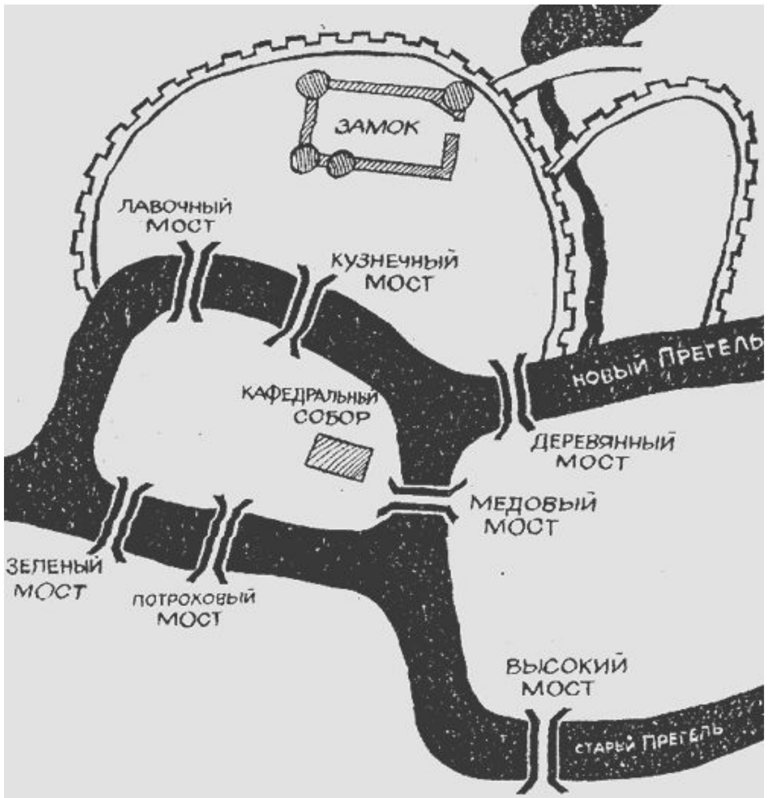
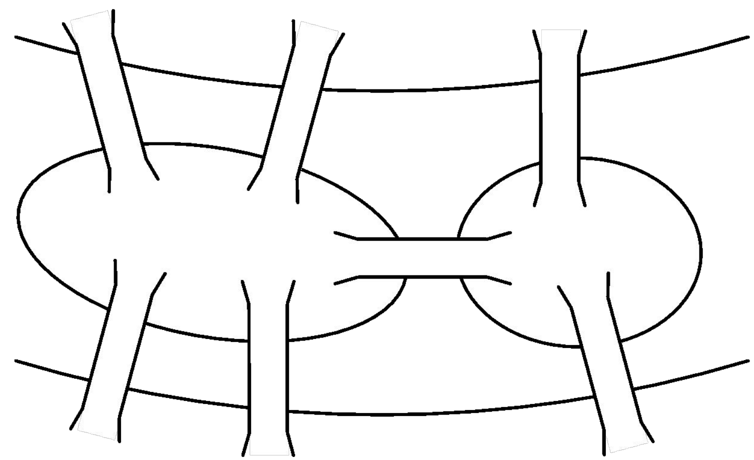
Теория графов.

Введение.

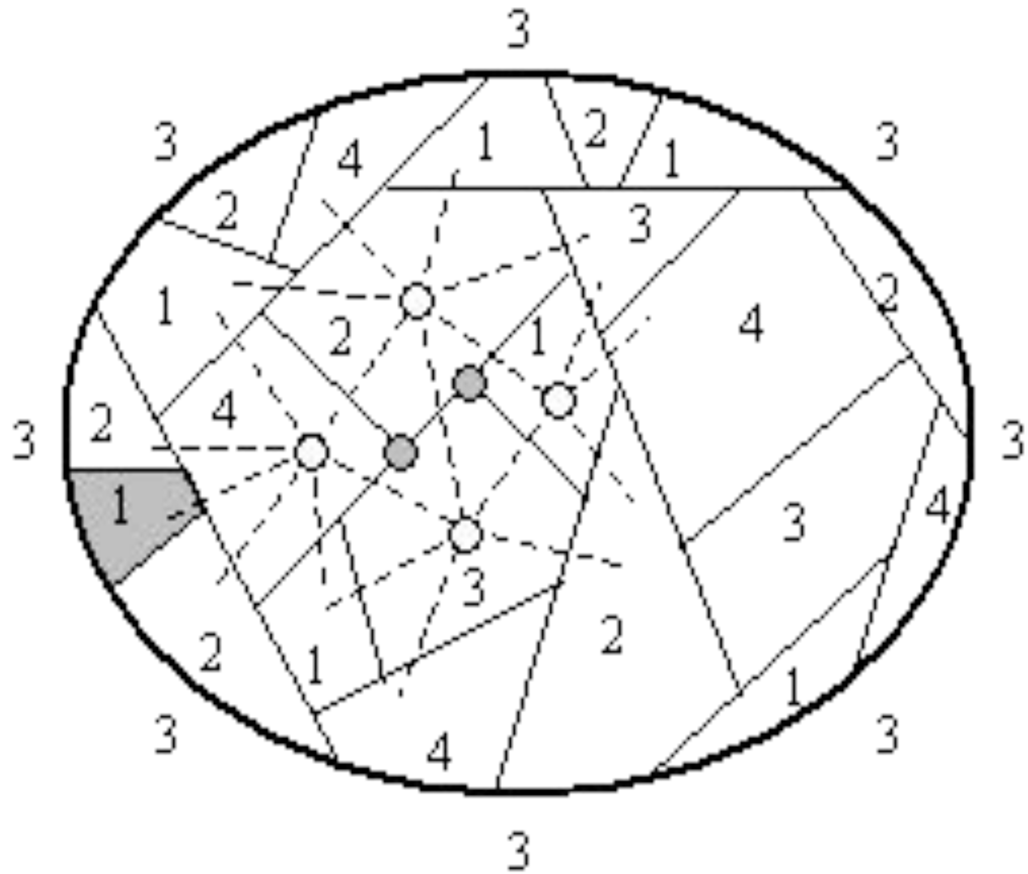
Основные понятия и определения.

Задача о Кенигсбергских мостах





Задача о 4-х красках



Удивительный факт: любую политическую карту можно раскрасить всего четырьмя красками, причем так, что соседние страны на ней не будут окрашены в один цвет.

Пронумеруем краски: 1 — красная, 2 — зеленая, 3 — синяя и 4 — желтая.

Некоторые используемые обозначения

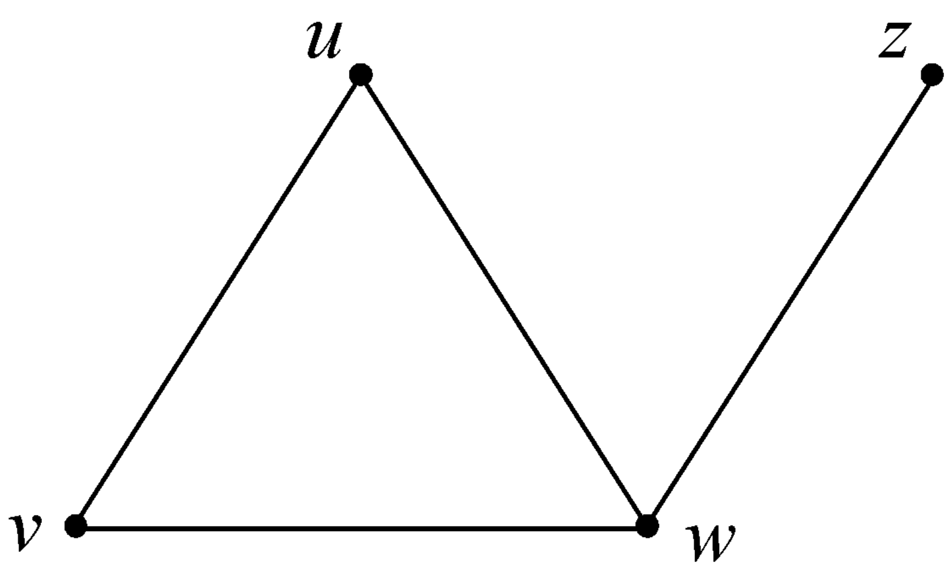
Математические обозначения

$X, Y, \ldots$	– множество элементов
$\{x_1, x_2, \ldots\}$	- множество элементов $x_1, x_2, \ldots$
$X \cap Y$	- пересечение множеств
$X \cup Y$	- объединение множеств
X / Y	- разность множеств
$X \in Y$	- X подмножество принадлежит Y
$X \subseteq Y$	- X является подмножеством Y
$X \subset Y$	- X строго включено в Y (встречается реже)
$\varnothing$	- пустое множество
$X \times Y$	- декартово произведение множеств

Специальные символы

$\{u, v\}, (u, v), uv$	- ребро графа
u	- вершина графа
$O(v)$ или же $N(v)$	- окрестность или же округление (окружение) вершины v
$\rho(v)$	- степень вершины v

Основные понятия и определения

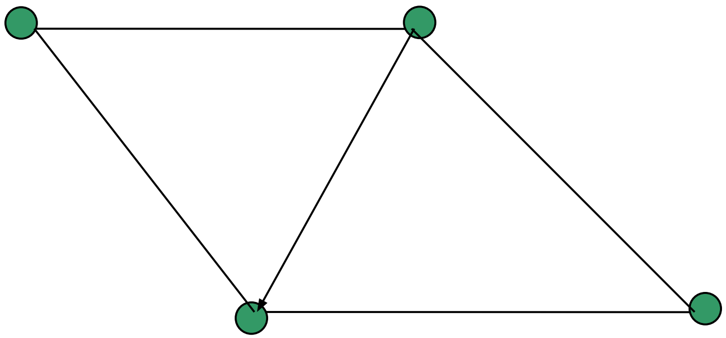


Графом G называется пара объектов

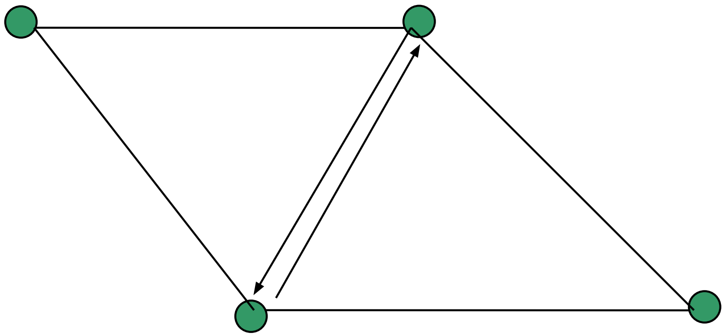
G=(V,E)

V – конечное множество элементов, называемых вершинами, V(G)={u,v,w,z}
E – конечное множество элементов, называемых рёбрами E(G) = {(u,v), (v,w), (u,w), (w,z)}

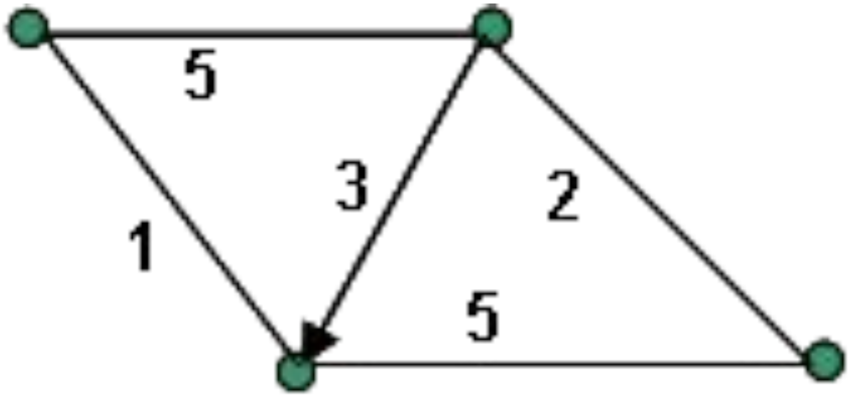
Виды графов



а) простой граф

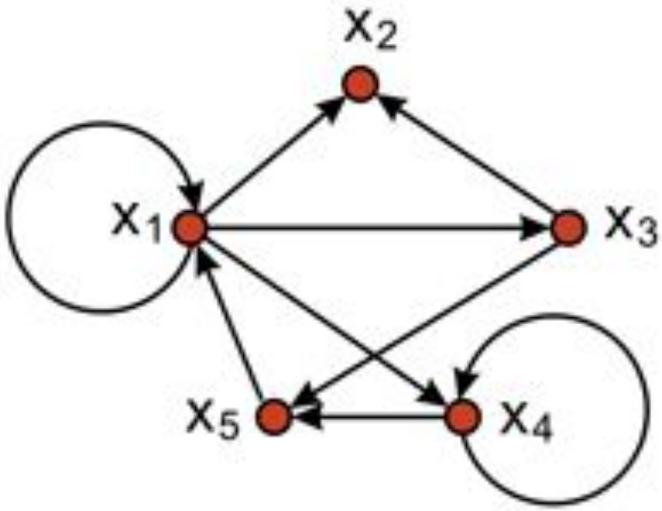


б) мультиграф



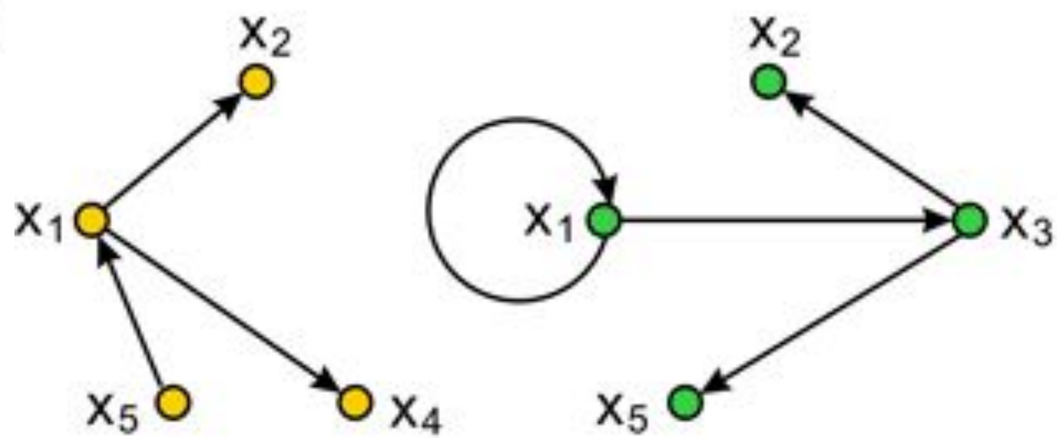
в) взвешенный граф

Подграфы



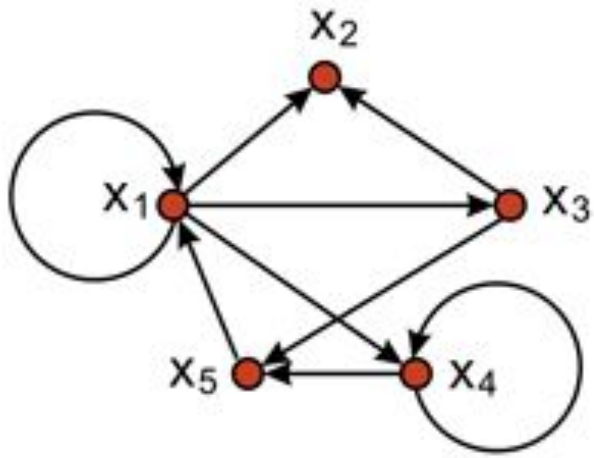
Заданный граф

$$V(H) \in V(G), \; E(H) \in E(G)$$



Подграфы

Остовный подграф (фактор, часть графа)

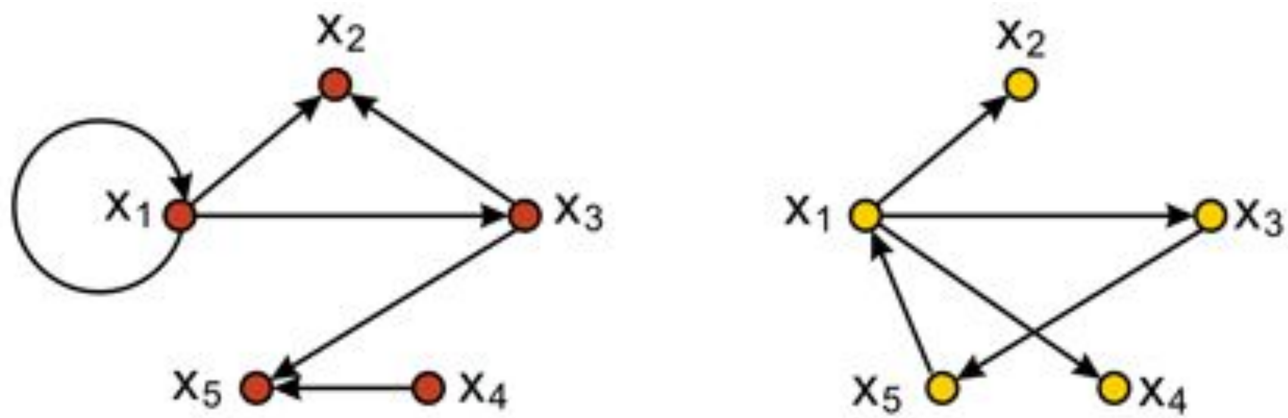


Заданный граф

$$V(H)=V(G),\ \text{а}\ E(H)\in E(G)$$

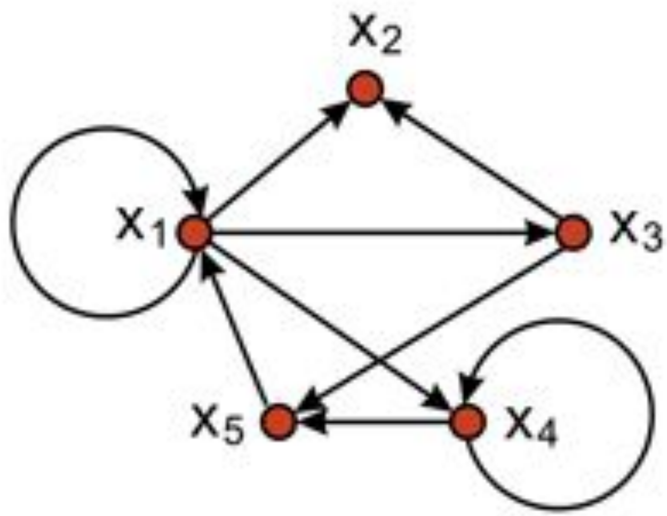
$$k=C^{1}_{m}+C^{2}_{m}+\ldots+C^{m-1}_{m}=2^{m}-1$$

Кол-во остовных подграфов



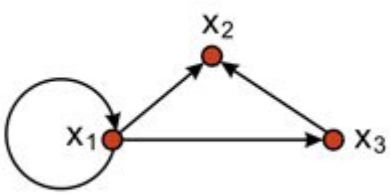
Остовные подграфы

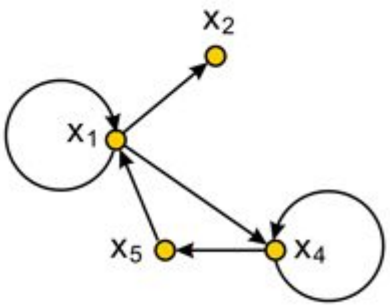
Порожденные подграфы



Заданный граф

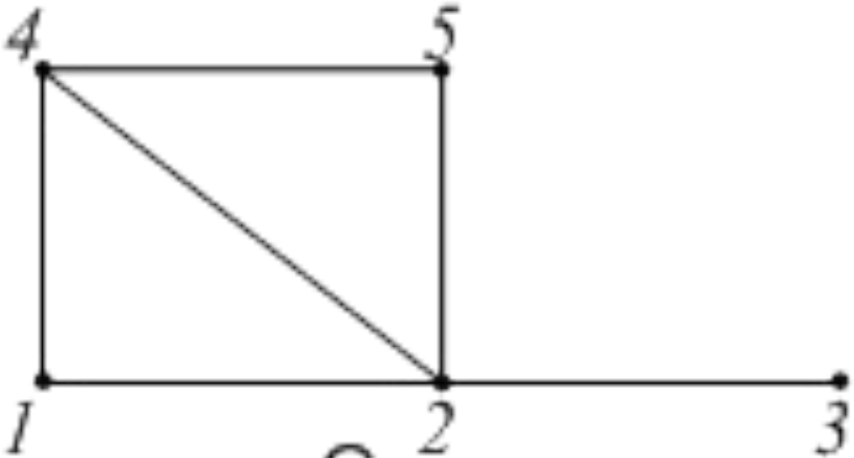
Это графы получаемые из заданного графа в результате удаления 1 или нескольких вершин и всех инцидентных к ней/ним рёбер





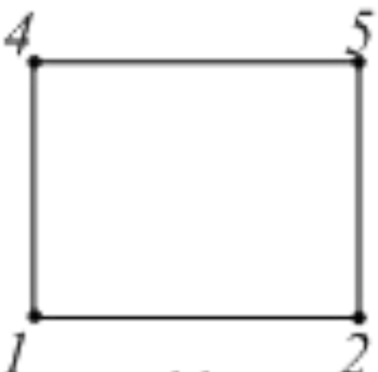
Порожденные подграфы

G – граф исходный

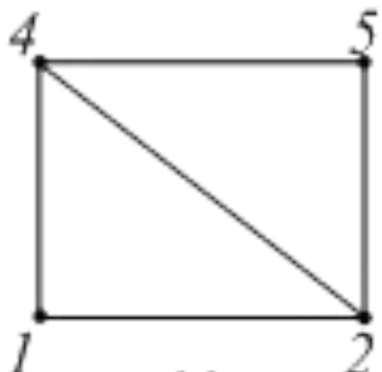


G

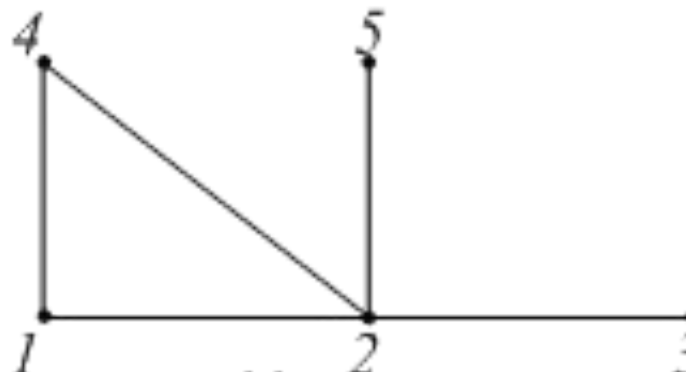
Назовите типы приведенных подграфов.



H_1



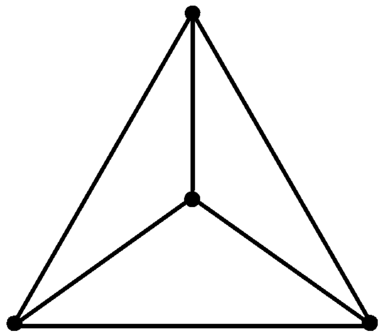
H_2



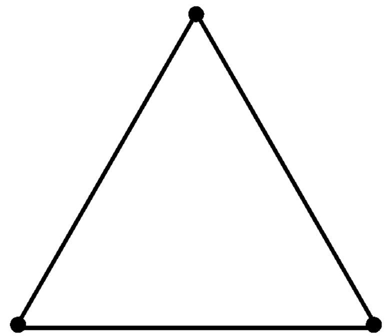
H_3

H_1, H_2, H_3 - три его подграфа

Графы специального вида



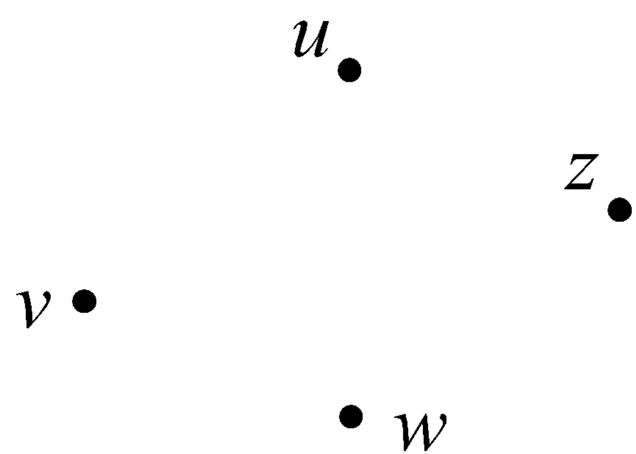
K_4



K_3

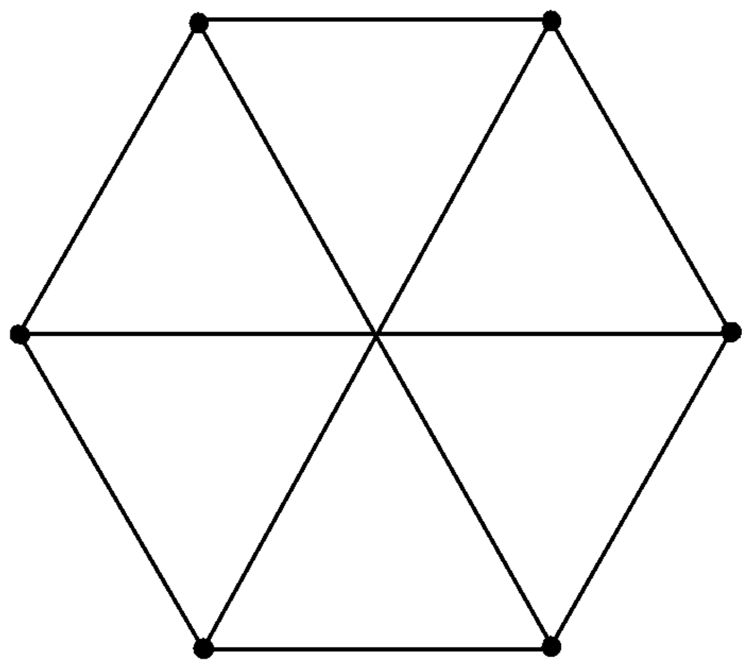
Полные графы

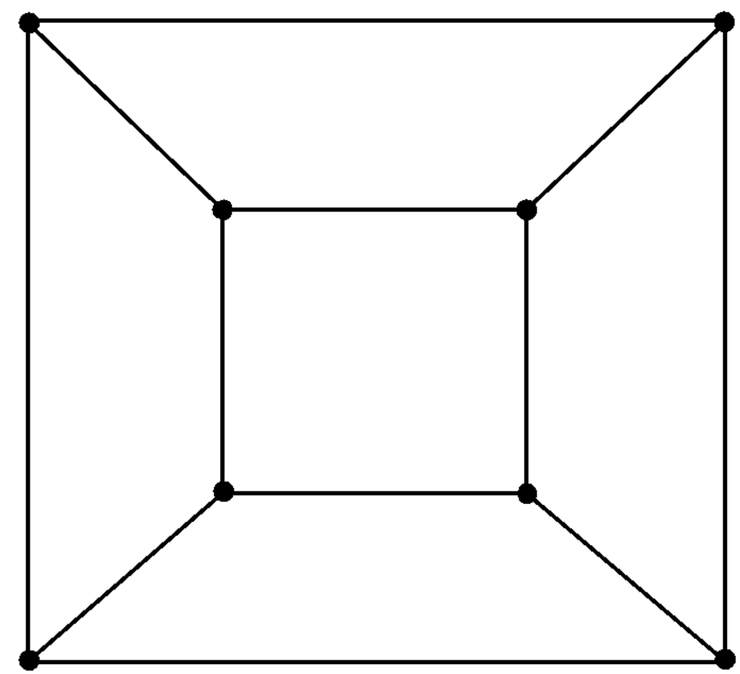
Пустой граф с 4 вершинами



O_4

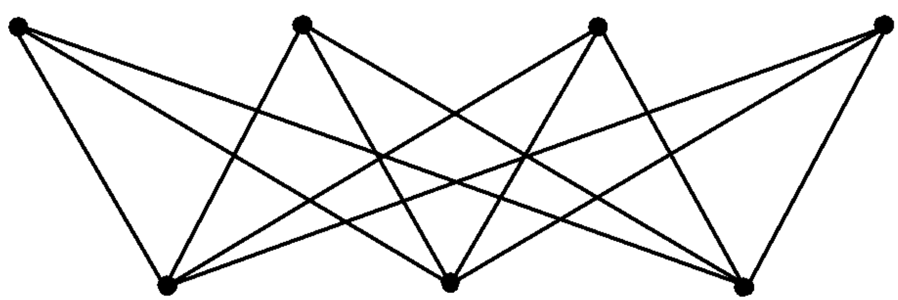
Регулярные графы



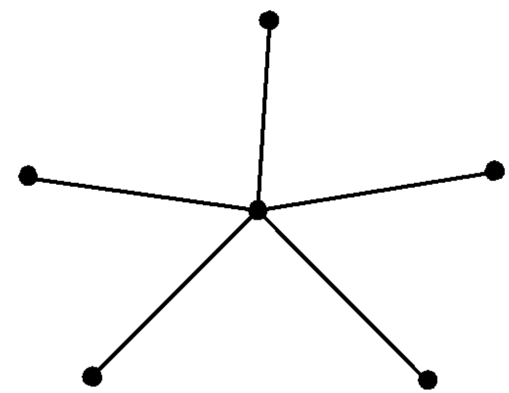


Каждый пустой граф является регулярным степени 0, а каждый полный граф Kn – регулярным степени (n-1).

Двудольные графы

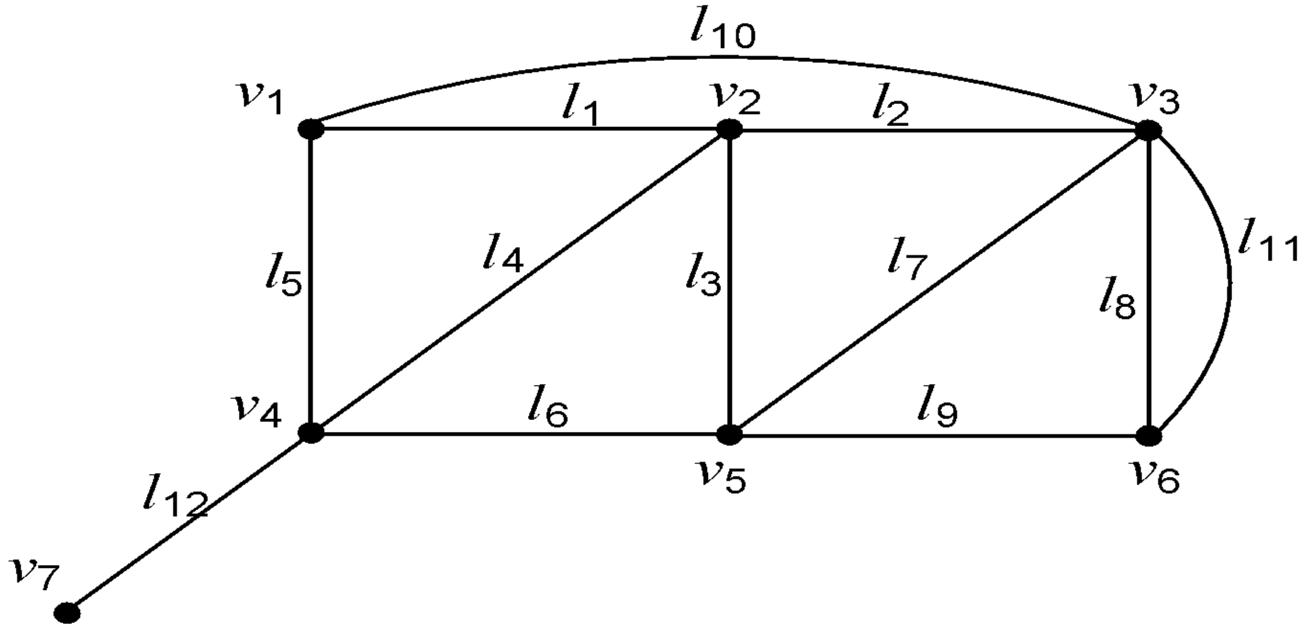


Граф $K_{4,3}$



Звёздный граф $K_{1,5}$

Маршруты, цепи, пути и циклы



v1 , l1 , v2 , l2, v3 , l8, v6 , l9, v5 , l7, v3 , l11, v6 – открытый маршрут

v1 , l1 , v2 , l2, v3 , l7, v5 , l3, v2 , l4, v4 , l5, v1 – замкнутый маршрут

v1 , l1 , v2 , l2, v3, l8, v6 , l11, v3 – открытая цепь

v1 , l1 , v2 , l2, v3 , l7, v5 , l3, v2 , l4, v4 , l5, v1 – замкнутая цепь

v1 , l1 , v2 , l2, v3 – путь

v1 , l1 , v2 , l3, v5 , l6, v4 , l5, v1 – цикл